

Paper-ID: VGI_191003



Ein reduzierendes Doppelbild-Tachymeter

Franz Aubell ¹

¹ Konstrukteur an der k. k. Technischen Hochschule in Graz

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **8** (2, 3, 4, 5, 6, 7), S. 35–47, 67–76, 118–122, 145–153, 197–204, 231–240

1910

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Aubell_VGI_191003,  
  Title = {Ein reduzierendes Doppelbild-Tachymeter},  
  Author = {Aubell, Franz},  
  Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {35--47, 67--76, 118--122, 145--153, 197--204, 231--240},  
  Number = {2, 3, 4, 5, 6, 7},  
  Year = {1910},  
  Volume = {8}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN
DES
VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 2.

Wien, am 1. Februar 1910.

VIII. Jahrgang.

Ein reduzierendes Doppelbild-Tachymeter.

Von Dr. techn. Franz Aubell, Konstrukteur an der k. k. Technischen Hochschule in Graz.

I. Allgemeines über Entfernungsmesser.

Den Instrumenten, welche die Bezeichnung «Entfernungsmesser» führen, liegen jene Methoden der indirekten Längenmessung zugrunde, welche, zum Unterschiede von den in das Gebiet der Triangulierung fallenden Arten derselben, mit Hilfe des Instrumentes eine unmittelbare Bestimmung der Entfernung zulassen. Sie beruhen auf der Auflösung eines sehr spitzwinkligen Dreieckes, von welchem die hiezu notwendigen Größen teils durch das Instrument gegeben sind, teils durch dasselbe ermittelt werden.

Bedeutet (Fig. 1a) μ den spitzen Winkel, L die diesem gegenüberliegende Seite des in Rede stehenden Dreieckes, so besteht wegen der Kleinheit des ersteren für die zu messende Entfernung E die Beziehung

$$1) \quad E = \frac{L}{\mu},$$

welche außerdem voraussetzt, daß das Dreieck A_1QA_2 als gleichschenkelig angesehen werden kann. Führt man in 1) μ in Sekunden ein, so erhält diese Gleichung, wenn $\rho'' = 206265$ den Verwandlungsfaktor vom Bogen- in das Gradmaß bedeutet, die Form

$$1a) \quad E = \frac{L}{\mu''} \cdot \rho''.$$

Die Seite L wird die Basis des distanzmessenden Dreieckes genannt; da dieselbe gegenüber der Länge E , zu deren Berechnung sie dient, klein ist, ergibt sich die Notwendigkeit, sowohl L als auch μ sehr genau zu bestimmen. Auf den erforderlichen Grad der Genauigkeit läßt das Fehlerfortpflanzungsgesetz einen Schluß ziehen, wenn man für den zulässigen mittleren Fehler der Distanz E , welche als Funktion von L und μ erscheint, bestimmte Forderungen aufstellt. Umgekehrt läßt sich, und dies ist der meist eingeschlagene Weg, die erreichbare Genauigkeit von E aus der noch möglichen Messungsschärfe von L und μ ab-

leiten. Nach dem genannten Gesetze besteht zwischen dem mittleren Fehler m_F einer Funktion $F(x_1, x_2, \dots)$ und den mittleren Fehlern m_1, m_2, \dots von x_1, x_2, \dots die allgemeine Beziehung

$$2) \quad m_F^2 = m_1^2 \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right)^2 + m_2^2 \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right)^2 + \dots,$$

welche auf $E = F(L, \mu)$ angewendet,

$$m_E^2 = \frac{1}{\mu^2} \cdot m_L^2 + \left(\frac{L}{\mu^2} \right)^2 \cdot m_\mu^2 \text{ oder}$$

$$3) \quad m_E = \pm E \sqrt{\left(\frac{m_L}{L} \right)^2 + \left(\frac{m_\mu}{\mu} \right)^2} \text{ gibt.}$$

Der mittlere Fehler m_E der Entfernung E hängt nach 3) in erster Linie von der Entfernung selbst ab und ist, wenn die relativen mittleren Fehler $\frac{m_L}{L}$ und $\frac{m_\mu}{\mu}$ als von der Entfernung unabhängig vorausgesetzt werden, dieser direkt proportional. Wollte man den mittleren Fehler m_E für jede Entfernung konstant erhalten, so müßten L und μ für größere Entfernungen entsprechend genauer gemessen werden als für kleinere.

Maßgebend für die Genauigkeit von E sind ferner nach 3) die relativen mittleren Fehler der Basis L und des Winkels μ . Die Gleichung 3) kann auch in der Form

$$\frac{m_E}{E} = \pm \sqrt{\left(\frac{m_L}{L} \right)^2 + \left(\frac{m_\mu}{\mu} \right)^2}$$

geschrieben werden, aus welcher folgt, daß, um den relativen mittleren Fehler $\frac{m_E}{E}$ von E konstant zu erhalten, L und μ umso genauer gemessen werden müssen, je kleiner sie sind.

Für eine bestimmte Distanzmesser-Konstruktion ist entweder L oder μ konstant, bzw. von vornherein mit aller erforderlichen Genauigkeit bestimmbar, so daß der Einfluß des bezüglichen mittleren Fehlers in 3) gegenüber dem des zweiten, erst bei der Distanzmessung ermittelten und daher als veränderlich geltenden Teiles vernachlässigt werden kann.

Ist L konstant, somit auch $\frac{m_L}{L}$ konstant und gegenüber $\frac{m_\mu}{\mu}$ relativ klein, so ist

$$4) \quad m_E = E \frac{m_\mu}{\mu} = E^2 \cdot \frac{m_\mu}{L}$$

Da m_μ , die Genauigkeit, mit welcher μ gemessen werden kann, im allgemeinen unabhängig von dessen Größe ist, so wird auch $\frac{m_\mu}{L}$ konstant und daher nach 4) der mittlere Fehler der Entfernung dem Quadrate derselben proportional sein.

Für konstantes μ und variables L wird hingegen $\frac{m_\mu}{\mu}$ relativ klein gegenüber $\frac{m_L}{L}$, so daß man schreiben kann:

$$5) \quad m_E = E \cdot \frac{m_L}{L} = \frac{m_L}{\mu}$$

Bei konstantem μ erhält die Gleichung 1) zweckmäßig die Form:

$$1b) \quad E = C \cdot L,$$

in welcher bekanntlich die Größe $C = \frac{1}{\mu}$ die Bezeichnung «Multiplikationskonstante» führt und meist runde Werte (50, 100, 200) erhält.

Mit dieser Abänderung lautet 5):

$$m_E = C \cdot m_L;$$

es macht sich daher in E der mittlere Fehler von L in C -fachem Maße bemerkbar.

Der Gleichung 5) läßt sich auch die Form geben:

$$5a) \quad \frac{m_E}{E} = \frac{m_L}{L}$$

welche besagt, daß für den Fall veränderlicher Basis die relativen mittleren Fehler von Entfernung und Basislänge gleich sind.

Nach den eingehenden Beobachtungen, welche R. Wagner¹⁾ anstellte, ist man berechtigt, hier zum mindesten näherungsweise $\frac{m_E}{E}$ und daher $\frac{m_L}{L}$ konstant und daher unabhängig von der Entfernung anzunehmen. Danach besagt Gleichung 5), daß bei konstantem Winkel μ der mittlere Fehler in der Entfernung proportional zu dieser wächst. Der relative mittlere Fehler $\frac{m_E}{E}$ ist in diesem Falle unveränderlich, während derselbe bei konstanter Basis nach 4) proportional der Entfernung zunimmt.²⁾

Aus der durchgeführten Untersuchung ergibt sich, daß in bezug auf die Genauigkeit der Distanzmessung bei großen Entfernungen die Entfernungsmesser mit konstantem parallaktischen Winkel jenen mit konstanter Basis überlegen sein werden, da bei letzteren nach 4) der mittlere Fehler von E mit dessen Quadrat zunimmt, während bei ersteren entsprechend 5) die zu erwartende Unsicherheit in der Entfernung nur mit deren erster Potenz wächst. Für kürzere Entfernungen liegt hienach im allgemeinen der Vorteil auf Seite der Distanzmesser mit konstanter Basis, und folgt jene Entfernung, für welche beide Distanzmesserarten ein gleich genaues Resultat geben, aus 4) und 5).

Wird dort

$$\frac{m_E}{L} = k_1, \quad \frac{m_L}{L} = k_2$$

gesetzt, so ergibt sich

$$E = \frac{k_2}{k_1}$$

* * *

¹⁾ R. Wagner, „Über die mit dem Reichenbach'schen Distanzmesser erreichbare Genauigkeit“; Zeitschr. f. Vermw. 1886, S. 103. Auch Jordan-Eggert, Vermessungskunde II, 1908, S. 748.

²⁾ Vergl. hierzu Jordan-Eggert, Vermessungskunde II, 1908, S. 699.

Je nachdem sich beim Beobachter entweder die Basis oder der spitze Winkel des distanzmessenden Dreieckes befindet, lassen sich die Entfernungsmesser in zwei große Gruppen teilen, welche durch die Bezeichnungen «basisführende» und «winkelführende» Entfernungsmesser unterschieden werden sollen.¹⁾

1. Basisführende Entfernungsmesser.

Der Scheitel des spitzen Winkels liegt beim Zielpunkt, die Basis am Instrument. Die Entfernungsmessung beruht entweder auf einer sehr genauen Ausmessung des «parallaktischen» Winkels oder, wenn dieser gegeben ist, auf einer Messung der Basis. Man unterscheidet danach weiters basisführende Distanzmesser mit konstanter Basis und veränderlicher Parallaxe und solche mit veränderlicher Basis und konstanter Parallaxe. Die Basis kann horizontal oder vertikal, beziehungsweise senkrecht zur Visur sein und sich entweder am Instrumente oder außerhalb desselben befinden. Die Verwendung einer Latte (Distanzlatte) im Zielpunkte ist hierbei nicht erforderlich, man nennt daher diese Gruppe der Distanzmesser «Entfernungsmesser ohne Latte». Für diese beginnt sich auch der Name «Telemeter» einzubürgern.²⁾ Es genügt, wenn der Zielpunkt deutlich erkennbar ist oder signalisiert wird; im ersten Falle ist eine Zugänglichkeit nicht Erfordernis. In diese Gruppe gehört die überwiegende Anzahl der bisher entworfenen Distanzmesser, von denen die «Zeitschrift für Instrumentenkunde», bezw. die «Deutsche Mechanikerzeitung» allein gegen 70 Arten bespricht. Namentlich die Mehrzahl der Militärdistanzmesser und insbesondere die in neuerer Zeit zu großer Bedeutung gelangten stereoskopischen Entfernungsmesser sind hierher zu zählen.

2. Winkelführende Entfernungsmesser.

Bei diesen liegt der Scheitel des spitzen Winkels beim Instrument, er führt den Namen «diastimometrischer» oder «mikrometrischer» Winkel, die Basis befindet sich am Zielpunkte. Auch hier beruht die Entfernungsmessung entweder auf einer genauen Ausmessung des mikrometrischen Winkels bei gegebener Basis oder umgekehrt. Danach unterscheidet man winkelmessende Distanzmesser mit konstanter Basis und veränderlichem Winkel und solche mit veränderlicher Basis und konstantem Winkel. Die Basis kann auch hier wieder vertikal, bezw. senkrecht zur Visur oder horizontal gestellt sein. Aus dem Gebrauche des Feldmessers, welcher die Basis am Zielpunkte durch eine Distanzlatte signalisiert, folgt die Bezeichnung «Entfernungsmesser mit Latte».

In diese Gruppe gehört die überwiegende Anzahl der in der Geodäsie zur Verwendung kommenden Entfernungsmesser. Dieselben sind dann mit den übrigen

¹⁾ Da bei ersteren die an den Enden der Basis sich zeigende Abweichung (Parallaxe) bei letzteren der im Instrumente gegebene „diastimometrische“ Winkel die Art der Entfernungshbestimmung kennzeichnet, ergibt sich auch die Unterscheidung in „parallaktische“ und „diastimometrische“ Entfernungsmesser.

²⁾ Hammer, Zeitschr. f. Instrumentenkunde. 1900. S. 366.

für die Polarmethode erforderlichen Meßvorrichtungen versehen und führen den Namen Tachymeter.

Nach der Art, in welcher der mikrometrische Winkel am Instrumente hergestellt wird, unterscheidet man zwei Gruppen, je nachdem derselbe durch eine eigene Art der Fernrohrkonstruktion oder durch eine rein äußerliche Veränderung der Lage der Visierlinie erreicht wird. Distanzmesser der ersten Gruppe, bei denen die Erzeugung des mikrometrischen Winkels durch die optische Konstruktion des Fernrohres vermittelt wird, sollen «optische Distanzmesser» im engeren Sinne genannt werden. Hierbei können wieder zwei Arten unterschieden werden: Entweder es entsteht der mikrometrische Winkel dadurch, daß auf der Fadenplatte in bestimmter Entfernung zwei Fäden, sogenannte Distanzfäden aufgezogen sind, welche mit dem innenliegenden Hauptpunkte des Objektivs zwei Visierlinien bilden und einen unveränderlichen («anallaktischen») Punkt als Scheitel des Winkels ergeben; es sind dies die bekannten «Faden-distanzmesser». Oder es entstehen die zwei den distanzmessenden Winkel ergebenden Visierlinien durch optische Konstruktionen, welche zum Unterschiede von der früheren Art die Bilderzeugung des Fernrohres, und zwar in der Weise beeinflussen, daß vom beobachteten Gegenstande zwei Bilder entstehen, die gegeneinander verschoben sind. Diese Art der Entfernungsmesser führt die Bezeichnung «Doppelbildentfernungsmesser»,¹⁾ welche zum Unterschiede von allen übrigen Arten der winkelführenden Entfernungsmesser — soweit uns bekannt ist — bisher zu Vermessungszwecken auf dem Gebiete der Tachymetrie noch keine Verwendung gefunden haben.

Bei der zweiten Gruppe der winkelführenden Distanzmesser wird der mikrometrische Winkel durch zwei getrennte Fernrohereinstellungen in der Weise hergestellt, daß die Neigung der Visierlinie um einen kleinen Betrag auf- oder abwärts verändert wird. Da hierbei eine Kippung des ganzen Fernrohres notwendig ist, wird diese Gruppe zweckmäßig als die der «Kippdistanzmesser» zu bezeichnen sein. Die Neigungsänderung kann durch eine feingängige Schraube oder durch Anschläge erreicht werden, wonach man im besonderen Schrauben- und Kontakt-Distanzmesser zu unterscheiden hat.

Es soll nun im folgenden auf die Doppelbild-Entfernungsmesser des näheren eingegangen werden, um dadurch jene Arten von Entfernungsmessern ausführlicher zu behandeln, welchen das im III. und IV. Abschnitte zu erörternde Doppelbildtachymeter angehört.

¹⁾ Dieselbe Bezeichnung wird hier und da auch für eine Gruppe der basisführenden Entfernungsmesser, nämlich für die „Reflexionsentfernungsmesser“ (Jordan-Egger, Vermessungskunde II. 1908, S. 709) gebraucht, bei welchen die Bilder des Zielpunktes durch Reflexion an zwei an den Enden der Basis angebrachten Spiegeln abgelenkt und meist nach abermaliger Reflexion in ein gemeinsames Okular gebracht werden. Diese Art der Entfernungsmesser ist in der vorliegenden Abhandlung von der obigen Bezeichnungsweise ausgeschlossen.

II. Die bisher ausgeführten Konstruktionen der Doppelbild-Entfernungsmesser.

Die Doppelbild-Entfernungsmesser beruhen auf der Eigentümlichkeit, daß durch eine besondere optische Konstruktion von dem anvisierten Gegenstande ein zweifaches Bild in der Weise entworfen wird, daß die beiden im Gesichtsfelde erscheinenden Bilder in einer durch die Ebene des distanzmessenden Winkels gegebenen Richtung zu einander verschoben sind.

Dieselbe Stelle, oder sofern die Bilder nebeneinander gedacht werden, derselbe Querschnitt QQ (Fig. 1b) des Gesichtsfeldes deckt die beiden Bilder I und II

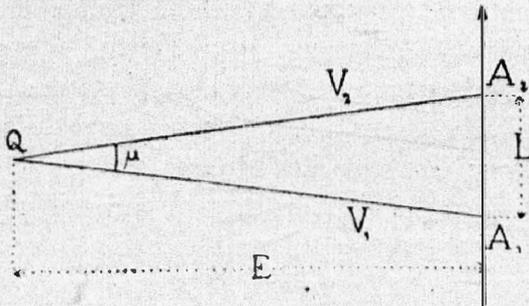


Fig. 1a.

