Über eine Beziehung zwischen den rechtwinkeligen, sphärischen Koordinaten und den rechtwinkeligen, ebenen Koordinaten einer zentralen Horizontal-Projektion

Joseph J. Adamczik [1]

[1] *Professor an der deutschen Technik in Prag*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **9** (7), S. 209–212

1911

BibTEX:

```
@ARTICLE{Adamczik_VGI_191126,
Title = {{\"U}ber eine Beziehung zwischen den rechtwinkeligen, sph{\"a}rischen
    Koordinaten und den rechtwinkeligen, ebenen Koordinaten einer zentralen
   Horizontal-Projektion},
Author = {Adamczik, Joseph J.},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {209--212},
Number = {7},
Year = {1911},
Volume = {9}
}
```

ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 7. **Wien, am 1. Juli 1911.** **IX. Jahrgang.**

Über eine Beziehung zwischen den rechtwinkeligen, sphärischen Koordinaten und den rechtwinkeligen, ebenen Koordinaten einer zentralen Horizontal-Projektion.

Von J. **Adamczik**, Professor an der deutschen Technik in Prag.

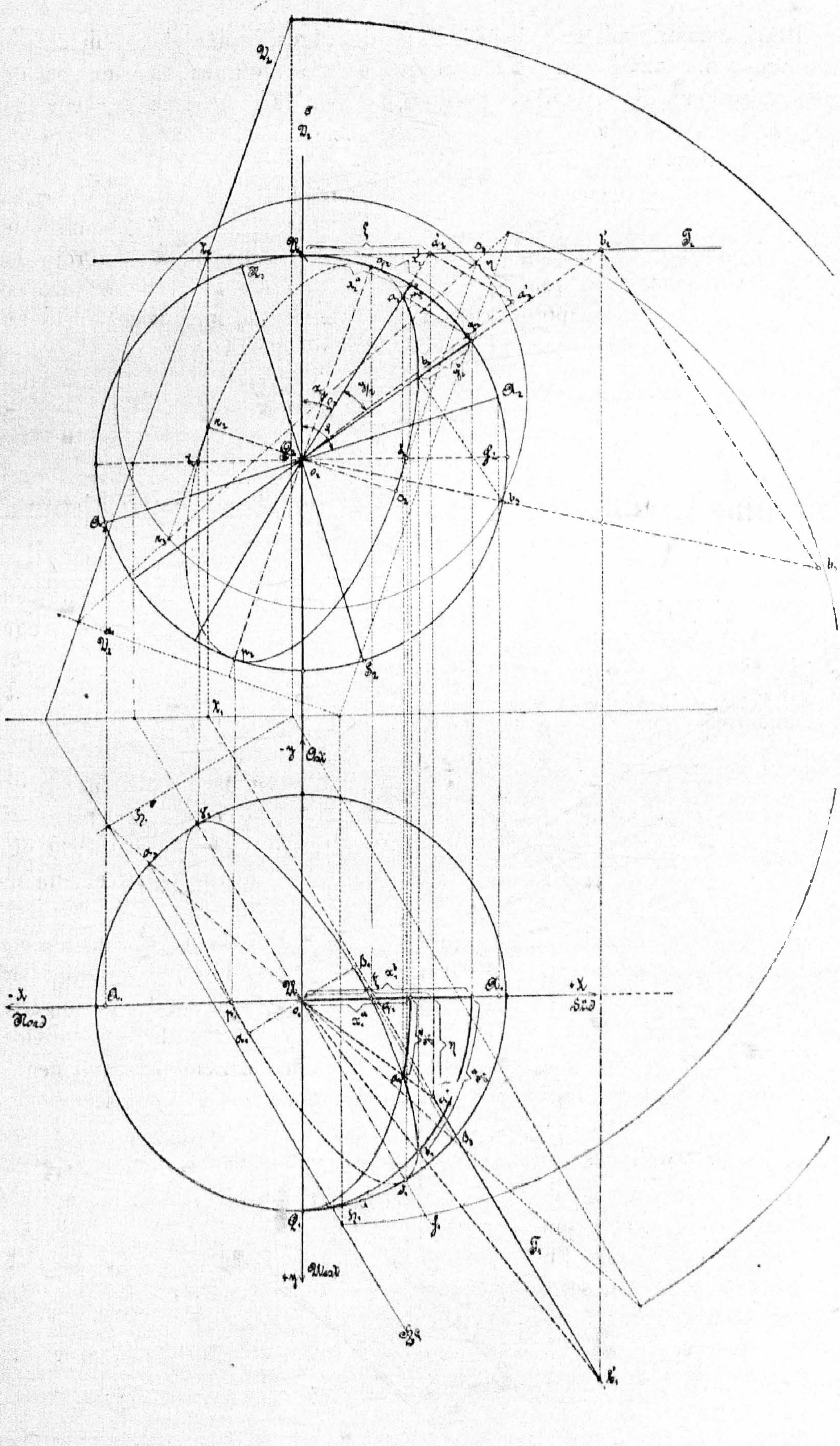
Betrachten wir den durch seine geographischen Koordinaten auf der Erdkugel gegebenen Punkt U als Ursprung sowohl für ein rechtwinkeliges, sphärisches Koordinatensystem, als auch für ein rechtwinkeliges, ebenes Koordinatensystem, so werden die Schnitte der Meridianebene von U mit der Kugel und mit der Horizontebene die beiden Abscissenachsen und die Schnitte der Ebene des I. Vertikales mit der Kugel und mit der Horizontalebene die beiden Ordinatenachsen ergeben.

