Ueber die Nomenklatur mathematisch-geodätischer Ausdrücke und deren Symbole

Siegmund Wellisch [1]

[1] *Bauinspektor der Stadt Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **11** (9), S. 265–275

1913

BibTEX:

```
@ARTICLE{Wellisch_VGI_191337,
Title = {Ueber die Nomenklatur mathematisch-geod{\"a}tischer Ausdr{\"u}cke und
    deren Symbole},
Author = {Wellisch, Siegmund},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {265--275},
Number = {9},
Year = {1913},
Volume = {11}
}
```

ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 9. **Wien, am 1. September 1913.** XI. Jahrgang.

Ueber die Nomenklatur mathematisch-geodätischer Ausdrücke und deren Symbole.

Von **S. Wellisch.**

Die Namenbildung für mathematische Begriffe und deren Darstellung durch Symbole ist — gleichwie eine sich entwickelnde Sprache — fortwährenden Veränderungen und Wandlungen unterworfen, da die Menschheit unaufhörlich daran arbeitet, das Bestehende umzubilden. Die wichtigsten in der mathematischen Literatur gebräuchlichen Ausdrücke und Zeichen sollten aber modischen Einflüssen oder dem Geschmacke eines Einzelnen nicht ausgesetzt sein.

In dem beachtenswerten Aufsatze: «Die Zeichensprache der Mathematik» (Zeitschrift für das Realschulwesen, 1893, S. 344—354) hat der dermalige Hofrat Prof. Emanuel Czuber über die am häufigsten gebrauchten und zugleich wichtigsten Zeichen der Mathematik interessante Mitteilungen gemacht. Es werden hierin historische Daten gebracht über die Einführung der Buchstaben als Zeichen für beliebige Zahlen, über die heute gebräuchlichste Bezeichnung der Unbekannten durch x, y, z, . . . sowie die Operationszeichen für die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, über die Bezeichnung der Potenzen und Wurzelausdrücke, den Gebrauch der Klammer zur Zusammenfassung von Größen, auf welche eine angezeigte Operation sich bezieht, die Verwendung des Gleichheitszeichens, der Relationen «Größer» und «Kleiner», des Kongruenz- und Identitätszeichens usw. Czuber berichtet auch über die eingebürgerten Abkürzungen der elementaren transzendenten Funktionen und deren Umkehrungen, über die Bezeichnung der Logarithmen, sowie über die drei die Bedeutung von Symbolen für bestimmte Zahlen angenommenen Buchstaben:

$e =$ Basis des natürlichen Logarithmensystems,
$\pi =$ Verhältnis des Kreisumfanges zum Durchmesser,
$i =$ Quadratwurzel aus der negativen Einheit.

In Ergänzung dieses Aufsatzes seien über die Verschiedenheit in der Schreibweise einiger häufig gebrauchten mathematischen Benennungen und in der Ausdrucksweise einiger geodätischer Begriffe hier kurze Mitteilungen gebracht.

Trigonometrische Funktionen.

Von den trigonometrischen Funktionen werden — abgesehen von dem (großen oder kleinen) Anfangsbuchstaben — die Abkürzungen sin, cos und sec gegenwärtig fast ausnahmslos gleich geschrieben, nur die Italiener gebrauchen für sin die Silbe sen (seno); für die übrigen Funktionen gibt es die Abkürzungen

tang, tan, tng, tg,
cotang, cotg, cot, ctg, ct,
cosec, cosc, csc, cs.

Eine besondere Stellung in der Schreibweise nimmt R. Wolf ein; er gebraucht für jedes Symbol nur zwei Buchstaben:

Si, Co, Tg, Ct, Se, Cs.

F. R. Helmert, J. Frischauf u. a. verwenden für jede Funktionsbezeichnung drei Buchstaben, nämlich

sin, cos, tan, cot, sec, csc.

E. Czuber und E. Doležal bedienen sich der Bezeichnungen

sin, cos, tg, cotg, sec, cosec,

die jetzt zumeist bevorzugt werden.