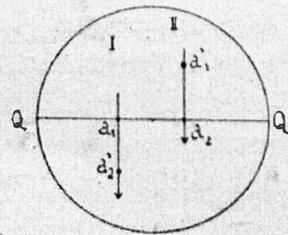


Fig. 1b.

an verschiedenen Stellen a_1 und a_2 , was in der Weise zu begründen ist, daß zwei getrennte Visierlinien V_1 und V_2 vorhanden sind, welche, von den Punkten a_1 , a_2 eines an der Stelle QQ etwa aufgespannten Quersfadens ausgehend, den Gegenstand in jenen Punkten A_1 und A_2 treffen, deren Bilder im Gesichtsfelde durch QQ gedeckt erscheinen.

Sieht man von dem Begriffe der Visierlinie ab und betrachtet die optische Konstruktion lediglich vom Standpunkte der Bilderzeugung aus, so werden von jedem Punkte des Gegenstandsraumes zwei Bilder entworfen, von A_1 die Bilder a_1 und a_1' , von A_2 die Bilder a_2 und a_2' , und man kann dann, sofern man sich die Bilder I und II wieder zusammenfallend denkt, sagen: wenn ein Bild a_1 des einen und ein Bild a_2 des anderen Punktes, also die zwei ungleichnamigen, inneren Bilder sich decken, ist durch die optische Konstruktion ein Winkel μ gegeben, unter welchem die Punkte A_1 und A_2 vom Punkte Q (Fig. 1a) aus gesehen werden.

Es ist hienach eine zweifache Verwendung des Prinzipes der Doppelbild-Entfernungsmesser möglich: Entweder befindet sich an anvisierten Gegenstände eine Meßvorrichtung (Lattenteilung), an welcher ein konstanter Winkel μ einen mit der Entfernung E veränderlichen Lattenabschnitt $A_1 A_2$ ergibt, welcher derselben proportional ist; oder es werden die Bilder der in bekanntem Abstände $A_1 A_2$ befindlichen Punkte zur Deckung gebracht, wodurch ein veränderlicher aber meßbarer Winkel μ aus der gegebenen Größe $A_1 A_2$ die Entfernung ermitteln läßt.

Bezeichnet man lediglich die Ausmessung dieses Winkels als Distanzmessung, wie dies beispielsweise in der Astronomie bei Messung der «Distanz» zweier siderischen Objekte der Fall ist, so entfällt dabei die Ermittlung der wahren Größe von $A_1 A_2$.

Die das Problem der Doppelbild-Entfernungsmesser betreffenden Lösungen lassen sich in zwei Gruppen teilen, je nachdem sie auf dioptrischer oder katoptrischer Grundlage beruhen. Die Instrumente der ersten Gruppe kennzeichnen sich dadurch, daß mit Hilfe von bisezierten Linsen, die entweder selbst als Objektiv dienen, oder zwischen Objektiv und Okular eingeschaltet werden, oder durch in die Fernrohrkonstruktion eingefügte Prismen zwei gegeneinander verschobene Bilder erzeugt werden. Die Instrumente der zweiten Gruppe beruhen darauf, daß durch geeignete Spiegelkonstruktionen eine Verdoppelung des Bildes eintritt. Mit Instrumenten dieser letzteren Art sind jedoch die bereits genannten Reflexionsdistanzmesser nicht gleichbedeutend.

Die Doppelobjektiv-Konstruktionen spielen namentlich in der Astronomie eine wesentliche Rolle und führen dort den Namen «Heliometer», bei welchen erstere als sogenannte Objektiv-Mikrometer Verwendung finden. Ebenso finden in der Astronomie geteilte Linsen oder Prismen, letztere insbesondere aus doppeltbrechender Krystallsubstanz, sowie Spiegelanordnungen in Verbindung mit dem Okular der Fernrohre als Okular-Heliometer Anwendung.

Die genannten Instrumente führen die gemeinsame Bezeichnung «Doppelbildmikrometer».

Die Doppelbildmikrometer dienen zu scharfen mikrometrischen Messungen an der Himmelskugel, zu welchen die Filarmikrometer, mit denen sonst derartige Messungen vorgenommen werden, nicht mehr herbeigezogen werden können, da entweder der mit diesen erreichbare mikrometrische Winkel nicht ausreicht oder die Genauigkeit der Messung in diesem Falle eine geringere ist. Die Fadenummikrometer haben u. a. auch den Nachteil, daß an den Fäden eine Beugung des Lichtes eintritt, so daß der Stern in der Richtung senkrecht zum Faden deformiert wird, wodurch es nicht möglich ist, denselben zu bisezieren, ferner daß an einer hellen Scheibe die Berührung des Fadens früher erscheint, als sie in Wirklichkeit stattfindet. Von diesen Fehlern sind die Doppelbildmikrometer frei, da es sich nicht um Fadenauftritte, sondern um Koinzidenzen von Sternbildern oder Randberührungen derselben handelt und sie daher meist ein Fadenkreuz nicht benötigen, weshalb auch jede Beleuchtung des Gesichtsfeldes entfällt. Sie haben den Nachteil, daß durch die Verdopplung der Bilder deren Helligkeit auf die Hälfte vermindert wird.

Aber auch zur optischen Distanzmessung für terrestrische Zwecke wurden Doppelbildkonstruktionen der dargestellten Art zur Ausführung oder in Vorschlag gebracht, wie sich hiezu überhaupt im Prinzip dieselben Konstruktionen eignen müssen, welche in der Astronomie Verwendung finden. Doch sind die Erfolge auf dem Gebiet der terrestrischen Doppelbildentfernungsmessung bisher von geringerer Bedeutung gewesen.

Zu den katoptrischen Konstruktionen sind außer einigen Mikrometerarten auch die Sextanten zu zählen, wenngleich dieselben im allgemeinen nicht, wie es die optische Distanzmessung erfordert, zur Messung oder Festlegung mikrometrischer Winkel verwendet werden.

In Folgendem ist eine Übersicht über die bestehenden Arten der Doppelbildentfernungsmesser, nach Systemen geordnet, gegeben.¹⁾

System-Gruppe	Optische Konstruktion	Verwendung	Instrument
I. Doppelbild-Entfernungsmesser auf dioptrischer Grundlage			
1. Instrumente mit bisezierten Linsen:			
a) Biseziertes Objektiv		astronomisch	Helioimeter von Savery, Buguer, J. Dollond, Fraunhofer, Merz, Repsold
		terrestrisch	Entfernungsmesser von Nordensfeldt, Drude (Rekoss), Gutjahr, Kruspér, Elek und Hajós, Schoeler (s. 2, b)
b) Bisezierte Linse zwischen Objektiv und Okular		astronomisch	Okularhelioimeter von Amici, Ramsden, Airy
2. Instrumente mit Prismen:			
a) Einfachbrechende Prismen		astronomisch	Okularmikrometer von Maskelyne, Boscovich, Clausen, Moser
		terrestrisch	Entfernungsmesser von Landolt, Barr und Stroud, Richards, Monticolo
b) Doppeltbrechende Prismen		astronomisch	Okularmikrometer von Rochon, Arago, G. Dollond, Wellmann, Bigourdan
		terrestrisch	Vorschlag von Wulff, Entfernungsmesser von Schoeler
II. Doppelbild-Entfernungsmesser auf katoptrischer Grundlage			
1. Instrumente mit bisezierten reflektierenden Konstruktionsteilen:			
a) mit Spiegeln		astronomisch	Katoptrisches Doppelbildmikrometer von Ramsden
b) mit Prismen			Okularprismenmikrometer von Steinheil
2. Instrumente nach dem Sextantenprinzip:			
a) mit Spiegeln		vorwiegend astronomisch	Spiegelsextant von Hadley, Collignon, Doppelsextant, Spiegelrepetitionskreis von Borda, Meyerstein, Doppelspiegelkreis von Jordan
b) mit Spiegel und Prisma			Spiegelprismenkreis von Pistor und Martins
c) mit Prismen			Prismenkreis von Steinheil, Wegener.

In der nun folgenden Einzelbesprechung soll nur auf charakteristische, und zwar vorwiegend terrestrische Entfernungsmesser eingegangen werden.

Was zunächst die Doppelobjektiv-Konstruktionen betrifft, so bietet ein Beispiel für die Anwendung eines bisezierten Objektivs der Militärdistanz-messer von Dr. P. Drude²⁾, bei welchem bekannte Zielhöhe vorausgesetzt ist.

Das Objektiv eines terrestrischen Fernrohres ist hier in zwei Hälften ge-

¹⁾ Als Quellen sind, soweit astronomische Instrumente in Betracht kommen, zu nennen: Dr. W. Valentiner, Handbuch der Astronomie, II. (1898) S. 4 ff, III. 1. (1899) S. 64 ff; J. A. Repsold, Geschichte der astronomischen Meßwerkzeuge 1908, S. 72 f, S. 107 ff; Encyclopädie der mathem. Wissenschaften, Bd. VI. 2 (1908), S. 230 ff; Jordan, Astronom. Zeit- u. Ortsbestimmung 1885, S. 154 ff. Bezüglich der terrestrischen Entfernungsmesser sei auf die „Zeitschrift für Instrumentenkunde“ und die „Deutsche Mechanikerzeitung“ verwiesen.

²⁾ Zeitschrift für Instrumentenkunde 1890, S. 324.

schnitten und werden diese durch eine Mikrometerschraube so gegeneinander verschoben, daß der untere Rand des einen Bildes mit dem oberen Rande des zweiten abschneidet. Aus der Drehung der Mikrometerschraube kann bei bekannter Zielhöhe die Entfernung des Gegenstandes wie folgt gefunden werden:

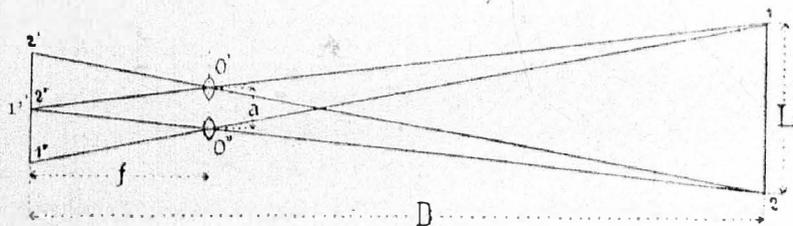


Fig. 2.

Sind die zwei Objektivhälften O' und O'' (Fig. 2) um den Betrag a übereinander verschoben, so daß sich die Bilder $1'$ und $2''$ von 1 und 2 decken, so besteht die Beziehung

$$D : f = L : a \quad \text{oder} \\ 6) \quad D = \frac{fL}{a} = \frac{\text{Const}}{a},$$

wenn sowohl die Bildweite f als auch die Zielhöhe L als konstant angesehen werden.

Durch Drehen des Kopfes R (Fig. 3), welcher im Inneren die Schraubenmutter für die Spindel S enthält, wird die rechte Objektivhälfte O' verschoben, während sich die entgegengesetzte Bewegung durch die beiden Zahnräder Z_1 und Z_2 auf O'' überträgt.

Die Bezifferung auf der Trommel T kann so eingerichtet sein, daß man für verschiedene, aber bekannte Zielhöhen sofort die Entfernung abliest.

Die nächste Art der Doppelbildentfernungsmesser ist charakterisiert durch Prismenkonstruktionen, deren brechender Winkel zur Ablenkung der Lichtstrahlen aus ihrer Einfallsrichtung verwendet wird. Zur Anwendung kommen entweder gewöhnliche, meist achromatische Prismen aus Crown Glas oder solche aus doppeltbrechender Krystallsubstanz, die entweder in das Linsensystem eines Fernrohrs eingefügt oder außerhalb desselben angebracht sind; es finden sich auch Entwürfe ohne Fernrohr.

Barr und Stroud¹⁾ verwendeten beispielsweise ein mit einem gewöhnlichen Fadenkreuz ausgerüstetes astronomisches Fernrohr. Die direkte Visur trifft die Latte (Fig. 4) in einem Punkt a . Vor das Objektiv kann ein Prisma P gebracht werden, welches das Bild der Skalenlatte um einen kleinen Winkel μ ablenkt. Dadurch wird das Bild der Latte gegenüber seiner ersten, ohne Vorschaltung des Prismas erzeugten Stellung um ein kleines Stück verschoben. Sind a und μ

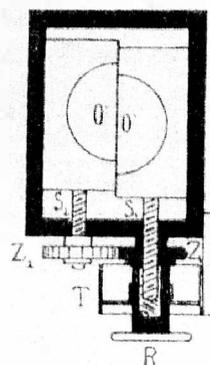


Fig. 3.

¹⁾ Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1892, S. 38.

die diesen beiden Stellungen der Lattenbilder entsprechenden Ablesungen am Quersfaden, so gibt deren Differenz $o - u = L$ einen Lattenabschnitt, welchem die Entfernung E proportional ist.

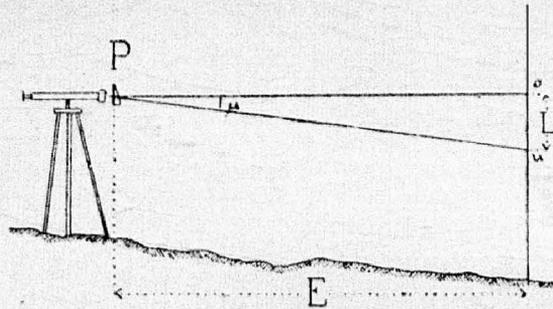


Fig. 4.

Nach den Angaben von Barr und Stroud kann das Prisma auch so angeordnet sein, daß dasselbe nur die Hälfte des Objektivs verdeckt, in welchem Falle es mit dem Fernrohr unbeweglich verbunden sein kann. Bei diesem Distanzmesser ist der mikrometrische Winkel μ konstant, daher die Basislänge (der Lattenabschnitt) veränderlich.

Die erste Verwendung von doppelbrechenden Prismen findet sich bei Rochon's Doppelbildmikrometer.¹⁾ Es enthält zwei zwischen dem Objektiv und Okular eines Fernrohrs eingeschaltete rechtwinkelige Prismen aus Bergkrystall mit gleichem brechenden Winkel. Für das erste dieser Prismen (I in Fig. 5), ist die optische Krystallachse parallel zu ac , für das zweite (II) parallel zur brechenden Kante c , und sind beide Prismen mit Canadabalsam aneinander gekittet. Nach den Gesetzen der Doppelbrechung wird ein senkrecht oder nahezu senkrecht zu ab einfallender Lichtstrahl das erste Prisma ungebrochen durchsetzen und erst an der Trennungsfäche bc in zwei Strahlen zerlegt werden, von denen der ordentliche

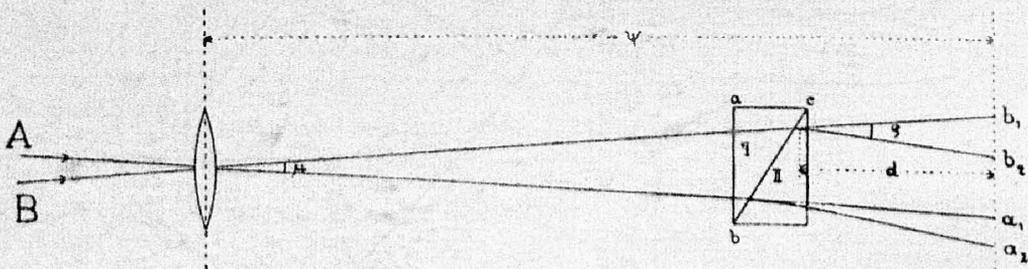


Fig. 5.

in der Richtung des einfallenden Strahles austritt, dagegen der außerordentliche in einer zur Brechkante c senkrechten Ebene um einen konstanten oder nahezu konstanten Winkel φ abgelenkt wird. Von zwei leuchtenden Punkten A, B werden je zwei Bilder entstehen und es läßt sich durch Verschieben des Prismas in der Richtung der optischen Achse des Fernrohrs erreichen, daß die inneren

¹⁾ Repsold, Geschichte der astronomischen Meßwerkzeuge, S. 72; Valentiner III, 1, S. 219
Müller-Pouillet, II, 3. 1909, S. 850 ff.

Bilder a_1 und b_2 , nämlich ein ordentliches und ein außerordentliches, zusammenfallen. Aus der Lage des Prismas läßt sich dann die scheinbare (angulare) Größe von AB bestimmen. Wenn a_1 und b_2 zusammenfallen, ist

$$7) \quad \begin{aligned} a_1 b_1 &= d \cdot \rho = \mu \cdot \psi \quad \text{oder} \\ \mu &= \frac{\rho}{\psi} \cdot d = C \cdot d. \end{aligned}$$

Die Konstante C läßt sich empirisch bestimmen. An einer auf dem Fernrohr aufgetragenen Skala konnte Rochon die Größe d direkt ablesen.

Bezüglich der Verwendung doppelbrechender Krystallsubstanz zum Zwecke terrestrischer Distanzmessung ist ein Vorschlag von Dr. Ludwig Wulff in Schwerin zu erwähnen.¹⁾

Besondere Wichtigkeit mißt derselbe jenen Gesichtswinkelmessern bei, die ohne Fernrohr angewendet werden können und es dem Offizier und dem Lotsen ermöglichen, mit einem sehr kleinen Apparate die Entfernung eines der Größe nach bekannten Objektes zu bestimmen. Als doppelt brechende Substanz kommen vornehmlich Quarz und Kalkspath in Betracht.

