

Paper-ID: VGI\_191502



## Über die Anwendung der Theorie vom Massenausgleich (Isostasie)

Richard Schumann <sup>1</sup>

<sup>1</sup> o. ö. Professor an der k. k. technischen Hochschule in Wien

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **13** (1, 2), S. 2–10, 21–25

1915

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Schumann_VGI_191502,  
Title = {\U}ber die Anwendung der Theorie vom Massenausgleich (Isostasie)},  
Author = {Schumann, Richard},  
Journal = {\O}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {2--10, 21--25},  
Number = {1, 2},  
Year = {1915},  
Volume = {13}  
}
```



## Über die Anwendung der Theorie vom Massenausgleich (Isostasie).

(Zweiter Bericht.)\*

Den Lesern dieser Zeitschrift habe ich im 9. Bande über die im Titel genannte Materie einen ersten Bericht gegeben; von den drei dort besprochenen Werken der Nordamerikanischen Coast and Geodetic Survey bezogen sich zwei auf den Einfluß des Massenausgleichs auf Messungen der Richtung, eines von geringerer Ausdehnung auf solche der Intensität der Schwerkraft. Das genannte rührige Institut hat inzwischen zwei Werke erscheinen lassen, betitelt:

1. The effect of topography and isostatic compensation upon the intensity of gravity; by John F. Hayford and William Bowie, O. H. Tittmann superintendent. Special Publication No. 10, 132 Seiten, 5 Tafeln, Washington 1912.

2. Effect of Topography and isostatic compensation upon the intensity of gravity (second paper); by William Bowie. Special Publication No. 12, 28 Seiten, 5 Tafeln, Washington 1912.

Herr Bowie hatte die Güte, mir folgende Arbeit zu übersenden:

3. Relationship between terrestrial gravity and observed Earthmovements of Eastern America, by Joseph William Winthorp Spencer. The American Journal of Science. 4. Reihe, Band 35, Nr. 210, 13 Seiten, Juni 1913.

Im folgenden sollen einige Angaben über den reichen Inhalt dieser drei Arbeiten gemacht werden; dabei soll auch auf ältere einschlägige Werke der Herren Helmert, Hecker und Suess eingegangen werden sowie auf die Beziehungen zwischen Geologie und Geodäsie. —

In 1. wird nochmals im Einzelnen dargelegt, wie die angestellten Schwerebeobachtungen im Sinne Pratt's (s. erster Bericht) reduziert worden sind, nämlich so, daß die Kontinentalmassen oberhalb des Meeresniveaus kompensiert sind durch Massendefekt (d. i. ein wenig verringerte Dichtigkeit) unterhalb und daß auf der See die geringere Dichte des Meerwassers kompensiert ist durch etwas größere als normale Dichte unterhalb des Meeresbodens.

Dabei wird als Tiefe, bis zu der die hypothetische kompensierende Dichtigkeitsänderung sich erstreckt, auch hier angenommen rund 114 *km*, welche Zahl aus den Lotabweichungs-Messungen der früheren Veröffentlichungen durch eine Ausgleichung von 765 astronomischen Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt worden war. Es wurde also, wenigstens vorläufig, davon abgesehen, diese sogenannte Ausgleichs-Tiefe auch aus den Schwere-messungen gesondert abzuleiten, einfach weil deren Zahl noch nicht groß genug ist; für 1. lagen 89 amerikanische und 16 ausländische, für 2. 124 amerikanische Schwerestationen vor.\*\*)

\*<sup>n</sup> Erster Bericht: Diese Zeitschrift, Jahrgang 1911, S. 323—331.

\*\*<sup>n</sup> Zum Vergleiche sei aufgeführt, daß Österreich-Ungarn, dank dem klassischen Pendelapparat v. Sterneck's, weit über 500 Schwerestationen und, dank der genialen Schwerewage des Herrn v. Eötvös, mehrere Hundert von Schwerewagen-Stationen besitzt. Die Anzahl aller gesicherten Schwerewerte auf der ganzen Erde beträgt zur Zeit etwa 3000.

Wie bei einer Lotabweichungsstation wird auch die Umgebung einer Schwerestation durch konzentrische Kreise in Zylinder zerlegt, deren Mäntel werden nach unten bis rund  $114 \text{ km}$  Tiefe verlängert; die Zerlegung erstreckt sich über die ganze Erde.

Mit Hilfe der bekannten Formel für Anziehung eines vertikalen Zylinders werden die Vertikalkomponenten der beiden einander kompensierenden prismatischen Massen berechnet. Durch geeignete Wahl der Größe der Radien und ihrer Azimute, durch zweckmäßige Schablonen bei der Bestimmung der durchschnittlichen Meereshöhen aus Isohypsenkarten wurde die Rechenarbeit auf das geringste Maß gebracht.

Um in absehbarer Zeit diese nicht geringe Rechenarbeit zu Ende zu führen, wurde verschiedentlich auf die Strenge der Reduktion verzichtet; so wurde die Zylinderattraktion weiter beibehalten, obgleich Kegelattraktion vorliegt. Wie man aus der Figur 1 erkennt, überlagern sich (links) die Zylinderelemente; da über große Gebiete der Erdoberfläche summiert wird, so ist eine Schätzung dieses Einflusses erwünscht. Der positive Erfolg der Hayford'schen Reduktion wird dadurch schwerlich vermindert werden, immerhin würde der Anlaß zu einem Zweifel vermieden.

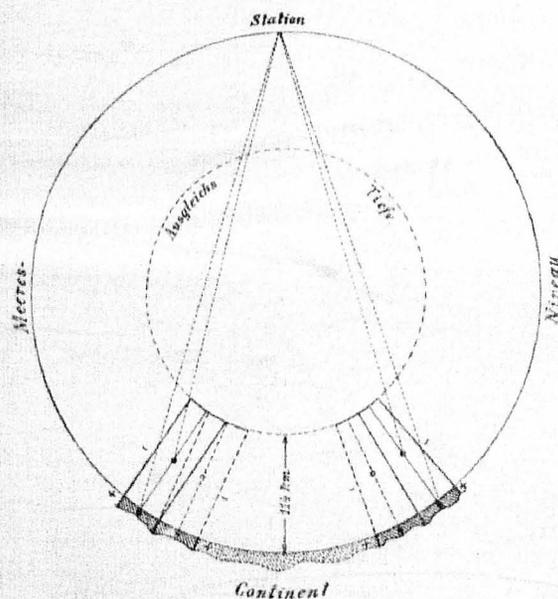


Fig. 1.

