Paper-ID: VGI_191044

Beitrag zum rechnerischen Verfahren des Rückwärtseinschneidens

Joseph Rysavy

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **8** (10), S. 337–342

1910

BibTeX:

```
@ARTICLE{Rysavy_VGI_191044,
Title = {Beitrag zum rechnerischen Verfahren des R{\"u}ckw{\"a}
   rtseinschneidens},
Author = {Rysavy, Joseph},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {337--342},
Number = {10},
Year = {1910},
Volume = {8}
}
```

$$[\alpha\gamma] + \frac{[ab]}{[aa]} \cdot [\beta\gamma] + \frac{[ac]}{[aa]} [\gamma\gamma] = 0$$

$$[\beta\gamma] + \frac{[bc.1]}{[bb.1]} [\gamma\gamma] = 0$$

$$[\gamma\gamma] = \frac{1}{[cc.2]}$$

Indem wir also in der 3ten Konstruktion auf der Geraden 1 (oder der Genauigkeit wegen 10) auftragen und ganz analog wie bei der Bestimmung der Unbekannten r verfahren, sind wir imstande, den Gewichtskoeffizienten $[\gamma\gamma]$ (oder 10 $[\gamma\gamma]$) auf der Strecke $O_3 A_3$ zu ermitteln.

Auf ganz dieselbe Weise, wie früher die Unbekannten, werden jetzt alle übrigen in diesen 3 Gewichtsgleichungen vorkommenden Gewichtskoeffizienten graphisch bestimmt.

Hierauf wenden wir uns zu der nächststehenden Gruppe der Gewichtsgleichungen, deren Reduktion im allgemeinen nur bis auf die Gleichung, in der das rechtsstehende Glied die Einheit ist, vorgenommen werden muß.

In unserem Falle werden also nur folgende zwei Gleichungen vonnöten sein:

$$[\alpha\beta] + \frac{[ab]}{[aa]} [\beta\beta] + \frac{[ac]}{[aa]} [\beta\gamma] = 0$$

$$[\beta\beta] = \frac{1 - [bc.1]\,[\beta\gamma]}{[bb.1]}$$

Da die Strecke, die dem Koeffizienten $[\beta\gamma]$ entspricht, bekannt ist, sind wir wieder in der Lage, auf Grund des Vorhergehenden alle übrigen in diesen 2 Gleichungen vorhandenen Koeffizienten graphisch zu bestimmen.

Schließlich wird auch der Gewichtskoeffizient $[\alpha\alpha]$ auf Grund der Gleichung:

$$[\alpha\alpha] = \frac{1 - [ab]\,[\alpha\beta] - [ac]\,[\alpha\gamma]}{[aa]}$$

graphisch bekannt.

Diese Bestimmung der Gewichtskoeffizienten hat vor der früher besprochenen den Vorzug, daß alle Gewichtskoeffizienten ähnlich wie die Unbekannten auf das genaueste graphisch bestimmt werden können, was im nachstehenden Kap. II ausführlich erörtert werden soll. (Schluß folgt.)

Beitrag zum rechnerischen Verfahren des Rückwärtseinschneidens.

Mitgeteilt vom Ing. Jos. Ryšavý.

In der österr. Zeitschrift für Vermessungswesen (III. Jahrgang, S. 83) wurde ein Verfahren für das Vorgehen bei der numerischen Berechnung der obgenannten Aufgabe vom Herrn K. Beredick mitgeteilt, die auf der von Cassini angegebenen graphischen Lösung basiert. In den folgenden Zeilen soll eine Lösung derselben Aufgabe angegeben werden, welche vom theoretischen Standpunkte interessieren dürfte. Die Praktiker bevorzugen bei der numerischen Berechnung der Aufgabe das «Burckhardt'sche» oder das «Collins'sche» Verfahren, welche beide eine symmetrische Lösung ergeben. Der Gedankengang für das Beredick'sche und hier anzuführende rechnerische Verfahren ist zwar seit Jahren in französischen hydrographischen Kreisen bekannt und in «Traité de géodésie à l'usage des marins» par Bégat 1839 und bei «A. Germain, Traité d'Hydrographie» angegeben, aber aus neueren Publikationen sind beide Lösungen ausgefallen. Das erste Verfahren erscheint in den genannten französischen Abhandlungen unter dem Namen das «Bégat'sche» und das in folgenden Zeilen angegebene unter dem Namen das «Estignard'sche» Verfahren; letztes beruht auf ähnlichen Beziehungen wie das Lambert'sche, welches in «Denkschr. d. Münch. Akademie» 1763 mitgeteilt ist.

