Über die neutralen, widerspruchsfreien Fehlermaße

Siegmund Wellisch [1]

[1] *Bauinspektor der Stadt Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **9** (6), S. 181–187

1911


```
@ARTICLE{Wellisch_VGI_191121,
Title = {{\"U}ber die neutralen, widerspruchsfreien Fehlerma{\ss}e},
Author = {Wellisch, Siegmund},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {181--187},
Number = {6},
Year = {1911},
Volume = {9}
}
```

Ort ohne Y-Komponente ist wieder eine geneigte Ebene U_y, wenn sie auch weniger geneigt ist als W_y. Die Schnittlinie U, in der notwendig der wahrlichste Punkt P_0 liegt, ist also tatsächlich eine geneigte Gerade, und das war zu beweisen. Das Resultat bleibt qualitativ dasselbe, auch dann, wenn wir den Rayons Gewichte zuschrieben.

6. Man kann das Problem auch weniger ins Einzelne gehend behandeln. Die Ebenen A geben ausschließlich horizontale Kräfte, die auf den Wanderpunkt wirken. Die Ebenen B haben in der Praxis nicht sehr große Höhenwinkel. Das hat zur Folge, daß die Abstände v ziemlich steil, ziemlich vertikal liegen; die Anziehungen, die der Wanderpunkt durch die B-Ebenen in der Richtung der Abstände v erleidet, haben also nur kleine Horizontalkomponenten, ändern also an der Wirkung der A-Ebenen nicht viel. Dazu kommt, daß in der Praxis die Polygonpunkte $P_1\,P_2\ldots$ meist rings um den Neupunkt P_0 liegen und das hat zur Folge, daß die Horizontalkomponenten, die die B-Ebenen liefern, einander teilweise aufheben, so daß an der Wirkung der A-Ebenen noch weniger geändert wird. Wenn man Spezialfälle durchrechnet, dann findet man, daß die Neigung der Gleichgewichtslinie oder wahrscheinlichsten Linie U so gering ist, daß ihre übliche Vernachlässigung keine beachtenswerten Fehler zur Folge hat. Die ganze Untersuchung hat also vorwiegend nur theoretischen Wert.

Über die neutralen, widerspruchsfreien Fehlermaße.

Vortrag, gehalten in der Monatsversammlung des Vereines der österr. k. k. Vermessungsbeamten am 19. November 1909 an der k. k. Techn Hochschule in Wien von Bauinspektor S. **Wellisch.**

Von einer endlichen Reihe wahrer Beobachtungsfehler $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_n$ nennt man das arithmetische Mittel der absoluten Werte aller Fehler den durchschnittlichen Fehler ϑ, während das arithmetische Mittel aller Fehlerquadrate das Quadrat des mittleren Fehlers μ darstellt. Es ist nämlich

$$\vartheta = \frac{|\varepsilon_1| + |\varepsilon_2| + \ldots + |\varepsilon_n|}{n} = \frac{[|\varepsilon|]}{n}$$

$$\mu^2 = \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_n^2}{n} = \frac{[\varepsilon^2]}{n} \quad \text{und} \quad \mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}.$$

Analog ergibt sich aus den m-ten Potenzen der einzelnen Fehler durch Mittelbildung die m-te Potenz des Fehlermittels der m-ten Ordnung:

$$\overset{m}{M}_{(m)} = S_{(m)} \frac{[|\varepsilon|]}{n} \quad \text{und} \quad M_{(m)} = \sqrt[m]{\frac{[|\varepsilon|^m]}{n}}.$$

Geht man von einer endlichen Reihe von Fehlern auf eine unendliche Anzahl von Fehlern über, so erhält man unter Zugrundelegung des Gaußschen Fehlergesetzes bekanntlich für die Summe $S_{(m)}$ den Integralausdruck

$$S_{(m)} = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \varepsilon^m e^{-h^2\varepsilon^2} d\varepsilon,$$

worin h das Genauigkeitsmaß, $e = 2{\cdot}7182818\ldots$ die Basis des natürlichen Logarithmensystems und $\pi = 3{\cdot}1415927\ldots$ die Ludolfsche Zahl bedeutet. Setzt man zur Vereinfachung $h\varepsilon = t$, so wird

$$S_{(m)} = \frac{2}{h^m \sqrt{\pi}} \int_0^\infty t^m e^{-t^2} dt = \frac{2}{h^m \sqrt{\pi}} J_{(m)}.$$

