Beitrag zum Rückwärtseinschneiden

Eduard Doležal [1]

[1] *Hofrat, o. ö. Professor an der k. k. technischen Hochschule in Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **11** (8), S. 241–245

1913

BibTEX:

```
@ARTICLE{Dolezal_VGI_191333,
Title = {Beitrag zum R{\"u}ckw{\"a}rtseinschneiden},
Author = {Dole{\v z}al, Eduard},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {241--245},
Number = {8},
Year = {1913},
Volume = {11}
}
```

wobei das erste Glied den Fehler durch die nach einem Kreisbogen angenommene einseitige Abweichung bei der Pfeilhöhe h darstellt und das zweite Glied die bei jeder Streckenmessung zu gewärtigende Beeinflußung der Länge durch den im ungünstigsten Falle regelmäßig abwechselnden Richtungsfehler δ ausmachen würde. Für $h = 0{\cdot}2\,m$, $s = 100\,m$ und $\delta = 0{\cdot}05\,m$, z. B. ist $f = 2\,mm$.

Mit Rücksicht hierauf dürfte die erwähnte Abhängigkeit der beiden Messungsresultate bei dem beschriebenen Vorgang der doppelten Streckenmessung den geforderten Genauigkeitsgrad der Polygonseitenmessung nicht beeinträchtigen.

Beitrag zum Rückwärtseinschneiden.

Bereits im Jahre 1907 hat der k. k. Obergeometer Ferd. Čermák in Laibach dem Unterzeichneten eine Notiz übersendet mit dem Titel «Lösung des Pothenot'schen Problems nach dem Tangentensatze», welche im Nachstehenden nebst einigen Bemerkungen wiedergegeben werden soll.

Obergeometer Čermák gibt in seiner Zuschrift einen einfachen Weg an, wie man zu der Differenz der Hilfswinkel φ und ψ (Fig. 1) die bei der Burkhard'schen Lösung des Rückwärtseinschneidens eingeführt werden, gelangt.

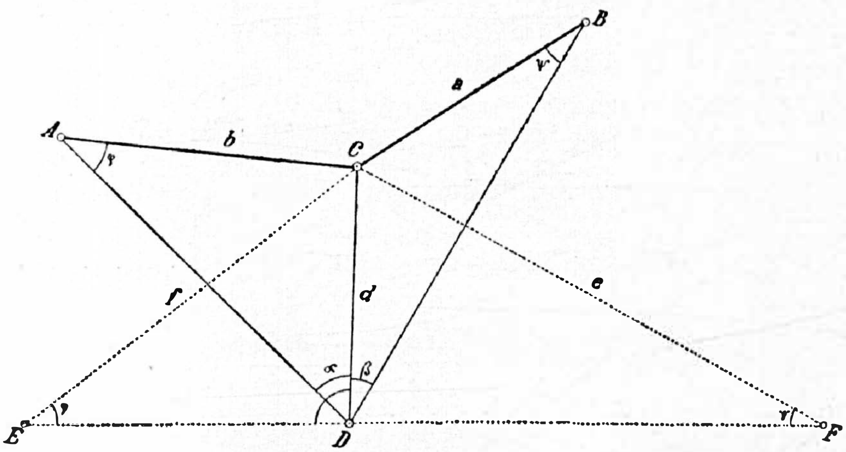

Fig. 1.

Die Summe dieser Winkel ergibt sich aus dem Vierecke $DACB$ mit:

$$\varphi + \psi = 360 - (\alpha + \beta + C) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Aus den Dreiecken ACD und CBD folgt:

$$d = b\frac{\sin\varphi}{\sin\alpha} = a\frac{\sin\psi}{\sin\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Wird EF normal zu CD gemacht und werden bei E und F die Winkel φ und ψ übertragen gedacht, so resultieren aus den rechtwinkeligen Dreiecken CDE und CDF die Gleichungen:

$$d = f\sin\varphi = e\sin\psi, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

welche, mit den Ausdrücken in 2) verglichen, geben:

$$f = \frac{b}{\sin \alpha} \text{ und } e = \frac{a}{\sin \beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 4)$$

Wendet man auf das Dreieck ECF den Tangentensatz der ebenen Trigonometrie an, so folgt:

$$\left.\begin{aligned} (e+f):(e-f) &= \left(\frac{a}{\sin \beta} + \frac{b}{\sin \alpha}\right) : \left(\frac{a}{\sin \beta} - \frac{b}{\sin \alpha}\right) \\ &= \operatorname{tg} \frac{\varphi+\psi}{2} : \operatorname{tg} \frac{\varphi-\psi}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots 5)$$

und hieraus:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\varphi-\psi}{2} &= \frac{\dfrac{a}{\sin \beta} - \dfrac{b}{\sin \alpha}}{\dfrac{a}{\sin \beta} + \dfrac{b}{\sin \alpha}} \operatorname{tg} \frac{\varphi+\psi}{2} \\ &= \frac{a \sin \alpha - b \sin \beta}{a \sin \alpha + b \sin \beta} \operatorname{tg} \frac{\varphi+\psi}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{I.}$$