Für die Potenzen der trigonometrischen Funktionen bestehen die Schreibarten

$$(\sin x)^n, \quad \sin x^n, \quad \sin^n x.$$

C. F. Gauß schreibt $\sin x^2$, indem er — wie andere — die Klammer bei $(\sin x)^2$ wegläßt. In einem Briefe (vom 23. September 1839) an H. C. Schumacher hat er sich direkt für $\sin x^2$ ausgesprochen, weil $\sin^2 x$ auch für $\sin (\sin x)$ gehalten werden könnte. A. Wangerin hingegen bemerkt in der von ihm besorgten Neuausgabe der «Abhandlungen über Kartenprojektion» von Lagrange und Gauß, daß er die Potenzen der trigonometrischen Funktionen anders als in den Originalien, in moderner Weise, geschrieben hat, während selbst jüngere Autoren, wie N. Herz und J. Frischauf, die Gauß-Lagrange'sche Schreibweise, der sich u. a. auch Oriani, Svanberg, Bohnenberger, Bessel, Struve, Encke, Brünnow usw. bedienten, wieder zur Anwendung gebracht haben.

Der in der «Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht» im Jahre 1885 über die Schreibweise der Potenzen trigonometrischer Funktionen geführte Streit blieb bis heute unentschieden. Einen Beweis hievon liefert z. B. E. Hegemann's «Lehrbuch der Landesvermessung» 1906, wo S. 144 steht: $\cos 2\alpha^2$ und gleich darunter für denselben Wert: $\cos^2 2\alpha$, oder S. 148:

$$\sin^4 \varphi = (\sin \varphi^2)^2.$$

Daß die Schreibweisen $\sin^2 x$ für $(\sin x)^2$
und $\sin x^2$ für $\sin (x^2)$

nicht dieselbe Bedeutung besitzen, sei an folgendem Beispiele gezeigt. Es ist für

$$y = (\sin x)^2 = u^2$$

$$y' = 2u \frac{du}{dx} = 2 \sin x \cos x,$$

hingegen für

$$z = \sin (x^2) = \sin v$$

$$z' = \cos v \frac{dv}{dx} = 2x \cos (x^2).$$

Logarithmen.

Aehnliches gilt von $\log a^2$ und $\log^2 a$ für $(\log a)^2$, wo aber die Klammer nur ausnahmsweise entbehrlich ist, da die Schreibung ohne Klammer auch für $\log (a^2)$ oder $\log (\log a)$ angesehen werden könnte.

Für die beiden gebräuchlichen Logarithmensysteme kommen folgende Bezeichnungen und Abkürzungen vor. Für den natürlichen, hyperbolischen, Napierschen oder Neper'schen Logarithmus (von John Napier, auch Neper genannt):

Hyp. Log., log hyp, nat log, log nat, log Nep., Ln, ln, Lg, lg, l;

für den gemeinen, dekadischen, künstlichen, Briggs'schen, Brigg'schen und Briggischen (von Henry Briggs, auch Briggius genannt) oder Tafel-Logarithmus:

Log, log, logar., log vulg. (log. vulgaris), log art. (log. artificialis), log brig., log brigg., log Brigg. (log. Briggianus), log tab. (log. tabularum, weil — wie Adam v. Burg 1832 bemerkt — «in der Regel bloß diese in den Tafeln eingetragen sind»).

Da J. H. Lambert (1772) die gemeinen Logarithmen ebenso wie die natürlichen bezeichnet, so hat A. Wangerin in der von ihm besorgten Neuausgabe der Lambert'schen Abhandlung über die «Entwerfung der Land- und Himmelskarten» die Bezeichnung log für die natürlichen Logarithmen beibehalten, die gemeinen aber mit Log bezeichnet. In der Neuausgabe der «Abhandlungen über Kartenprojektion» von L. Euler (1777) bezeichnet Wangerin die natürlichen Logarithmen gleichfalls durch log (statt wie Euler durch l).

Empfehlenswert erscheinen mir die Bezeichnungen „natürlicher" und „dekadischer" Logarithmus mit den von A. M. Nell in der «Zeitschrift für Vermessungswesen» 1894 angewendeten Abkürzungen lg bezw. log. Bleibt die Silbe Log für den Logarithmus mit beliebiger Basis vorbehalten, so bestehen dann die Beziehungen

$$x = e^{\lg x} = 10^{\log x} = a^{\operatorname{Log} x}.$$

Von den Symbolen für den «Modul» des dekadischen Logarithmensystems: Mod, k, μ, M hat sich das Letztere am meisten eingelebt, so daß also zu schreiben wäre:

$$\log x = M \lg x, \qquad M = \log e = \frac{1}{\lg 10}.$$

Erdgestalt.