Die Verwendung eines Keiles dieser Substanz, entweder vor dem Okulare eines Fernrohrs oder mit unbewaffnetem Auge gebraucht, ist nach Dr. Wulff eine doppelte.

Nach der ersten Art gebraucht man den Keil in fixer Stellung, wobei der durch die Doppelbrechung bewirkte Ablenkungswinkel konstant bleibt. Der Winkel des Keiles ist so zu wählen, daß die Kotangente des Ablenkungswinkels eine möglichst einfache Zahl ist, etwa 100, 200, 1000. Die Entfernungsmessung setzt dann variable Basis voraus, da der mikrometrische Winkel sich nicht ändert. Sie erfolgt in der Weise, daß man an den beiden Bildern einer Meßplatte je zwei Punkte sich ermittelt, welche sich decken. Die Differenz der betreffenden Ablesungen, multipliziert mit der Konstanten des Keiles, gibt die Entfernung.

Die zweite Art setzt den Keil beweglich voraus, so zwar, daß er sich um seine Kante in der Weise dreht, daß diese dabei normal zur Sehlinie bleibt. Es ändert sich mit der Stellung des Keiles der mikrometrische Winkel, bezw. die Multiplikationszahl. Die Drehvorrichtung wird am zweckmäßigsten nach dieser Größe beziffert und empirisch geteilt. Es sind dann durch Drehung des Keiles die Enden der Basisbilder aufeinander einzustellen und ergibt sich die Entfernung aus der abzulesenden-Multiplikationszahl und der bekannten Basislänge.

Die Bedingung für die Herstellung eines solchen Keiles ist, daß eine optische Symmetrieebene senkrecht zur spitzwinkligen Keilkante liegt. Hiefür sind am besten optisch einachsige Substanzen verwendbar, weil für diese eine Richtung vorhanden ist, in welcher keine Divergenz der Strahlen durch Doppelbrechung sich zeigt. Wird der Keil nach der ersten Art verwendet, so ist, da der Keil dort fix liegt, die Beobachtung dieser Bedingung ziemlich gleichgiltig.

Über die Fertigstellung der Skalen, Drehvorrichtung und Verbindung werden von Dr. Wulff keine Angaben gemacht, da selbe dem Kreise der Leser überlassen bleiben.

¹⁾ Zeitschrift f. Instrumentenkunde 1897, S. 293.

Schließlich werden noch «Plattenmikrometer» für die Messung von Gesichtswinkeln erwähnt, die dadurch entstehen, daß durch Übereinanderschichten von Keilen mit gleichen Brechungswinkeln und aus doppeltbrechender Substanz Platten von verschiedener Dicke hergestellt werden. Die Verschiebung der Bilder ist hier der Verschiebung der Keile proportional.

Als letzte Gruppe der Doppelbild-Entfernungsmesser sind jene katoptrischen Konstruktionen zu erwähnen, bei welchen eine gleichzeitige Visur nach zwei Punkten — etwa den Endpunkten der Basis des distanzmessenden Dreiecks — in der Weise ermöglicht ist, daß der eine von diesen fast ausnahmslos direkt anvisiert wird, während die Strahlen vom zweiten Punkte nach zweimaliger, seltener nach einmaliger Reflexion in die Visiervorrichtung (Fernrohr) gelangen und welche unterschiedlich zu den bisher besprochenen Arten meist zur Messung von nicht mikrometrischen Winkeln Verwendung finden.

Das bekannteste und älteste der hierher zu zählenden Instrumente ist der Spiegelsextant.

Wie der Spiegelsextant als «parallaktischer» Distanzmesser wirkt, wenn dessen Exzentrizität als Basis betrachtet wird, ist bekannt. Diese Anwendung des Sextanten kommt hier vom Standpunkt der Doppelbilddistanzmesser aus nicht in Betracht, wohl aber die folgende.

Werden die zwei Spiegel um einen kleinen Winkel $+\frac{\mu}{2}$ gegen einander gestellt, so schließen die Strahlen S_1 und S_2 einen zur Distanzmessung geeigneten mikrometrischen Winkel μ ein (Fig. 6). Die Basis L des distanzmessenden

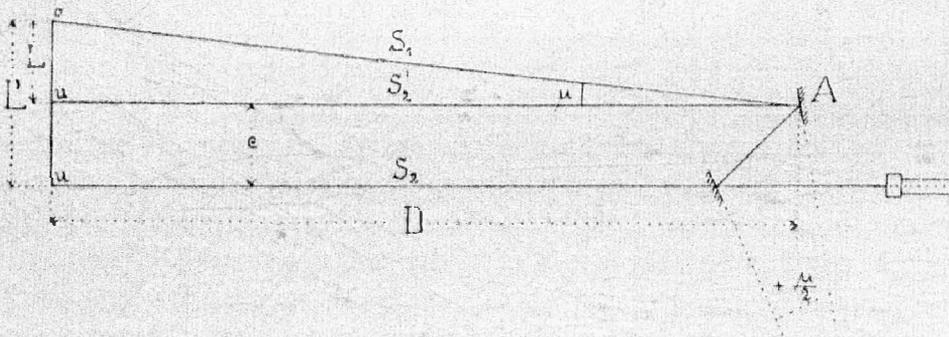


Fig. 6.

Dreiecks Aou' ergibt sich, indem man die Länge L' , d. i. den wirklichen Abstand der im Fernrohr sich deckenden Punkte o und u , um die Sextantenexzentrizität e vermindert, mit

$$L = L' - e,$$

so daß die Entfernung

$$8) \quad D = \frac{1}{\mu} \cdot L = \frac{1}{\mu} (L' - e) \text{ folgt.}$$

Wird die Basis durch eine Distanzlatte gebildet, so sind o und u Lattenablesungen. Das Fernrohr ist zweckmäßig mit einem Fadenkreuz auszurüsten und der Sextant auf einem Stativ zu benutzen. Da derselbe stets in die Ebene des zu messenden Winkels zu bringen ist, muß er bei aufrechtstehender Latte vertikal

gehalten werden. Die Gleichung 8) bleibt auch für konstantes L' und variables μ bestehen, und erfordert dann der Messungsvorgang nicht eine Lattenablesung, sondern eine Ausmessung des mikrometrischen Winkels. Die Genauigkeit einer derartigen Distanzmessung ist eine beschränkte, da die Feinheit der Meßvorrichtung von μ (Nonien) und die Fernrohrvergrößerung (meist 8—12fach) zu geringe sind.

Für astronomische Messungen, bei denen sich die Distanzmessung auf die Ermittlung des Winkels μ beschränkt, verschwindet der Einfluß der Sextantenparallaxe und wirkt der Sextant auch hier im Sinne der gegebenen Definition als vollkommener Doppelbild-Entfernungsmesser.

(Fortsetzung folgt.)

Professor Paul Fenner †.

Die Technische Hochschule in Darmstadt hat den Tod eines bekannten akademischen Lehrers zu beklagen, der leider nur durch 11 Jahre den Lehrstuhl des gesamten Vermessungswesens inne hatte; am 23. November 1909 starb nach langem Leiden der o. Professor der Geodäsie Paul Fenner.

Fenner, geboren am 8. Juli 1852 zu Homburg v. d. Höhe, bezog nach Absolvierung des Gymnasiums zu Kreuznach im Jahre 1869 die Technische Hochschule in Karlsruhe, wo er bis zum Jahre 1873 dem Studium an der Bauingenieurschule oblag; hier hörte er bei W. Jordan Vorträge über verschiedene geodätische Gegenstände, wie sie für die Bauingenieure vorgeschrieben waren.

Nach Beendigung seiner Hochschulstudien ging er im Jahre 1873 als Eisenbahningenieur in die Praxis, nahm teil an dem Baue der Bergisch-Märkischen- und der Mosel-Bahn und war auch mehrere Jahre bei der Rheinischen Eisenbahn tätig.

Nach siebenjähriger praktischer Wirksamkeit nahm Fenner im Jahre 1880 die Stelle eines Assistenten für Geodäsie an der Technischen Hochschule zu Aachen an, wo er Gelegenheit hatte, unter der Leitung des berühmten Geodäten Helmert in das berufsmäßige Studium der Geodäsie eingeführt zu werden und Lust und Liebe zum Vermessungsfache zu gewinnen.

Im Jahre 1889 wurde ihm die *venia legendi* für Geodäsie erteilt und nach zweijähriger Tätigkeit als Privatdozent wurde er im Jahre 1891 mit dem Titel eines Professors ausgezeichnet.

Fenner wurde die Ausbildung der Markscheider an der Fachschule für Bergwesen übertragen, welcher Aufgabe er sich mit größter Gewissenhaftigkeit und Hingebung widmete und da ganz hervorragende Lehrerfolge erzielte.

Im Jahre 1898 erhielt er den Ruf als o. Professor der Geodäsie an die Technische Hochschule in Darmstadt und wurde Nachfolger des Geheimen Hofrates Dr. A. M. Neff.

Nur ungern sah ihn der Lehrkörper der Aachener Technischen Hochschule aus seiner Mitte scheiden, denn abgesehen von dem großen Verluste einer erprobten Lehrkraft beklagten die Mitglieder des Kollegiums den Abgang eines lieben Freundes und wahrhaft ergebenen Kollegen.

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 3.

Wien, am 1. März 1910.

VIII. Jahrgang.

Ein reduzierendes Doppelbild-Tachymeter.

Von Dr. techn. Franz Auböhl, Konstrukteur an der k. k. Technischen Hochschule in Graz.

(I. Fortsetzung).

III. Das Doppelbildtachymeter.

1. Die optischen Grundlagen.

Das nach den Angaben des Verfassers von dem mathematisch-mechanischen Institut Rudolf & August Rost in Wien hergestellte Instrument gehört bezüglich der Art der optischen Distanzmessung den Doppelobjektivkonstruktionen an, da der zur Distanzmessung erforderliche mikrometrische Winkel durch Zweiteilung des Objektivs hergestellt wird. Es unterscheidet sich von den bisher genannten Entfernungsmessern dieser Art darin, daß die beiden Objektivhälften wohl zu einander verschoben, sonst aber unverrückbar verbunden sind, um einen konstanten Winkel, diesen aber möglichst scharf zu ergeben. Der Messungsvorgang wird daher im allgemeinen nicht ein Ausmessen eines mit der Entfernung veränderlichen Winkels, daher auch nicht die Beobachtung von Koinzidenzen zweier markanter Punkte bedeuten, sondern auf der Messung einer am Zielpunkte aufgestellten Basis beruhen. Behufs genauer Pointierung an einer Distanzlatte und zum Zwecke der Verbindung der optischen Distanz- mit einer Höhenwinkelmessung ist eine eindeutige Festlegung der Visierrichtung durch ein Fadenkreuz erforderlich, obwohl das Prinzip eines dieser Gruppe angehörenden Doppelbildentfernungsmessers kein Fadenkreuz verlangt.

Der Winkel, den die zwei durch das Fadenkreuz und die inneren Hauptpunkte der Objektivhälften gebildeten Visierlinien miteinander einschließen, ist nicht konstant, da die zwei Elemente der Visierlinie, Objektiv und Schnittpunkt der Fäden, ihre gegenseitige Lage mit der Entfernung des Zielpunktes ändern. Da man bei Distanzmessern mit variabler Basis unter «mikrometrischem» Winkel einen konstanten Winkel versteht, ist daher als solcher noch nicht jener Winkel anzusehen, unter welchem nach Einstellung des Fadenkreuzes in die Bildebene die zwei Objektivhauptpunkte vom Fadenkreuz aus erscheinen. Ähnliches trifft übrigens

auch bei den Fadendistanzmessern mit dem Unterschiede zu, daß der Scheitel des durch die beiden Visierlinien gebildeten Winkels im zweiten Hauptpunkte des Objektivs und nicht, wie hier, im Schnittpunkte der Fäden liegt. Es läßt sich zeigen, daß für Doppelobjektivkonstruktionen geradeso wie für die übrigen winkelführenden Entfernungsmesser ein «anallaktischer» oder «unveränderlicher» Punkt vorhanden ist, bezüglich dessen die Entfernungen proportional den Lattenabschnitten sind.

Bei den Fadendistanzmessern mit gewöhnlichem astronomischen Fernrohre ist der anallaktische Punkt der außerhalb des Fernrohres, also auf der Seite des Zielpunktes liegende Brennpunkt des Objektivs.

Bei den Kippdistanzmessern fällt der anallaktische Punkt mit der Kippachse des Fernrohres zusammen, mag diese nun zentrisch oder, wie bei den Instrumenten mit Hogrewe'scher oder Stampfer'scher Schraube exzentrisch liegen, da bei dieser Gruppe der Entfernungsmesser die Erzeugung des mikrometrischen Winkels unabhängig von den Elementen der Visierlinie erfolgt, so daß derselbe durch eine Veränderung der gegenseitigen Lage von Fadenplatte und Objektiv, wie sie bei der Beseitigung der Parallaxe notwendig wird, unbeeinflusst bleibt.

Der diesbezüglichen Untersuchung bei dem vorliegenden Distanzmesserfernrohre seien einige Konstruktionseinzelheiten desselben vorausgeschickt.

Die Objektivhälften wurden vom Mechaniker der Angabe gemäß tunlichst genau um $1/100$ der Brennweite vertikal verschoben. Aber auch in horizontaler Richtung wurde aus einem im folgenden angegebenen Grunde ein Abstand der Objektivmittelpunkte u. zw. von der Größe $1/200$ der Brennweite gewählt. Es liegen daher die optischen Achsen der Halbobjektive nicht in derselben Vertikalebene, wie dies sonst bei den Doppelobjektivkonstruktionen der Fall ist; es ist infolgedessen der am Instrument durch Fadenplatte und Doppelobjektiv erzeugte Winkel als Schnittwinkel zweier Ebenen zu definieren, die durch den Querfaden HH (Fig. 7) einerseits und die inneren Hauptpunkte andererseits gegeben sind. Der Schnitt dieser Ebenen mit zwei durch die zweiten Hauptpunkte O_1, O_2 senkrecht zu HH gelegten Ebenen ergibt die Visierlinien $F_1 O_1$ und $F_2 O_2$.

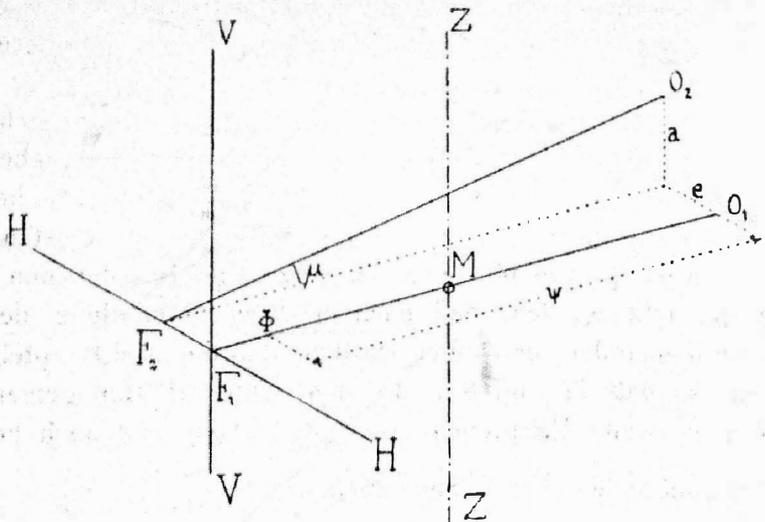


Fig. 7.

Die Anordnung ist so getroffen, daß das linke Halbobjektiv höher steht als das rechte. Die rechte Visur $F_1 O_1$ wird die Hauptvisur genannt; die durch dieselbe gelegte Vertikalebene enthält die Instrumentenachse $Z Z$. Der Schnittpunkt dieser Visierlinie mit der Instrumentenachse ist der Instrumentenmittelpunkt M . Der Längs-(Vertikal-)Faden $V V$ der Fadenplatte bestimmt den Punkt F_1 der Hauptvisur. Die linke durch $F_2 O_2$ gegebene Visierlinie, die Nebervisur, liegt in bezug auf die Instrumentenachse exzentrisch und ist für erstere, da für die optische Distanzmessung nur der Quersfaden in Betracht kommt, kein Längsfaden aufgezogen.

Der zur Beseitigung der Parallaxe erforderliche Okularauszug wird in der Richtung der Hauptvisur, welche mit der optischen Achse des rechten Halbobjektivs zusammenfallen soll, geführt.

Wird die Visur auf eine Distanzplatte gerichtet, so projiziert sich, da jedes Halbobjektiv ein Bild entwirft, der Horizontalfaden in jedem der Lattenbilder an einer anderen Stelle. Die Differenz der an dieser Stelle gemachten Lattenablesungen ist im Sinne der optischen Distanzmessung als «Lattenabschnitt» zu bezeichnen.