Macht man die Spezialisierungen $m = 1$ und $m = 2$, so erhält man zunächst

$$J_{(1)} = \int_0^\infty t e^{-t^2} dt = \tfrac{1}{2}, \qquad J_{(2)} = \int_0^\infty t^2 e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

und

$$S_{(1)} = \frac{2}{h\sqrt{\pi}} \cdot \tfrac{1}{2} = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}, \qquad S_{(2)} = \frac{2}{h^2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{4} = \frac{1}{2h^2},$$

folglich ist

$$S_{(1)} = \vartheta = \frac{[|\varepsilon|]}{n} = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\mu$$

$$\sqrt{S_{(2)}} = \mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}} = \frac{1}{h\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\vartheta.$$

Außer dem durchschnittlichen und mittleren Fehler gibt es in der Fehlertheorie noch ein drittes charakteristisches Fehlermaß, nämlich den wahrscheinlichen Fehler ϱ. Aber dieses Fehlermaß läßt sich nicht direkt aus den Beobachtungsfehlern in der hier entwickelten Art ableiten, sondern kann nur auf dem Umwege über den durchschnittlichen oder mittleren Fehler berechnet werden.

Der wahrscheinliche Fehler wird definiert als diejenige Fehlergrenze, welche angibt, innerhalb welcher ein begangener Fehler die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzt, wie außerhalb derselben, so daß bei einer hinreichend großen Anzahl von Fehlern angenommen werden kann, daß in einer vorliegenden Fehlerreihe eben so viele Fehler vorkommen, die kleiner als der wahrscheinliche Fehler ϱ sind, als Fehler darin enthalten sind, die größer als ϱ sind. Liegen z. B. 100 Fehler vor, so sind 50 Fehler davon kleiner und 50 Fehler größer als ϱ. Der wahrscheinliche Fehler stellt also die 50-prozentige Fehlergrenze dar.

Zur Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers gehen wir von der Wahrscheinlichkeit aus, daß ein Fehler zwischen den Grenzen 0 und a zu liegen komme, welche Wahrscheinlichkeit durch den Integralausdruck

$$\frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-h^2\varepsilon^2} d\varepsilon$$

bestimmt ist. Daher ist der wahrscheinliche Fehler ϱ definiert durch die Gleichung

$$\frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_0^\varrho e^{-h^2\varepsilon^2} d\varepsilon = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_\varrho^\infty e^{-h^2\varepsilon^2} d\varepsilon,$$

weil alle Fehler, welche kleiner als ϱ sind, zwischen den Grenzen 0 und ϱ und alle Fehler, welche größer als ϱ sind, zwischen den Grenzen ϱ und ∞ liegen müssen und die Wahrscheinlichkeiten für das Fallen eines Fehlers innerhalb oder außerhalb von ϱ einander gleich zu setzen sind. Da die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Fehler überhaupt begangen wurde, also innerhalb des Intervalls von 0 bis ∞ zu liegen komme, in die Gewißheit, d. i. die Einheit der Wahrscheinlichkeit übergeht, so hat man auch die Gleichung:

$$\frac{2h}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-h^2\varepsilon^2}d\varepsilon = \frac{2h}{\sqrt{\pi}}\int_0^\varrho e^{-h^2\varepsilon^2}d\varepsilon + \frac{2h}{\sqrt{\pi}}\int_\varrho^\infty e^{-h^2\varepsilon^2}d\varepsilon = 1,$$

folglich ist

$$\frac{2h}{\sqrt{\pi}}\int_0^\varrho e^{-h^2\varepsilon^2}d\varepsilon = \tfrac{1}{2}.$$