Das Problem lautet:

Gegeben sind drei Punkte P_1, P_2, P_3 durch ihre rechtwinkligen Koordinaten $x_1 y_1$, $x_2 y_2$, $x_3 y_3$; man soll die rechtwinkligen Koordinaten eines vierten Punktes $P_0 (x_0 y_0)$, des Standpunktes, auf Grund der von diesem Punkt nach den gegebenen Punkten gemessenen Horizontalwinkel ω_1 und ω_2 bestimmen.

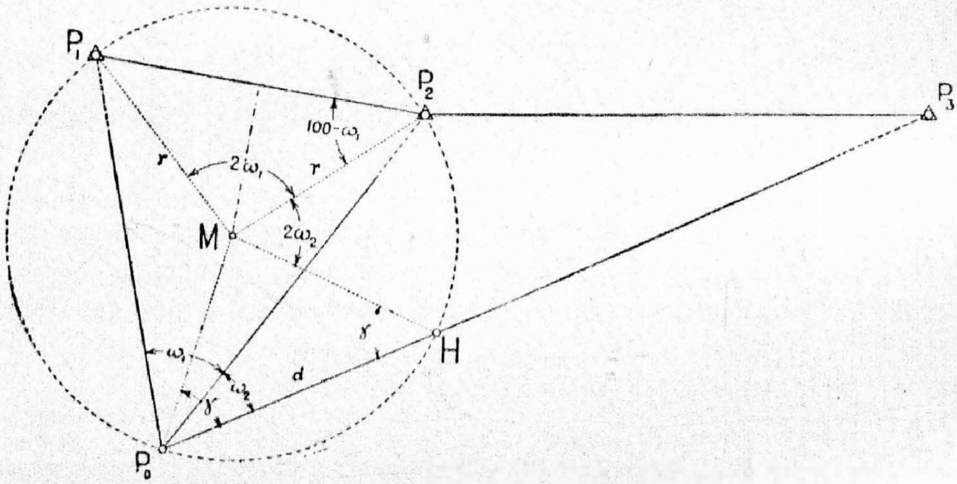

Fig. 1.

Der graphische Vorgang ist folgender:

Denkt man sich einen Kreis über die Secante $P_1 P_2$ und Zentriwinkel $2\omega_1$, dessen Mittelpunkt M ist, konstruiert, dann müssen die Winkel bei P_1 und P_2 den Wert von $(90-\omega_1)$ betragen. Jetzt trägt man den Winkel $2\omega_2$ vom Schenkel $P_2 M$ auf; der Schnittpunkt dieses anderen Schenkels mit dem Kreise ist H. Die verlängerte Verbindungslinie HP_3 schneidet denselben Kreis in dem gesuchten Punkte P_0, weil der Winkel $\sphericalangle P_1 P_0 P_2 = \omega_1$ und $\sphericalangle P_2 P_0 P_3 = \omega_2$ sein muß, was aus der Figur hervorgeht.

Dieses geometrische Verfahren führt zu folgendem Rechnungsgange im Koordinatensysteme:

Die Verbindungslinie s_{12} der Punkte $P_1 P_2$ und ihr Südwinkel α_{12} werden aus gegebenen Koordinaten $(x_1 y_1, x_2 y_2)$ bestimmt. Dann werden die Koordinaten des Mittelpunktes M aus dem gleichschenkeligen Dreiecke $P_1 M P_2$ berechnet.

$$P_2 M = P_1 M = r = \frac{s_{12}}{2 \,.\, \sin \omega_1}$$

Die korrespondierenden Südwinkel betragen

$$\alpha_{2\,m} = \alpha_{21} - (90 - \omega_1)$$
$$\alpha_{1\,m} = \alpha_{12} + (90 - \omega_1)$$