Ueber die Unterscheidung der Ausdrücke «Erdellipsoid» und «Erdsphäroid» ist man noch immer nicht einig, wie manche Titelüberschriften, z. B. der Werke von K. Scherffer (1781), H. Hartl (1895), F. R. Helmert (1911), L. Krüger (1912) einerseits und von F. W. Bessel (1837), C. A. H. Bachoven von Echt (1865), L. Krüger (1883), J. Frischauf (1913) usw. anderseits beweisen.

Um Verwechslungen vorzubeugen, welche durch den Gebrauch der Bezeichnung «mathematische Erdoberfläche», die nicht minder oft auf die vergleichsweise mehr physische als auf die mehr absolut mathematische Bedeutung besitzende Fläche angewendet werden, fast unvermeidlich sind, nennt J. B. Listing (1872) die mathematische Oberfläche der Erde, von welcher die Oberfläche des Ozeans einen Teil bildet, die «geoidische» Fläche der Erde oder das «Geoid», und reserviert für die zweite Fläche, die — durch einen einfachen mathematischen Ausdruck darstellbar — in Form und Größe sich möglichst nahe an das Geoid anschließen soll, die Benennung «Sphäroid».

F. R. Helmert bezeichnet im ersten Teile seiner «Höheren Geodäsie», 1880, Seite 16, die mathematische Erdoberfläche als abgeplattetes Rotations-Ellipsoid oder, wo Verwechslung nicht möglich ist, einfach als «Ellipsoid», während er den Ausdruck «Sphäroid» zur Bezeichnung der näherungsweise kugelförmigen Flächen im allgemeinen aufhebt. An anderer Stelle (Seite 565) sagt er: «Zum Unterschied vom Geoid wollen wir die den Lotabweichungen angepaßte Fläche das ‚Sphäroid' nennen».

Nach O. Börsch (1885) wird die Erdoberfläche, welche annähernd mit einer durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Achse entstandenen Rotationsfläche übereinstimmt, zum Unterschied der durch Umdrehung um die große Achse erzeugten Rotations-Ellipsoide ein «Sphäroid» genannt. Auch E. Czuber (1909) unterscheidet die Rotationsellipsoide in verlängerte oder oblonge und in abgeplattete oder Sphäroide.

Der Ausdruck «Erdsphäroid» ist demnach der bezeichnendere.

Das Revolutions-, Rotations- oder Umdrehungs-Ellipsoid, das durch Umdrehung einer Ellipse um ihre große Achse entsteht, wird in der Literatur als ein in die Länge gezogenes (Möbius), längliches (Gauß), verlängertes (Hammer), langgestrecktes, zugespitztes (Jordan), erhabenes (Scherffer), überhöhtes (Herz), oblonges (Lambert), eiförmiges (Baule), zitronenartiges (Sadebeck) oder zwetschkenrundes (s. W. Wolf) Ellipsoid bezeichnet; das durch Umdrehung um die kleine Achse erzeugte Sphäroid, oder nach K. Scherffer die «Elliptoide», ist ein an den Polen abgeplattetes (Lambert), gedrücktes (Bachoven), eingedrücktes, niedergedrücktes (Scherffer), zusammengedrücktes (Gehler), oblates (Forsyth), pommeranzenförmiges (Diesterweg) oder orangenförmiges (Helmert) Ellipsoid.

Ein Ellipsoid, das sich den Messungen eines Landgebietes am besten anschmiegt, nennt man «Referenzellipsoid». Seine Dimensionen sind aus den Gradmessungen des betreffenden Vermessungsgebietes abgeleitet und können daher von dem Erdsphäroid auch wesentlich abweichen. Demnach spricht man z. B. von einem europäischen oder nord-amerikanischen Referenzellipsoid.

Abplattung.