Die übliche Form für $\operatorname{tg} \frac{\varphi-\psi}{2}$ bei Einführung des Hilfswinkels Θ wird bekanntlich nach Transformation des aus Gleichung 2) erhaltenen Ausdruckes:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{a \sin \alpha}{b \sin \beta} = \frac{1}{\operatorname{tg} \Theta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 6)$$

nach Bildung von

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{1 - \operatorname{tg} \Theta}{1 + \operatorname{tg} \Theta} = \operatorname{cotg} (\Theta + 45^0)$$

und entsprechender Umformung erhalten mit:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi-\psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi+\psi}{2} \cdot \operatorname{cotg} (\Theta + 45^0), \quad \ldots\ldots\ldots \mathrm{II.}$$

so daß wird:

$$\operatorname{cotg} (\Theta + 45^0) = \frac{a \sin \alpha - b \sin \beta}{a \sin \alpha + b \sin \beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

Bemerkungen. Die vorstehende Figur 1 erinnert an die einfache Lösung des Rückwärtseinschneidens nach Cassini, welches Verfahren im «Journal des Sçavons de l'An 1669» bekanntgemacht und nur selten in geodätische Werke aufgenommen wurde*). Prof. Hammer behandelt in seinem ausgezeichneten Werke «Lehr- und Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie», 3. Auflage, Stuttgart 1907 auf Seite 331 das Rückwärtseinschneiden im Geiste Cassini's, wobei ihm die geometrische Betrachtung Anlaß gibt, auf die Anwendung geometrischer Hilfspunkte beim Rückwärtseinschneiden ganz besonders hinzuweisen.

Interessant ist die Methode, nach welcher Oberinspektor K. Beredick in seinem Aufsatze «Beitrag zum Pothenot'schen Probleme» in der «Öster-

---

*) E. Mayer, Professor an der k. u. k. Marineakademie in Pola: «Grundzüge der praktischen Geometrie», 2. Auflage, Wien 1888.

reichischen Zeitschrift für Vermessungswesen» 1905, Seite 83, die Koordinaten des vierten Punktes rechnet, indem er auf ein Verfahren hinweist, das bei der graphischen Lösung des Pothenot'schen Problems bereits seine Anwendung gefunden habe und das mit dem Cassini'schen im Zusammenhange stehen dürfte.

Nach Cassini (Fig. 2) werden die beiden im vierten Punkte *d* gemessenen Winkel α und β dazu benützt, über den Seiten $\overline{ac}$ und $\overline{cb}$ als Sehnen Kreise K_1 und K_2 mit den Mittelpunkten m_1 und m_2 beziehungsweise die rechtwinkeligen Dreiecke *ace* und *cbf* mit den rechten Winkeln bei *a* und *b* zu konstruieren, wobei der Schnittpunkt der beiden Kreise *d* als Fußpunkt der Normalen auf der Verbindungsgeraden *ef* erscheint und den vierten gesuchten Punkt auf dem Meßtische liefert.

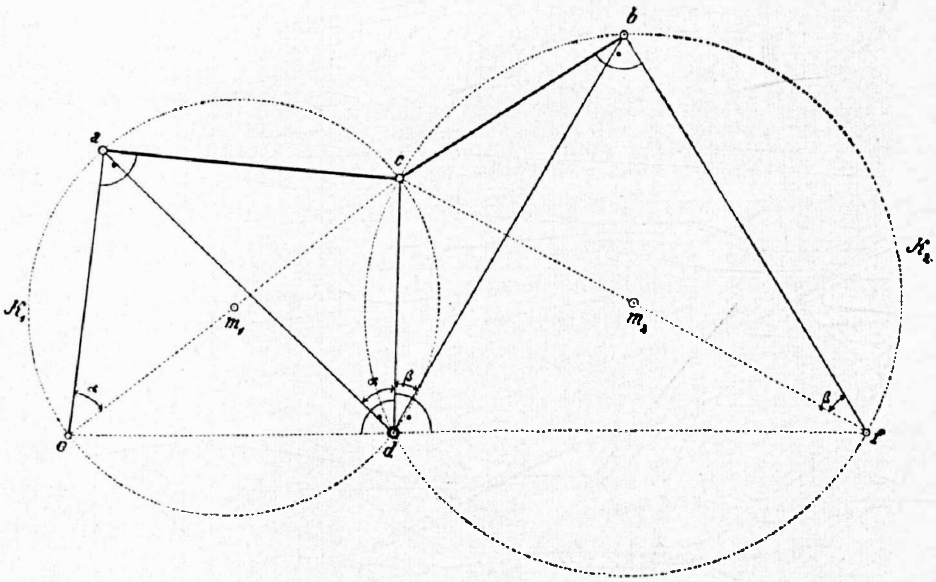

Fig. 2.