Ferner beginnt die Einteilung in Ringe in der nächsten Umgebung der Station schon mit Radien von Bruchteilen des Meters an aufwärts in wachsenden Sprüngen, bis zu mehreren  $1000 \text{ km}$ ; auch da wird schon Kompensation angenommen. Nach den Ergebnissen neuerer Forschungen wird aber erst bei Prismen von  $(300 \text{ km})^2$  die Isostasie als wirksam angesehen.

Die Formeln für die Störungen der Intensität der Schwerkraft sind im allgemeinen etwas komplizierter als die für die beiden Richtungskomponenten im Horizont (s. 1. Bericht, S. 6, Z. 6 v. u.) Die Berechnung wurde mit Hilfe ausgedehnter Tabellen erleichtert, die sich der Gestaltung der Erdoberfläche anpassen.

Zur Zeit werden unter Helmer's Leitung verfeinerte Methoden für isostatische Reduktion ausgearbeitet; es sei hier auf den Helmer'schen Artikel VI 1, 7 der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften: «Die Schwerkraft und die Massenverteilung der Erde» verwiesen.\*)

Die Zahl 114 *km* für die Ausgleichstiefe ist ihrem Charakter nach eine Rechengröße bis zu einem gewissen Grade; sie darf schon wesentlich geändert werden, ohne daß der Erfolg der Hayford'schen Reduktion in Frage gestellt werden kann, zudem ist sie ein Durchschnittsbetrag. Zur Entscheidung bei ihrer Festsetzung diene allein die Größe der Quadratsumme der übrig bleibenden Lotabweichungen; wie schon im ersten Bericht angegeben, blieben bei den drei Ausgleichstiefen:

162·2	120·1	113·7 <i>km</i>
8220	8020	8013 ;

ihre Unterschiede sind verhältnißmäßig sehr klein.

Es hat sich gezeigt, daß gewisse Beiträge zur Attraktion, namentlich solche aus Massen in größerem Abstände von der Station, für benachbarte Stationen nahe gleich groß aus allen; für eine Anzahl eingeschalteter Stationen konnte daher die isostatische Anziehung einfach durch Interpolation aus den nächstliegenden direkt gerechneten ermittelt werden.

Weiter bringt das unter 1. genannte Werk gründliche Untersuchungen über eine Anzahl von störenden Einflüssen, Veränderungen der Methode usw., auf die hier nicht einzeln eingegangen werden kann; die geodätischen Resultate der unter 2. genannten Abhandlung haben 1. gegenüber das größere Gewicht, des größeren Beobachtungsmateriales wegen. Auf die geologischen Folgerungen wird bei Besprechung der Abhandlung 3. kurz eingegangen werden.

Zum Vergleich zwischen theoretischer Schwere  $g_0$  und beobachteter Schwere  $g$  dienen die Formeln und Bezeichnungen:

$$g_0 = \gamma_0 + (H) + \left. \begin{array}{l} \text{Top.} \\ \text{Comp.} \end{array} \right\} \text{ der Station,}$$

$\varphi$  die Polhöhe  
 $R$  den Erdradius  
 $h$  die Meereshöhe in  $m$

$$\gamma_0 = 978.030 \text{ cm} (1 + 0.005302 \sin^2 \varphi - 0.000007 \sin^2 2 \varphi)$$

ist die normale oder ellipsoidische Schwere nach Helmer's Rechnung vom Jahre 1901 im Potsdamer System,

$$(H) = - \frac{2h \cdot g}{R} = - 0.0003086 \cdot h$$

ist die Reduktion in freier Luft,

\*) Vergleiche auch die auf Helmer's Anregung hin entstandenen Arbeiten:

Beltrag zur Theorie der isostatischen Reduktion der Schwerebeschleunigung, von Erich Hübner. Gerlands Beiträge zur Geophysik. 12. Band, 4. Heft, Seite 588—638, Leipzig 1913.

Die Schwerkraft auf dem Meere und die Hypothese von Pratt; von Landmesser Hermann Wolff. Berlin 1913. Dissertation, 117 Seiten.

Nach Abgabe dieses Berichtes an die Redaktion erschien: Die isostatische Reduktion der Lotrichtungen, von F. R. Helmer. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften 1914, XIV, S. 440—453.

(Top. + Comp.) ist die isostatische Reduktion nach Pratt-Hayford, also die Summe der beiden Anziehungen aus topographischer und kompensierender Masse.

Die 124 Werte  $g - g_e$ ,  $\gamma_0$ , ( $H$ ), (Top. + Comp.) findet man auf Seite 9 und 10 zusammengestellt; es seien hier nur die Amplituden der Schwankungen gegeben, innerhalb deren sich die hier interessierenden Größen bewegen:

$g$ von . . . . .	978·954 <i>cm</i> bis 980·917 <i>cm</i>	1·963 <i>cm</i> Ampl.
$\gamma_0$ » . . . . .	978·922 » 980·974 (für $\varphi = 21^{\circ}0''$ ) (für $\varphi = 49^{\circ}0''$ )	2·052 »
( $H$ ) von . . . . .	0·000 — 1·325 (für $h = 1 m$ ) (für $h = 4293 m$ )	1·325 »
(Top. + Comp.) .	— 0·096 + 0·187	0·283 »

Entscheidend sind die Abweichungen: beob. minus berechnete Schwere; es schwanken die Reste  $g - g_e$  nach:

Pratt-Hayford	zwischen — 0·085 <i>cm</i> und + 0·067 <i>cm</i>	Ampl. 0·152 <i>cm</i>
Bouguer	» — 0·229 » + 0·057	0·286
Freiluft	» — 0·105 » + 0·216	0·321

Schon hier erscheint der Schwerpunkt der Bouguer-Werte nach dem Negativen, jener der Freiluft-Werte nach dem Positiven verschoben, während die Pratt-Hayford-Werte, auch schon der Amplitude nach, im Vorteil erscheinen.