Setzt man wieder $h\varepsilon = t$, so geht die untere Grenze für $\varepsilon = 0$ in $t = 0$, die obere Grenze für $\varepsilon = \varrho$ in $t = \varrho h$ über, und die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler — absolut genommen — innerhalb der wahrscheinlichen Fehlergrenze falle, erhält die Form:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\varrho h} e^{-t^2}dt = \tfrac{1}{2}.$$

Um hieraus ϱ zu bestimmen, benützt man die von Encke angelegte Tafel für die Integralwerte

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{ah} e^{-t^2}dt = \Theta(t),$$

welche nach dem Argumente ah geordnet ist. Hieraus erhält man durch Interpolation für $\Theta(t) = \frac{1}{2}$ und $a = \varrho$ den Argumentwert

$$ah = \varrho h = 0{\cdot}47694 = \varkappa,$$

folglich ist

$$\varrho = \frac{\varkappa}{h}.$$

Um ϱ ziffermäßig zu berechnen, bedarf es also der Kenntnis des Genauigkeitsmaßes h. Je nachdem nun h aus der Formel für ϑ oder μ abgeleitet wird, ergeben sich zur Berechnung von ϱ zwei Wege: Es ist

$$h_1 = \frac{1}{\vartheta\sqrt{\pi}}, \qquad h_2 = \frac{1}{\mu\sqrt{2}}$$

folglich:

$$\varrho_1 = \varkappa\sqrt{\pi}\,\vartheta = 0{\cdot}84555\,\vartheta \doteq \tfrac{5}{6}\,\frac{[|\varepsilon|]}{n}$$

$$\varrho_2 = \varkappa\sqrt{2}\,\mu = 0{\cdot}67449\,\mu \doteq \tfrac{2}{3}\sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}.$$

Es soll nun noch kurz ein Weg angedeutet werden, wie man den wahrscheinlichen Fehler direkt aus den Beobachtungsfehlern mit sehr großer Annäherung berechnet kann. Setzt man in der allgemeinen Formel für den Durchschnitt höherer Fehlerpotenzen

$$S_{(m)} = \frac{[\,|\varepsilon|^m]}{n} = \frac{2}{h^m\sqrt{\pi}}\int_0^\infty t^m e^{-t^2}dt = \frac{2}{h^m\sqrt{\pi}}J_{(m)}$$

für $m = \frac{1}{2}$, so erhält man

$$S_{(1/2)} = \frac{[|\varepsilon|^{1/2}]}{n} = \frac{2}{\sqrt{h\pi}} J_{(1/2)} = M_{(1/2)}^{1/2} = \sqrt{M_{(1/2)}}\,.$$

Der Integralausdruck $J_{(1/2)}$ ergibt sich durch Interpolation[1]), mittels Reihenentwicklung der Exponentialfunktion[2]) oder mit Hilfe von Gammafunktionen[3]) zu

$$J_{(1/2)} = 0{\cdot}61271,$$

folglich ist

$$M_{(1/2)} = \left(\frac{[\sqrt{|\varepsilon|}]}{n}\right)^2 = \frac{4}{h\pi} J_{(1/2)}{}^2 = \frac{0{\cdot}47799}{h} = \frac{\varkappa'}{h} = \varrho',$$

d. i. annähernd der wahrscheinliche Fehler ϱ.

Bildet man das Verhältnis

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{0{\cdot}47694}{0{\cdot}47799} = 0{\cdot}998,$$

so erkennt man, daß die strenge Formel für den wahrscheinlichen Fehler lautet:

$$\varrho = 0{\cdot}998\left(\frac{[\sqrt{|\varepsilon|}]}{n}\right)^2.$$

In der Praxis kann aber fast immer für den Reduktionsfaktor 0·998 die Einheit genommen werden, so daß die Formel

$$\varrho = \left(\frac{[\sqrt{|\varepsilon|}]}{n}\right)^2$$

immer einen guten Näherungswert für den wahrscheinlichen Fehler liefert.