Bei Verwertung dieses Verfahrens zur Bestimmung des vierten Punktes *d* mit dem Meßtische übernehmen die Punkte *e* und *f* die Rolle von Hilfspunkten, wie es der Collin'sche Punkt beim Verfahren von Bessel und Bohnenberger ist.

Der Vorgang mit dem Meßtische auf dem Standpunkte *D* besteht in folgenden Operationen (Fig. 2):

1. Auf der Meßtischgeraden *ac* wird in *a* und auf der Geraden *cb* in *b* eine Normale errichtet,

2. Die Kippregel wird an die Normale zu *ac* angelegt, der Meßtisch so lange gedreht, bis die Visur nach *A* geht, nun wird der Punkt *e* durch Seitwärtsabschneiden über *C* bestimmt. Man hat den ersten Hilfspunkt *e*.

3. Hierauf wird die Kippregel abgehoben und auf die gezogene Normale zu *cb* gelegt, das Meßtischbrett verschoben und die Orientierung nach *B* vorgenommen. Der Punkt *f*, der zweite Hilfspunkt, ergibt sich durch Seitwärtsabschneiden über *C*.

4. Wird die Kippregel an $\overline{ef}$ angelegt und ungefähr an der Stelle, wo die Normale von c die Verbindungsgerade $\overline{ef}$ schneidet längst der abgeschrägten Kante des Lineales ein Rayon gezogen, so ist es nunmehr nach Entfernung der Kippregel nötig, von c auf $\overline{ef}$ eine genaue Normale durch ihren Schnitt mit dem früher gezogenen kurzen in $\overline{ef}$ gelegenen Rayon zu ermitteln. Dies ist der gesuchte Punkt d, der dem Feldpunkte D entspricht.

Bedenkt man, daß bei Bestimmung der beiden Hilfspunkte e und f der ganze Maßtisch zweimal umgestellt werden muß, um nach dritter Umstellung die Orientierung zu ermöglichen, so wird man unwillkürlich darauf geleitet, nachzudenken, ob nicht vielleicht eine einfachere Lösung mit dem Meßtische bei Einhaltung des Cassini'schen Lösungsgedankens möglich wäre.

Diese läßt sich durchführen, wenn man die Winkel α und β unmittelbar an $\overline{ac}$ und $\overline{cb}$ anlegt, hierauf in c an die Strahlen cm und cn Normale errichtet, die mit den auf $\overline{ac}$ und $\overline{cb}$ in a, bezw. b errichteten Normalen zum Schnitte gebracht werden, wodurch sich die Hilfspunkte e und f ergeben. Eine Normale von c auf $\overline{ef}$ gezogen und zum Schnitte mit dieser Geraden gebracht gibt den gesuchten Punkt d.