Die Koordinaten des Mittelpunktes M ergeben sich

$$y_m = y_2 + r \,.\, \sin \alpha_{2\,m} = y_1 + r \,.\, \sin \alpha_{1\,m}$$
$$x_m = x_2 + r \,.\, \cos \alpha_{2\,m} = x_1 + r \,.\, \cos \alpha_{1\,m}$$

Darauf schreitet man zur Bestimmung des Südwinkels für die Seite MH

$$\alpha_{m\,h} = \alpha_{m\,2} + 2\,\omega_2$$

oder

$$\alpha_{h\,m} = \alpha_{m\,1} + 2\,(\omega_1 + \omega_2) - \pi,$$

aus dem die Koordinaten des Punktes H

$$y_h = y_m + r \,.\, \sin \alpha_{m\,h}$$
$$x_h = x_m + r \,.\, \cos \alpha_{m\,h}$$

ermittelt werden.

Sodann kann aus den Koordinaten der Punkte P_3, H der Südwinkel $\alpha_{3\,h}$ berechnet werden. Es ist

$$\operatorname{tg} \alpha_{3\,h} = \frac{y_h - y_3}{x_h - x_3}$$

und

$$\alpha_{3\,h} = \alpha_{h\,0}$$

In dem gleichschenkeligen Dreiecke $\triangle HP_0M$ ist

$$\sphericalangle MP_0H = \sphericalangle MHP_0 = \gamma = \alpha_{h\,m} - \alpha_{h\,0} = \alpha_{h\,m} - \alpha_{3\,h}$$

der Südwinkel der Seite MP_0

$$\alpha_{m\,0} = \alpha_{h\,0} - \gamma = \alpha_{3\,h} - (\alpha_{h\,m} - \alpha_{3\,h}) = 2\,\alpha_{3\,h} - \alpha_{h\,m}$$

und die Länge

$$HP_0 = d = 2\,r \,.\, \cos \gamma$$

Schließlich werden die Koordinaten des gesuchten Punktes P_0 doppelt — einmal von M, das anderemal von H — bestimmt:

$$y_0 = y_m + r \,.\, \sin \alpha_{m\,0} = y_h + d \,.\, \sin \alpha_{h\,0}$$
$$x_0 = x_m + r \,.\, \cos \alpha_{m\,0} = x_h + d \,.\, \cos \alpha_{h\,0}$$

In der nachfolgenden numerischen Berechnung wurde zur Erläuterung dieses Verfahrens dasselbe Beispiel, welches in der Instruktion für Polygonal-Vermessungen bei der Bestimmung eines Punktes durch innere Richtungen (S. 110) berechnet ist — das auch vom Herrn K. Beredick gewählt wurde — bloß mit der Abweichung benützt, daß die Winkel in zentesimaler Teilung angeführt werden (der Rechnungsgang ist durch eingeklammerte Ziffern angegeben).

Gegeben:	$P_1 \ldots . y_1 = -18\,.\,152{\cdot}68$	$x_1 = -111\,.\,044{\cdot}47$
	$P_2 \ldots . y_2 = -18\,.\,755{\cdot}73$	$x_2 = -112\,.\,370{\cdot}96$
	$P_3 \ldots . y_3 = -20\,.\,272{\cdot}86$	$x_3 = -111\,.\,178{\cdot}68$
Gemessen:	$\omega_1 = 138{\cdot}9978^g$	
	$\omega_2 = 126{\cdot}7907^g$	

Aus der Instruktion entnommen:

$$\log s_{12} = 3{\cdot}163500, \qquad \alpha_{21} = 27{\cdot}1639^g$$

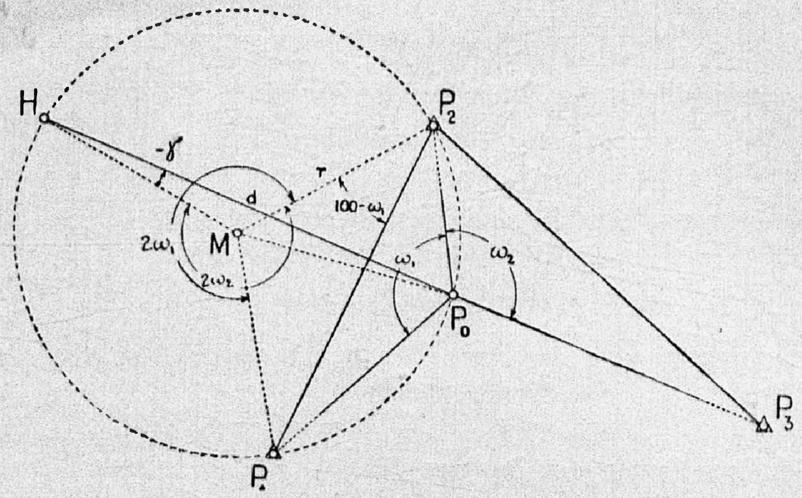

Fig. 2.

(1)

$$\alpha_{2m} = \alpha_{21} - (100 - \omega_1)$$
$$\alpha_{1m} = \alpha_{13} + (100 - \omega_1)$$

(2)

$$\alpha_{mh} = \alpha_{m2} + 2\,\omega_2$$
$$\alpha_{hm} = \alpha_{m1} + 2\,(\omega_1 + \omega_2) - 200$$

$$\omega_1 = 138{\cdot}9978^g$$
$$\omega_2 = 126{\cdot}7907^g$$
$$\omega_1 + \omega_2 = 265{\cdot}7885^g$$
$$2(\omega_1 + \omega_2) = 531{\cdot}5770^g$$

$$\left.\begin{array}{r} \alpha_{21} = 27{\cdot}1639^g \\ 100 - \omega_1 = -\ 38{\cdot}9978^g \end{array}\right\} \ldots\ldots \alpha_{2m} = 66{\cdot}1617^g$$

$$\left.\begin{array}{r} 100 - \omega_1 = -\ 38{\cdot}9978^g \\ \alpha_{13} = 227{\cdot}1639^g \end{array}\right\} \ldots\ldots \alpha_{1m} = 188{\cdot}1661^g$$

$$\left.\begin{array}{r} 2\,\omega_2 = 253{\cdot}5814^g \\ \alpha_{m2} = 266{\cdot}1617^g \end{array}\right\} \ldots\ldots \alpha_{mh} = 119{\cdot}7431^g$$

$$\left.\begin{array}{r} \alpha_{m1} = 388{\cdot}1661^g \\ 2(\omega_1 + \omega_2) - 200^g = 331{\cdot}5770^g \end{array}\right\} \ldots\ldots \alpha_{hm} = 319{\cdot}7431^g$$

3)

$$r = \frac{s_{13}}{2\,.\,\sin\omega_1}$$

$$\log s_{13} = 3{\cdot}163\ 500$$
$$\text{colog}\ 2 = 9{\cdot}698\ 970$$
$$\text{colog}\sin\omega_1 = 0{\cdot}087\ 156$$
$$\log r = 2{\cdot}949\ 626$$

(4)

$$y_m = y_2 + r\,.\,\sin\alpha_{2m}$$
$$x_m = x_2 + r\,.\,\cos\alpha_{2m}$$

$$y_m = -\ 17\ 988{\cdot}10\ m$$
$$y_2 = -\ 18\ 755{\cdot}73\ m$$
$$r\,.\,\sin\alpha_{2m} = +\ 767{\cdot}63\ m$$
$$\log(r\,.\,\sin\alpha_{2m}) = 2{\cdot}885\ 150$$
$$\log\sin\alpha_{2m} = 9{\cdot}935\ 524$$
$$\log r = 2{\cdot}949\ 626$$
$$\log\cos\alpha_{2m} = 9{\cdot}704\ 882$$
$$\log(r\,.\,\cos\alpha_{2m}) = 2{\cdot}654\ 508$$
$$r\,.\,\cos\alpha_{2m} = +\ 451{\cdot}34\ m$$
$$x_2 = -\ 112\ 370{\cdot}96\ m$$
$$x_m = -\ 111\ 919{\cdot}62\ m$$

