

Paper-ID: VGI_191114



Über drei Orientierungs-Instrumente

Ehrenfeucht ¹

¹ *Professor an der Technischen Hochschule in Riga*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **9** (3), S. 81–91

1911

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Ehrenfeucht_VGI_191114,  
Title = {{\U}ber drei Orientierungs-Instrumente},  
Author = {Ehrenfeucht, },  
Journal = {{\O}sterreichische Zeitschrift f{{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {81--91},  
Number = {3},  
Year = {1911},  
Volume = {9}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN
DES
VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 3.

Wien, am 1. März 1911.

IX. Jahrgang.

Über drei Orientierungs-Instrumente.

Von Dr. Ehrenfeucht, Professor an der Technischen Hochschule in Riga.

Die Orientierung einer gegebenen Richtung AA' in bezug auf den astronomischen oder magnetischen Meridian kann eine absolute oder relative sein. Bei der absoluten Orientierung wird das astronomische oder magnetische Azimut der Linie AA' unmittelbar durch astronomische oder magnetische Beobachtungen bestimmt; auf diesen Fall soll hier nicht eingegangen werden. Was dagegen die relative Orientierung anbelangt, so wird dieselbe zurückgeführt auf die Bestimmung des Horizontalwinkels zwischen der gegebenen Linie AA' und einer anderen PP'' , deren Azimut bereits bekannt ist. Die letztgenannte Aufgabe gewinnt ein besonderes Interesse in dem Fall, wenn der Winkel zwischen beiden Linien AA' und PP'' nicht unmittelbar gemessen werden kann, wie dieses z. B. bei der Orientierung eines Grubenzuges vorkommt, wenn die Linie AA' in einer unterirdischen Galerie, PP'' dagegen über Tage liegt und eine Dreieckseite darstellt. In solchen Fällen muß man bei der Bestimmung des Horizontalwinkels zwischen den gegebenen Geraden zu indirekten Methoden seine Zuflucht nehmen. Nach einer dieser Methoden erhält man den gesuchten Winkel zwischen den Linien AA' und PP'' durch Subtraktion ihrer magnetischen Azimute, welche mit ein und demselben Instrument bestimmt und vom Einfluß der Deklinationsschwankungen befreit sein müssen. Da der konstante Kollimationsfehler des Magnets in der Differenz verschwindet, so braucht man sich um denselben auch nicht weiter zu kümmern. Es liegt also, mit anderen Worten, bei der Magnet-Orientierung keine Notwendigkeit vor, die absoluten Azimute der gegebenen Geraden zu bestimmen; es genügt, die Richtungswinkel zu messen, welche von der Kollimationsaxe des Magnets gerechnet werden.

Eine zweite Methode der relativen Orientierung, die sogenannte Theodolit-Orientierung, besteht darin, daß man zwischen den Seiten AA' und PP'' ein Polygon einschaltet, dessen Winkel mißt, und nach denselben den gesuchten Winkel zwischen den äußersten Polygonseiten AA' und PP'' berechnet. Diese Methode der Theodolit-Orientierung wird zuweilen mit einem Lotverfahren kombiniert.

Bei einem Vergleich beider genannter Methoden fällt vor allen Dingen die außerordentliche Einfachheit und Geschwindigkeit der magnetischen Orientierung auf, bei welcher keine, sogar keine optische Verbindung zwischen den Punkten *A* und *P* notwendig ist. In bezug auf Genauigkeit steht dagegen die magnetische Methode der Theodolit-Orientierung gewöhnlich bedeutend nach und nur bei einer großen Winkelzahl des Verbindungspolygons, wodurch bei der Theodolit-Methode eine große Anhäufung von Fehlern hervorgerufen wird, kann eine gewöhnliche Busssole eine größere Genauigkeit in der Orientierung geben, als ein Theodolit. Es ist daher klar, daß im Fall einer Vervollkommnung der Bussolen und einer Erhöhung ihrer Genauigkeit die magnetische Methode sich der Theodolit-Orientierung nicht allein in bezug auf Geschwindigkeit und Billigkeit, sondern auch auf Genauigkeit überlegen erweisen könnte. Diesem Umstand wurde am Ende der achtziger Jahre des vorigen Jahrhunderts eine besondere Beachtung geschenkt und gegenwärtig existieren schon einige Präzisions-Bussolen, welche die Bestimmung einer Richtung mit einer Genauigkeit bis auf wenige Zehnskunden ermöglichen. Wir wollen in allgemeinen Umrissen betrachten, worin diese Vervollkommnungen der Bussolen bestehen.

Die geringe Genauigkeit der gewöhnlichen Bussolen hängt hauptsächlich von zwei Ursachen ab: 1. Der Reibung des Hütchens an der Spitze des Stifts, und 2. der geringen Genauigkeit der Ablesungen.

Die Reibung an der Spitze bei der Schwingung des Magnets kann vor allem durch Verringerung der Trägheitsmasse des Magnets bei Vergrößerung seines magnetischen Moments verringert werden, alsdann durch passende Auswahl des Materials für das Hütchen, welches sich durch Härte auszeichnen und dabei äußerst gut schleifen lassen muß. Die größte Vollkommenheit in dieser Beziehung scheint im Deklinatorium von Neumayer-Schmidt erreicht zu sein, von welchem später die Rede sein wird. Es sei gleich an dieser Stelle bemerkt, daß eine solche Reibung in den Instrumenten gar nicht vorhanden ist, in welchen der Magnet nicht auf eine Spitze aufgesetzt, sondern an einem Faden aufgehängt wird. Bei dieser Konstruktion wird die Reibung durch die Torsion des Fadens ersetzt, deren Einfluß auf die Orientierung, wie wir sehen werden, in den neuesten Instrumenten keinerlei praktische Bedeutung hat. Auf diese Art ist der erste Hauptgrund der Ungenauigkeit bei den gewöhnlichen Bussolen — die Reibung — in einigen Präzisionsbussolen vollkommen eliminiert.