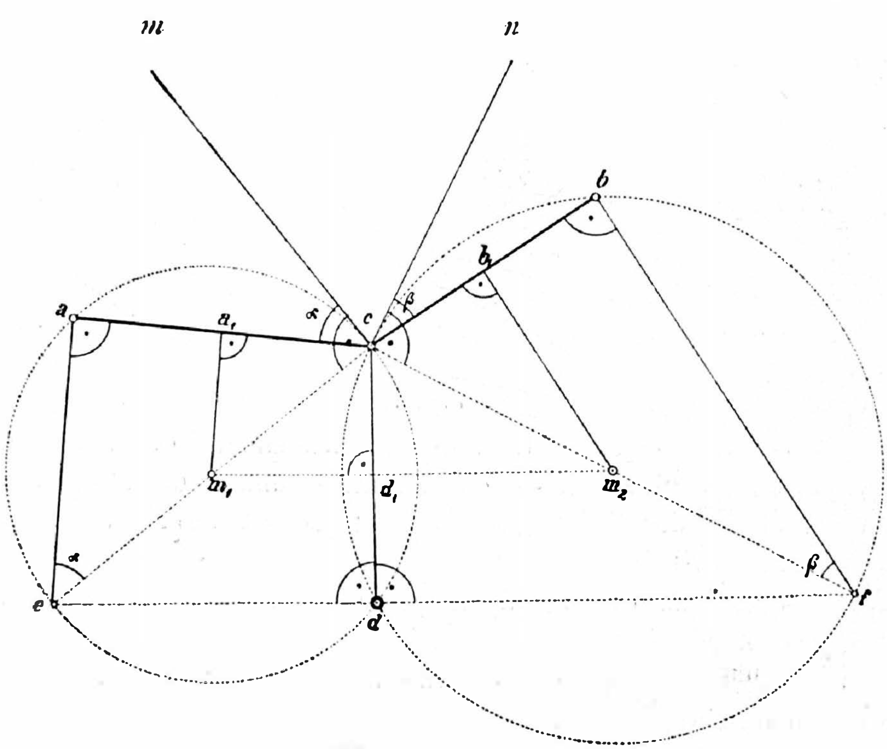

Fig. 3.

Sollten die Dreiecke ace und cbf zu groß ausfallen, so können auch die ähnlichen Dreiecke a_1cm_1 und cb_1m_2, wobei $\overline{a_1c} = \frac{\overline{ac}}{2}$ und $\overline{cb_1} = \frac{\overline{cb}}{2}$ ist, benützt werden. Die Normale auf $\overline{m_1m_2}$ gibt eine Gerade $\overline{cd_1}$, die als Orientierungsgerade verwendet werden kann. Wird an diese schließlich die Kippregel angelegt, der Meßtisch nach C orientiert, so wird der gesuchte Punkt d durch Seitwärtseinschneiden über A erhalten und durch ein solches über B kontrolliert. *D.*

Erhaltung und Sicherung der Natur- und historischen Denkmale.*)

Von **Johann Beran,** k. k. Obergeometer in Mödling bei Wien.

Die Bestrebungen zur Erhaltung des Eigenartigen und Ursprünglichen in Stadt und Land, welche sich mit dem Schlagworte «Heimatschutz» am besten bezeichnen lassen, haben im letzten Jahrzehnt allseits bei den Behörden sowie bei der Bevölkerung sehr viel Verständnis gefunden. Die größtmöglichste Schonung des Bodenständigen, sei es in betreff des Natur- oder Kunstbestandes, auch des oft scheinbar unwesentlichsten, ist aus den verschiedensten Gründen für die Allgemeinheit unerläßlich und betrifft jedermann. Überall in allen Kulturländern bildeten sich seit kurzem Heimatschutzvereine oder sind in stetem Entstehen begriffen. Die Tätigkeit derselben umfaßt nebst der Erhaltung des heimatlichen Ortsbildes in seinen bestehenden künstlerischen und charakteristischen Bauten, der bodenständigen Bauweise, der volkstümlichen Eigenart der Bewohner auch die Erhaltung des Landschaftsbildes und den Schutz der sogenannten Naturdenkmale (wie Baumgruppen, Alleen, Schirmbäume, Wettertannen, eigenartige Felsformationen, Höhlen etc.). Die eigentliche Denkmalpflege ist in Oesterreich im großen und ganzen bereits durch die «k. k. Zentral-Kommission für Kunst- und historische Denkmale in Wien» mit den unterstehenden Landes-Denkmalbehörden (Landeskonservatoren) geregelt und durch die hiebei in Betracht kommenden Besitzverhältnisse leicht ermöglicht. Ungleich schwieriger ist es jedoch, die kleinen, überall im Lande zerstreuten geschichtlich und kunstgeschichtlich oder auch wirtschaftlich weniger bedeutenden Objekte (Wegkapellen, Kreuze, Bildstöcke, Stationen, Ruinen, Brücken, Brunnen, Quelleneinfassungen, Grenzsteine, Hotter, Schanzen etc.) in die Heimatschutzbewegung einzubeziehen. Hier müssen alle Schichten der Bevölkerung zum Schutze herangezogen werden und auch die staatlichen und Landesbehörden durch Belebung des Interesses, sowie durch gütliche Einwirkung und Belehrung bei den in Frage kommenden Dingen einwirken.

Hier ist nun die Gelegenheit geboten, wo der k. k. Geometer bei seinen Amtshandlungen durch persönliche Pflege viel erreichen kann. Bei seinen ämtlichen Bereisungen und Vermessungsarbeiten, welche ihn in die entlegensten Gebiete, wohin sonst sehr selten ein staatliches Organ kommt, führen, kann er segensreich im Sinne der Heimatschutzbestrebungen wirken. Seine Tätigkeit hat insbesondere bei den agrarischen Operationen, leider muß es gesagt werden, dem Landschaftsbilde schon manche schwere Wunden geschlagen. Freilich sind

*) Siehe «Der Schutz der Kunst- und Naturdenkmale in Oesterreich» auf Seite 128 bis 129 des Jahrganges 1904.