Eine Verschiebung der Objektivhälften in horizontaler Richtung wurde zu dem Zwecke angeordnet, damit nicht beide Lattenbilder an derselben Stelle des Gesichtsfeldes erscheinen und sich gegenseitig beeinträchtigen. Es wird, außer bei ungünstigen Beleuchtungsverhältnissen, infolge des Nebeneinandererscheinens der Bilder meist möglich sein, beide Lattenbilder gleichzeitig abzulesen, ohne daß es notwendig würde, eine vor dem Objektiv angebrachte Klappblende zur vollständigen Isolierung der Bilder zu benutzen.

Die erforderliche Größe des Abstandes e der Objektivmittelpunkte ergibt sich nach

$$e = G \frac{\psi}{f},$$

in welcher Gleichung G die Gegenstandsweite bezeichnet. Setzt man für G die Lattenweite ein, etwa $G = 0,08 \text{ m}$, so ist für eine Minimalentfernung von $f = 20 \text{ m}$ und eine Brennbreite $\psi = 0,2 \text{ m}$ die Breite des Lattenbildes $e = 0,8 \text{ mm}$. Für

den angenommenen Wert von $e = \frac{\psi}{200} = 1 \text{ mm}$ erscheinen also auf jeden Fall die Lattenbilder nebeneinander, ohne sich gegenseitig zu behindern.

Es handelt sich darum, für Doppelobjektivkonstruktionen der ausgeführten Art die Lage des anallaktischen Punktes zu bestimmen. Da sich jede Linsencombination durch zwei zur optischen Achse senkrechte Hauptebenen ersetzen läßt, deren Schnittpunkte mit der optischen Achse Hauptpunkte heißen (E_1, E_2 Fig. 8) und im vorliegenden Falle jedes Halbobjektiv als ein selbständiges Linsensystem aufzufassen ist, gibt es für jedes derselben zwei Hauptebenen. Es soll nun die Annahme gemacht werden, daß nach erfolgter Zerteilung des Objektivs beide Hälften so aneinander verschoben wurden, daß die zwei Hauptebenen wieder zusammenfallen, so daß in Fig. 8 I die den beiden Hälften gemeinsame erste, II die gemeinsame zweite Hauptebene vorstellt. Dann sind auch beide optische Achsen parallel und haben den Vertikalabstand $a = \frac{\psi}{100}$.

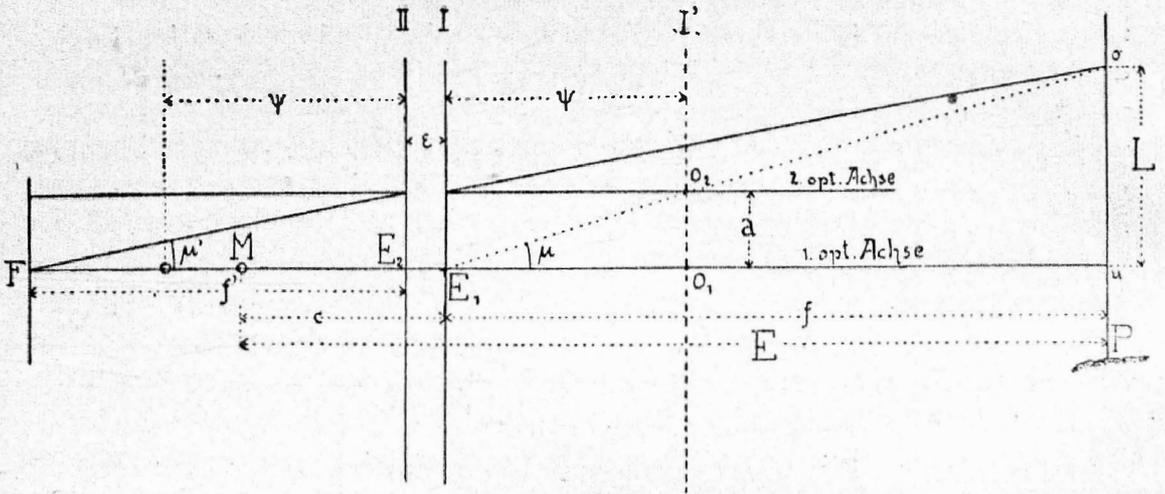


Fig. 8.

Denkt man sich den Schnittpunkt F der Fäden als leuchtenden Punkt, zu welcher Annahme man nach dem Grundsatz von der Umkehrbarkeit der Lichtwege berechtigt ist, so werden die von diesem ausgehenden Hauptstrahlen eine im Zielpunkte P aufgestellte Distanzplatte in den Punkten u und o treffen. Aus Fig. 8 folgt:

$$\frac{f + f'}{f'} = \frac{L}{a}$$

und da

$$a = \psi / C,$$

so wird

$$f + f' = \frac{L}{\psi} \cdot C \cdot f'$$

oder

$$f = f' \left(\frac{L}{\psi} \cdot C - 1 \right).$$

Mit der Grundgleichung

$$f' = \frac{f \cdot \psi}{f - \psi}$$

ergibt sich

$$f = \frac{f \cdot \psi}{f - \psi} \left(\frac{L}{\psi} \cdot C - 1 \right),$$

so daß

$$f = C \cdot L$$

ferner

$$E = f + c \text{ wird.} \quad 9)$$

Dieses Ergebnis besagt, daß der anallaktische Punkt der erste Hauptpunkt E_1 des rechten Halboobjektives ist.

Praktisch genügt es, die zwei Hauptebenen I und II in eine einzige zusammenfallen zu lassen, so daß der Mittelpunkt des rechten Halboobjektives als anallaktischer Punkt anzusehen ist.

Es können sämtliche Untersuchungen unter der Voraussetzung durchgeführt werden, daß das gegebene Fernrohr durch ein in der Richtung gegen den Zielpunkt verschobenes ideelles ersetzt werden kann, dessen Hauptebene in F liegt und bei welchem ohne Rücksicht auf die Entfernung eines Gegenstandes stets die von beiden Objektivhälften entworfenen Bilder in konstantem Abstände ψ von F die zugehörigen optischen Achsen schneiden. Diese Substituierung ist denkbar unter

der Annahme eines dem gegebenen gleichartig konstruierten Fernrohres mit veränderlicher Objektivbrennweite ψ_0 , die sich aus der Beziehung ergibt:

$$\frac{1}{f - \psi} + \frac{1}{\psi} = \frac{1}{\psi_0}$$

und welche nur für $f - \psi = \infty$ der Brennweite ψ des gegebenen Fernrohres gleich wird.

Die Doppelobjektivkonstruktion zeigt gegenüber dem Reichenbach'schen Distanzmesser den Vorteil der kleinen Additionskonstanten. Diese ist im allgemeinen gleich der Entfernung des anallaktischen Punktes vom Instrumentenmittelpunkt und ist im vorliegenden Falle gegeben durch die Entfernung des ersten Hauptpunktes des Objektivs, bzw. des Objektivmittelpunktes vom Instrumentenmittelpunkt (c Fig. 8); es beträgt dieselbe hier $0,08 \doteq 0,1 \text{ m}$ und kann wegen deren Kleinheit die angegebene Fernrohrkonstruktion näherungsweise als anallaktisch bezeichnet werden; vollends wäre sie es, wenn der anallaktische Punkt, wie dies beim Porro'schen Fernrohr der Fall ist, mit dem Instrumentenmittelpunkte zusammenfiel.

Da die Objektivhälften in einer zur Hauptvisur senkrechten Ebene verschoben wurden, ist nicht zu übersehen, daß nur die Beobachtungen an dem vom rechten Halbobjektiv entworfenen Bilde in der Nähe der optischen Achse stattfinden, daß hingegen das vom linken Halbobjektiv entworfene Bild in einem Abstände von $\mu = 34' 22,6''$ von dessen optischer Achse beobachtet wird, also an einer Stelle des Gesichtsfeldes, an welcher schon die unvermeidlichen «Fehler der Abbildung» bemerkbar werden können. Bessel¹⁾ hat die «optische Verbesserung» rechnermäßig festgestellt und gefunden, daß diese der dritten Potenz des Abstandes von der optischen Achse proportional ist und schon bei 1° Abstand auf über $1''$ steigt. Rechnet man nach dieser sich auf Heliometer beziehenden Angabe die einem Abstände von $\mu = 34,4'$ entsprechende optische Verbesserung, so ergibt sich diese mit $0,19'' = \frac{\mu}{11000}$, also einer Größe, welche ungefähr die Hälfte der bei Bestimmung der Konstanten eines Tachymeters durchschnittlich erreichbaren Genauigkeit von μ beträgt.

Ein anderer Umstand ist noch einer Erörterung zu unterziehen, nämlich der, ob in jedem Falle beide Lattenbilder praktisch genommen in derselben Ebene erscheinen, so daß eine gleichzeitige Beseitigung der Parallaxe möglich ist, was bei Voraussetzung lotrechter Lattenstellung streng nur bei horizontaler Visur der Fall sein kann, während das Ausweichen der Lattenbilder aus einer einzigen Ebene mit der Neigung der Visierlinie gegen den Horizont zunimmt. Hofrat Lorber²⁾ hat für den Reichenbach'schen Distanzmesser eine derartige Untersuchung, u. zw. dahin durchgeführt ob nach Beseitigung der Parallaxe für den Mittelfaden auch die beiden äußeren Fäden (Distanzfäden) in der Ebene des Lattenbildes erscheinen, und hat festgestellt, daß der Winkel α , den die Ebene der Fadenplatte mit der Ebene des Lattenbildes einschließt, durch

¹⁾ Enzykl. d. math. Wissenschaft u, VI, 2, S. 248; Valentiner, Handwörterbuch, II, S. 13.

²⁾ Zeitschrift für Instrumentenkunde 1887, S. 89.

$$\operatorname{tg} x = \frac{\psi}{f - \psi} \operatorname{tg} \alpha$$

in Abhängigkeit vom Höhenwinkel α gegeben ist, so daß die Einstellung der Fadenplatte in die Bildebene theoretisch unmöglich ist. Es beträgt beispielsweise für $\psi = 0,2 \text{ m}$, $f = 10 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$ der Winkel $x = 1^\circ 10'$, der Abstand ε zwischen Lattenbild und äußerem Faden $0,02 \text{ mm}$; für $f = 100 \text{ m}$ ist $x = 7'$, $\varepsilon = 0,02 \text{ mm}$. Von Wichtigkeit ist dabei, ob die dadurch hervorgerufene Vergrößerung des Lattenbildes gegenüber dem Fadenabstand auf das Meßresultat einen merkbaren Einfluß ausübt; es kam Hofrat Lorber zu dem Ergebnis, daß praktisch unter allen Umständen die Bildgröße mit dem Fadenabstand als übereinstimmend zu betrachten ist.

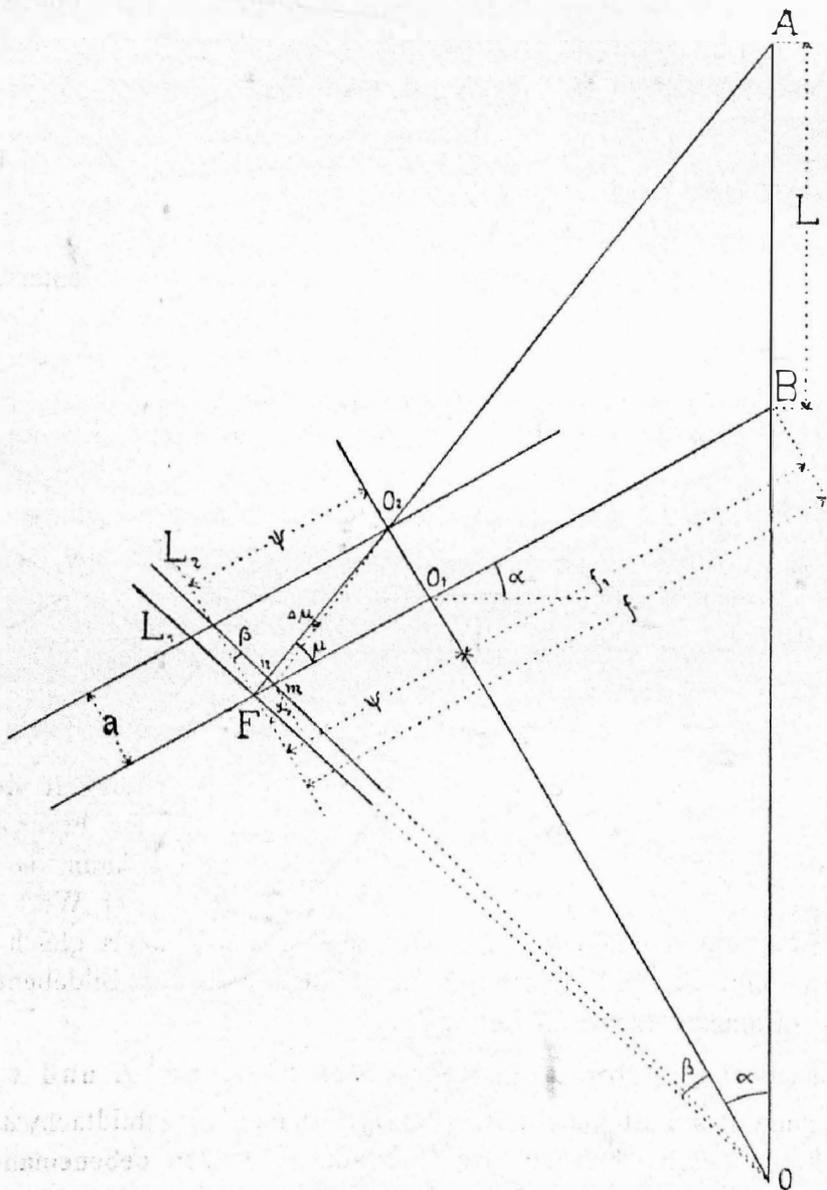


Fig. 9.

Eine ähnliche Untersuchung soll für den Doppelbilddistanzmesser unter der Annahme des ideellen Fernrohres durchgeführt werden. Für dieses ist als Gegenstandsweite $f_1 = f - \psi$, als Hauptebene F , als Bildweite ψ anzusehen (Fig. 9).

L_1 und L_2 sind die von den Halbobjektiven entworfenen Bilder der Latte L , die im vorliegenden Falle ohneweiters als parallel anzusehen sind. Der Punkt o muß sowohl dem Gegenstande wie dem Bilde angehören, da alle Punkte der Hauptebene sich selbst entsprechen. Nach Beseitigung der Parallaxe für das Lattenbild L_1 befindet sich die Fadenplatte in F .

Es tritt also eine Verschiebung der beiden Lattenbilder in der Richtung der optischen Achse um den Betrag x ein, welche zur Folge hat, daß man statt an der Stelle m , wo man das Lattenbild L_2 ablesen sollte, wenn beide Bildebenen zusammenfallen, dieses an der Stelle n abliest. Die daraus hervorgehende Änderung von μ ist $\Delta\mu$, welche auf den Lattenabschnitt L verkleinernd wirkt.

Es ist

$$\mu = \frac{a}{\psi} \text{ und } \overline{o_1 o} = f_1 \operatorname{ctg} \alpha,$$

ferner

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\psi}{\overline{o_1 o}} = \frac{\psi}{f_1} \operatorname{tg} \alpha \text{ und}$$

$$10) \quad x = \overline{Fm} = a \operatorname{tg} \beta = a \frac{\psi}{f_1} \operatorname{tg} \alpha.$$

Dies besagt, daß die Verschiebung x umso größer ist, je kleiner f_1 und je größer α wird.

Ferner ist

$$\Delta\mu = \mu - \mu' = a \cdot \frac{x}{\psi(\psi - x)}$$

und weil $\psi - x \approx \psi$ zu setzen ist, wird mit 10)

$$11) \quad \Delta\mu = \mu \cdot \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{f_1}.$$

Setzt man spezielle Werte ein, etwa $\psi = 0,2 \text{ m}$, $a = 0,002 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$, $\mu = 0,01$, so wird für

$$f_1 = 10 \text{ m} \quad x = 0,04 \text{ mm}, \quad \frac{\Delta\mu}{\mu} = \frac{1}{5000}$$

$$f_1 = 100 \text{ m} \quad x = 0,004 \text{ mm}, \quad \frac{\Delta\mu}{\mu} = \frac{1}{50000}.$$

Vergleicht man die Größen x mit der erreichbaren Genauigkeit der Einstellung des Fadenkreuzes in die Bildebene, welche bei einem Fernrohr mit 25facher Vergrößerung nach Tinter¹⁾ auf $\pm 0,04 \text{ mm}$ erfolgen kann, so ist im praktisch ausgeschlossenen Falle $f_1 = 10 \text{ m}$, und $\alpha = 45^\circ$ dieser Wert gerade erreicht, und daher die Beeinflussung des distanzmessenden Winkels gleich dessen mittlerer Unsicherheit. Es sind sonach für alle Fälle die beiden Bildebenen von L_1 und L_2 als zusammenfallend zu betrachten.