Wenn wir nun zur Genauigkeit der Ablesungen übergehen, so bemerken wir, daß es zwei Methoden zur Bestimmung des magnetischen Azimuts gibt. Nach der ersten von diesen wird mit den Dioptern (oder dem Fernrohr) der Busssole das gewünschte Signal anvisiert und das magnetische Azimut an den Enden der Magnetnadel abgelesen. Die Genauigkeit der Ablesungen übersteigt hierbei nicht $0,1^\circ$, bei kleinen Bussolen sinkt sie sogar bis auf $\frac{1}{2}^\circ$ und mehr. Um genauere Ablesungen zu erzielen, werden zuweilen an den Enden des Magnets leichte Nonien angebracht, doch wird hiedurch nicht viel gewonnen, obgleich im Orientierungs-Instrument von Fric die Anwendung von Nonien sich als zweckmäßig erwiesen hat.

Die zweite Methode der Azimutbestimmung erfordert eine Verbindung des Bussolengehäuses mit einem Winkelmeßinstrument und kann daher bei Bussolen-Theodoliten, Astrolabien, Pantometern usw. angewendet werden. Nach dieser Methode wird das Fernrohr zuerst in die Ebene des magnetischen Meridians gebracht und hierauf auf das gewünschte Signal gerichtet; in jeder Lage desselben wird der Horizontalkreis abgelesen und das gesuchte Azimut ergibt sich als Differenz der Ablesungen. Die Genauigkeit dieser Methode hängt von der Genauigkeit der Visur und der Ablesungen und hauptsächlich von der Genauigkeit der Einstellung des Fernrohrs in den magnetischen Meridian ab. Der Fehler der Einstellung des Fernrohrs in der Ebene des magnetischen Meridians besteht aus zwei Teilen: erstens aus dem konstanten Orientierungsfehler des Instruments und zweitens aus dem zufälligen Fehler. Der erste von diesen Fehlern spielt bei der relativen Orientierung gar keine Rolle, da er in der Differenz der Azimute verschwindet; man hat also nur dafür zu sorgen, daß er konstant bleibt. Der zweite zufällige Fehler dagegen setzt sich zusammen aus dem Reibungsfehler, von dem bereits die Rede war, und aus dem Fehler der Einstellung des Fernrohrs in die Kollimationsebene des Magnets, der von der Konstruktion des Instruments und der angewendeten Methode abhängt. Aus allem Gesagten folgt, daß bei der Vervollkommnung der Bussolen die Aufmerksamkeit fast ausschließlich auf die Verringerung oder Ausschaltung der Reibung und auf die Vervollkommnung der Einstellungsmethode der Visur in die Kollimationsebene des Magnets zu richten ist.

Bei den gewöhnlichen Bussolen-Theodoliten, Tachymetern, Astrolabien etc. wird das Fernrohr in die Kollimationsebene des Magnets gebracht, indem man die Striche 0° und 180° der Bussole mit den Enden der Magnetnadel zur Koinzidenz bringt. Eine solche Einstellung erweist sich genauer als das unmittelbare Ablesen der Nadelenden am runden Gehäuse der Bussole; trotzdem ist die Genauigkeit der Azimutbestimmung vermittels der Nonien gewöhnlich bedeutend geringer als die Nonienangabe.

Als ersten Versuch, die Genauigkeit der Einstellung des Fernrohrs in die Kollimationsebene des Magnets zu erhöhen, kann man die Verwendung der Lupen ansehen, welche über den Nullstrichen der Bussole angebracht wurden. Schmidt ersetzte diese Lupen durch Mikroskope. Als äußerst wichtige Vervollkommnung in dieser Sache erscheint 1. der Röhrenkompaß von Hildebrand mit den aufgebogenen Nadelenden und der Glasskala und 2. das Orientierungs-Instrument von Breithaupt, in welchem das Fernrohr des Theodolits nach Ansetzung einer Linse auf das Ende der Magnetnadel eingestellt werden kann. Am genauesten kann die Koinzidenz der Kollimationsebenen des Fernrohrs und des Magnets durch Verbindung des letzteren mit einem Spiegel oder Kollimator erreicht werden, wie dieses auch in den folgenden Orientierungs-Instrumenten ausgeführt ist:

1. In dem Magnetkollimator von Borchers, vervollkommenet von Brathuhn mit an einem Kokonfaden aufgehängtem Magnet,
2. im Orientierungs-Magnetometer von Fennel mit auf einem Quarzfaden, aufgehängtem Magnet, und

3. im Spiegel-Deklinatorium von Neumayer-Schmidt-Hildebrand mit einem auf eine Spitze aufgesetztem Magnet.

Alle diese drei Instrumente wurden vom Warschauer Polytechnischen Institut nahezu gleichzeitig erworben und standen eine zeitlang zu meiner Verfügung. Ich benutzte diese Gelegenheit zur Untersuchung der relativen Genauigkeit und Handhabung dieser Instrumente. Da in der Nähe kein Deklinatorium vorhanden war, so mußten bei der Prüfung eines der drei Instrumente die beiden anderen als Variometer dienen.