Man kann also alle drei charakteristischen Fehlermaße auf drei verschiedenen Wegen berechnen, nämlich einmal direkt aus den Beobachtungsfehlern und dann auf dem Umwege über die beiden anderen Fehlermaße. Zusammengestellt hat man daher folgende Formeln:

$\vartheta_1 = \frac{[\lvert\varepsilon\rvert]}{n}$	$\mu_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{[\lvert\varepsilon\rvert]}{n}$	$\varrho_1 = \varkappa\sqrt{\pi}\,\frac{[\lvert\varepsilon\rvert]}{n}$
$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}$	$\mu_2 = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}$	$\varrho_2 = \varkappa\sqrt{2}\sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}$
$\vartheta_{1/2} = \frac{1}{\varkappa\sqrt{\pi}}\left(\frac{[\sqrt{\lvert\varepsilon\rvert}]}{n}\right)^2$	$\mu_{1/2} = \frac{1}{\varkappa\sqrt{2}}\left(\frac{[\sqrt{\lvert\varepsilon\rvert}]}{n}\right)^2$	$\varrho_{1/2} = \left(\frac{[\sqrt{\lvert\varepsilon\rvert}]}{n}\right)^2$

Auch das Genauigkeitsmaß kann auf drei verschiedenen Wegen erhalten werden:

$$h_1 = \frac{n}{[|\varepsilon|]\sqrt{\pi}}, \qquad h_2 = \sqrt{\frac{n}{2[\varepsilon\varepsilon]}}, \qquad h_{1/2} = \varkappa\left(\frac{n}{[\sqrt{|\varepsilon|}]}\right)^2,$$

worin die Indizes 1, 2, $1/2$ die Berechnungsart aus den Fehlerpotenzen bezeichnen.

---

[1]) **Wellisch**: «Theorie und Praxis der Ausgleichungsrechnung», Wien und Leipzig 1909. 1. Band, § 16.

[2]) **Cappilleri**: «Entdeckungen auf dem Gebiete der Fehlermaße». Österr. Zeitschr. f. Verm. Wien 1909, S. 336.

[3]) **Eggert**: «Zur direkten Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers». Zeitschr. f. Verm. Stuttgart 1909, S. 727. **Schumann**, ebenda, 1911, S. 406.

Wenn die Beobachtungsfehler ε dem Gaußschen Fehlergesetze strenge gehorchen, so sollen die drei Werte für ϑ, μ, ϱ und h bei einer sehr großen Anzahl von ε vollkommen gleichlautend sich ergeben. In der Praxis aber findet diese Gleichheit in der Regel nicht statt, weil die theoretischen Voraussetzungen, die dem Gaußschen Fehlergesetze zugrunde liegen, niemals vollkommen erfüllt sein können. Rechnet man aus den beiden theoretischen Beziehungen

$$\mu = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\vartheta \quad \text{und} \quad \varrho = \varkappa\sqrt{\pi}\,\vartheta$$

das π, so ergeben sich auch für diese Konstante in der Regel zwei verschiedene, von der Ludolfschen Zahl abweichende Resultate:

$$\pi' = 2\left(\frac{\mu}{\vartheta}\right)^2 \quad \text{und} \quad \pi'' = \left(\frac{\varrho}{\varkappa\,\vartheta}\right)^2.$$

Wir wollen dies an einem Beispiele zeigen.

Mißt man die drei Winkel α, β, γ eines Dreiecks, so muß $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$ sein. Ist dies nicht der Fall, so ist in der Bestimmung der Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma$ ein Fehler unterlaufen. Bei der von Bessel durchgeführten Gradmessung in Ostpreußen haben sich bei 22 Dreiecksabschlüssen folgende Schlußfehler ergeben:

Nr.	ε	$\lvert\varepsilon\rvert$ geordnet	$\varepsilon\varepsilon$	$\sqrt{\lvert\varepsilon\rvert}$
1	+ 0''·364	0''·000	0·0000	0·0000
2	+ 0·926	0·005	0·0000	0·0707
3	— 0·510	0·364	0·1325	0·6033
4	— 1·460	0·418	0·1747	0·6465
5	— 0·953	0·510	0·2601	0·7141
6	— 1·399	0·556	0·3091	0·7457
7	+ 1·758	0·587	0·3446	0·7662
8	+ 0·917	0·723	0·5227	0·8503
9	+ 0·556	0·917	0·8409	0·9576
10	— 0·005	0·926	0·8575	0·9623
11	— 0·587	0·953	0·9082	0·9762
12	0·000	0·980	0·9604	0·9899
13	— 1·357	1·352	1·8279	1·1648
14	+ 1·859	1·357	1·8414	1·1686
15	— 0·418	1·399	1·9572	1·1828
16	+ 1·679	1·460	2·1316	1·2083
17	+ 1·620	1·620	2·6244	1·2728
18	+ 1·623	1·623	2·6341	1·2740
19	+ 1·666	1·666	2·7756	1·2907
20	— 0·723	1·679	2·8190	1·2958
21	— 1·352	1·758	3·0906	1·3259
22	— 0·980	1·859	3·4559	1·3635
	+ 12·968 — 9·744	22·712	30·4684	20·8300

Damit erhält man:

$\vartheta_1 = 1{\cdot}0324$	$\mu_1 = 1{\cdot}2939$	$\varrho_1 = 0{\cdot}8726$	$h_1 = 0{\cdot}5465$
$\vartheta_2 = 0{\cdot}9390$	$\mu_2 = 1{\cdot}1768$	$\varrho_2 = 0{\cdot}7937$	$h_2 = 0{\cdot}6009$
$\vartheta_{1/2} = 1{\cdot}0605$	$\mu_{1/2} = 1{\cdot}3292$	$\varrho_{1/2} = 0{\cdot}8965$	$h_{1/2} = 0{\cdot}5320$

$$\pi' = 2{\cdot}599, \qquad \pi'' = 3{\cdot}315 \qquad \text{anstatt } \pi = 3{\cdot}142.$$

Soll zwischen allen charakteristischen Fehlermaßen vollkommene Übereinstimmung bestehen, d. h. sollen die Fehler- und Genauigkeitsmaße, auf allen Wegen berechnet, vollkommen widerspruchsfrei resultieren, so hat man im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate von den drei verschiedenen Bestimmungen je eines Fehlermaßes den wahrscheinlichsten Wert zu berechnen, d. h. wenn man von den verschiedenen Unsicherheiten ihrer Bestimmungen absieht, das einfache arithmetische Mittel zu bilden. Bezeichnet man diese arithmetische Mittel der Reihe nach mit

$$\vartheta_* = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_{1/2}}{3}, \qquad \mu_* = \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_{1/2}}{3}, \qquad \varrho_* = \frac{\varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_{1/2}}{3},$$

so erhält man genau *ohne jeden Widerspruch* die gleichlautenden Ergebnisse:

$$\vartheta_* = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\mu_* = \frac{1}{\varkappa\sqrt{\pi}}\,\varrho_* = 1{\cdot}0106$$

$$\mu_* = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\vartheta_* = \frac{1}{\varkappa\sqrt{2}}\,\varrho_* = 1{\cdot}2666$$

$$\varrho_* = \varkappa\sqrt{\pi}\,\vartheta_* = \varkappa\sqrt{2}\,\varrho_* = 0{\cdot}8543$$

$$h_* = \frac{1}{\vartheta_*\sqrt{\pi}} = \frac{1}{\mu_*\sqrt{2}} = \frac{\varkappa}{\varrho_*} = 0{\cdot}5583$$

und ebenso:

$$2\left(\frac{\mu_*}{\vartheta_*}\right)^2 = 2\left(\frac{1{\cdot}2666}{1{\cdot}0106}\right)^2 = 3{\cdot}1416$$

$$\left(\frac{\varrho_*}{\varkappa\vartheta_*}\right)^2 = \left(\frac{0{\cdot}8543}{0{\cdot}47694\,.\,1{\cdot}0106}\right)^2 = 3{\cdot}1416.$$

Weil die mit * bezeichneten Fehlermaße ohne Bevorzugung eines der drei charakteristischen Fehlermittel erhalten wurden, so kann man ϑ_*, μ_*, ϱ_* *die neutralen Fehlermaße* und h_* *das neutrale Genauigkeitsmaß* nennen.