2. Die Ermittlung der tachymetrischen Elemente E und h .

Die Abnahme des Lattenabschnittes erfolgt beim Doppelbildtachymeter in angegebener Weise durch Ablesung des Querfadens an den nebeneinander er-

¹⁾ Zeitschrift für Instrumentenkunde 1882, S. 226.

scheinenden Lattenbildern. Da sich diese im Abstände $c = \frac{\psi}{200} = 1 \text{ mm}$ neben einander befinden, so erfolgt die Ablesung an Stellen des Gesichtsfeldes, welche halb so weit entfernt sind als bei einem Fadendistanzmesser, bei welchem für $C=100$ die Entfernung zwischen dem obern und untern Faden $1/100$ der Brennweite beträgt. Wird die Multiplikationskonstante von 100 auf 50 verkleinert, was durch ein Auseinanderschieben der Halbobjektive erreicht wird, so hat dies auf den Horizontalabstand der Lattenbilder keinen Einfluß, es bleibt der Vorteil der gleichzeitigen Lattenablesung beim Doppelbildtachymeter ohne Rücksicht auf die Größe der Multiplikationskonstanten gewahrt, was beim Fadentachymeter nicht der Fall ist; bei demselben rücken die Distanzfäden umso weiter auseinander, je kleiner die Multiplikationskonstante wird und es schließt dieser Umstand eine vollkommen gleichzeitige Fadenablesung aus.

Es sind nun jene Gleichungen aufzustellen, aus welchen die tachymetrischen Elemente, d. s. die Horizontalabstand E und die Höhe h des anvisierten Punktes der Latte über dem Instrumentenmittelpunkte, berechnet werden können.

Die gewöhnlichen für Reichenbach'sche Tachymeter und vertikale Lattenstellung geltenden Grundgleichungen sind folgende:

$$12) \quad \begin{cases} E = CL \cos^2 \alpha + c \cos \alpha \\ h = CL \sin \alpha \cos \alpha + c \sin \alpha \\ H = h + \mathcal{F} - V. \end{cases}$$

Der Höhenwinkel α bezieht sich hierbei auf die Visur über den Mittelfaden, C ist die Multiplikations-, c die Additionskonstante und L der aus der Differenz der oberen und unteren Fadenablesung sich ergebende Lattenabschnitt. H ist der Höhenunterschied zwischen dem Standpunkt und Zielpunkt, \mathcal{F} die Höhe des Instrumentenhorizontes über dem Standpunkte und V die Mittelfadenablesung an der Latte.

Gewöhnlich vereinfacht man sich obige Formeln indem man statt 12)

$$13) \quad \begin{cases} E = (CL + c) \cos^2 \alpha = 100 L' \cos^2 \alpha \\ h = (CL + c) \sin \alpha \cos \alpha = 100 L' \sin \alpha \cos \alpha \end{cases} \text{ setzt,}$$

wobei

$$L' = \frac{CL + c}{100}$$

die Bezeichnung «reduzierter Lattenabschnitt» führt.

Die Gleichungen 13) können bei dem Doppelbildtachymeter nicht gut angewendet werden, da bei diesem eine sogenannte mittlere Visur nicht vorhanden ist.

Es werden sich daher jene Formeln der Tachymetrie eignen, bei welchen der Höhenwinkel sich auf eine sogenannte äußere Visur bezieht. Bezeichnet α dann den Neigungswinkel einer äußeren Visur, so nehmen die Gleichungen 13) die Form an:

$$14) \quad \begin{cases} E = 100 L' \cos^2 \left(\alpha \pm \frac{\mu}{2} \right) \\ h = 100 L' \sin \left(\alpha \pm \frac{\mu}{2} \right) \cos \left(\alpha \pm \frac{\mu}{2} \right), \end{cases}$$

wobei das \pm -Zeichen dann zu gelten hat, wenn α den Neigungswinkel der tieferen, d. i. der Hauptvisur bedeutet.

Tichý zählte bei seinem logarithmischen Tachymeter, der nur zwei Fäden besitzt, einen unteren festen und einen oberen beweglichen, den Höhenwinkel von dem unteren Faden, bezw. von der oberen Visur aus. Seine Gleichungen lauten für anallaktisches Fernrohr:

$$15) \quad \begin{cases} E = CL \cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu) \\ h = CL \sin \alpha \cos \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu) \\ H = h + \mathcal{F} - V. \end{cases}$$

Puller bezog bei seinem Schiebetailometer den Höhenwinkel auf die untere Visur und stellte für ein nicht anallaktisches Fernrohr folgende Gleichungen auf (Fig. 10):

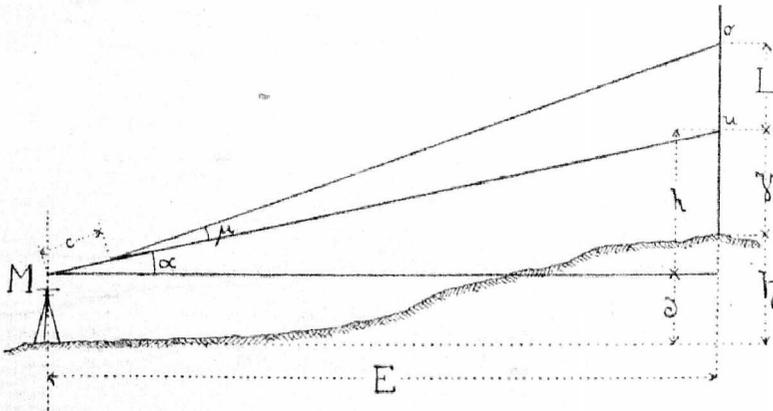


Fig. 10.

$$16) \quad \begin{cases} E = \frac{L}{\sin \mu} \cdot \cos(\alpha + \mu) \cos \alpha + c \cos \alpha \\ h = \frac{L}{\sin \mu} \cdot \cos(\alpha + \mu) \sin \alpha + c \sin \alpha \\ H = h + \mathcal{F} - V. \end{cases}$$

Beim Doppelbildtachymeter sind, sofern bei demselben der Höhenwinkel sich auf die obere Visur bezieht, die Tichý'schen Gleichungen mit der Abänderung anwendbar, daß ein die Additionskonstante berücksichtigendes additives Glied hinzukommt, so daß die genannten Gleichungen lauten:

$$17) \quad \begin{cases} E = CL \cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu) + c \cos \alpha \\ h = CL \sin \alpha \cos \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu) + c \sin \alpha. \end{cases}$$

Es wurde jedoch vorgezogen, beim Doppelbildtachymeter den Höhenkreis nach der unteren Visur zu justieren, weil dadurch die Möglichkeit einer Vereinfachung der Gleichung

$$H = h + \mathcal{F} - V \quad \text{geboden ist.}$$

Wird nämlich V gleich der Instrumentenhöhe \mathcal{F} gemacht, so folgt

$$H = h,$$

d. h. wird jene Visur, auf welche sich der Höhenwinkel bezieht, auf Instrumentenhöhe eingestellt, so wird der Höhenunterschied H gleich jenem zwischen Zielpunkt an der Latte (u , Fig. 10) und dem Instrumentenmittelpunkte (M).

Die Einstellung auf Instrumentenhöhe würde nun in dem Falle, als die Höhenkreisablesung auf die höhere Visur bezogen ist, oft unmöglich sein, da die Instrumentenhöhe durchschnittlich nur etwa 1,3 bis 1,4 m beträgt und bei größeren Entfernungen, ganz abgesehen von einer ungünstigen Bodengestaltung, die untere Visur die Latte nicht mehr treffen würde.

Es dürfte sich auch empfehlen, die Instrumentenhöhe an der Latte durch eine scharf gekennzeichnete Marke zu bezeichnen. Bei Tachymetern, bei welchen der Höhenkreis nach einer äußeren Visur justiert ist, bringt dies insofern einen weiteren Vorteil mit sich, als die durch eine Marke gekennzeichnete Lattenablesung zur Bildung des Lattenabschnittes verwendet wird. Es wird hierbei die eine Lattenablesung durch eine Einstellung auf eine Marke ersetzt und wird, da nach R. Wagner¹⁾ der Einstellungsfehler den vierten Teil des Ablesefehlers beträgt, der Lattenabschnitt genauer erhalten, als sonst durch zwei Ablesungen. Um diesen Vorteil auszunützen, wird es sogar angezeigt sein, für jene Fälle, in welchen die Einstellung auf Instrumentenhöhe unmöglich ist, zwei weitere unterschiedlich gekennzeichnete Marken für $\mathcal{F} + 1 m$ und $\mathcal{F} - 1 m$ an der Latte anzubringen, so daß dann jeder Standpunkt mit einer einzigen Fadenablesung abgetan ist.

Die Auswertung der Puller'schen Gleichungen 16) hat die Unbequemlichkeit, daß in denselben trigonometrische Funktionen von verschiedenen Winkeln vorkommen.

Eine Transformation der Puller'schen Gleichungen ergibt den Tichý'schen Formeln ähnliche Gleichungen, welche der logarithmischen Auswertung durch geradlinige Schieber zugänglicher sind. Es ist

$$E = \frac{L}{\operatorname{tg} \mu} \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu) + c \cos \alpha.$$

Für $C = \operatorname{cotg} \mu$ wird

$$E = CL \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu) + c \cos \alpha.$$

Da c im vorliegenden Falle sehr klein ist, kann mit genügender Genauigkeit geschrieben werden:

$$18) \quad \begin{cases} E = (CL + c) \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu) \\ h = (CL + c) \sin \alpha \cos \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu). \end{cases}$$

Führt man hier wieder

$$L' = \frac{L \cdot C + c}{100} \text{ oder wegen } c = 0,1$$

$$L' = (L + 0,001) \frac{C}{100}, \text{ sowie}$$

$$\operatorname{tg} \mu = 0,01 \text{ ein, so wird}$$

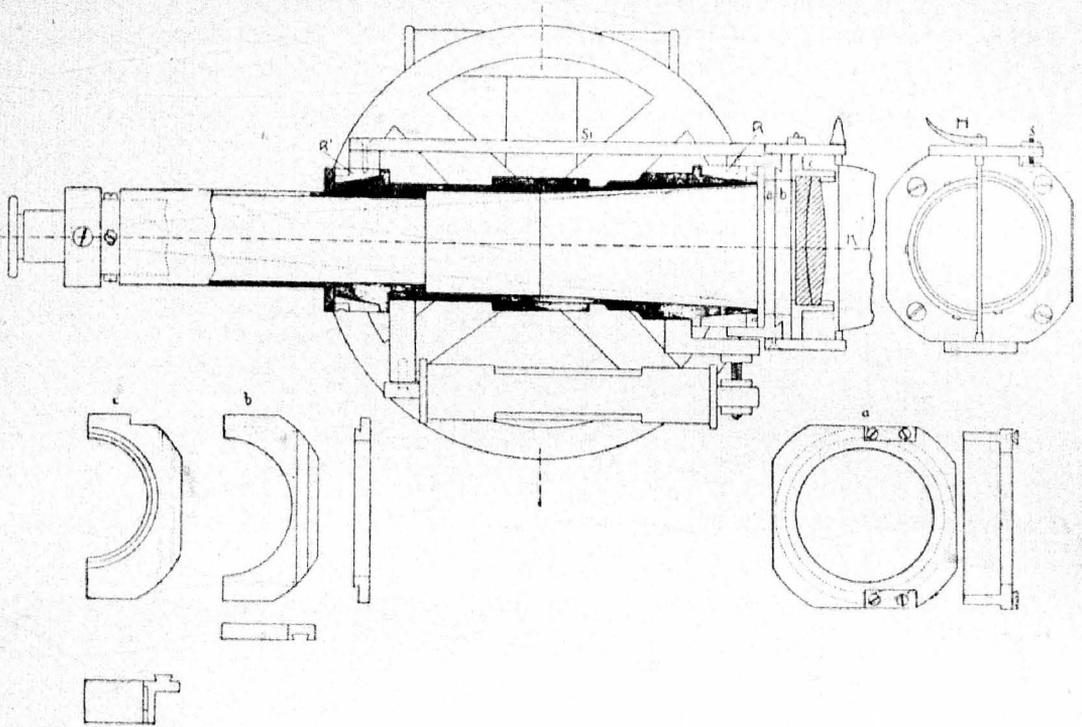
$$19) \quad \begin{cases} E = 100 L' \cos^2 \alpha (1 - 0,01 \operatorname{tg} \alpha) \\ h = 100 L' \sin \alpha \cos \alpha (1 - 0,01 \operatorname{tg} \alpha). \end{cases}$$

(Fortsetzung folgt.)

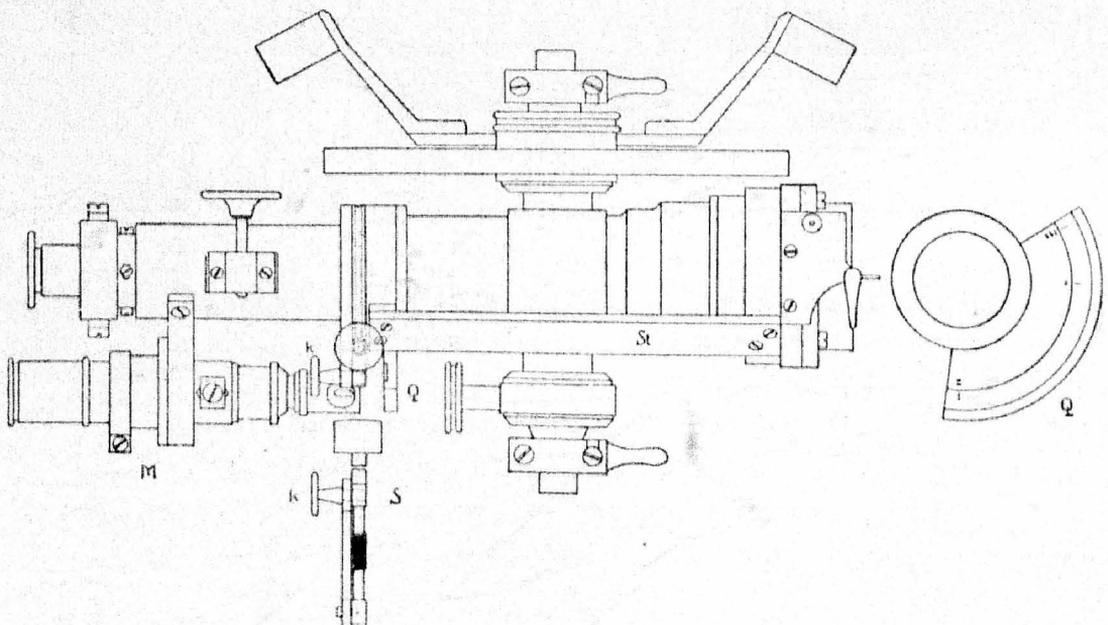
¹⁾ Zeitschrift für Vermessungswesen 1886, S. 49 ff.

Das Doppelbild-Tachymeter.

Schnitt durch das Fernrohr



Ansicht im Grundriß



Ein reduzierendes Doppelbild-Tachymeter.

Von Dr. techn. **Franz Aubell**, Konstrukteur an der k. k. Technischen Hochschule in Graz.

(2. Fortsetzung).

3. Beschreibung des Instrumentes.

(Hiezu eine Tafel).

Die Bauart des Instrumentes ist die eines modernen Universalinstrumentes und zeigt dasselbe nur in dem charakteristischen Teile, dem Fernrohr, prinzipielle Abweichungen.

Der Horizontalkreis hat einen Durchmesser von 13 cm und ist in $\frac{1}{4}$ Grade geteilt. Zur Ablesung dienen Skalen-(Schätz-)Mikroskope mit $1'$ direkter Ablesung und $0,1'$ Schätzung. Zum Schutze der Teilung ist der Kreis mit einem Deckmantel versehen, welcher an einer Stelle einen mit Glas überdeckten Ausschnitt besitzt, durch den man an einer Marke die Bezifferung auf Zehnergrade abliest. Die einzelnen Grade sind an der für die Mikroskope angebrachten feinen Teilung ersichtlich gemacht. Die an der Stelle der Mikroskope notwendige Durchbohrung des Deckmantels ist durch einen Schieber verschließbar. Zur Aufstellung des Instrumentes dienen sowohl zwei Kreuzlibellen als auch eine auf die Fernrohrkippachse aufsetzbare Reiterlibelle. Dreifuß, Deckmantel und Fernrohrträger sind aus Magnalium hergestellt.