Schon J. Newton stellte in seinem Werke: «Philosophiae naturalis principia mathematica Cantabrigiae» 1686 die Theorie auf, «daß die Erde in der Voraussetzung des Gleichgewichtes ihrer Teile (in welchem sie ja allein im beharrlichen Zustande bestehen kann) nur die Form eines an den Polen abgeplatteten Sphäroides haben kann», und K. Scherffer sagt in der «Abhandlung über die geographische und orthgraphische Projektion einer bey den Polen zusammengedrückten Elliptoide», Wien 1778: «Die Erde ist gewiß beym Pole niedergedrückt und bei dem Gleicher erhaben, und einige im Ansehen des Ganzen kleine Ungleichheiten sind nicht hinlänglich, ihr eine regelmäßige Figur nach den hydrostatischen Gesetzen abzusprechen».

Die beiden halben Hauptachsen des Erdsphäroids werden fast allgemein durch a, b und nur vereinzelt in anderer Weise, z. B. durch A, B (Francoeur, 1835), α, β (Schneitler, 1851), $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$ (Wolf, 1869), a, b_0 (Helmert, 1880), a, c (Clarke, 1880, mit Rücksicht auf das dreiachsige Ellipsoid) ausgedrückt.

Das Verhältnis $\frac{a-b}{a}$, welches die Erdabplattung genannt wird, bezeichnet

A. M. Legendre (1798)	mit	m
P. S. Laplace (1802)	»	$\alpha\varrho$
L. Puissant (1805)	»	α
C. F. Gauß (1825)	»	ω
A. Burg (1825)	»	p
L. B. Francoeur (1835)	»	$\frac{1}{p}$
F. W. Barfuß (1842)	»	e
J. B. Listing (1872)	»	$\frac{1}{\omega}$
F. R. Helmert (1880)	»	$\mathfrak{a}$
O. Börsch (1885)	»	p'
A. Baule (1890)	»	A
F. J. Müller (1908)	»	$\mathfrak{b}$

J. Soldner (1810) bezeichnet das Verhältnis $\frac{a-b}{b} = \varepsilon$ als Abplattung. Das Reziproke des «Abplattungswertes» oder «Abplattungskoeffizienten» wird «Abplattungszahl» oder «Abplattungsziffer» genannt.

Krümmungshalbmesser.

Für die beiden Hauptkrümmungshalbmesser, den Krümmungshalbmesser des Meridians $= \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2\sin^2\varphi)^3}}$, und jenen des ersten Vertikals oder Perpendikels

(Quer- oder Normalkrümmungshalbmesser) $= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$ werden unter anderen folgende Zeichen benützt:

	Meridian-	Normal-
	Krümmungshalbmesser	
L. Puissant (1805):	R	n'
J. Soldner (1810):	R	r
J. P. W. Stein (1825):	γ	N
J. G. F. Bohnenberger (1826):	r	r'
L. B. Francoeur (1835):	ϱ	N
F. W. Bessel (1838)	ϱ	ϱ'
C. F. Gauß (1843):	R	R'
J. Marieni (1845):	R	N
Ph. Fischer (1846):	ϱ'	ϱ''
J. F. Encke (1852):	R'	R''
L. Posch (1860):	r'	r''
J. J. Baeyer (1862):	ϱ	n
W. Tinter (1870):	R_1	R_2
G. Zachariae (1876):	M	N
F. G. Gauß (1876):	R_m	R_n
F. R. Helmert (1880):	ϱ_m	ϱ_n
A. R. Clarke (1880):	ϱ	ρ
E. Hammer (1885):	r_2	r_1
» » (1906):	r_1	r_2
F. Schulze (1905):	m	n
E. Hegemann (1906):	R_0	R_{90}
A. Abendroth (1912):	r	n

Wohl die meisten Autoren entschieden sich für die Symbole R, N. Oberstleutnant von Schmidt (1894) ist — so viel mir bekannt — der einzige, der für den Krümmungshalbmesser des Meridians K setzt, womit gewöhnlich das «Krümmungsmaß» $\frac{1}{RN}$ oder $\frac{a^2}{RN}$ bezeichnet wird.

Geographische Koordinaten.