Um z. B. zu beweisen, daß in der Beziehung $2\left(\frac{\mu_*}{\vartheta_*}\right)^2 = \pi$ genau die Ludolfsche Zahl zum Vorschein kommen muß, bilde man:

$$2\left(\frac{\mu_*}{\vartheta_*}\right)^2 = 2\left\{\frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\vartheta_1 + \mu_2 + \frac{1}{\varkappa\sqrt{2}}\,\varrho_{1/2}}{\vartheta_1 + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\mu_2 + \frac{1}{\varkappa\sqrt{\pi}}\,\varrho_{1/2}}\right\}^2 = 2\left\{\frac{\frac{\varkappa\sqrt{\pi}\,\vartheta_1 + \varkappa\sqrt{2}\,\mu_2 + \varrho_{1/2}}{\varkappa\sqrt{2}}}{\frac{\varkappa\sqrt{\pi}\,\vartheta_1 + \varkappa\sqrt{2}\,\mu_2 + \varrho_{1/2}}{\varkappa\sqrt{\pi}}}\right\}^2 =$$

$$= 2\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)^2 = \pi.$$

Es ist aber auch selbstverständlich

$$2\left(\frac{\mu_2}{\vartheta_2}\right)^2 = 2 \cdot \frac{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}{\frac{2}{\pi} \cdot \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}} = \pi$$

und ebenso:

$$2\left(\frac{\mu_1}{\vartheta_1}\right)^2 = 2\left(\frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\vartheta_1}{\vartheta_1}\right)^2 = \pi.$$

Geodäsie auf der Weltausstellung zu Brüssel 1910.

Von **Dr. F. Köhler**, Professor an der k. k. montanistischen Hochschule in Přibram.

(Schluß.)

Und endlich — last not least — wenden wir uns zu einer Ausstellung, welche einen besonderen Reiz gewährt durch die große Intelligenz, den offenen Sinn für die mannigfachsten Anforderungen der Wissenschaft und das Streben, dieselbe in einer exakten Form zur Anschauung zu bringen, wie diese deutlich aus den von Carl Zeiss, Jena, ausgestellten Instrumenten hervorleuchten.

Offenbar liegt der Glanzpunkt der Fabrikation dieser Firma in den *Apparaten für Stereophotogrammetrie*, also einem Gegenstande, der im Entwicklungsstadium begriffen ist.

Um so anerkennenswerter aber ist es, mit wie großer Emsigkeit die Zeiss'sche Firma an der Vervollkommung der Stereokomparatoren arbeitet, und daß sie dabei bedeutende Erfolge zu verzeichnen hat, lehren uns die an den ausgestellten Instrumenten verschiedenen neuen Einrichtungen.

Die kolossale Entwicklung dieser Firma in den 64 Jahren ist nur darauf zurückzuführen, daß sie es verstanden hat, in ihre Dienste die ersten theoretischen Kräfte aufzunehmen und mit ihnen Schritt für Schritt vorzugehen. Im Jahre 1846 als kleine optische Werkstätte in Jena gegründet — im Jahre 1910 als eine riesige Fabrik mit 2650 Angestellten und 2600 Pferdekräften arbeitend.

Es bedurfte gewiß großer Energie und Ausdauer, um das Geschäft so in Flor zu bringen, wie es heutigen Tages dasteht und ein Blick auf die Abteilung der Firma es sofort erscheinen läßt.

Den Clou, wie schon erwähnt, bilden *die Instrumente und Apparate für die Stereophotogrammetrie*, die genügend beschrieben und bildlich dargestellt worden sind.

Weniger bekannt bei uns ist das *Nivellierinstrument von Wild* mit neuen Einrichtungen zur parallaxfreien Beobachtung der Libelle und zur schnellen Justierung von einem Standpunkte aus. Die Firma stellt 3 Modelle dieses interessanten Instrumentes aus, dessen kurze Beschreibung hier gegeben seien.

Die Nivellierinstrumente Ia und Ib sind gleich groß, der Unterschied besteht darin, daß bei Nivellierinstrument Ia die allgemeine Horizontierung durch