Zur geometrischen Darstelluug wählen wir die Vertikal-Projektionsebene parallel zur Meridianebene von U. Die Horizontal-Projektionsebene ist sohin parallel zur Horizontebene von U. Mittels der geographischen Breite φ von U läßt sich, von der Lotlinie ausgehend, die Lage der Äquatorebene AA und der Erdachse NS einzeichnen. Da sich in der Horizontalprojektion die beiden Großkreise der Achsen des rechtwinkelig, spärischen Achsensystemes als Gerade darstellen, fallen in dieser Projektion die beiden X-Achsen und die beiden Y-Achsen ganz zusammen. Wir wollen hier $+X$ nach Süd und $+Y$ nach West legen. Wählen wir auf der Erdkugel 2 Punkte a und b aus, welche wir im rechtwinkelig, sphärischen Koordinatensystem zur Darstellung bringen wollen, so haben wir zur Konstruktion der Verbindungslinie der beiden Punkte den Großkreis zu suchen, welcher diese beiden Punkte enthält. Wir haben also den Schnitt der Erdkugel mit einer Ebene zu bestimmen, welche durch die beiden gegebenen Punkte a und b und den Erdmittelpunkt hindurchgeht. In der Zeichnung wurde die Vertikalspur V_2^{ε} einer solchen Schnittebene ε zuerst angenommen und mittels einer horizontalen Spurparallelen H, welche den Erdmittelpunkt enthält, wurde die zugehörige Horizontalspur H_1^{ς} konstruiert. Zur Konstruktion der Achsen der ellipsenförmigen Vertikalprojektion des Schnittkreises wurde eine 3. Hilfsprojektionsebene α eingeführt, welche sowohl senkrecht auf der Vertikalprojektionsebene, als auch senkrecht zur Schnittebene ς steht. Die Umlegung der Schnittlinie der beiden Ebenen α und ς in die Vertikal-Projektionsebene, beziehungsweise die 3. Hilfsprojektion dieser Schnittgeraden ist in $r_3\, s_3$ dargestellt. Dieselbe schließt mit V_2^{α} den Neigungswinkel der Ebene ς gegen die Vertikalprojektionsebene ein. Der Abstand der 3. Projektion des Kugelmittelpunktes o_3 von V_{γ}^{α} ist gleich dem Abstande der Horizontalprojektion o_1 von der Hauptprojektionsachse. Der um o_3 mit dem Kugelradius beschriebene Kreis stellt die 3. Projektion der Erdkugel dar. In $r_2\, s_2$ und $p_2\, q_2$ ergeben sich die Achsen einer Ellipse, welche die gesuchte Vertikalprojektion des Schnittkreises darstellt. Auf dieser Ellipse wurden nun die beiden Punkte a_2 und b_2 angenommen. Zur Konstruktion der Achsen der Ellipse, welche die Horizontalprojektion des Schnittkreises der Ebene ς mit der Kugel ergibt, wurde die Hilfsprojektionsebene σ gewählt und ihre Horizontalspur H_1^{σ} schon in einem solchen Abstande von o_1 gleich dem Abstande o_2 von der Hauptprojektionsachse angenommen, daß die 3. Hilfsprojektion der Kugel mit ihrer Horizontalprojektion zusammenfällt. Die umgelegte Schnittlinie von σ mit ς enthält demnach in $\alpha_3\, \beta_3$ die 3. Projektion des Schnittkreises der Ebene ς mit der Kugel. In $\alpha_1\, \beta_1$ und $\gamma_1\, \delta_1$ ergeben sich die Achsen der Ellipse, welche die gesuchte Horizontalprojektion des Schnittkreises darstellt. Selbstverständlich sind nun die Horizontalprojektionen der angenommenen Punkte, das sind a_1 und b_1 auf dieser Ellipse gelegen.

Im rechtwinkelig-sphärischen Koordinatensystem ist der Ordinatenkreis von a in seiner Vertikalprojektion durch die Gerade $Q_2\, a_2$ dargestellt, welcher in der Horizontalprojektion der Ellipsenbogen $Q_1\, a_1$ entspricht. Ebenso entspricht dem Ordinatenkreis von b in der Vertikalprojektion die Gerade $Q_2\, b_2$ und in der Horizontalprojektion der Ellipsenbogen $Q_1\, b_1$.