Den als Ausgang für die Zählung der geographischen Längen angenommenen Meridian nennt Euler «Anfangsmeridian», Gauß «Fundamentalmeridian», Helmert «Erster Meridian», Schmidt «Ausgangsmeridian», Doležal «Nullmeridian» und Krüger «Hauptmeridian».

Für die geographische Länge (Longitudo) setzen z. B. Puissant M, Oriani $\bar{\omega}$, Soldner w, Gauß l, Helmert L, Jordan λ, Müller ψ. Die geographische Breite (Latitudo, Polhöhe) drücken die Franzosen und Italiener meistens durch L, l oder λ aus, welche Bezeichnungen hie und da auch in deutschen Werken vorzukommen pflegen.

Für die geographische Breite φ, die geozentrische Breite γ und die reduzierte Breite β, zwischen welchen die Beziehungen bestehen:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{a^2}{b^2}\operatorname{tg}\gamma = \frac{a}{b}\operatorname{tg}\beta$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{b}{a}\operatorname{tg}\beta = \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}\varphi$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{a}{b}\operatorname{tg}\gamma = \frac{b}{a}\operatorname{tg}\varphi$$

$$\operatorname{tg}\varphi \,.\, \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}^2\beta$$

finden sich u. a. folgende Buchstabenbezeichnungen:

	Geogr.,	Geozentr.,	Reduz. Breite
K. Scherffer (1781):	φ	α	ϱ
C. F. Gauß (1825):	φ	φ'	ψ
J. Weisbach (1845):	p	p_1	p_2
J. F. Encke (1852):	Φ	Φ'	Ψ'
C. A. H. Bachoven v. Echt (1865):	L	G	l
C. M. Bauernfeind (1873):	φ'	ψ	φ
Th. Albrecht (1874):	φ	φ'	u
F. R. Helmert (1880):	B	φ	β
W. Jordan (1896):	φ	γ	ψ
N. Herz (1905):	φ	ψ	u
E. Hegemann (1906):	φ	ψ	μ
J. Frischauf (1913):	φ	v	u

Es ist hieraus ersichtlich, daß mit einem und demselben Buchstaben auch zwei Arten von Breiten, in einem Falle sogar alle drei Breiten bezeichnet erscheinen. Hiezu kommt noch, daß z. B. Decker (1836) für die geographische Breite β, für die reduzierte Breite B, Hansen (1868) und Helmert (1880) aber umgekehrt für die reduzierte Breite β und für die geographische Breite B schreiben; daß Oriani (1804) und Soldner (1810) mit λ einheitlich die geographische Breite bezeichnen, mit λ' aber der eine die reduzierte, der andere die geozentrische Breite; daß Gauß (1825) die geographische und die reduzierte Breite mit $(90-w)$ bezw. $(90-u)$, Santini (1863) jedoch die geographische und die geozentrische Breite mit ω und u bezeichnet, wofür wieder Barfuß (1842) β bezw. β' schreibt usw. Auch sei noch bemerkt, daß die geographische (astronomische, elliptische, ellipsoidische oder sphäroidische) Breite von D. du Séjour, Bohnenberger und vielen anderen die «wahre» Breite, von Barfuß und Bauernfeind aber die «scheinbare» Breite genannt wird, wogegen die letzterwähnten Autoren unter «wahrer» Breite die geozentrische Breite verstehen, die wieder Bachoven die «exzentrische» Breite nennt.

Dyonis du Séjour (1786) war der erste, der die reduzierte Breite in die Rechnung einführte, aber er gebrauchte hiefür die Bezeichnung «latitude corrigée» (verbesserte Breite); der heute übliche Ausdruck «reduzierte Breite» rührt nach Puissants Angabe von Legendre (1787) her. Aber während

Bohnenberger und Encke die «reduzierte» Breite noch als «verbesserte» Breite ansprechen, gebrauchen Soldner, Gauß u. a. diese Bezeichnung für die «geozentrische» Breite.

Es ist mir in der ganzen Literatur nicht ein Fall bekannt, daß zwei Schriftsteller durchgehends einerlei Bezeichnungen für die hier behandelten Größen gewählt hätten. P. Pizzetti (1907) z. B. hat zwar die drei Breiten in Übereinstimmung mit Albrecht bezeichnet, bei der Wahl der Symbole für die Krümmungsradien hält er sich aber an die Schreibweise von Francoeur, während er die Abplattung wie Helmert setzt.