Indem ich nun zur Besprechung der von mir erzielten Resultate übergehe, müßte ich eigentlich mit einer genauen Beschreibung der untersuchten Instrumente beginnen; jedoch in Anbetracht dessen, daß dieses bereits nicht nur in Fachzeitschriften, sondern auch in Lehrbüchern geschehen ist, werde ich ihre Konstruktion als bekannt voraussetzen und mich auf das Anführen einiger ziffermäßigen Daten und eine allgemeine vergleichende Charakteristik dieser Instrumente beschränken.

Im untersuchten Theodolit-Kollimator von Borchers-Brathuhn-Hoffmann betrug die Genauigkeit der Nonien $20''$. Als Wert einer Skalenteilung des Kollimators bei freihängendem Magnet wurde $\omega_1 = 89.9'' \pm 0.3''$ ermittelt, bei arretiertem Magnet $\omega_1 = 90.0'' \pm 0.2''$. Es wurde $\omega_1 = 90.0''$ angenommen. Die Drehung des Torsionskopfes um $\pm 360^\circ$ rief eine Verschiebung der Skala um ± 3.9 ihrer Teilung hervor, was nur $1''$ auf 1° Drehung entspricht. Bei Veränderung der Luftfeuchtigkeit war eine Torsion des Fadens nicht zu bemerken, obgleich spezielle diesbezügliche Untersuchungen nicht angestellt wurden.

Im Theodolit-Magnetometer von Fennel betrug die Genauigkeit des Nonius $30''$. Als Wert einer Skalenteilung wurde $\omega_{II} = 160'' \pm 0.3''$ ermittelt. Eine Drehung des Kopfes um $+360^\circ$ und -360° rief eine Verschiebung der Skala um -7.0 und $+7.0$ Teilungen hervor, was $3''$ auf 1° Drehung entspricht. Folglich hat auch hier die Torsion keine praktische Bedeutung. Was die Festigkeit der Quarzfäden anbelangt, so erwiesen sich alle Befürchtungen in dieser Hinsicht als unbegründet. Ein Faden riß bei Beginn der Arbeit infolge grober Unvorsichtigkeit; er wurde von mir an demselben Tage durch einen Reservefaden ersetzt, welcher dann ungeachtet des häufigen Transports und der Demonstrierung des Instruments bis zum Schluß der Arbeit intakt blieb.

Bei dem Deklinatorium von Neumayer-Schmidt-Hildebrand muß man statt des unbedeutenden Fehlers infolge der Torsion des Fadens, welcher bei den beiden zuletzt genannten Instrumenten erwähnt wurde, gegen einen bedeutend gefährlicheren Fehler ankämpfen, der durch die Reibung an der Spitze hervorgerufen wird. Um diesen Fehler nach Möglichkeit unschädlich zu machen, empfiehlt es sich, vor der Ablesung an der Skala eine Reihe schnell aufeinander folgender leichter Erschütterungen durch Kratzen des Klemmschraubenrandes hervorzubringen. Die besten Resultate erzielte ich durch Kratzen am Rande der Alhidadenklemmschraube des Horizontalkreises. Als Wert einer Skalenteilung wurde $\omega_{III} = 134.8'' \pm 0.2''$ ermittelt.

Bei einem Vergleich der Vorzüge und Nachteile der erwähnten drei Instrumente ergibt sich folgendes:

1. Die Instrumente von Borchers und Schmidt eignen sich nicht nur für die relative Orientierung, sondern auch für die absolute Bestimmung des magnetischen Azimuts, das Fennel'sche Magnetometer dagegen ist nur für die relative Orientierung geeignet.

2. Im Instrument von Schmidt wirkt die Reibung des Hütchens an der Spitze, ungeachtet aller Vorsichtsmaßregeln, stark auf die Genauigkeit der Resultate ein, und schließlich übertrifft der Reibungsfehler, wie wir später sehen werden, alle anderen Fehlerquellen. Dagegen gibt es in den Instrumenten von Borchers und Schmidt gar keine Reibung; die ihr entsprechende Torsion des Fadens ist im allgemeinen unbedeutend. Die Torsion des Fadens kann allerdings durch atmosphärische Verhältnisse stark beeinflußt werden, doch ist im Fennel'schen Instrument durch Verwendung von Quarzfäden der Einfluß atmosphärischer Verhältnisse ganz eliminiert, während im Kollimator von Borchers, nach der Vervollkommnung von Brathuhn, dieser Einfluß fast unbemerkbar gemacht werden kann.

3. Ein sehr wesentlicher Vorzug des Borchers'schen Instruments besteht darin, daß in demselben ein und dasselbe Fernrohr des Theodolits sowohl zur Ablesung der Magnetskala als auch zum Visieren dient, während in jedem der beiden anderen Instrumente zu jedem Zweck ein besonderes Fernrohr vorhanden ist. Bei einer solchen Konstruktion des Orientier-Instruments mit zwei Fernrohren ist es erforderlich, daß bei absoluten Bestimmungen die Kollimationsebenen beider Fernrohre einander parallel sind; bei der relativen Orientierung dagegen braucht der Winkel zwischen diesen Ebenen nicht unbedingt gleich Null zu sein, muß aber während der Arbeit konstant bleiben, während eine jede Veränderung desselben, die während des Transports des Instruments von Punkt P nach A oder umgekehrt stattfinden kann, den Orientierungsfehler des Instruments verändert und im vollen Betrage als Fehler in den zu bestimmenden Winkel zwischen AA' und PP' übergeht. Der Magnet-Theodolit von Borchers ist von diesem Fehler vollkommen frei.