Der Höhenkreis hat 11 cm Durchmesser, ist mit einer Versierungslibelle und dazugehöriger Feinstellschraube versehen und in $\frac{1}{4}$ Grade geteilt. Zwei diametrale Nonien geben $20''$. Die Unterteilung des Grades in sechs Teile ermöglicht für den Höhenkreis durch bloße Schätzung am Noniusnullpunkt die Ablesung auf eine Minute. Die Bezifferung des Höhenkreises ist durchlaufend widersinnlich und ist derselbe so justiert, daß bei einspielender Versierungslibelle und horizontaler Lage der Hauptvisur die Ablesung an beiden Nonien im Mittel $0^{\circ}0'0''$ gibt.

Das Fernrohr ist in den Fernrohrständern derartig gelagert, daß man es leicht aus denselben herausheben kann, ferner ist es nach der Seite des Objektivs durchschlagbar. Das astronomische Fernrohr besitzt ein aus zwei Halblinsen gebildetes Doppelobjektiv, das durch Bisektion eines einzigen hergestellt wurde. Die freie Öffnung beträgt 37 mm , die Brennweite 200 mm , ein orthoskopisches Okular bewirkt mit dem Objektiv 24-fache Vergrößerung. Der Querschnitt des Fernrohres verbreitert sich gegen das Objektiv zu, da dieses, um einem Halbobjektiv ungefähr die gleiche Lichtstärke zu geben, wie einem vollen, einen größeren Durchmesser als sonst üblich besitzt und außerdem durch die Verschiebung der Objektivhälften einer größeren freien Öffnung bedarf. Jedes Halbobjektiv besitzt eine eigene Fassung, welche selbst wieder auf der Objektivplatte befestigt ist. Das rechte Halbobjektiv ist durch Schrauben mit der Objektivplatte unverrückbar verbunden, während das linke in vertikaler Richtung mit Hilfe der Schraube s (siehe Tafel) noch eine feine Verschiebung zuläßt, um den Höhenabstand der beiden Objektivmittelpunkte möglichst genau auf $\frac{1}{100}$ der Brennweite abstimmen zu können. Der Horizontalabstand der beiden Objektivmittelpunkte

beträgt wie angegeben $\frac{1}{2}f$ der Brennweite. Der Schnitt auf der beigegebenen Tafel zeigt das linke erhöhte Halbobjektiv. Dieses ist in die Platte *c* gefaßt, die rückwärts eine vertikale, schwalbenschwanzförmige Führungsleiste besitzt, welche wieder in eine gleichartige Nut der Platte *b* paßt. Die Platte *b* ist in der Platte *a* so gelagert, daß erstere in ähnlicher Weise horizontal bewegt werden kann, so daß eine Justierung nach beiden Richtungen hin möglich ist. Zwischen den Objektiven befindet sich, um eine vertikale Achse drehbar, eine Klappblende *K*, die mit einem oberhalb des Objektivs befindlichen Hebel *H* betätigt wird.

Von besonderer Wichtigkeit war es, die Halbobjektive so zu befestigen, daß nach erfolgter Justierung dieselben vollkommen unverrückbar festgehalten wurden, da dies eine Bedingung für die Beständigkeit der Multiplikationskonstanten ist. Durch Anbringung einer Reihe von Schrauben ist dies erreicht worden und erscheint dadurch gewährleistet, daß die Multiplikationskonstante beständiger ist als bei den Fadentachymetern. Es hat sich bei diesen gezeigt, daß der Wert des mikrometrischen Winkels durch Temperaturänderung beeinflußt wird, daß sich ferner die Konstante im Laufe der Zeit überhaupt ändert¹⁾. Diese Befürchtung ist beim Doppelbildtachymeter aller Wahrscheinlichkeit nach ausgeschlossen, denn sogar ein Reißen des Querfadens ist nicht von Belang, da selbst dann, wenn er nicht genau an derselben Stelle aufgezogen wird, sich an der Multiplikationskonstanten nichts ändert. Darüber ein endgültiges Urteil zu fällen ist Verfasser noch nicht in der Lage; es sind jedoch über die Beständigkeit der Konstanten eingehende Untersuchungen in Aussicht genommen.

Die Fadenplatte besitzt ein einfaches Fadenkreuz, das so justiert ist, daß die Verbindungslinie des Schnittpunktes der Fäden mit dem Mittelpunkte des rechten Halbobjektivs senkrecht zur Kippachse des Fernrohres steht. Diese Visierlinie heißt, wie erwähnt, die Hauptvisierlinie und ist dieselbe am Instrumente zentrisch. Bedingung ist, daß der Querfaden genau horizontal aufgespannt ist. Um Einstellungsirrtümer zu vermeiden, ist bei jenen Meßoperationen, bei welchen es sich nicht um die Distanzmessung handelt, das linke Halbobjektiv durch die Klappe zu verschließen.

Der Okularauszug läuft parallel zur Hauptvisur und wird durch einen Zahntrieb bewegt.

Die Objektivfassung ist um die Hauptvisur als Achse drehbar angeordnet, so zwar, daß bei einer Drehung derselben der Mittelpunkt des rechten Halbobjektivs in seiner Lage unverändert bleibt und der des linken um ersteren einen Kreis vom Radius $\sqrt{a^2 + e^2}$ beschreibt. (Vergleiche Figur 7.) Bei der Drehung des Objektivs gleiten die zwei konisch abgedrehten Ringe *R* und *R'* in entsprechend geformten Lagern der Fernrohrwandung. Beide Ringe sind durch die Verbindungsstange *St* vollkommen fest mit einander verbunden. Der rückwärtige Gleitring *R'* trägt einen Quadranten *Q*, der eine Teilung auf einzelne Grade besitzt, die sämtlich beziffert sind. Ein rechts seitlich am Fernrohr ange-

¹⁾ Vergl. Tinter, Zeitschrift f. Instrumentenkunde 1882, «Fadendistanzmesser» S. 163 f.

brachtes Schätzmikroskop M dient zur Ablesung dieser Teilung und enthält ein Glasmikrometer mit $\frac{1}{6}''$ direkter Ablesung, so daß einzelne Minuten, mit Sicherheit auch $30''$ geschätzt werden können. Der Quadrant soll so montiert sein, daß in der Normalstellung des Objektivs, d. h. bei dem Vertikalabstande der beiden Objektivmittelpunkte von $\frac{\psi}{100}$ die Ablesung Null erfolgt. Die Drehung des Objektivs gegen den Sinn des Uhrzeigers ist um 92° , im Sinne desselben um 28° möglich, so daß die Bezifferung rechtssinnisch von 332° über Null bis 92° läuft. Der Quadrant ist mit einer Backenklemme k versehen, welche dessen Feststellung gegenüber der Fernrohrwandung bezweckt. Ist diese Klemme angezogen, so gestattet eine Schraube S mit vertikaler Spindel, die nach Art einer Schnecke in die Kreisverzahnung des Ringes R' eingreift, eine Feinstellung. Die Schraube läßt sich nach Lüftung der Klemme k leicht nach rechts bewegen, wodurch die Berührung mit der Verzahnung aufgehoben wird, so daß man mit freier Hand durch Anfassen an der Verbindungsstange St das Doppelobjektiv drehen kann. Bei dieser Anordnung ist ein toter Gang der Schraube S ohne schädlichen Einfluß, da mit dem Schätzmikroskope M nicht die Bewegung der Schraube, sondern jene des Quadranten, bezw. infolgedessen jene des Objektivs beobachtet wird. Der Zweck dieser Verdrehbarkeit wird in den folgenden Abschnitten eingehend erörtert werden. Dieselbe hat zur Folge, daß der Vertikalabstand der Objektivmittelpunkte verändert werden kann.

Mit dem Fernrohr ist eine Nivellier-Reversionslibelle von $10''$ Teilwert verbunden und unterhalb des Fernrohres angebracht. Beim Einspielen derselben ist die Hauptvisur horizontal. — Zum Instrumente gehört ein Stativ mit metallener Kopfplatte, welche drei für die Aufnahme der Stellschrauben des Theodolits bestimmte Teller von 75 mm Durchmesser mit vorspringenden Rändern trägt.

Es sei erwähnt, daß die Prüfung des Instrumentes, das in mustergültiger Weise zur Ausführung gebracht wurde, in bezug auf die zu erfüllenden Bedingungen sowie in bezug auf die Ausführung der einzelnen Konstruktionseinzelheiten ein in jeder Hinsicht befriedigendes Ergebnis lieferte. Darüber, inwieweit es dem Mechaniker möglich war, die Verschiebung der Objektivhälften dem Sollbetrage nahezubringen, werden die Ergebnisse der Konstantenbestimmung Aufschluß geben. Jedes Halbobjektiv entwirft für sich ein vollkommen klares, lichtstarkes Bild und werden meist beide Lattenbilder, wenn nicht gerade ein sehr heller Hintergrund dieselben gegenseitig beeinträchtigt, gleichzeitig und ohne eine Benützung der Klappblende notwendig zu machen, abgelesen werden können.

An dieser Stelle kann es nicht unterlassen werden, auf die Möglichkeit einer Registrierung der Horizontalkreisablesung hinzuweisen, deren Vorteil sich namentlich bei der Verfolgung von in Bewegung befindlichen Objekten mit dem Theodolit, wie beispielsweise von Registrierballons, von Schwimmern beim Passieren von abgesteckten Flußquerprofilen, bei Wolkenbeobachtungen u. dgl. zeigen dürfte. Für diese Sonderzwecke wurden bisher eigene Formen von Theodoliten verwendet, so von Dr. A. de Quervain in Straßburg¹⁾ ein zur

¹⁾ Zeitschrift für Instrumentenkunde 1905, S. 137.

Verfolgung von Registrierballons eingerichtetes Instrument, dessen Horizontalkreis, für diese Zwecke vollkommen ausreichend, in ganze Grade geteilt war und an einem Indexstrich $\frac{1}{10}^{\circ}$ gab, und das behufs Einstellung in den Zenith mit einem gebrochenen Fernrohr ausgerüstet war. Es sei auch auf den Wurtzel'schen Goniographen¹⁾ verwiesen, auf welchem die jeweilige Winkelposition durch Einritzen auf einer Scheibe fixiert und nachträglich ausgemessen wurde. Dr. Grünert-Wiesbaden²⁾ machte den Vorschlag, die Bildebene des Fernrohrs eines Theodolits mit dem durch Reflexion erzeugten Bilde des Teilkreises zur Deckung zu bringen, so daß man Ziel und Teilung gleichzeitig im Fernrohr erblickt. Dieser Vorschlag wurde jedoch praktisch noch nicht gelöst, da das Bild des Teilkreises sich beim Kippen des Fernrohres dreht. Dr. V. Wellmann³⁾, dessen Doppelbildmikrometer in der anfangs gegebenen Tabelle genannt ist, registrierte sich die Ablesungen an demselben in der Weise, daß er Ringe aus Gelatine leicht befeuchtete und auf den Teilkreis des Mikrometers aufdrückte; eine Schneide ritzte auf diesem Ringe einen Strich ein, der später bequem abgelesen werden konnte.

Die Polarmethode erfordert nun nebst der Entfernungs- und Höhenmessung auch die Festlegung der Richtung der Detailpunkte im Anschluß an einen Fix- oder Polygonpunkt durch eine Ablesung des Horizontalkreises. Beim Auftragen der Aufnahme ist dann hinwieder der Transporteur auf die gleichen Ablesungen einzustellen; es ist also eine doppelte Ablesung der gleichen Größe auf Meßinstrumenten erforderlich. Es dürfte da von Vorteil sein, sich diese Ablesungen überhaupt zu ersparen, indem man eine Art der Registrierung der Horizontalkreisablesung in der Weise vornimmt, daß man am Dreifuß des Theodolits auf kleinen Konsolen einen leichten mit Karton o. dgl. bespannten metallenen Ring anbringt, auf welchem mit Hilfe einer auf der Alhidade befestigten Pikiervorrichtung die jeweiligen Richtungen verzeichnet werden. Man hat die pikierten Punkte mit ihrer Nummer zu bezeichnen und es vereinfacht sich dann das Auftragen der Tachymeteraufnahme, indem der Ring am Plan zentriert und das Lineal des Strahlenziehers auf die Punktmarken der Reihe nach eingestellt wird. Dadurch wird nicht nur die Feld- und Zimmerarbeit erleichtert, sondern es sind auch Ableserirrtümer des Horizontalkreises ausgeschlossen. Die vorgeschlagene Registrierung ermöglicht auch eine nachträgliche Kreisablesung am Theodolite selbst, wenn man, wie früher erwähnt, mit diesem in Bewegung befindliche Ziele zu verfolgen hat.

(Fortsetzung folgt.)

Geodätische Tischgespräche.

III. Die Tarockpartie.

|| Nicht, wer am höchsten abhebt, — sprach Spieß — sondern wer die beste Idee bekundet, der gibt.

«Abgemacht!» ertönte es in der Runde der «Geodätischen Ecke», und Spund wurde aufgefordert zu beginnen.

¹⁾ Mitteilungen d. Ver. v. Freunden der Astron. u. kosm. Physik 1894, S. 51.

²⁾ Zeitschrift für Instrumentenkunde 1907, S. 343.

³⁾ Zeitschrift für Instrumentenkunde 1890, S. 143.

Ein reduzierendes Doppelbild-Tachymeter.

Von Dr. techn. Franz Aubell, Konstrukteur an der k. k. Technischen Hochschule in Graz

(3. Fortsetzung).

4. Die Konstanten des Instrumentes.

Da der Vertikalabstand der Objektivmittelpunkte $\frac{1}{100}$ der Brennweite beträgt, so folgt nach dem früher gesagten für aufrechte Lattenstellung die Multiplikationskonstante 100. Aus gleichem Grunde muß sich für horizontale Lattenstellung eine Konstante der optischen Distanzmessung ergeben, die vom Horizontalabstand der Objektivmittelpunkte abhängt und, da dieser mit $\frac{1}{200}$ der Brennweite angenommen wurde, den Wert 200 erhält. Es sollen diese beiden Konstanten zu ihrer Unterscheidung mit Vertikal- und Horizontalkonstante C_v und C_h bezeichnet werden. Die Ermittlung derselben erfolgte auf indirektem Wege durch Ausgleichung nach der Methode vermittelnder Beobachtungen. Es wurden acht direkt gemessene Strecken im Bereich von 50 bis 180 m durch wiederholte Ablesungen auf tachymetrischem Wege beobachtet. Die Reduktion auf den Horizont erfolgte durch Anbringung einer Korrektur ΔL am Lattenabschnitte, für welche nach der Beziehung

$$CL \cos^2 \alpha = C[L - L(1 - \cos^2 \alpha)] = C(L - \Delta L)$$

eine Tabelle gerechnet wurde. Die Beobachtungen geschahen an einer Hängelatte mit einfacher *cm*-Teilung. Da nach der Anbringung der Korrektur ΔL der Lattenabschnitt in jenen umgerechnet wurde, welcher bei horizontaler Visur abgelesen worden wäre, findet die Distanzmessergleichung

$$E = CL + c$$

Anwendung, aus welcher nach der allgemeinen Form der Fehlergleichungen für vermittelnde Beobachtungen sich

$$v = CL + c - E \text{ ergibt.}$$

Führt man die Ausgleichung unter der Annahme von Näherungswerten $C_0 = 100$ und $c_0 = 0,1$ durch, so daß durch die Ausgleichung deren Verbesserungen ξ und η erhalten werden, so lauten mit

$$C = C_0 + \xi \quad c = c_0 + \eta,$$

die Fehlergleichungen

$$v = \xi \cdot L + \eta + (C_0 L + c_0 - E).$$

Es ergaben sich die zu ermittelnden Größen ξ und η aus den Normalgleichungen von bekannter Form mit

$$\xi = -0,38 \quad \eta = +0,006.$$

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit ist

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv']}{n-2}} = \pm 0,022$$

und die mittleren Fehler der ausgeglichenen Werte folgten mit

$$m_\xi = \pm 0,018$$

$$m_\eta = \pm 0,021,$$

so daß die Konstanten lauten:

$$20) \quad C_v = 99,62 \pm 0,02 = \operatorname{ctg} \mu, \\ c = 0,11 \pm 0,02.$$

$$\text{Es ist also } m_{C_v} = \pm 0,018 = \frac{C_v}{5000}.$$

Der durch die Ausgleichung erhaltene Wert von c stimmt mit dem durch direktes Abmessen des Abstandes von Objektiv zum Instrumentenmittelpunkt gefundenen von $0,08 \text{ m}$ praktisch genommen überein, welcher letzterer Wert in Hinkunft beibehalten wird.

Zur Ermittlung der Horizontalkonstanten C_h wurde das Objektiv um 90° widersinnig gedreht, wodurch $e = \frac{\psi}{200}$ zum Vertikalabstand der beiden Objektivmittelpunkte wurde.