Sodann vergleicht Herr Bowie gründlich die Vorzeichen der Reste in verschiedener Hinsicht:

Abstand der Station von der 1000 Faden-Linie,
» » » vom Kontinentalrande,
» » » von der Meeresküste,
» » » vom Meeresniveau ( $h$ ),

wobei in den vier Gruppen wieder Unterabteilungen gemacht werden. Ohne Ausnahme sind die Durchschnitts-Reste nach der Pratt-Hayford-Methode am kleinsten und frei von systematischen Gängen. Sicher tritt hervor, daß nach der Bouguer-Reduktion ein Gang nach der Meereshöhe übrig bleibt, der dem Sinne nach entgegengesetzt verläuft wie die Reduktion selbst; hingegen läßt die Freiluft-Reduktion keinen solchen Gang übrig. Dieses Resultat aus den 124 nordamerikanischen Messungen bestätigt eine Untersuchung v. Sterneck's\*) aus dem Jahre 1897, die sich auf 508 Schwerestationen der Österreichisch-Ungarischen Monarchie, in Meereshöhen bis zu 1500 *m*, bezieht.

Aus Tafel 2, 3, 4 der Abhandlung 2. erkennt man bequem, auf welche Flächen sich die positiven und negativen Vorzeichen erstrecken; nach diesen Karten gleicher Schwereanomalie ergibt sich, daß das Gebiet der U. S. A. folgendermaßen eingeteilt wird:

		Schwere-Überschuß	-Defekt
nach der Bouguer-	} Reduktion	15%	85%
» » Freiluft-		75	25
» » Pratt-Hayford-		45	55

\*) Mitteilungen des k. u. k. Militär-Geographischen Institutes, Band 17, 1897, Seite 108–9; die Reduktion nach Bouguer, also die alleinige Berücksichtigung der Massen über dem Meeresniveau, wird hier von Sterneck, als gewiß nicht den Beobachtungen entsprechend, verworfen.

Legt man die nach der Helmert'schen Formel berechnete Schwere als «normal» zu grunde, so läßt sich dies Verhalten etwa folgendermaßen deuten: durch die Bouguer'sche Reduktion wird die Anziehung allein der Massen über dem Meereshorizont hinweggerechnet, die Anziehung der übrig bleibenden Masse ist relativ zu klein;

bei der Freiluft-Reduktion überwiegt doch noch infolge der Lage der Station die (positive) Anziehung der Massen über dem Meereshorizont relativ gegen die (im allgemeinen negative) Anziehung der etwas entfernten tieferen Massen;

die Pratt-Hayford-Reduktion trägt der Verschiedenheit der Abstände der beiden kompensierenden Massen vom Lot oder Pendel im allgemeinen Rechnung.

Eine Kompensation der Vorzeichen übrig bleibender Fehler wäre nicht auffällig, wenn die 124 Beobachtungen einer numerischen Ausgleichung unterzogen worden wären; dies ist hier nicht der Fall, es wurde vielmehr dieser aus der Ausgleichung von Lotabweichungen (also von Richtungsbeobachtungen) erhaltene Wert der Ausgleichstiefe: 114 *km* ohne weiteres übernommen zur Reduktion der Schweremessungen (also für Intensitätsbeobachtungen).

Die Verteilung der Reste nach der Größe erkennt man aus folgendem Täfelchen (nach Seite 13 der Abhandlung 2):

Zwischen den Grenzen	liegen an Resten nach der Methode		
	Bouguer:	Freiluft:	Pratt-Hayford:
0·200 <i>cm</i> und 0·300 <i>cm</i>	5	1	0
0·100 » 0·200	28	5	0
0·090 » 0·100	2	1	2
0·080 » 0·090	3	0	0
0·070 » 0·080	2	0	0
0·060 » 0·070	1	6	0
0·050 » 0·060	3	8	5
0·040 » 0·050	12	12	4
0·030 » 0·040	17	13	12
0·020 » 0·030	14	20	32
0·010 » 0·020	19	17	34
0·000 » 0·010	18	41	35

Dieses Verhalten spricht wieder zu gunsten der Hayford'schen Reduktion; Herr Bowie erklärt diese nach ihr noch übrig bleibenden Reste aus der Unkenntnis der genauen Gesteinsdichten und schließt, daß die Massenkompensation innerhalb eines Spielraumes von  $\pm 25\%$  erfüllt sei. Abgesehen von den Vernachlässigungen in den angewendeten Formeln, darf man wohl noch zusetzen, daß unsere noch mangelhafte Kenntnis über den wahren geologischen Grund dieser aus den geodätisch-astronomischen Beobachtungen folgenden Kompensations-Erscheinungen auch zur Größe dieser Reste beitrage.

Aus den Lotabweichungen in Breite, Länge und Azimut hatte Herr Bowie in früheren Jahren abgeleitet, daß in 16 bestimmt abgegrenzten, aufgezeichneten Gebieten positive oder negative Attraktionszentren liegen mußten. Diese Vor-

hersage wurde mit Hilfe der Messungen auf den später ad hoc angelegten Schwerestationen geprüft; Herr Bowie fand in jedem Falle Uebereinstimmung mit den Schwereanomalien nach Pratt-Hayford.

Endlich hat Herr Bowie aus diesen 124 Schwerebeobachtungen einen Wert der Abplattung  $\alpha$  abgeleitet; das ganze Gebiet wurde in Zonen von je 4<sup>o</sup> Breite geteilt, die darin liegenden Anomalien gemittelt und die Mittel nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen. Die Ergebnisse sind (S. 26):

	nach der Bouguer-	Freiluft-	Pratt-Hayford-Methode
1 : $\alpha =$	280.7	292.1	298.4
	$\pm 7.2$	$\pm 1.7$	$\pm 1.5$

Die beiden ersten Werte sind unwahrscheinlich, der letzte stimmt mit den besten seither bekannten innerhalb der mittleren Fehler; dabei ergaben

62 Werte in der Ost-Hälfte der U. S. A.	1 : $\alpha =$	297.8 $\pm$ 1.8,
52 » » » West- » » »		299.6 $\pm$ 1.9.