(6)

$$y_h = y_m + r \cdot \sin \alpha_{m\,h}$$
$$x_h = x_m + r \cdot \cos \alpha_{m\,h}$$

$$\begin{aligned}
y_3 &= -\ 20\,272{\cdot}86\,m \\
y_h &= -\ 17\,140{\cdot}10\,m \\
y_m &= -\ 17\,988{\cdot}10\,m \\
r \cdot \sin \alpha_{m\,h} &= +\quad 848{\cdot}00\,m \\
\log (r \sin \alpha_{m\,h}) &= 2{\cdot}928\,398 \\
\log \sin \alpha_{m\,h} &= 9{\cdot}978\,772 \\
\log r &= 2{\cdot}949\,626 \\
\log \cos \alpha_{m\,h} &= 9{\cdot}484\,551\,n \\
\log (r \cdot \cos \alpha_{m\,h}) &= 2{\cdot}434\,177\,n \\
r \cdot \cos \alpha_{m\,h} &= -\quad 271{\cdot}75\,m \\
x_m &= -\ 111\,919{\cdot}62\,m \\
x_h &= -\ 112\,191{\cdot}37\,m \\
x_3 &= -\ 111\,178{\cdot}68\,m
\end{aligned}$$

(7)

$$\operatorname{tg} \alpha_{3\,h} = \frac{y_h - y_3}{x_h - x_3}$$

$$\begin{aligned}
y_h - y_3 &= +\ 3\,132{\cdot}76\,m \\
\log (y_h - y_3) &= 3{\cdot}495\,927 \\
\log \operatorname{tg} \alpha_{3\,h} &= 0{\cdot}490\,450 \\
\alpha_{3\,h} &= 119{\cdot}9043^g = \alpha_{0\,h}
\end{aligned}$$

(nach der Figur 2)

$$\begin{aligned}
\log (x_h - x_3) &= 3{\cdot}005\,477\,n \\
x_h - x_3 &= -\ 1\,012{\cdot}69\,m
\end{aligned}$$

(8)

$$\alpha_{m\,0} = 2\,\alpha_{3\,h} - \alpha_{h\,m}$$
$$\gamma = \alpha_{h\,m} - \alpha_{h\,0} = \alpha_{h\,m} - \alpha_{h\,3}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{m\,0} &= 320{\cdot}0655^g \\
2\,\alpha_{3\,h} &= 239{\cdot}8086^g \\
\alpha_{h\,m} &= 319{\cdot}7431^g \\
\alpha_{h\,3} &= 319{\cdot}9043^g \\
\gamma &= 399{\cdot}8388^g
\end{aligned}$$

(9)

$$y_0 = y_m + r \cdot \sin \alpha_{m\,0}$$
$$x_0 = x_m + r \cdot \cos \alpha_{m\,0}$$

$$\begin{aligned}
y_0 &= -\ 18\,834{\cdot}72\,m \\
y_m &= -\ 17\,988{\cdot}10\,m \\
r \cdot \sin \alpha_{m\,0} &= -\quad 846{\cdot}62\,m \\
\log (r \cdot \sin \alpha_{m\,0}) &= 2{\cdot}927\,687\,n \\
\log \sin \alpha_{m\,0} &= 9{\cdot}978\,061\,n \\
\log r &= 2{\cdot}949\,626 \\
\log \cos \alpha_{m\,0} &= 9{\cdot}491\,356 \\
\log (r \cdot \cos \alpha_{m\,0}) &= 2{\cdot}440\,982 \\
r \cdot \cos \alpha_{m\,0} &= +\quad 276{\cdot}05\,m \\
x_m &= -\ 111\,919{\cdot}62\,m \\
x_0 &= -\ 111\,643{\cdot}57\,m
\end{aligned}$$

Kontrollberechnungen:

(5)

$$y_m = y_1 + r \cdot \sin \alpha_{1\,m}$$
$$x_m = x_1 + r \cdot \cos \alpha_{1\,m}$$

$$\begin{aligned}
y_m &= -\ 17\,988{\cdot}10\,m \\
y_1 &= -\ 18\,152{\cdot}68\,m \\
r \cdot \sin \alpha_{1\,m} &= +\quad 164{\cdot}58\,m \\
\log (r \cdot \sin \alpha_{1\,m}) &= 2{\cdot}216\,369 \\
\log \sin \alpha_{1\,m} &= 9{\cdot}266\,743 \\
\log r &= 2{\cdot}949\,626 \\
\log \cos \alpha_{1\,m} &= 9{\cdot}992\,453 \\
\log (r \cos \alpha_{1\,m}) &= 2{\cdot}942\,079 \\
r \cdot \cos \alpha_{1\,m} &= -\quad 875{\cdot}14\,m \\
x_1 &= -\ 111\,044{\cdot}47\,m \\
x_m &= -\ 111\,919{\cdot}61\,m
\end{aligned}$$