4. Die Art der Verbindung des Kollimators mit dem Theodolit, durch welche sein eben erwähnter Vorzug vor anderen Orientier-Instrumenten bedingt ist, verursacht aber gleichzeitig eine Unbequemlichkeit, welche bei anderen Instrumenten nicht vorhanden ist; bei der Aufstellung des Instruments im Anfangspunkt A der zu bestimmenden Richtung AA' muß man nämlich den Dreifuß des Theodolits so drehen, daß der Arm, an welchem der Kollimator befestigt ist, sich in der Ebene des magnetischen Meridians befindet. Mit anderen Worten, der Magnet-Theodolit von Borchers verlangt bei der Aufstellung drei Operationen statt der gewöhnlichen zwei: nämlich außer Horizontierung und Zentrierung auch noch Orientierung. Zur Beschleunigung des Aufstellens, wie auch auf Grund anderer Erwägungen, schlägt Brathuhn vor, das Instrument in einem beliebigen Punkt unweit A aufzustellen, die Richtung auf A' zu nehmen und hierauf den exzentrisch gemessenen Richtungswinkel auf den Punkt A zu reduzieren.

Indem wir uns jetzt der Untersuchung in bezug auf die relative Genauigkeit der zu vergleichenden Orientierungs-Instrumente zuwenden, wollen wir be-

merken, daß jedes von ihnen aus zwei von einander unabhängigen Teilen besteht: dem Magnetinstrument (Kollimator, Magnetometer, Deklinatorium) und dem Winkelmeßinstrument (Theodolit). Der gesamte Orientierungsfehler setzt sich aus den Einzelfehlern dieser beiden Teile und den Fehlern zusammen, welche von der Art ihrer Verbindung herrühren.

Die Genauigkeit des magnetischen Teils des Orientierungs-Instruments, welches als Variometer angesehen wurde, wurde von mir folgendermaßen bestimmt. Nach Aufstellung der Instrumente in genügender Entfernung von einander wurden die zur Beobachtung der Magnete dienenden Fernrohre festgeklemmt, hierauf wurden die Magnete herabgelassen und in gewissen Zeitintervallen (10 bis 30 Minuten) die Stellungen der Magnete gleichzeitig an den Skalen abgelesen.

Die Unterschiede in den Ablesungen an jedem Instrument sind sowohl den Deklinationsschwankungen, als auch den zufälligen Ablesungsfehlern zuzuschreiben. Nach Elimination der für alle Instrumente gleichen Variation kann die Ablesungsgenauigkeit für jedes von ihnen bestimmt werden. Um die hierzu nötigen Formeln abzuleiten, wollen wir den konstanten Winkel x zwischen den Kollimationsebenen der beiden Fernrohre, welche zur Ablesung der Magnete dienen, einführen und den Ausdruck dafür finden. Es sei s die Skalenablesung am Vertikalfaden des Fernrohrs und σ die unbekannte Ablesung an derselben Skala, wenn das Fernrohr in den magnetischen Meridian eingestellt ist. Es ist leicht einzusehen, daß die Ablesung σ trotz der Deklinationsschwankungen eine konstante Größe für das betreffende Instrument ist. Die Differenz $\pm (s - \sigma)$ ergibt das magnetische Azimut der Kollimationsebene des Theodolits, ausgedrückt in den Teilungseinheiten der Skala und bezogen auf den magnetischen Meridian im Moment der Ablesung. Wir wollen ebenso, wie früher, durch ω den Wert einer Skalenteilung in Sekunden bezeichnen und zwar mit einem solchen Vorzeichen, daß die Produkte ωs mit zunehmender magnetischer Deklination wachsen; dann wird $\omega_1 (s_1 - \sigma_1)$ das Azimut der Kollimationsaxe des ersten Fernrohrs, $\omega_{II} (s_{II} - \sigma_{II})$ — das Azimut des zweiten ergeben. Die Differenz dieser Azimute wird bei gleichzeitig vorgenommenen Ablesungen s_1 und s_{II} dem gesuchten Winkel x zwischen den Kollimationsebenen beider Fernrohre gleich sein, deswegen ist

$$x = \omega_1 (s_1 - \sigma_1) - \omega_{II} (s_{II} - \sigma_{II}),$$

$$\text{oder} \quad x = \omega_1 s_1 - \omega_{II} s_{II} + (\omega_{II} \sigma_{II} - \omega_1 \sigma_1), \quad \dots \quad (1)$$

wo das letzte Glied in der Klammer eine konstante Größe ist. Wenn wir jetzt den mittleren Fehler einer Ablesung ωs , in Sekunden ausgedrückt, mit μ_1 (für das erste Instrument) und μ_{II} (für das zweite) bezeichnen, so finden wir nach (1) den mittleren Fehler m_x einer Bestimmung des Winkels x aus der Formel

$$m_x^2 = \mu_1^2 + \mu_{II}^2 \quad \dots \quad (2)$$

Denselben mittleren Fehler m_x kann man auch auf anderem Wege finden, indem man die Abweichungen der Einzelwerte des Winkels x von ihrem arithmetischen Mittel betrachtet. Bezeichnen wir zu diesem Zweck mit x_0 das Mittel aus den einzelnen Werten des Winkels x , so erhalten wir nach (1)

$$x_0 = \frac{\sum x}{n} = \omega_I \frac{\sum s_I}{n} - \omega_{II} \frac{\sum s_{II}}{n} + (\omega_{II} \sigma_{II} - \omega_I \sigma_I).$$