Die 10 Werte in Alaska sind hierbei nicht benutzt.

An Stelle der Konstanten 978.030 *cm* in Helmerts Formel wurde erhalten 978.038  $\pm$  0.006, mithin eine ganz unbedeutende Änderung; zu einer endgiltigen Entscheidung wäre erforderlich, das Gebiet der U. S. A. bei weitem dichter und gleichmäßiger mit Schwerestationen zu bedecken.

Interessant wäre ein späterer Vergleich der Isanomalien. Jedenfalls aber schließt sich das spezielle Schwerekräftsystem der U. S. A. dem durch die Helmer'sche Formel repräsentierten, weit allgemeineren Systeme sehr gut an. —

Bevor auf Abhandlung 3. eingegangen wird, seien einige weitere, teilweise überleitende Betrachtungen gestattet.

Während im ganzen und großen die in Pratt'schem Sinne reduzierten Schwerewerte im Innern der Kontinente und auf den großen Ozeanen normales Verhalten gegenüber der Normalformel zeigen, verläuft entlang der Küste auf der Landseite ein etwa 100 oder 200 *km* breiter Streifen mit einer Schwere, die um etwa 0.03 *cm* bis 0.04 *cm* zu groß ist; als Gegenstück hierzu verläuft nach den Messungen Nansen's und namentlich Hecker's ein entsprechender Streifen entlang der Küste auf der Seeseite mit einer um ebensoviel zu kleinen Schwere. Diese Naturerscheinung ist von Helmer und Schiötz als mit Isostasie verträglich erkannt worden und es ist plausibel, daß künftig diejenigen Schweremessungen, die nahe der Küste oder auch nahe den Rändern großer kontinentaler oder submariner Plateaus gemacht werden, entsprechend reduziert werden müssen, da sie offenbar systematisch beeinflusst sind; nötig wird dabei Anpassung an die spezielle oder veränderliche Küstenform. Herr Helmer\*) hat für folgenden schematischen Küstenquerschnitt:

\*) Die Tiefe der Ausgleichsfläche bei der Pratt'schen Hypothese für das Gleichgewicht der Erdkruste und der Verlauf der Schwerestörung vom Innern der Kontinente und Ozeane nach den Küsten. Sitzungsberichte der Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften. XLVIII, S. 1192—1198, vom Jahre 1909.

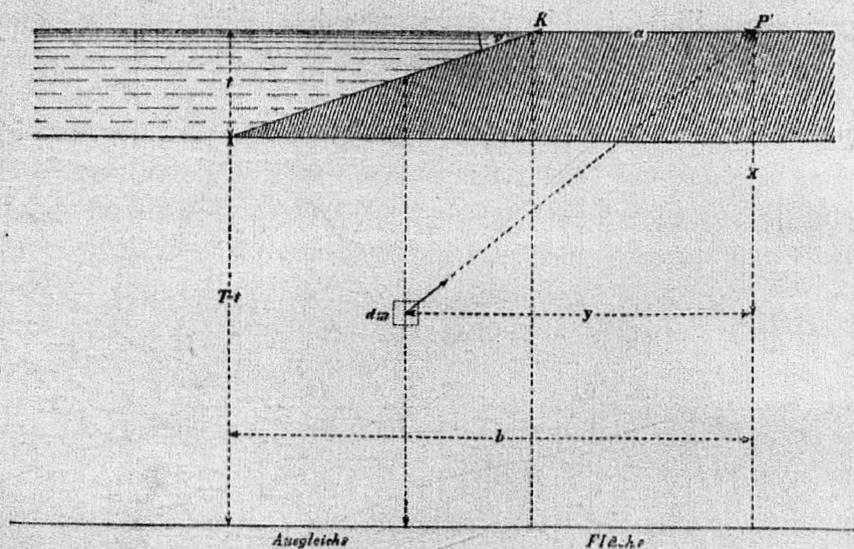


Fig. 2.

die Attraktionsrechnungen durchgeführt; dabei ist:

$t$  eine durchschnittliche Meerestiefe (4000 m),

$T$  die Tiefe der Ausgleichsfläche unter der Meeresfläche,

$a$  Abstand der Schwerstation  $P'$  von der Küste  $K$ , + land-, - seewärts,

$\nu$  der Böschungswinkel des Kontinentalabhanges,

$b = a + t \cdot \text{ctg } \nu$ ,

$y$  und  $x$  Koordinaten eines auf  $P'$  wirkenden Massenelementes  $dm$ ,

$\rho_m$  mittlere Gesteinsdichte auf dem Kontinent (2.73),

$\Delta \rho = 2.73 - 1.03 = 1.7$  der Dichtigkeitsüberschuss für Kontinent und Abhang (für die folgende numerische Rechnung wurde 1.8 verwendet),

$\rho_m$  mittlere Erddichte (5.52).

Da es sich um Schwereänderungen auf einer verhältnismäßig kleinen Strecke handelt, kann von der Erdkrümmung abgesehen werden. Als normal wird angesehen: ein die Erdoberfläche bedeckender Ozean von 4000 m Tiefe; die Kontinente stellen somit Zusatzmassen von der Dichtigkeit  $2.73 - 1.03 = 1.7$  dar. Von der durchschnittlichen Höhe des Kontinents über dem Meeresspiegel wird ebenfalls abgesehen. Die Kompensation im Sinne Pratt's soll nun folgendermaßen statthaben: die Zusatzmassen sollen durch entsprechende geringere Dichtigkeit der darunterliegenden Masse bis zur Tiefe  $T$  kompensiert sein. Die Dichtigkeitsverminderung ist demnach unter dem Kontinent konstant; sie ist, wie leicht zu sehen, gleich  $\Delta \rho \cdot \frac{t}{T-t}$ , für  $T = 120 \text{ km}$  gleich 0.06, also im Verhältnis zu den Schwankungen der Gesteinsdichten eine sehr kleine Größe. Unter dem Abhange ist der Dichtigkeitsdefekt veränderlich.