Aus acht Beobachtungen folgte

$$21) \quad C_h = 190,43 \pm 0,08 = \operatorname{ctg} \mu_h$$

und

$$m_{C_h} = \frac{C_h}{2500}.$$

Die Anordnung, daß das Objektiv um meßbare Winkel gedreht werden kann, bietet nun die Möglichkeit, die Vertikalkonstante genau auf 100 abzustimmen. Bei der Verdrehung des Objektivs beschreibt der Mittelpunkt O_2 (Fig. 11) des linken Halboobjektivs, wie bereits dargetan, einen Kreis um O_1 mit dem Radius

$r = \sqrt{a^2 + e^2}$. Der Winkel φ_0 folgt aus

$$22) \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{e}{a} = \frac{\psi}{C_h} : \frac{\psi}{C_v} = \frac{C_v}{C_h}$$

mit

$$22a) \quad \varphi_0 = 26^\circ 39' 30''$$

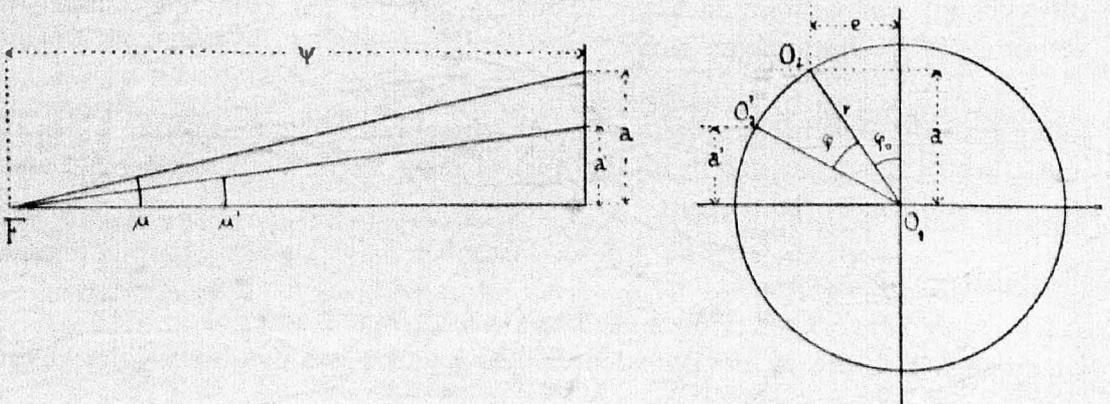


Fig. 11.

Es ist zunächst eine Beziehung zwischen dem Verdrehungswinkel φ , um welchen das Objektiv aus seiner Normalstellung gedreht wird, und dem mikro-metrischen Winkel μ aufzustellen, der sich proportional dem Vertikalabstande a der Objektivmittelpunkte ändert.

Es ist nach 22) und Fig. 11

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{e}{a} \quad \text{und} \quad \mu = \frac{a}{\psi} = \frac{1}{C_v},$$

ferner

$$a = r \cos \varphi_0$$

$$a' = r \cos(\varphi + \varphi_0) = \frac{a}{\cos \varphi_0} \cos(\varphi + \varphi_0).$$

Der nach der Verdrehung um φ bestehende mikrometrische Winkel μ' ist

$$\mu' = \frac{a'}{\psi} = \frac{a}{\psi} \cdot \frac{\cos(\varphi + \varphi_0)}{\cos \varphi_0}$$

oder 23)

$$\mu' = \mu \cdot \frac{\cos(\varphi + \varphi_0)}{\cos \varphi_0} = \frac{1}{C_v} \cdot \frac{\cos(\varphi + \varphi_0)}{\cos \varphi_0}$$

Durch Differentiation erhält man

$$d\mu' = -\frac{1}{C_v} \cdot \frac{\sin(\varphi + \varphi_0)}{\cos \varphi_0} \cdot d\varphi \text{ bzw.}$$

24)

$$d\varphi = -C_v \cdot \frac{\cos \varphi_0}{\sin(\varphi + \varphi_0)} \cdot d\mu'.$$

Im vorliegenden Falle soll nun von der Stellung $\varphi = 0$ das Objektiv um $d\varphi$ so gedreht werden, daß aus $\mu = \frac{1}{C_v}$ $\mu' = \frac{1}{1,010}$ wird. Soll C_v um dC_v zunehmen, so muß μ um $d\mu$ abnehmen. Aus $\mu = \frac{1}{C_v}$ ist

$$d\mu = -\frac{dC_v}{C_v^2},$$

so daß in 24) für $\varphi = 0$

$$d\varphi = \frac{dC_v}{C_v} \operatorname{ctg} \varphi_0 \text{ wird.}$$

Für $dC_v = 100 - 99,62 = 0,38$ ergibt sich in Minuten

$$\Delta\varphi = 26,0'.$$

Es ist also, um für aufrechte Lattenstellung die Konstante $C_v' = 100$ zu erhalten, der Quadrant statt auf $0^\circ 0'$ auf die Ablesung $0^\circ 26'$ einzustellen und gelten dann die Gleichungen

$$25) \begin{cases} E = 100(L + 0,001) \cos^2 \alpha (1 - 0,01 \operatorname{tg} \alpha) \\ h = E \operatorname{tg} \alpha = 100(L + 0,001) \sin \alpha \cos \alpha (1 - 0,01 \operatorname{tg} \alpha). \end{cases}$$

Dadurch, daß sich durch die Verdrehung des Objektivs um $\Delta\varphi$ die Vertikalkonstante ändert, bleibt auch der Wert der Horizontalkonstanten C_h nicht mehr erhalten. Bezeichnet man mit φ_0' jenen Winkel, welchen in der neuen Stellung die Verbindungslinie der Objektivmittelpunkte mit der Vertikalen einschließt, so ist

$$26) \quad \varphi_0' = \varphi_0 + \Delta\varphi = 27^\circ 5' 30''$$

und weil

$$\operatorname{tg} \varphi_0' = \frac{C_v'}{C_h'} \text{ ist,}$$

so folgt für $C_v' = 100$

$$27) \quad C_h' = 195,49.$$

Es soll untersucht werden, wie genau der Winkel φ_0 aus den Konstanten C_v und C_h erhalten werden kann, da beide mit einem mittleren Fehler behaftet sind. Daraus wird sich auch ergeben, ob die Ablesungsgenauigkeit von $30''$ am Quadranten für die Objektivverdrehung zum Zwecke der Berichtigung von C_v auf 100 ausreicht. Wegen

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{C_v}{C_H}$$

und

$$m_{\varphi_0}^2 = m_{C_v}^2 \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial C_v} \right)^2 + m_{C_H}^2 \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial C_H} \right)^2$$

wird 28)

$$m_{\varphi_0} = \frac{\cos^2 \varphi_0}{C_H} \sqrt{m_{C_v}^2 + m_{C_H}^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0}.$$

Für die oben angegebenen Werte $m_{C_v} = \pm 0,02$ und $m_{C_H} = \pm 0,08$ erhält man

$$28a) \quad m_{\varphi_0} = \pm 0,65',$$

was besagt, daß der Ausgangswinkel φ_0 aus der Konstantenbestimmung mit einer Genauigkeit folgt, die ungefähr der Ablesungsgenauigkeit des Quadranten entspricht.

Durch Gleichung 23) ist μ' als Funktion von φ gegeben. Ersetzt man in 24) die Differentiale durch die mittleren Fehler, so erhält man dadurch das Fehlerfortpflanzungsgesetz zwischen φ und μ' . Es ist dann

$$29) \quad m_{\varphi} = \pm m_{\mu'} \cdot C_v \cdot \frac{\cos \varphi_0}{\sin(\varphi + \varphi_0)}$$

und durch Einsetzen der speziellen Werte von C_v und φ_0

$$29a) \quad m_{\varphi} = \pm m_{\mu'} \frac{89}{\sin(\varphi + \varphi_0)}.$$

Der für $\varphi = 0$ aus der Konstantenbestimmung sich ergebende Wert von m_{μ} ist wegen

$$\mu = \frac{1}{C_v}$$

und

$$\frac{m_{\mu}}{\mu} = \frac{m_{C_v}}{C_v} = \frac{1}{5000}$$

in Sekunden

$$m_{\mu} = \pm 0,4''.$$

Somit wird für $\varphi = 0$ nach 29a) $m_{\varphi} = \pm 1' 20''$.

Für die Zwecke der optischen Distanzmessung bei der Aufnahme reicht eine größere Unsicherheit des mikrometrischen Winkels aus, als jene ist, die sich aus der Konstantenbestimmung ergibt, und danach ändert sich auch m_{φ} . So folgt beispielsweise für $m_{\mu} = 1''$

$$\text{bei } \varphi = 0^\circ \quad m_{\varphi} = 3' 20''$$

$$\varphi = 20^\circ \quad m_{\varphi} = 2' 0''$$

$$\varphi = 40^\circ \quad m_{\varphi} = 1' 40''.$$

Die Gleichung 23) ergibt die Möglichkeit, den Verdrehungswinkel φ zur Berechnung eines variablen mikrometrischen Winkels μ' zu verwenden, was dann notwendig wird, wenn man beim Tachymetrieren mit konstantem Lattenabschnitt arbeitet. In diesem Falle ist in $E = C' \cdot L$ die Multiplikationszahl C' variabel und berechnet sich dieselbe aus jenem Winkel φ , um welchen das Objektiv zu drehen ist, damit der Quersfaden auf die Endmarken des Lattenabschnittes eingestellt erscheint, nach der Gleichung

$$30) \quad C' = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\cos \varphi_0}{\cos(\varphi + \varphi_0)} = C \cdot \frac{\cos \varphi_0}{\cos(\varphi + \varphi_0)}.$$

Geht man von jener Ausgangsstellung aus, bei welcher C den Wert 100 besitzt, so ändert φ_0 seinen Wert in φ_0' und es ist

$$30 a) \quad C' = 100 \cdot \frac{\cos \varphi_0'}{\cos (\varphi + \varphi_0')}$$

Dadurch ersetzt die Messung des Verdrehungswinkels jene der linearen Vertikalverschiebung der Objektivmittelpunkte, welche man bei den bisherigen Doppelobjektivkonstruktionen vornehmen mußte, um die Endpunkte der Basis im Bild zur Koinzidenz zu bringen.

IV. Das Doppelbildtachymeter als reduzierender Entfernungsmesser.

1. Allgemeines über Reduktionstachymeter.

Reduktionstachymeter sollen es ermöglichen, ohne irgendwelche Rechenarbeit schon am Felde die Auswertung der tachymetrischen Grundgleichungen zu bewerkstelligen. Es ist zu unterscheiden, ob die Horizontalabstand oder Höhe durch entsprechende am Instrumente vorzunehmende Operationen des Beobachters erhalten wird, oder ob diese Operationen das Instrument selbsttätig ausführt, so daß dem Beobachter nur die Ablesung der reduzierten Elemente übrig bleibt. Die letzteren Konstruktionen nennt man «selbsttätig reduzierende» oder «automatische» Tachymeter und kann sich deren Tätigkeit entweder nur auf die Horizontalabstand oder auch auf die Höhe beziehen. Das Ideal des Feldmessers sind jedenfalls Instrumente, welche nicht nur, wie Porro sagt, «mit den Händen am Rücken die reduzierte Entfernung zu ermitteln gestatten», sondern welche auch den Höhenunterschied selbsttätig ergeben. Diesem Ideale ist bisher das Hammer-Fennel'sche Instrument am nächsten gekommen.

Der Konstruktion nach gibt es drei charakteristische Typen von reduzierenden Tachymetern: Kontakt-Tachymeter, Schiebetachymeter und Tachymeter mit reduzierenden Fernrohrkonstruktionen. Es soll auf diese der Reihe nach kurz eingegangen werden¹⁾:

1. Kontakttachymeter. Diese beruhen auf dem Prinzip der Tangentenschraube, welche, ohne eine Ablesung der Fernrohrneigung notwendig zu machen, die Horizontalabstand aus dem Lattenabschnitte ergibt. Es ist dabei gleichgültig, ob die Tangentialbewegung an vertikaler und horizontaler Schiene erfolgt; es gleitet das Fernrohr um ein linear konstantes Stück $\overline{\sigma h}$ (Fig. 12) abwärts.

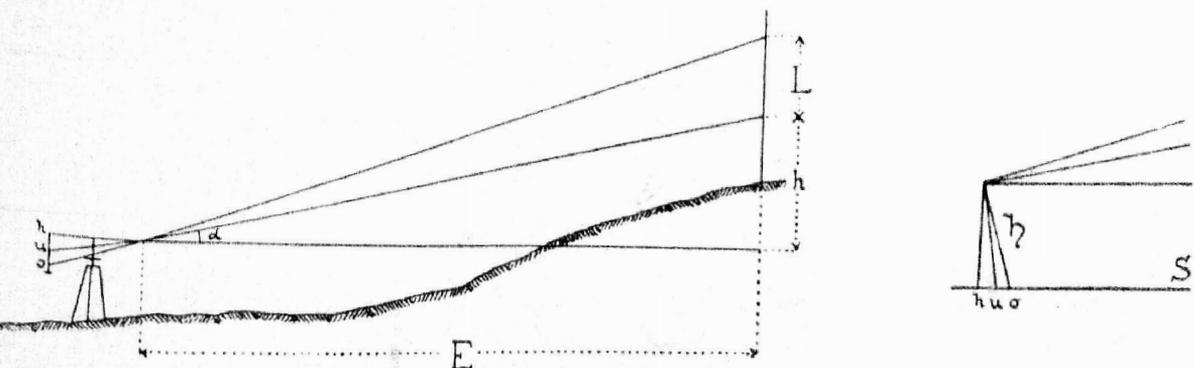


Fig. 12.

¹⁾ Eine Besprechung der meisten der hier angeführten Typen findet sich in anderer Gruppierung in der Abhandlung „Über Tachymeter und ihre Geschichte“ von Dr. Hans Löschnner, Österr. Zeitschrift für Vermw. 1907.

Die Gleichung der Schraubentachymeter

$$31) \quad E = C \frac{L}{o - u},$$

in welcher o und u Schraubenablesungen bedeuten, vereinfacht sich zu

$$31a) \quad E = C_1 \cdot L$$

und wird die Kippung des Fernrohres in der Regel durch Anschläge — daher die Bezeichnung «Kontakttachymeter» — erreicht. Die Auswertung der Höhengleichung

$$32) \quad h = L \frac{u - h}{o - u}$$

ist bei einem Kontakttachymeter nicht möglich, da diese Gleichung eine Schraubenablesung h (Fig. 12) bei horizontaler Visur erfordert. Es findet daher die Gleichung

$$h = E \operatorname{tg} \alpha$$

Anwendung, nach welcher eine Ablesung des Höhenkreises, der allenfalls sofort $\operatorname{tg} \alpha$ ergeben kann, oder die Ablesung einer parallel zur Schiene angebrachten Teilung zu erfolgen hat.

Die Kontakttachymeter ergeben daher direkt nur die Horizontalabstand und sind für diese als selbsttätig reduzierend anzusehen. Die Entfernungsmessung erfolgt mit veränderlichem Lattenabschnitte; es sind zwei ungleichzeitige Ablesungen vorzunehmen, welcher Umstand einen Nachteil dieser Instrumente bedeutet.

Horizontale Schiene besitzen die Instrumente von Charnot, Gentilli-Starke und Láska-Rost¹⁾, vertikale Schiene findet sich an den Instrumenten von Ziegler & Hager und Sanguet.

Von der gegebenen Beschreibung weichen das «Omnimeter» von Eckhold und das diesem ähnlich konstruierte Instrument von Bell-Elliott ab. Diese sind im Prinzip Schraubendistanzmesser mit horizontaler Tangentschraube, bei welcher der Hebelsarm H (Fig. 12) durch ein mit dem Fernrohr fest verbundenes gebrochenes Mikroskop ersetzt ist, das auf horizontaler Teilung die Ablesungen u und o ermöglicht. In der Gleichung

$$E = C \frac{L}{o - u}$$

ist L konstant, so daß hier ebenso selbsttätig die Horizontalabstand ermittelt wird, wie bei den Kontakttachymetern. Da die horizontal liegende Teilung so eingestellt werden kann, daß die Ablesung an derselben bei horizontaler Visur (h , Gleichung 32) Null wird, ergibt sich auch der Höhenunterschied sehr einfach aus

$$h = L \frac{u}{o - u} = \frac{E}{C_1} u.$$

2. Schiebetachymeter. Diese Art der Reduktionstachymeter führt auch die Bezeichnung «Projektionstachymeter» und beruhen dieselben auf dem Prinzip des Projektionsdreieckes. Es wird entweder das durch E und h gebildete rechtwinkelige Dreieck der Natur in verjüngtem Maßstabe am Instrumente dar-

¹⁾ Dieses Instrument wird in der 3. Gruppe der Reduktionstachymeter noch genannt werden.

gestellt (Fig. 13) oder es erfolgt eine Nachbildung des distanzmessenden Dreiecks (Fig. 14). Bei der ersten Art wird die schiefe Entfernung D auf tachymetrischen Wege entweder mit senkrecht zur Visur oder vertikal stehender Latte ermittelt; sie wird dann verjüngt auf einer zur Fernrohrachse parallelen Teilung aufgetragen und man erhält an den horizontalen und vertikalen Skalen des Projektionsdreiecks E und h .