Denken wir uns den Kugelmittelpunkt als das Projektionszentrum für eine Zentralprojektion und die Horizontebene von U als Bildebene, so werden sich die Zentralprojektionen der beiden Punkte a und b im Schnitte der verlängerten Kugelradien $o\,a$ und $o\,b$ mit der Horizontebene ergeben. Da aber diese beiden Punkte a und b der Ebene ς angehören, so werden die Zentralprojektionen a' und b' auf der Schnittgeraden T von ς mit der Bildebene gelegen sein. Diese Schnittgerade T ist hier eine horizontale Spurparallele der Ebene ς, so daß sich T_1 leicht aus T_2 bestimmen läßt. Im Schnittpunkte von $\overline{o_2\, a_2}$ mit T_2 ergibt sich a_2', im Schnittpunkte von $\overline{o_1\, a_1}$ mit T_1 ergibt sich a_1'. Auf ähnliche Weise erhält man die Zentralprojektionen b_2' und b_1'.

Denkt man sich die Ebene des Ordinatenkreises von a in die Meridianebene von U umgelegt, so wird der umgelegte Ordinatenkreis von a mit dem Vertikal-Umriß der Kugel zusammenfallen, so daß sich a_0 sehr leicht bestimmen läßt. Errichtet man in a_2' eine Senkrechte auf $o_2\, a_2'$, so erhält man im Schnittpunkte von $o_2\, a_3$ mit dieser Senkrechten, in a_0' die Umlegung von a'.



Bezeichnen wir mit x und y die rechtwinkeligen, sphärischen Koordinaten von a und ferner mit ξ und η die rechtwinkeligen, ebenen Koordinaten der Zentralprojektion a' so ist $a_2'\, a_3'$ gleich η, gleich dem Abstande a_2' von der Meridianebene.

Aus dem Dreiecke $o_2\, a_2'\, a_3'$ ergibt sich: $\eta = \overline{o_2\, a_2'} \times tg\,\frac{y}{r}$

« « « $o_2\, U_2\, a_2'$ « « : $\overline{o_2\, a_2'} = \frac{r}{\cos\frac{x}{r}}$

Aus dem Dreiecke $o_2\, U_2\, a_2'$:

$$\left\{\begin{aligned} \eta &= \frac{r}{\cos\frac{x}{r}} \,.\, tg\,\frac{y}{r} \\ \xi &= r \,.\, tg\,\frac{x}{r} \end{aligned}\right.$$

Über eine Erweiterung des Rückwärtseinschneidens.

Von Professor **A. Klingatsch** in Graz.

I.

Die drei Punkte $P_1\, P_2\, P_3$ (Fig. 1) sind durch ihre Koordinaten gegeben. Es sind drei andere Punkte $p_1\, p_2\, p_3$ im Koordinatensystem der Punkte $P_1\, P_2\, P_3$ unter der Bedingung zu berechnen, daß das Dreieck $p_1\, p_2\, p_3$ anderweitig bestimmt ist und die drei Winkel $w_1\, w_2\, w_3$ gegeben sind.

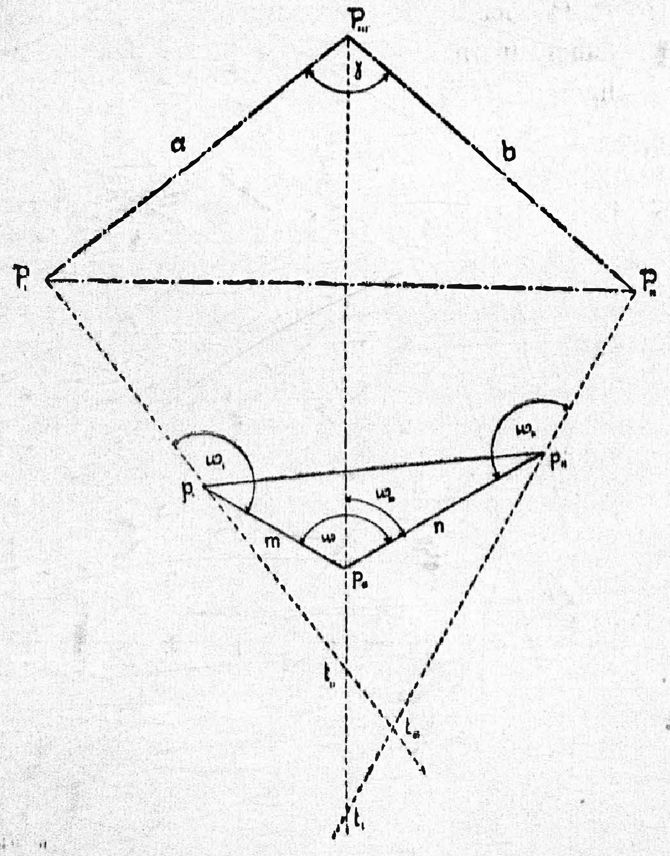


Fig. 1.