Für die Schwerestörung  $\delta g$  im Punkte  $P'$  hat Herr Helmholtz folgende Formel\*) gefunden:

\*) A. a. O. S. 1195 ist für  $\delta g$  noch eine zweite, etwas kürzere Form gegeben.

Der Ausdruck in der Klammer ( ) der 4. Zeile obiger Formel läßt sich noch etwas vereinfachen; sie erscheint bei den vorliegenden Zahlenwerten von  $a, b, t$  und  $\nu$  als Differenz zweier nahe

$$\delta g = \frac{fA\vartheta \cdot t}{T-t} \left[ \begin{aligned} & 2T \left( \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{t} - \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{T} \right) \\ & + \frac{\operatorname{tg} \nu}{2t} \left\{ T^2 \operatorname{lg} \frac{T^2+b^2}{T^2+a^2} - b^2 \operatorname{lg} \frac{T^2+b^2}{t^2+b^2} + a^2 \operatorname{lg} \frac{T^2+a^2}{t^2+a^2} - t^2 \operatorname{lg} \frac{t^2+b^2}{t^2+a^2} \right\} \\ & - \frac{2a \operatorname{tg} \nu}{t} \left\{ T \left( \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{T} - \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{T} \right) - t \left( \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{t} - \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{t} \right) \right\} \\ & + \frac{T-t}{t} \left\{ a \sin^2 \nu \operatorname{lg} \frac{t^2+b^2}{a^2} + 2a \sin \nu \cos \nu \left( \frac{\pi}{2} - \nu - \operatorname{arc\,tg} \left[ \operatorname{ctg} \nu + \frac{t}{a \cdot \sin^2 \nu} \right] \right) \right\} \end{aligned} \right]$$

Der Faktor  $f$  hängt mit der Gravitationskonstanten zusammen.  
Hiernach erhält man mit den Angaben

$$t = 4 \text{ km}, \left\{ \begin{aligned} T &= 100 \text{ km} \\ T &= 120 \end{aligned} \right\}, \operatorname{tg} \nu = 1 : 50, \vartheta = 2.83, A\vartheta = 1.8$$

als Verlauf der Schwerestörung  $\delta g$  in  $cm$  quer zur Küste (nach Helmert-Wolff):

$a$ in $km$	$T$ gleich		$a$ in $km$	$T$ gleich	
	120 $km$	100 $km$		120 $km$	100 $km$
	$cm$	$cm$		$cm$	$cm$
Kontinent	+ 1000	$\delta g = +.005$	+ 100	$\delta g = -.026$	-.026
	+ 400	+.012	+ 190	-.049	-.043
	+ 200	+.020	+ 195	-.052	-.046
	+ 150	+.023	+ 200	-.053	-.047
	+ 100	+.030	+ 201	-.053	-.047
	+ 50	+.039	+ 205	-.052	-.047
Ocean	+ 25	+.047	+ 210	-.051	-.045
	0	+.059	+ 250	-.039	-.033
	- 5	+.054	+ 300	-.029	-.024
	- 25	+.039	+ 350	-.023	-.019
	- 50	+.024	+ 400	-.019	-.016
	- 100	-.002	+ 600	-.011	-.010
- 150	-.026	+ 1000	-.006	-.005	

Ein entsprechender Verlauf des  $\delta g$  dürfte stattfinden quer zu den Rändern großer kontinentaler und submariner Plateaus. --

Gegenüber den Näherungsformeln allgemeiner Art und den Tabellen, die von Herrn Hayford zur isostatischen Reduktion aufgestellt wurden, gehen die Untersuchungen der Herren Helmert und Schiötz mehr auf die spezielle Gestaltung der Erdoberfläche ein; es sind dadurch tatsächlich weitere Erfolge erreicht worden und gegen das Bestehen dieser Erfolge können die Verschiedenheit der Formeln für die verschiedenen Arbeitshypothesen, die unvermeidliche Ungenauigkeit der Messungen und die Unsicherheit in der Kenntnis der Gesteinsdichten nicht mehr als

gleicher Größen. Wenn man in dem Ausdruck:  $\left[ \frac{t}{a \cdot \sin^2 \nu} \right]$  ersetzt:  $\sin^2 \nu$  durch  $\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \nu}$  und die Gleichung beachtet:  $b = a + t \operatorname{ctg} \nu$ , so wird die ganze Klammer  $()$  gleich  $-\operatorname{arc\,tg} \frac{t}{b}$ ; dies fällt klein aus.

ausschließende Argumente aufgeführt werden. Es ist wohl berechtigt, daß Geologen und Geodäten sich bemühen, eine allseitig einwandfreie Erklärung zu finden; Vorsicht ist nötig, sobald der Eine das Gebiet des Anderen betritt.

Eine große Zahl von Geologen hat Betrachtungen über isostatische Lagerung angestellt, z. B., um nur einige Namen zu nennen, die Herren: Chamberlin (nach Hayford und Sueß), Rühl<sup>1)</sup>, Spencer<sup>2)</sup>, Sueß<sup>3)</sup>, Willis (nach Sueß); Astronomie<sup>4)</sup> und Geophysik<sup>5)</sup> befassen sich mit ihr, sogar in Schulbüchern<sup>6)</sup> wird der Grundbegriff aufgeführt. Im allgemeinen wird vermutet, daß die Lagerung der Massen in der Erdkruste eine Eigenschaft haben müsse, die der Pratt'schen Hypothese entspreche; dabei sind die Grundanschauungen darüber nicht wesentlich verschieden von denen Helmert's im II. Bande, S. 364—367, der «Theorien der Höheren Geodäsie», veröffentlicht 1884. Ueber ihre unmittelbare geologische Deutung, sogar über ihre Existenz besteht Zwiespalt bei den Geologen, ihre spezielle Fassung zum Zwecke der Reduktion der Beobachtung ist nicht einheitlich bei den geodätischen Forschern. Man muß noch unterscheiden:

1. Die unabweislichen Erscheinungen und Widersprüche in den Schwerebeobachtungen;
2. die Pratt'sche Hypothese;
3. ihre numerische oder formale Fassung zum Zwecke der Reduktion der Beobachtungen;
4. ihr geologisches Pendant.