Subtrahieren wir dieses aus (1), so erhalten wir die Abweichungen v vom arithmetischen Mittel

$$v = x - x_0 = \omega_I \left(s_I - \frac{\sum s_I}{n} \right) - \omega_{II} \left(s_{II} - \frac{\sum s_{II}}{n} \right),$$

oder wenn man der Einfachheit halber

$$s_I - \frac{\sum s_I}{n} = N_I, \quad s_{II} - \frac{\sum s_{II}}{n} = N_{II}, \quad s_{III} - \frac{\sum s_{III}}{n} = N_{III} \dots \dots (3)$$

einführt, wo N die Abweichungen der einzelnen Skalenablesungen von dem arithmetischen Mittel aus n Ablesungen bezeichnet, so lassen sich die Abweichungen v in der Form

$$v \doteq x - x_0 = \omega_I N_I - \omega_{II} N_{II}$$

darstellen, woraus sich der mittlere Fehler einer Bestimmung des Winkels x nach folgender Formel

$$m_x^2 = \frac{[vv]}{n-1} = \frac{\sum (\omega_I N_I - \omega_{II} N_{II})^2}{n-1} \dots \dots \dots (4)$$

ermitteln läßt. Vergleicht man die Ausdrücke (2) und (4) für m_x^2 , so ergibt sich die erste der nachstehenden drei Gleichungen, nach welcher die beiden anderen auf analoge Art gebildet sind:

$$\left. \begin{aligned} \mu_I^2 + \mu_{II}^2 &= \frac{\sum (\omega_I N_I - \omega_{II} N_{II})^2}{n-1} \\ \mu_{II}^2 + \mu_{III}^2 &= \frac{\sum (\omega_{II} N_{II} - \omega_{III} N_{III})^2}{n-1} \\ \mu_{III}^2 + \mu_I^2 &= \frac{\sum (\omega_{III} N_{III} - \omega_I N_I)^2}{n-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Durch Auflösen dieser Gleichungen erhält man die mittleren Fehler der Ablesungen μ_I , μ_{II} und μ_{III} , welche die Genauigkeit der Variometer charakterisieren.

Als Beispiel führe ich auf der folgenden Seite die vollständige Berechnung der ersten Serie solcher Beobachtungen an, welche von mir am 29. Januar 1906 gemacht wurden. Der Borchers'sche Kollimator ist mit I bezeichnet, das Fennel'sche Magnometer mit II, das Schmidt'sche Deklinatorium mit III. Bei einem Vergleich dieser Beobachtungsserie mit anderen ähnlichen erhalten wir folgende Resultate:

| 1906 | $\sum (\omega_I N_I - \omega_{II} N_{II})^2$ | $\sum (\omega_{II} N_{II} - \omega_{III} N_{III})^2$ | $\sum (\omega_{III} N_{III} - \omega_I N_I)^2$ | n |
|-------------|--|--|--|-----|
| 29. Januar | 1353 | 6705 | 6688 | 11 |
| 30. Januar | 1142 | 3730 | 2406 | 8 |
| 30. Januar | 1870 | 5239 | 4689 | 10 |
| 31. Januar | 953 | 7743 | 5266 | 10 |
| 13. Februar | 1863 | 3925 | 4930 | 10 |
| 13. Februar | 426 | 3896 | 4850 | 10 |
| Summe | 7607 | 31238 | 28829 | 59 |

Durch Division jeder der drei letzten Summen durch $59 - 6 = 53$, wo b die Anzahl der Beobachtungsserien, d. h. die Zahl der arithmetischen Mittel ist, erhalten wir die Zahlen 143.5, 587.8 und 542.6, wonach die Gleichungen (5) folgendes Aussehen annehmen.

$$\begin{aligned} \mu_I^2 + \mu_{II}^2 &= 143.5 \\ \mu_{II}^2 + \mu_{III}^2 &= 587.8 \\ \mu_{III}^2 + \mu_I^2 &= 542.6 \end{aligned}$$

Die Auflösung derselben ergibt

$$\begin{aligned} \mu_I^2 &= 49.2 & \mu_{II}^2 &= 94.4 & \mu_{III}^2 &= 493.5 & \dots & (6) \\ \mu_I &= \pm 7.0'' & \mu_{II} &= \pm 9.7'' & \mu_{III} &= \pm 22.2'' & \dots & (7) \\ \omega_I &= -90'' & \omega_{II} &= 160'' & \omega_{III} &= -134.8'' & & \end{aligned}$$