Vergrößerungsverhältnis.

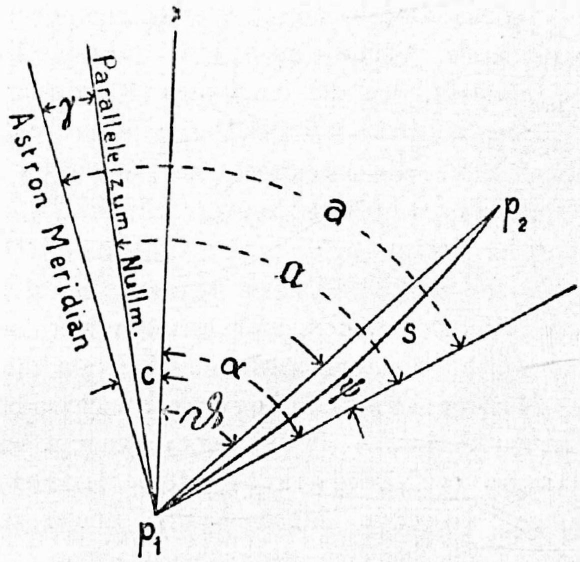
Ist ds ein Bogenelement auf dem Erdsphäroid, dS das entsprechende Element in der Ebene, so gibt der Quotient $m = \frac{dS}{ds}$ die Veränderung an, welche das Bogenelement ds durch die Abbildung erleidet. Diese Verhältniszahl wird von C. F. Gauß (1822) «Vergrößerungsverhältnis», von A. Tissot (1881) «rapport de longueurs», von M. Fiorini (1881) «modulo lineare», von H. Hartl (1886) «Linearmodul», von W. Jordan (1896) «Verzerrungsverhältnis», von A. Semerád (1908) «Längendeformation» und von J. Frischauf (1913) «Vergrößerungszahl» genannt, von allen diesen aber und den meisten geodätischen Schriftstellern mit m bezeichnet. (Helmert schreibt hiefür $\frac{1}{n}$.)

Interessant sind die Variationen für die Definition von m.

Nach J. L. de Lagrange (1779) drückt die Größe m das Verhältnis aus, «in dem jede Gegend der Erde auf der Karte vergrößert oder verkleinert wird, ohne dabei ihre natürliche Gestalt zu ändern». C. F. Gauß (1822) sagt: «Es drückt m das Verhältnis aus, in welchem die Lineargrößen auf der ersten Fläche (Ellipsoidfläche) in ihrer Abbildung auf der zweiten (Ebene) vergrößert oder verkleinert werden (je nachdem m größer oder kleiner ist als 1).» O. Schreiber (1866) gibt folgende Erklärung: «Unter Vergrößerungsverhältnis ist das Verhältnis zu verstehen, in welchem ein Linearelement auf der Ellipsoidfläche in seiner Abbildung auf der Ebene vergrößert oder verkleinert wird.» Oberstleutnant von Schmidt (1894) bezeichnet in Beziehung auf die preußische Doppelprojektion das Vergrößerungsverhältnis als das Verhältnis eines Linearelements auf dem Sphäroid zu seinem Bilde auf der Kugel, wobei nördlich vom Normalparallelkreise $m > 1$, südlich $m < 1$ ist, beziehungsweise als das Verhältnis eines Linearelements auf der Kugel zu dem entsprechenden Linearelement auf der Ebene. J. Frischauf (1913) definiert m als «das Verhältnis zweier zusammengehöriger Linienelemente der Abbildung zum Urbild.»

Azimutalwinkel.

Bei der Mannigfaltigkeit in der Bezeichnung der verschiedenen im Vermessungswesen auftretenden azimutalen Winkel, worüber in manchen Schriften große Unklarheiten, ja sogar Unrichtigkeiten herrschen und auch die verschiedensten Buchstaben im buntesten Durcheinander im Gebrauche stehen, erscheint es wohl angezeigt, daß die Beziehungen zwischen den verschiedenen Azimut- und Richtungswinkeln in Verbindung mit den Meridiankonvergenzen klargestellt werden. Ich will hier an der Hand der nebenstehenden Figur in diese wichtige Sache etwas näher eingehen.