Während der amerikanische Geolog J. W. Spencer in seiner noch näher zu besprechenden Arbeit unbedingt zustimmt, erklärt Herr Sueß\*): I must confess myself a heretic in all regarding isostasy. Herr Sueß führt hier sowie auf S. 700 seines monumentalen Werkes: «Das Antlitz der Erde» die Gründe an, die ihn veranlassen, trotz der Rechnungen Hayford's und trotz der Messungen Hecker's auf den großen Ozeanen ‚all regarding isostasy‘ zu verneinen. Des Zusammenhanges wegen erscheint es erforderlich, die Hecker'schen Messungen zu skizzieren\*\*).

(Schluß folgt).

<sup>1)</sup> Isostasie und Peneplain, von Alfred Rühl. Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin. 1911. S. 479—485.

<sup>2)</sup> Siehe die unter 3) eingangs genannte Abhandlung.

<sup>3)</sup> Das Antlitz der Erde. Bd. III. S. 694—716. 1909.

<sup>4)</sup> Beobachtungen des Mondes, von F. Hayn; Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft, 48. Jahrgang. III. Heft, 1913.

<sup>5)</sup> A. E. H. Love (nach dem Referat des Herrn Prey in Gerlands Beiträgen zur Geophysik, Band XIII).

<sup>6)</sup> Franz Noë, Elemente der Geologie. Wien 1903, S. 45.

Im übrigen verweise ich in bezug auf Literatur auf den schon im Text erwähnten Encyclopädie-Artikel Helmerts.

\* ) Synthesis of the Paleogeography of North America; by E. Sueß. American Journal of Science. Bd. 31, S. 101—108; 1911.

\*\* , Vergleiche die Veröffentlichungen des Königl. Preußischen Geodätischen Institutes über: Schweremessungen auf dem Atlantischen, dem Großen und dem Indischen Ozean sowie auf dem Schwarzen Meere.

# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 2.

Wien, 1. Februar 1915.

XIII. Jahrgang.

## Über die Anwendung der Theorie vom Massenausgleich (Isostasie).

(Zweiter Bericht.)

(Schluß)

Nach dem Vorgange Mohn's ist es Hecker bekanntlich gelungen, durch Vergleich zwischen den Luftdrücken aus Siedethermometer und Quecksilberbarometer auf dem fahrenden Schiffe Schwerestörungen genügend genau zu bestimmen. Der mittlere Fehler eines Stationswertes ist dabei zu  $\pm 0.02$  bis  $\pm 0.03$  *cm* zu veranschlagen; er ist zwar groß gegenüber den Pendelmessungen auf dem Festlande, genügt aber vollkommen zum Nachweise regionaler Schwerestörungen von mehreren  $0.1$  *cm*, wie sie tatsächlich auf den großen Ozeanen vorkommen und wie sie sich durch Wiederholung auf Nachbarstationen bestätigt haben. Ein gutes Bild von der Messgenauigkeit bieten die Abweichungen zwischen Wiederholungsmessungen auf der Reiseroute San Francisco—Hawai und zurück; die 6 sehr nahe gleichen Schiffsorte ergaben die Differenzen

+ 0.009 *cm*

+ 0.034 »

— 0.029 »

— 0.030 »

+ 0.072 »

— 0.012 »

Man wird zugeben müssen, daß eine regionale Anomalie von  $0.1$ — $0.2$ — $0.3$  *cm* angezeigt werden wird. Wegen der geringeren Dichtigkeit der mehrere Kilometer dicken Wasserschicht der Ozeane wäre auf diesen im allgemeinen eine geringere Schwere zu erwarten; die auf dem Newton'schen Anziehungsgesetz beruhende Formel von Bouguer gibt für die Einwirkung eines plattenförmigen Körpers den Attraktionsbeitrag

$$\frac{3}{2} \frac{\vartheta}{\vartheta_m} \cdot \frac{H}{R} \cdot g,$$

worin bedeuten

$\vartheta$ die Dichte	}	der Platte,
$H$ die Dicke		
$\vartheta_m$ die mittlere Dichte	}	der Erde,
$R$ den mittleren Radius		
$g^a$ die Schwerkraft.		

Setzt man die mittlere Dichte des Meerwassers 1.03, die der Kontinental-schichten 2.73,  $\vartheta_m = 5.6$ ,  $H = 4 \text{ km}$ ,  $R = 6371 \text{ km}$ ,  $g = 981 \text{ cm}$ , so erhält man als durchschnittliche Anziehung einer Ergänzungsschicht mit der mittleren Dichte  $2.73 - 1.03 = 1.7$  den Wert:  $\delta g = 0.27 \text{ cm}$ . Diese Zahl wird durch zulässige Variation der zu Grunde liegenden Zahlen unwesentlich geändert; man erkennt, daß dieser Sollwert von  $\delta g$  etwa zehnmal größer ist, als der mittlere Fehler eines Hecker'schen Stationswertes.

Nun gab aber die aus Festlandwerten (unter berechtigtem Ausschluß der Küstenwerte, s. o.) erhaltene Helmert'sche Formel für die Schwerkraft

$$978.030 \text{ cm} (1 + 0.005302 \sin^2 \varphi - 0.000007 \sin^2 2 \varphi)$$

folgende mittlere Istwerte der Störung für die Ozeane:

Großer Ozean . . .	— 0.040 cm	± 0.026 cm	}	Mittel
Indischer Ozean . . .	+ 0.031 »	± 0.100 »		
Atlantischer Ozean . . .	+ 0.018 »	± 0.035 »		
				— 0.019 cm ± 0.021 cm.

Herr Wolff unternahm 1913 eine neue Ausgleichung der Hecker'schen Messungen auf dem Atlantischen Ozean, wobei verschiedene Verbesserungen angebracht wurden; er erhielt als mittlere Störung:

$$+ 0.002 \text{ cm} \quad \pm 0.033 \text{ cm}$$

Somit wird die Schwerkraft auf den großen Ozeanen relativ zu groß gefunden.