(10)

$$HP_0 = d = 2\,r \cos \gamma$$

$$\begin{aligned}
\log 2 &= 0{\cdot}301\,030 \\
\log r &= 2{\cdot}949\,626 \\
\log \cos \gamma &= 9{\cdot}999\,999 \\
\log d &= 3{\cdot}250\,655
\end{aligned}$$

(11)

$$y_0 = y_h + d \sin \alpha_{ho}$$
$$x_0 = x_h + d \,.\, \cos \alpha_{ho}$$

$$
\begin{aligned}
y_0 &= -\ 18\,834{\cdot}72\,m \\
y_h &= -\ 17\,140{\cdot}10\,m \\
d \sin \alpha_{ho} &= -\ \ 1\,694{\cdot}62\,m \\
\log (d \,.\, \sin \alpha_{ho}) &= \ \ 3{\cdot}229\,073\,n \\
\log \sin \alpha_{ho} &= \ \ 9{\cdot}978\,418\,n \\
\log d &= \ \ 3{\cdot}250\,655 \\
\log \cos \alpha_{ho} &= \ \ 9{\cdot}487\,968 \\
\log (d \,.\, \cos \alpha_{ho}) &= \ \ 2{\cdot}738\,623 \\
d \,.\, \cos \alpha_{ho} &= +\ \ \ 547{\cdot}80\,m \\
x_h &= -\ 112\,191{\cdot}37\,m \\
x_0 &= -\ 111\,643{\cdot}57\,m
\end{aligned}
$$

Reform der Grundsteuer.

Von **Aug. Gabrielli**, k. k. Geometer in Zell am See.

Jedenfalls ist es unserseits lebhaft zu begrüßen, wenn die Öffentlichkeit selbst Anlaß findet, sich mit der Reformbedürftigkeit der Grundsteuer zu befassen, und verweise ich auf den sehr interessanten Artikel des Herrn Dr. Kompert, welcher in der Grazer Tagespost und im Nachdrucke im Februarhefte dieser Zeitschrift erschienen ist.

Der Verfasser hat darin nicht nur theoretisch, sondern auch prakisch, d. h. ziffermäßig, nach statistischem Materiale das ungesunde Verhältnis nicht nur zwischen Grund- und Haussteuer, sondern auch zwischen Grundsteuer und jeder anderen Steuer überhaupt nachgewiesen, wobei nur noch zu erwähnen wäre, daß die jetzt bestehende Grundsteuer keine Berücksichtigung der Intensität, bezw. Extensität eines Betriebes in Rechnung zieht.

Da die Grundsteuer mit der Evidenzhaltung des Katasters in innigstem Zusammenhange steht, so will ich versuchen, nicht nur vom Standpunkte des Vermessungsbeamten aus, sondern im allgemeinen eine mögliche Reform derselben zu beleuchten.

Es gibt überhaupt nur zwei Möglichkeiten, in denen sich die Ausgestaltung der Grundsteuer bewegen könnte, die, wie Herr Dr. Kompert in oben bezogenem Artikel ausführt, durch die Besteuerung des faktischen, aus dem Grundbesitze stammenden Einkommens und jene der Besteuerung des Grundwertes.

Die erstere hat jedoch alle Mängel einer Steuer an sich, die aus der Selbstfatierung hervorgeht, wodurch dieselbe kompliziert wird, deren Ertrag nicht mit genügender Sicherheit vorher bestimmt werden kann, somit von steuertechnischer Seite manche Einwendungen dagegen erhoben werden können. Dagegen wäre die letztere als reine Quotitätssteuer jeder anderen vorzuziehen.

Wenn auch die Wertsteuer auf den ersten Blick als Vermögenssteuer