Es seien p_1, p_2 und s die ebenen Abbildungen der Punkte P_1, P_2 und der von ihnen begrenzten geodätischen Linie S auf dem Erdspäroid. Dann ist der Winkel, den die Verbindungsgerade $p_1\,p_2$ mit der positiven Richtung der durch p_1 gelegten Parallelen zu der als Nord-Südlinie genommenen Abszissenachse, also der Winkel, welchen die Dreiecksseite mit der Mittagslinie einschließt, der ebene Orientierungs- oder Richtungswinkel ϑ, welchen Gauß «Azimut in plano», Jordan bis zur dritten Auflage seines Handbuches der Vermessungskunde «ebenes Azimut», von der vierten Auflage an kurz «Richtungswinkel» nennt und von manchen Geometern auch «trigonometrisches Azimut» genannt wird. In Preußen heißt dieses Azimut «Neigungswinkel», in Bayern «Direktionswinkel», in Österreich «Südwinkel», sonst auch «Nordwinkel», je nachdem das Azimut von Süden über Westen oder von Norden über Osten gezählt wird.

Der Winkel α, den diejenige Kurve, deren ebene Abbildung eine Parallele zur Abszissenachse ist, mit der geodätischen Linie bildet, wird von Gauß «Azimut auf dem Sphäroid» genannt. Bei der konformen Projektion ist dies zugleich der Winkel, den die Parallele zur Abszissenachse mit der Tangente an der geodätischen Linie in p_1 einschließt. Schreiber nennt beide Winkel — ϑ und α — schlechtweg Azimut, versteht aber darunter das eine oder das andere, je nachdem von Punkten auf der Ebene oder von Punkten auf der Ellipsoidfläche die Rede ist. Es ist mit Bezug auf die Figur

$$\alpha = \vartheta + \psi$$

wobei ψ im ersten und dritten Quadranten positiv, im zweiten und vierten Quadranten negativ ist.

Das gewöhnliche oder astronomische Azimut A, auch geographisches Azimut genannt, ist das Ergebnis der Beobachtungen und als solches mit der Lotabweichung behaftet. Es ist der Winkel zwischen dem Vertikalschnitt und dem astronomischen Meridian im Anfangspunkte der geodätischen Linie. (Barfuß, der — wie andere — diesen Winkel «elliptisches Azimut» nennt, zieht auch das «geozentrische Azimut» in den Kreis seiner Betrachtungen, worunter er den Winkel versteht, den die durch den Halbmesser im Punkte P_1 und durch den Punkt P_2 gelegte Ebene mit der Meridianebene bildet.) In der Astronomie wird das Azimut A als der zwischen dem Höhenkreis des Gestirnes und dem Meridian enthaltene Bogen des Horizontes definiert.

Das magnetische Azimut A_m, magnetischer Richtungswinkel, auch Streichungs- oder Strichwinkel genannt, ist der Winkel, den die Richtung nach einem Objekte mit dem magnetischen Meridian einschließt. Der magnetische Meridian weicht von dem astronomischen um die von dem Ort und der Zeit abhängige «Mißweisung», «Nordweisung» oder «Deklination» δ ab, die auf englischen Seekarten «Variante» genannt wird.

Das geodätische (sphäroidische oder ellipsoidische) Azimut a, womit in der höheren Geodäsie gerechnet wird, ist der Winkel, den die Tangente der geodätischen Linie mit dem astronomischen Meridian in ihrem Anfangspunkte einschließt. Dieser Winkel, der wegen der doppelten Krümmung der geodätischen Linie eigentlich nicht gemessen werden kann, ist stets um die ebene oder sogenannte Gauß'sche Meridiankonvergenz c (das ist der Winkel, den die Projektion des Meridians von P_1 im Punkte p_1 mit der Parallelen zur Abszissenachse bildet) größer als das «Azimut auf dem Sphäroid», so daß die Gleichung besteht:

$$a = \alpha + c = \vartheta + \psi + c.$$

Bei der Abbildung des Sphäroids auf einer Kugel verwandelt sich das «sphäroidische» Azimut in das «sphärische». Der Unterschied heißt «Azimutkorrektion» oder «Azimutverzerrung». Es ist immer das Azimut einer Seite des Urdreiecks am Sphäroid oder das Azimut der Seite des Bilddreiecks auf der Kugel gleich dem Azimut der Seite des entsprechenden Hilfsdreiecks vermehrt um die Azimutkorrektion, welche stets am Westende der Seite positiv, am Ostende negativ in Rechnung zu stellen ist.