| Zeit | Unmittelbare Ablesungen | | | Abweichungen vom arithmetischen Mittel | | | $\omega_I \cdot \mathcal{N}_I$ | $\omega_{II} \cdot \mathcal{N}_{II}$ | $\omega_{III} \cdot \mathcal{N}_{III}$ | $\omega_I \cdot \mathcal{N}_I - \omega_{II} \cdot \mathcal{N}_{II}$ | $\omega_{II} \cdot \mathcal{N}_{II} - \omega_{III} \cdot \mathcal{N}_{III}$ | $\omega_{III} \cdot \mathcal{N}_{III} - \omega_I \cdot \mathcal{N}_I$ | $(\omega_I \cdot \mathcal{N}_I - \omega_{II} \cdot \mathcal{N}_{II})^2$ | $(\omega_{II} \cdot \mathcal{N}_{II} - \omega_{III} \cdot \mathcal{N}_{III})^2$ | $(\omega_{III} \cdot \mathcal{N}_{III} - \omega_I \cdot \mathcal{N}_I)^2$ | |
|--------|-------------------------|----------|-----------|--|--------------------|---------------------|--------------------------------|--------------------------------------|--|---|---|---|---|---|---|--|
| | s_I | s_{II} | s_{III} | \mathcal{N}_I | \mathcal{N}_{II} | \mathcal{N}_{III} | | | | | | | | | | |
| U. M. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 30 | 38.1 | 48.3 | -3.0 | +1.77 | -1.03 | +1.53 | -2.39 | -2.45 | -3.26 | +6 | +41 | -47 | 36 | 1681 | 2209 | |
| 10 00 | 37.6 | 48.6 | -3.8 | -1.27 | -0.73 | +0.73 | -1.54 | -1.57 | -1.38 | +3 | -19 | +16 | 9 | 361 | 256 | |
| 10 30 | 37.3 | 48.9 | -4.1 | -0.97 | -0.43 | +0.43 | -1.27 | -1.9 | -58 | 18 | -11 | +29 | 324 | 121 | 841 | |
| 10 55 | 36.9 | 49.0 | -4.2 | +0.57 | -0.33 | +0.33 | -51 | -53 | -44 | +2 | -9 | +7 | 4 | 81 | 49 | |
| 11 15 | 36.2 | 49.5 | -4.6 | -0.13 | +0.17 | -0.07 | +12 | +27 | +9 | -15 | +18 | -3 | 225 | 324 | 9 | |
| 11 35 | 36.0 | 49.6 | -4.6 | -0.33 | +0.27 | -0.07 | +30 | +43 | +9 | -13 | +34 | -21 | 169 | 1156 | 441 | |
| 11 55 | 35.7 | 49.6 | -4.7 | -0.63 | +0.27 | -0.17 | +57 | +43 | +23 | +14 | +20 | -34 | 196 | 400 | 1156 | |
| 12 05 | 35.6 | 49.7 | -5.0 | -0.73 | +0.37 | -0.47 | +1.6 | +59 | +1.3 | +7 | -4 | -3 | 49 | 16 | 9 | |
| 12 15 | 35.5 | 49.7 | -5.2 | -0.83 | +0.37 | -0.67 | +1.15 | +59 | +1.30 | +16 | -31 | +15 | 256 | 961 | 225 | |
| 12 25 | 35.4 | 49.8 | -5.1 | -0.93 | +0.47 | -0.57 | +1.24 | +1.15 | +1.17 | +9 | -2 | -7 | 81 | 4 | 49 | |
| 12 45 | 35.3 | 49.9 | -5.5 | -1.03 | +0.57 | -0.97 | +1.33 | +1.31 | +2.11 | +2 | -40 | +38 | 4 | 1600 | 1444 | |
| Summe | | | | -0.03 | -0.03 | +0.03 | +6 | -7 | -4 | +13 | -3 | 10 | 1353 | 6705 | 6688 | |
| Mittel | 36.33 | 49.33 | -4.53 | | | | | | | | | | | | | |

Aus einer langen Reihe von Beobachtungen in Bochum bei Benutzung eines ebensolchen Fennel'schen Magnetometers auf einem ganz anderen Wege wurde der mittlere Fehler einer Magnetablesung $\mu_{II} = 10.6''$ gefunden (Baumann, Handbuch der Markscheidekunst, in russischer Sprache). Diese Übereinstimmung mit dem früher erhaltenen Resultat kann als Beweis dafür dienen, daß die mittleren Fehler μ nicht nur für das Magnetometer, sondern auch für die zwei anderen Instrumente gut bestimmt worden waren und daß die ermittelten Resultate nicht nur auf die untersuchten Exemplare, sondern auch auf andere Instrumente desselben Typus anwendbar sind.

In Anbetracht dessen, daß der Wert einer Skalenteilung für die ersten beiden Instrumente gleich $\omega_I = 90''$ und $\omega_{II} = 160''$ ist, sehen wir, daß der mittlere Fehler einer Bestimmung der Magnetlage $\mu_I = 7''$ und $\mu_{II} = 10''$ vollkommen der Genauigkeit der Skalablesungen entspricht, welche bis auf 0.1 einer Teilung geschätzt werden können. Dieses ist ein Beweis dafür, daß im Kollimator und Magnetometer außer den unvermeidlichen Fehlern beim Schätzen

von Zehnteln der Skaleneinheit keine bemerkenswerten Fehlerquellen vorhanden sind. Anders verhält es sich mit dem Deklinatorium von Schmidt; hier übertrifft der mittlere Fehler einer Bestimmung der Magnetlage $\mu_{III} = 22''$ ganz bedeutend den zufälligen mittleren Schätzungsfehler. Nehmen wir denselben bei $\omega_{III} = 135''$ gleich höchstens $10''$ an und eliminieren wir ihn aus dem Gesamtfehler $\mu_{III} = 22 \cdot 2''$, so finden wir, daß der von der Reibung des Hütchens an der Spitze herrührende mittlere Fehler einer Einstellung nicht kleiner als $\sqrt{22 \cdot 2^2 - 10^2} = 20''$ ist. Folglich absorbiert der Reibungsfehler im Deklinatorium nahezu vollkommen den unvermeidlichen Fehler bei der Skalenablesung.