Eine Gegenwirkung durch Senkung der Niveaufläche ist wohl annehmbar; es ist aber unwahrscheinlich, daß der Beitrag hieraus 10% von 0.27 cm überschreite; ein zu großer Widerspruch bleibt bestehen.

Die mit den Untersuchungen über die Isostasie verknüpften Rechnungen und ihre Erfolge lassen die alte Vorstellung immer mehr zurücktreten, daß das Geoid über den Kontinenten wesentliche Erhebungen, auf den Ozeanen wesentliche Senkungen aufweise; es ist nicht wahrscheinlich, daß dabei 100 m viel überschritten werden. Desgleichen sind auch die Beträge für solche lokale Erhebungen der Meeresfläche zu vermindern, die jenen Gebirgen zugeschrieben werden, welche bis direkt an das Meer herantreten.

Die Hecker'schen Messungen lehren noch, daß auch auf den großen Flächen der Ozeane Schwerestörungen auf großen Gebieten bestehen.

Die Pratt'sche Hypothese gilt gewiß nicht für kleine Gebiete der Erdoberfläche, neuerdings werden die Grenzen der kleinsten Kompensationsgebiete weiter gesteckt. So gibt Herr Helmert dafür  $(300 \text{ km})^2$  an; Gebiete wie das Schwarze Meer, die großen Gebirge gelten als nur unvollkommen kompensiert, die kompensierenden Massen werden zum Teil als nicht genau unter einander liegend an-

genommen. Kompensation im allgemeinen wird dagegen für die Ozeane und Kontinente im ganzen aufrecht erhalten.

Herr Sueß bespricht auf Seite 700 u. f. die isostatische Kompensation der Gebirge. Unter anderm werden die Störungen der Schwerkraft in Indien, Tirol und den Karpathen zusammen mit den rechnerischen und theoretischen Untersuchungen von Dutton, Faye und Helmert erörtert, und die dabei erscheinenden Widersprüche betont; die Störungen werden schließlich auch durch entsprechende Struktur im geologischen Aufbau erklärt, ohne daß dabei eine sozusagen prinzipielle Kompensation von Nachbarmassen, im Sinne einer Isostasie, herbeizuziehen nötig sei. Der Autor schließt diesen Abschnitt mit den Worten (S. 708): «Durch den heutigen Stand der Erfahrungen kann unter diesen Widersprüchen der Bestand von Massenabgängen unter den Gebirgen nicht als erwiesen anerkannt werden. Es würde auch allen geologischen Erfahrungen widersprechen».

Im darauffolgenden Abschnitt: Kompensation der Kontinente wird untersucht, «ob im Sinne Pratt's die Festländer durch schwerere Massen unter den Meeren im Gleichgewichte gehalten sind», und: «ob im Sinne Dutton's das Sinken der Meere die Erhebung der Kontinente veranlaßt hat». Die erste Frage weicht von der üblichen Fassung der Pratt'schen Hypothese: Kompensation innerhalb vertikaler Prismen mit großer Grundfläche ab. Danach werden die Hayford'schen Untersuchungen über Lotabweichungen in Nordamerika, die Hecker'schen Messungen auf den drei großen Ozeanen besprochen und mit den geologischen Befunden verglichen: «die Folgerung ist, daß schwere Felsarten allerdings in der Tiefe des Atlantischen Ozeans vorhanden, daß sie aber wahrscheinlich örtlich umgrenzte Vorkommnisse in einem vorherrschend negativen Gebiete sind (S. 712)» und «die Ergebnisse auf dem Pazifischen Ozean entsprechen in den Hauptzügen den Atlantischen Ergebnissen (S. 713)». Diese Schwereüberschüsse auf dem Meere, bezogen auf die Helmert'sche Formel, werden durch schwere Gesteine\*) (Basalte in und neben Island, Sandwichseln, St. Paul, Kerguelen) auf dem Meeresgrund erklärt, wieder ohne daß dabei Anspruch auf Isostasie erhoben wird.

Mit Recht wird auf S. 716 hervorgehoben, daß die durch die Kompensationstheorie angeregten Untersuchungen manche neue Erfahrung, namentlich über die mutmaßliche Beschaffenheit des Meeresgrundes, gebracht haben.

Seine interessante und gewichtige Gegenüberstellung zwischen geologischen und geodätischen Messungen und Folgerungen beginnt Herr Sueß mit den Worten (S. 694): «Mit dem äußersten Zagen nähert sich der Geologe allen Versuchen, die strengen Methoden der Mathematik auf den Gegenstand seiner Studien anzuwenden. Ihm ist die Gegenwart ein rasch vorüberziehender Augenblick und indem

\*) Herr Bowie stellt die im Sinne Pratt's reduzierten Schwereanomalien der U. S. A. ebenfalls zusammen mit den geologischen Formationen; er findet: in the archeozoic and proterozoic formations the anomalies, tho few in number, are all positive, and are larger than the average of all stations. . . . In the Cenozoic, Mesozoic and Paleozoic formations the mean anomaly, with regard to sign, is nearly zero. Siehe: Journal of the Washington Academy of Sciences, Vol. II, No. 21, 1912. S. 499--504. Wünschenswert sind zahlreiche weitere Schweremessungen in älteren und jüngeren geologischen Formationen.

er nach seinem Maßstabe der Zeit die Grundlagen mißt, auf denen der an sich bewunderungswürdige Aufbau der Neueren Geodäsie errichtet ist, erscheinen ihm diese veränderlich und vorübergehend. Nach ihm sind die Abplattung und die Erdradien als Funktionen der Zeit anzusehen; in der Tat beruhen die Ergebnisse der Neueren Geodäsie auf den Messungen von kaum zwei Jahrhunderten und es ist gewiß ein bewährter Erfahrungsgrundsatz, daß Beobachtungen in erster Linie für Ort und Zeit der Beobachtung zu gelten haben. Daneben geben aber das Newton'sche Gravitationsgesetz und die Fehlertheorie den Attraktionsrechnungen der Geodäsie Maß und Grenze; es ist wertvoll, auch die im Zeitmomente wirkenden Attraktionen jener Massen zu berechnen, die von der Geologie zur Erklärung von Schwereanomalien angenommen werden; mit diesen Massen zugleich sind auch ihre Attraktionen gesetzt. Es genügt nicht, eine Abweichung nur dem Vorzeichen oder dem Sinne nach erklärt zu haben, notwendig ist auch Uebereinstimmung dem Betrage nach, und zwar für den ganzen Umfang sowohl der angenommenen Massen, als der Schwerestörung. Dazu wäre erforderlich, die in Betracht gezogenen Massen nach Lage, Dimension, Dichtigkeit und Höhenänderung zu kennzeichnen, womöglich mit Angabe der Unsicherheitsgrenzen.