Legt man durch den Anfangspunkt P_1 der geodätischen Linie eine Parallele zum Nullmeridian, so schließt diese Parallele mit der Tangente an der geodätischen Linie den sphäroidischen Richtungswinkel $\mathfrak{a}$ ein. Der durch P_1 gehende Meridian bildet mit der Parallelen zum Nullmeridian die wahre oder geodätische Meridiankonvergenz γ. Es ist also

$$\mathfrak{a} = a - \gamma = \alpha + c - \gamma$$

und es besteht zwischen den sphäroidischen und ebenen Richtungswinkeln der Zusammenhang

$$\mathfrak{a} = \vartheta + (\psi + c - \gamma).$$

Die Gauß'sche Meridiankonvergenz c ist also nichts anderes als der ebene Richtungswinkel und die geodätische Meridiankonvergenz γ ist der sphäroidische Richtungswinkel des Meridians.

Der von der Konvergenz der Ordinatenkreise abhängende Unterschied der Richtungswinkel wird «Ordinaten-Konvergenz» genannt. (Soldner, Art. 11.)

Zwischen den azimutalen Winkeln an beiden Enden eines Bogens bestehen die Gleichungen

$$\begin{aligned}
\vartheta_{2.1} - \vartheta_{1.2} &= 180^0 \\
\alpha_{2.1} - \alpha_{1.2} &= 180^0 - (\psi_1 + \psi_2) \\
a_{2.1} - a_{1.2} &= 180^0 + (c_2 - c_1) - (\psi_1 + \psi_2) \\
\mathfrak{a}_{2.1} - \mathfrak{a}_{1.2} &= a_{2.1} - a_{1.2} - (\gamma_2 - \gamma_1)
\end{aligned}$$

oder kürzer:

$$\begin{aligned}
\triangle \vartheta &= 180^0 \\
\triangle \alpha &= 180^0 - (\psi_1 + \psi_2) \\
\triangle a &= 180^0 + \triangle c - (\psi_1 + \psi_2) \\
\triangle \mathfrak{a} &= \triangle a - \triangle \gamma.
\end{aligned}$$

Wenn man in Anbetracht der hier nur beispielsweise vorgeführten Fälle bedenkt, daß die Autoren fremdländischer Zunge auch noch einen Stolz hineinlegen, die Benennungen der fachlichen Begriffe und ihre symbolischen Bezeichnungen durch Buchstaben den Ausdrücken ihrer Sprache anzupassen und es daher immer schwieriger fällt, fremdsprachige Bücher zu studieren, so wird man es begreiflich finden, wenn in Fachkreisen der Wunsch laut wird, daß die einheitliche Behandlung der mathematischen und fachlichen Ausdrücke endlich allgemein Platz greife. Die Anbahnung und Durchführung dieses Unternehmens wäre gewiß eine dankbare Aufgabe für eine internationale Kommission!

Das Baurecht.

Von Obergeometer **J. Beran,** Mödling.

(Schluß.)

V. Entgelt für die Bestellung des Baurechtes.

Das Baurecht kann entgeltlich oder unentgeltlich bestellt werden. Das Entgelt kann in beliebiger Weise bestimmt werden. Besteht es jedoch in wiederkehrenden Leistungen (Bauzins), so muß deren Ausmaß und Fälligkeit fest und unabhängig von ungewissen künftigen Ereignissen bestimmt sein (§ 3, Abs. 2).

VI. Entstehen des Baurechtes.

Das Baurecht entsteht erst durch die bücherliche Eintragung als Last des Grundstückes (§ 5, Abs. 1). Um die bücherliche Eintragung ist mit Grundbuchsgesuch anzusuchen. Die Eintragung kann nur auf Grund von Urkunden bewilligt