Ein Vergleich der Zahlenwerte für μ^2 , dargestellt in Form der Zahlenreihe (6), zeigt, daß die Gewichte der drei Variometer sich sehr gut durch folgende runde Zahlen ausdrücken lassen:

$$P_I = 10, \quad P_{II} = 5, \quad P_{III} = 1 \dots \dots \dots (8)$$

Diese Werte wurden später bei der Bestimmung der Deklinationsveränderung nach zwei Variometern in Betracht gezogen. Bezeichnen wir nämlich die gleichzeitigen Variationen nach Angabe eines jeden Variometers mit δ_I , δ_{II} und δ_{III} , so ergeben sich die mittleren Variationen

$$\left. \begin{array}{l} \text{nach Angabe der Variometer II und III aus der Formel } \Delta_I = \frac{5\delta_{II} + \delta_{III}}{6} \\ \text{nach Angabe der Variometer III und I aus der Formel } \Delta_{II} = \frac{10\delta_I + \delta_{III}}{11} \\ \text{nach Angabe der Variometer I und II aus der Formel } \Delta_{III} = \frac{2\delta_I + \delta_{II}}{3} \end{array} \right\} (9)$$

mit den mittleren Fehlern

$$\left. \begin{array}{l} V_I = \frac{\sqrt{(5\mu_{II})^2 + \mu_{III}^2}}{6} = \pm 8 \cdot 89'' \\ V_{II} = \frac{\sqrt{(10\mu_I)^2 + \mu_{III}^2}}{11} = \pm 6 \cdot 68'' \\ V_{III} = \frac{\sqrt{(2\mu_I)^2 + \mu_{II}^2}}{3} = \pm 5 \cdot 68'' \end{array} \right\} \dots \dots \dots (9')$$

Ich gehe jetzt zur Untersuchung der Genauigkeit des ganzen Orientierungs-Instruments über, d. h. zur Bestimmung des mittleren Fehlers eines Richtungswinkels. Die gewöhnliche Methode für die Bestimmung eines Richtungswinkels AA' besteht darin, daß man in Punkt A das Orientier-Instrument zentrisch aufstellt und den Winkel zwischen der gegebenen Richtung und der Kollimations-ebene des magnetischen Meridians nach der Repetitionsmethode mißt. Zu diesem Zweck wird das Fernrohr abwechselnd auf den mittleren Strich der Skala und auf das Signal A' eingestellt. Der so erhaltene Winkel muß um die Veränderung der Deklination korrigiert werden. Diese Methode der Bestimmung einer gegebenen Richtung erscheint am zweckmäßigsten, da hierbei der gesuchte Winkel unmittelbar gemessen wird. Die einzige Abänderung, die von mir in einigen Fällen zugelassen wurde, bestand darin, daß das Fernrohr nicht auf die Mitte der Skala, sondern auf eine beliebige, unweit der Mitte befindliche Stelle der

selben gerichtet und die Ablesung am Horizontalkreis, danach auf den Mittelstrich der Skala reduziert wurde. Die Genauigkeit wurde durch diese Abänderung nicht beeinträchtigt, die Rechnungsarbeit wurde allerdings etwas vergrößert, dafür aber bedeutend an Geschwindigkeit der Beobachtungen gewonnen.

Als Beispiel führe ich die erste Beobachtung und die Berechnung nach dieser Methode an, die am 23. Dezember 1905 ausgeführt wurde. Die Richtung wurde mit einem Theodolit-Deklinatorium von Schmidt bestimmt, als Variometer dienten der Kollimator (I) und das Magnetometer (II). Die magnetische Deklination wurde auf den Moment der ersten Beobachtung bezogen und die Variation nach (9) aus der Formel $\frac{2\delta + \delta_{II}}{3}$ ermittelt.

| Repetition | Skalen- ablesung | Ihr Wert in Winkelmaß | Ablesung am Horizontalkreis | | | Richtungs- winkel |
|------------|---------------------|--------------------------|-----------------------------|----|----------------------------------|----------------------|
| | | | unmittelbar | | Reduziert auf die Skalenmitte | |
| | | | Non A | B | | |
| 0 | | | 154° 0' 0" | 0" | | |
| 1 | + 10.8 | + 24' 16" | 177° 20' 0" | 0" | 177 44 16 | 336° 15' 44' |
| 2 | — 7.1 | — 15' 57" | 201° 20' 0" | 0" | 205 4 3 | 15' 57" |
| 3 | + 1.4 | + 3' 9" | 225° 0' 0" | 0' | 225 3 2 | 16' 51" |
| 4 | + 1.5 | + 3' 22" | 248° 40' 0" | 0" | 248 43 22 | 16' 38" |
| 5 | + 10.5 | + 23' 35" | 272° 0' 0" | 0" | 272 23 35 | 16' 25" |
| 6 | + 1.6 | + 3' 36" | 295° 40' 0" | 0" | 295 43 36 | 16' 24" |
| 7 | + 1.6 | + 3' 36" | 319° 20' 0" | 0" | 319 23 36 | 16' 24" |
| 8 | — 7.5 | — 16' 51" | 343° 20' 0" | 0" | 343 3 9 | 16' 51" |