Herr J. W. Spencer (Abh. 3) hatte schon in den beiden letzten Dezennien des vorigen Jahrhunderts Untersuchungen über die Hebungen und Senkungen im östlichen Nordamerika ausgeführt; beim Vergleich mit den Linien gleicher Schwerestörung, die mit der isostatischen Reduktion Hayfords (also nach 1900) erhalten worden waren, ergaben sich nach ihm Beziehungen zu den Gebieten positiver und negativer  $\delta g$ . Solche Schwerestörungs-Beträge werden bekanntlich seit langem umgesetzt in Massen, die (streng genommen) im Meeresniveau kondensiert zu denken sind. Lediglich um der Anschaulichkeit entgegen zu kommen, werden sie als Schichten symmetrisch zum Meeresniveau dargestellt; ihre Dicke ist bei einer mittleren Dichte (2.4) etwa gleich dem Millionenfachen der Schwerestörung: 1 *mm* in  $\delta g$  entspricht somit einer 1 *km* dicken Gesteinsschicht. Die genannte Beziehung besteht nun darin, daß die von Spencer gemessenen Hebungen geologischer Massen ziemlich gut entsprechen den positiven Massen, die nach der Pratt-Hayford-Methode aus den positiven  $\delta g$  folgen; dasselbe gilt für Senkungen und negative  $\delta g$ . Spencer geht darin so weit, vorauszusagen, daß seiner Oberflächenbeschreibung nach, im angrenzenden östlichen Canada, wo noch keine Pendelmessungen vorliegen, Schwereüberschüsse zu finden sein werden und daß sie sich bis zu einem Punkte im canadischen Hochlande in 49° nördlicher Breite, 76° westlicher Länge erstrecken werden.

Zugleich ergab sich aus seinem Vergleich, daß diese Hebungen und Senkungen in keiner Weise mit denjenigen Hebungen und Senkungen zusammenhängen, die aus dem Abschmelzen der Gletscher der Eiszeit folgen sollen. —

Ganz im allgemeinen muß die Notwendigkeit betont werden, zahlreiche weitere Lotstörungs- und Schweremessungen auf der Erdoberfläche anzustellen; bessere oder schlechtere Übereinstimmung nach den Reduktionen, die aus den verschiedenen geologischen und geodätischen Theorien einschließlich der von der Isostasie, folgen, wird über deren größeren oder geringeren Wert entscheiden.

Für die beiden Schwesterwissenschaften gilt das tröstliche Wort des Herrn Sueß (S. 697): «Sicher ist für uns nur das Eine, daß die Verteilung der großen ozeanischen Senkungen nicht eine zufällige, sondern das Ergebnis eines in der Natur des Planeten gelegenen Entwicklungsganges sein muß, der heute noch nicht ganz beendet ist. Jeder ernste Versuch, der Kenntnis dieses Entwicklungsganges näher zu kommen und womöglich die Ergebnisse des Analytikers mit jenen des Geologen in Verbindung zu bringen, ist daher erwünscht».

Für die Geodäsie sind die Winke sehr wertvoll, die von der Geologie in bezug auf die Auswahl der Schwerestationen in unerforschten Gebieten gegeben werden; die Geologie ist zu dieser Führerschaft prädestiniert infolge ihrer weiter ausgebreiteten Kenntnis der Erdoberfläche und infolge der größeren Leichtigkeit ihres Apparates und ihrer Messungen, im Vergleich zu den Schweremessungen, und dies trotz der so erfolgreichen Verbesserungen durch v. Sterneck. So befürwortet Herr Sueß (S. 705) Vervollständigung durch Pendelmessungen auf den Höhen. Über die Andeutung des Herrn Spencer in bezug auf Canada s. o.; aus seiner hier besprochenen Arbeit geht im allgemeinen hervor, daß bei dieser Auswahl Hebungs- und Senkungsgebiete zu berücksichtigen sind. G. H. Darwin erstattete auf der Konferenz der Internationalen Erdmessung 1906 in Budapest Bericht\*) über die Bestrebungen, geologische und geodätische Untersuchungen zu vereinigen; er erwähnt dabei, daß die Internationale Vereinigung der Akademien auf einer ihrer Sitzungen in London 1904 folgende Messungen befürwortete:

»A. Nivellements de précision dans les chaînes de montagnes sujettes aux tremblements de terre, en vue de constater si ces chaînes sont stables ou soumises à des mouvements soit de soulèvement, soit d'affaissement.

B. Mesures de la valeur de la gravité, dans le but — en ce qui concerne les questions géologiques — de jeter de la lumière sur la distribution interne des masses terrestres et sur la rigidité ou l'isostasie de la croûte du globe.»

Darwin schließt seinen Bericht mit dem Vorschlage:

«L'Association (géodésique) désire en outre fixer l'attention des géodésiens, qui se proposent de faire des observations sur la direction et l'intensité de la pesanteur, sur l'importance de faire un choix convenable de leurs stations d'observation par rapport aux caractères stratigraphiques et orographiques du terrain.»

Somit sind genügend viele Fingerzeige gegeben, nach denen das Netz der Schwerestationen in zweckmäßiger Weise zu verdichten ist; eine wichtige Rolle ist dabei auch die Schwerewage des Herrn v. Eötvös zu spielen berufen.

Wien, im Jänner 1914.

R. Schumann.

\*) Verhandlungen der 15. Allgemeinen Konferenz der I. E., II. Teil, S. 68—73.