| Repetition | Variometer | | Deklinationsvariation | | | | | Mittl. $\frac{2\delta_I + \delta_{II}}{3}$ | Reduzierter Richtungs- winkel | z' | z'' |
|------------|------------|------|-----------------------|-------|-------------|---------------|-------|---|-------------------------------------|------|------|
| | | | in Skalenteilen | | in Sekunden | | | | | | |
| | | | I | II | δ_I | δ_{II} | | | | | |
| 1 | 40.0 | 46.6 | 0.0 | 0.0 | 0" | 0" | 0" | 336° 15' 44" | — 33 | 1089 | |
| 2 | 0 | 7 | 0.0 | + 0.1 | + 0" | + 16" | + 5" | 15' 52" | — 25 | 625 | |
| 3 | 2 | 7 | + 0.2 | + 0.1 | — 18" | + 16" | — 7" | 16' 58" | + 41 | 1681 | |
| 4 | 39.9 | 6 | — 0.1 | 0.0 | + 9" | 0" | + 6" | 16' 32" | + 15 | 225 | |
| 5 | 8 | 7 | — 0.2 | + 0.1 | + 18" | + 16" | + 17" | 16' 08" | — 9 | 81 | |
| 6 | 9 | 6 | — 0.1 | 0.0 | + 9" | 0" | + 6" | 16' 18" | + 1 | 1 | |
| 7 | 8 | 7 | — 0.2 | + 0.1 | + 18" | + 16" | + 17" | 16' 07" | — 10 | 100 | |
| 8 | 8 | 7 | — 0.2 | + 0.1 | + 18" | + 16" | + 17" | 16' 34" | + 17 | 289 | |
| Summe | | | | | | | | | | | |
| Mittel | | | | | | | | | 336° 16' 17" | — 3 | 4091 |

Aus allen ähnlichen Beobachtungen, welche im ganzen 244 Repetitionen umfaßten, wurde der mittlere Fehler einer Richtung für die drei Orientierungsinstrumente wie folgt ermittelt:

$$M_I = \pm 18'', \quad M_{II} = \pm 20'', \quad M_{III} = \pm 25''.$$

Diese mittleren Fehler können noch nicht die Genauigkeit jedes einzelnen Instrumentes charakterisieren, da M sich nicht allein aus den Messungsfehlern des betreffenden Instruments, sondern auch aus den dasselbe durchaus nicht betreffenden Fehlern der Variometer zusammensetzt, deren Berechnung schon früher angeführt worden ist (9). Nach Elimination der letztgenannten Fehler erhalten wir schließlich für die mittleren Fehler eines Richtungswinkels folgende Werte:

für Magnet-Kollimator von Borchers-Brathuhn $\overline{M}_i = \sqrt{M_i^2 - V_i^2} = \pm 16.2''$

für Orientierungs-Magnetometer von Fennel $\overline{M}_n = \sqrt{M_n^2 - V_n^2} = \pm 18.8''$

für Spiegel-Deklinatorium von Neumayer-Schmidt $\overline{M}_{in} = \sqrt{M_{in}^2 - V_{in}^2} = \pm 23.9''$.

Geodäsie auf der Weltausstellung zu Brüssel 1910.

Von Dr. F. Köhler, Professor an der k. k. montanistischen Hochschule in Příbram.

(Fortsetzung).

Die Firma Sanguet, Paris, stellt die bekannten *selbstreduzierenden Tachymeter* in verschiedenen Modellen aus. Für große Genauigkeit und für gewöhnliche Aufnahmen. Alle sind ganz aus Messing, einer darunter aus Aluminium und alle tragen den Röhrenkompaß.

Die Firma L. Payen, Paris, stellt verschiedene *Rechenapparate* aus, unter denen die Rechenmaschine, „*Aritmomètre*“ genannt, vielen Geodäten bekannt ist.

Die Firma Poirelle & Douarde, Paris, bringt hauptsächlich meteorologische Instrumente zur Schau, von denen die *Barometer für Touristen* und Ingenieure, wo die Höhe bis zu 3000 *m* bestimmt werden kann, besondere Beachtung verdienen. Ein *Präzisionsbarometer*, wo auf der Teilung nach der Angabe der Firma direkt 1 *m* abgelesen werden kann (was mir übertrieben zu sein scheint).

Die Firma L'Hermite & Lejard, Paris, stellt neben einem großen, mit zwei Fernrohren und Röhrenkompaß versehenen *Theodolit*, noch zwei große *Nivellierinstrumente*, große und kleine *Tachymeter* aus.

Eine Anzahl von *Maßstäben*, *Rechenschiebern*, wovon einer aus Metall hergestellt ist und verschiedene *Zeichenapparate* befinden sich hier ausgestellt. Alle Instrumente zeigen denselben Bau wie bei dem Hause Morin.

Die Firma J. Vial, früher Maison Bardou, Paris, hat für den Astronomen *Teleskope*, *Spektroskope*, *Fernrohre* und *Feldstecher* ausgestellt.

Die Firma E. Hüe Fils, Paris, stellt hauptsächlich aeronautische Instrumente wie: *Transparente Boussolen*, *registrierende Altimeter*, *Statoskope* und *Hohenbarometer* aus. Ein kleines Instrumentchen zum Abstecken von horizontalen Winkeln, „*Sito-Goniometer*“ genannt, ist durch seine einfache Konstruktion und die mannigfaltige Anwendung interessant.

L. Maxant, Paris, stellt *registrierende Thermo-, Baro-, Pyro- und Manometer* aus.

Das Haus A. Jobin, Paris, stellt die schönen Claud et Driencourt'schen „*Prismenastrolaben*“, „*Astrolabe à prisme*“ in drei Größen aus.