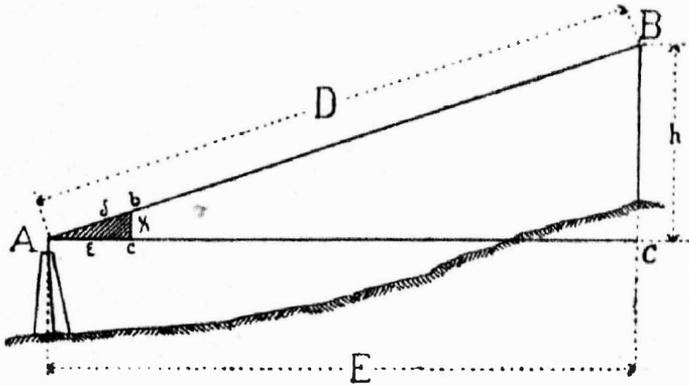


Fig. 13.

Bei der zweiten Art entspricht dem konstanten Lattenabschnitte \overline{BC} ein konstanter Konstruktionsteil \overline{bc} , welcher am Instrumente gleichfalls ein Projektionsdreieck herstellt, das zur Ermittlung von E und h dient. Diese letztere Art kann als selbsttätig wirkend bezeichnet werden.

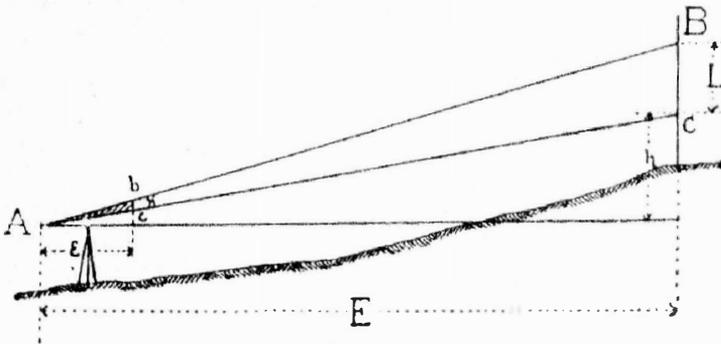


Fig. 14.

Die genannten Instrumente bedingen eine Vermehrung der Feldarbeit zugunsten der Zimmerarbeit und sind daher nur dann ökonomisch, wenn gleichzeitig die Herstellung des Planes, wie dies bei der Meßtischaufnahme der Fall ist, zu erfolgen hat.

An Ausführungen der ersten Art sind die Schiebetachymeter von Kiefer, Wagner, Kreuter, Viotti zu nennen, bei welchen schiefe Lattenstellung und die zwei Typen von Puller, bei welchen lotrechte Lattenstellung angewendet wird. Der zur Distanzmessung dienende Lattenabschnitt ist bei diesen veränderlich.

Der zweiten Art sind die Konstruktionen von Reich-Ganser (Sondier-Tachygraph) und Jähns beizuzählen; diese verlangen konstanten Lattenabschnitt.

3. Tachymeter mit reduzierenden Fernrohrkonstruktionen. Das reduzierende Element ist entweder in die Fadenplatte oder in das Objektiv gelegt und sind danach auch hier zwei Gruppen zu unterscheiden.

Die tachymetrischen Gleichungen der distanzmessenden Fernrohre sind, wenn man von einer Additionskonstanten absieht oder sich selbe bereits in den «reduzierten» Lattenabschnitt einbezogen denkt:

$$E = CL \cos^2 \alpha \quad \text{und} \\ h = CL \sin \alpha \cos \alpha.$$

Durch Veränderung der «distanzmessenden» Elemente soll erreicht werden, daß die Lattenablesung direkt Entfernungen und Höhenunterschiede gibt, so daß E und h aus

$$33) \quad E = CL' \quad \text{und} \quad h = C_1 L''$$

erhalten werden.

Auch hier gibt es entweder gewöhnlich reduzierende oder selbsttätig wirkende Tachymeter, ferner solche Arten, welche nur bezüglich der Entfernung reduzierend wirken und solche, die sowohl Entfernung als auch Höhenunterschied ergeben.

Liegt das reduzierende Element in der Fadenplatte (Fadendistanzmessung), so kann das Prinzip der Reduktion nur in der Veränderung des Fadenabstandes liegen. Es muß sich für zunehmende Neigungswinkel bei der Reduktion der Entfernungen der Fadenabstand verringern, bei jener der Höhen von Null an erweitern. Dies wird entweder dadurch erreicht, daß auf einer Glasplatte der eine Faden als Gerade, der zweite als Kurve ersichtlich gemacht ist, so daß dem jeweiligen Höhenwinkel entsprechend verschiedene Stellen der Platte hinter den Längsfaden gebracht werden. Oder es kann das Okular ein Fadenmikrometer besitzen, das die Änderung des Fadenabstandes durch Bewegung einer feingängigen Schraube ermöglicht.

Folgende Konstruktionen ergeben nur Entfernungen: die Reduktionstachymeter von Roncagli und Urbani, Baggi, Reina, welche die Ablesung des Höhenkreises behufs Einstellung der Fadenplatte verlangen, ferner das selbsttätig wirkende Instrument von Eckert und Hamann. Beim Tachymeter von Schrader-Balbrek ist der Lattenabschnitt konstant und dient der selbsttätig sich verändernde Fadenabstand zur Ermittlung der Distanz.

Entfernungen und Höhen ergibt das Tachymeter von Tichý-Starke, bei welchem der Höhenkreis zwei Teilungen besitzt, welche jene Ablesungen enthalten, auf welche die Mikrometerschraube einzustellen ist.

Hier ist ferner das Tachymeter von Láska-Rost zu zählen, bei welchem die Entfernungen im Wege der Kontaktdistanzmessung und der Höhenunterschied durch Einstellung des beweglichen Fadens mit einer Mikrometerschraube ermittelt werden.

Selbsttätig ergeben sowohl Entfernung wie Höhe die Reduktionstachymeter von Hammer-Fennel und Nassó. Bei letzterem erfolgt die Verschiebung von zwei Plattenpaaren, auf welchen die Distanz- und Höhenfäden ausgespannt sind, in vertikaler Richtung symmetrisch zu einem Mittelfaden durch die Kippbewegung

des Fernrohrs mechanisch. Bei ersterem verschiebt sich ein Längen- und Höhen-
diagramm auf optischem Wege, so daß dem Auge beim Auf- und Niederkippen
des Fernrohrs ein vorübergehendes Diagramm erscheint. Dieses Instrument besitzt
keinen Höhenkreis.

Bezüglich der reduzierenden Objektivkonstruktionen ist zu erwähnen,
daß schon Porro bei seinem «Olometer» eine für die Ermittlung der Horizontal-
distanz bestimmte Anordnung traf, indem er den Abstand der Linsen des anallak-
tischen Objektivs sich mechanisch mit dem Höhenwinkel verändern ließ, so daß
sich die Horizontalentfernung nach $E = CL$ sofort aus dem Lattenabschnitt ergab.

Das vom Verfasser dieser Abhandlung entworfene Doppelbildtachymeter
mit der Anordnung des verdrehbaren Objektivs eignet sich nun gleichfalls für
die Zwecke der Reduktion und soll dessen Verwendbarkeit in zweifacher Be-
ziehung dargetan werden: als Reduktionstachymeter für Entfernungen und Höhen
und als selbsttätiger Reduktionstachymeter für Entfernungen.

Im allgemeinen wird man bezüglich der Reduktions-, insbesondere der
selbsttätig wirkenden Tachymeter die Behauptung aufstellen können, daß deren
Resultat dem der Rechnung an Genauigkeit nachsteht, da sie von der tadellosen
Wirkungsweise eines mehr oder weniger subtilen Mechanismus abhängen.

(Fortsetzung folgt.)

Bemerkung zum Aufsätze von Prof. Dr. Köhler in Nr. 4 dieser Zeitschrift.

Ich erlaube mir mitzuteilen, daß ich im Jahre 1893 in den Sitzber. der kön.
böhm. G. d. W. Nr. XIX A 1893, keine Koordinaten der Prager Sternwarte
abgeleitet habe. Der vom Verfasser angegebene Wert befindet sich in der zweiten
Arbeit vom Jahre 1899. — Im Anschlusse daran möchte ich mir die Bemerkung
erlauben, daß Herr Prof. Köhler nicht gut getan hat, die Arbeiten des Herrn
Prof. Novotný der wohlverdienten Vergessenheit zu entreißen.

Ich werde auf diese Sache in einem der nächsten Hefte zurückkommen.

Prof. W. Láška.

Begehung der Gemeindegrundstücke.

Durch Niederschläge, Elementarereignisse, allerlei Bauten, natürliche und
künstliche Erdbewegungen, sowie Umgestaltungen verschiedener Art, sind Grund
und Boden fortwährend Veränderungen unterworfen.

Diese Veränderungen und absichtliche oder aus Nachlässigkeit begangene
Beschädigung an Grenzmarken sind die Veranlassung, daß innerhalb eines mehr
oder minder längeren Zeitraumes Grenzmarken verschüttet, beschädigt oder ganz
zerstört werden. Es ist daher, um den Verlust an Grenzmarken zu vermeiden,
die Besitzgrenze gesichert zu erhalten, unerschütterlich, in gewissen Zeitabschnitten
Nachschau zu halten¹⁾, ob die Grenzmarken unversehrt geblieben sind.

¹⁾ Periodische Begehungen, für landwirtschaftliche Grundstücke von 5 zu 5 und Waldland
von 10 zu 10 Jahren, die Jahreszahl durch 5 bezw. 10 teilbar.

Sodann wird $[p v v] = F \cdot F' = [p] \cdot F'$ bestimmt. Zu diesem Zwecke wird $F' = \frac{1}{2} \Pi \text{ III } c$ zuerst in cm^2 ermittelt.

$$F' = \frac{I c \cdot h_1}{2} + \frac{\text{III } c \cdot h_2}{2} = \frac{2 \cdot 43 \cdot 0 \cdot 85}{2} + \frac{4 \cdot 65 \cdot 0 \cdot 42}{2} + 2 \cdot 0093 \text{ cm}^2$$

$$[p] \cdot F' = 10 \cdot 2 \cdot 0093 = 20 \cdot 093 \text{ cm}^2.$$

Wir müssen noch dieses Resultat auf den richtigen Maßstab zurückführen.

Zuerst müssen wir noch vorausschicken, daß der Kräftemaßstab auf das Endresultat gar keinen Einfluß ausübt. Denn stellen wir uns vor, daß z. B. die Kräfte zweimal so groß gezeichnet werden, als geschehen ist, so wird auch das Kräftepolygon 13' zweimal länger. Es vergrößert sich jedoch in demselben Verhältnis auch die Poldistanz, so daß die Polstrahlen zu ihrer ursprünglichen Richtung parallel laufen werden, folglich muß das Seilpolygon seiner Größe nach unverändert bleiben.

Wird aber der Maßstab für v geändert, ändert sich auch die Größe des Seilpolygons und somit auch die Fläche F' .

Wir haben für Aufzeichnung der v $0 \cdot 1 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm}$ genommen. Umgekehrt wird 1 cm^2 der tatsächlichen Fläche F' ($0 \cdot 1 \text{ cm}^2$)² darstellen müssen. Es ist also das Endresultat im Maßstabe $1 \text{ cm}^2 = 0 \cdot 01 \text{ cm}^4$ auszudrücken, um zu erhalten:

$$[p v v] = 0 \cdot 01 \cdot 20 \cdot 093 = 0 \cdot 20093 \text{ cm}^4.$$

(Gegen die Rechnung ein Unterschied von $0 \cdot 00007 \text{ cm}^4$).

Die weitere Bestimmung der mittleren Fehler ist in diesem Falle am besten schon rechnerisch durchzuführen.

Ein reduzierendes Doppelbild-Tachymeter.

Von Dr. techn. **Franz Aubell**, Konstrukteur an der k. k. Technischen Hochschule in Graz.

(4. Fortsetzung).

2. Die Verwendung des Doppelbildtachymeters zur unmittelbaren Ablesung von Horizontalabstand und Höhenunterschied.

Bezieht man die Entfernung und den Höhenunterschied auf den anallaktischen Punkt, so fällt in den Gleichungen 18) die Additionskonstante c hinaus und haben dieselben für $C = 100$ die Form:

$$34) \quad \begin{cases} a) & E = 100 L \cos^2 \alpha (1 - 0,01 \text{ tg } \alpha) \\ b) & h = 100 L \sin \alpha \cos \alpha (1 - 0,01 \text{ tg } \alpha). \end{cases}$$

An Stelle dieser Gleichungen sollen die folgenden treten:

$$35) \quad \begin{cases} a) & E = 100 L' \\ b) & h = \frac{100}{n} L'', \end{cases}$$

in welchen die Multiplikationskonstante für Berechnung der Höhen auf den n ten Teil von 100 verkleinert wurde.

Nimmt man für n den Wert 5, so ergibt die daraus folgende Multiplikationskonstante 20 für 1 mm Lattenabschnitt 2 cm Höhenunterschied, was für die Zwecke der Tachymetrie im allgemeinen ausreichen wird.

Nach 34) und 35) soll also

$$36) \begin{cases} L' = L \cos^2 \alpha (1 - 0,01 \operatorname{tg} \alpha) \\ L'' = n L \sin \alpha \cos \alpha (1 - 0,01 \operatorname{tg} \alpha) \end{cases}$$

durch den Reduktionsvorgang des Instrumentes erreicht werden. Dies ist beim Doppelbildtachymeter durch eine entsprechende Veränderung des mikrometrischen Winkels möglich, indem die Objektivverdrehung ein Mittel an die Hand gibt, den vertikalen Objektivabstand rechnermäßig zu verkleinern. Da sich E und h auf den anallaktischen Punkt beziehen, kann die Ableitung unter Zugrundelegung des seinerzeit erwähnten Ersatzfernrohres von konstanter Bildweite ψ erfolgen.

a) Die Reduktion der Entfernungen.

Es wird dabei angenommen, daß jene Objektivstellung als Ausgangsstellung zu betrachten ist, welche der Multiplikationskonstanten 100 entspricht, bei welcher also der Quadrant die Ablesung $0^{\circ} 26'$ zeigt, wobei die Verbindungslinie der zwei Objektivmittelpunkte mit der Vertikalen den Winkel $\varphi_0' = 27^{\circ} 5' 30''$ einschließt. Die Untersuchung geht darauf hinaus, eine Beziehung zwischen μ' und α (Fig. 15a) und daraus eine solche zwischen dem Verdrehungswinkel φ und α herzustellen.

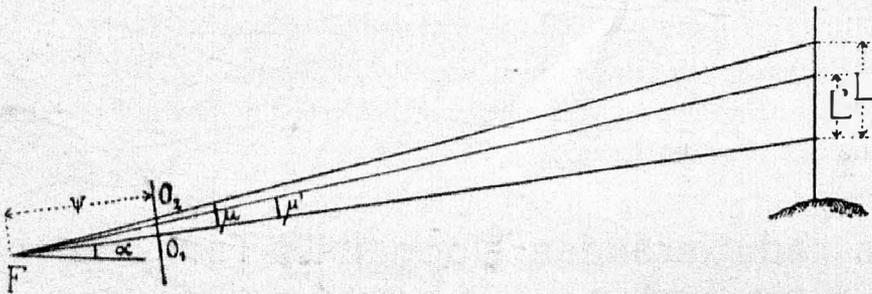


Fig. 15a,

Aus Fig. 15a folgt

$$\frac{L'}{L} = \frac{A'}{A}$$

und nach 36)

$$\frac{L'}{L} = \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu)$$

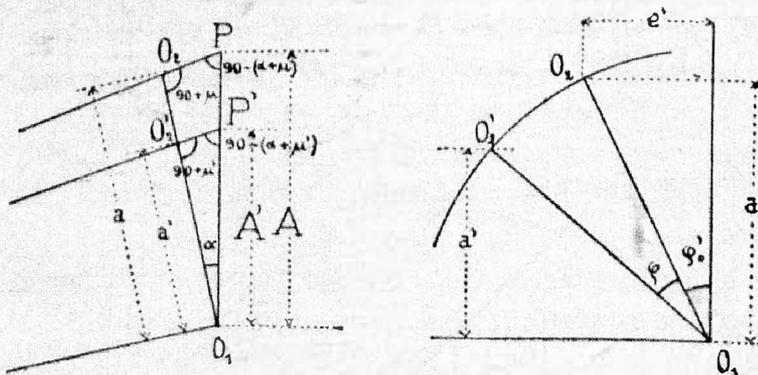


Fig. 15b.

ferner aus $\triangle O_1 O_2 P$ (Fig. 15b) $A = a \frac{\cos \mu}{\cos(\alpha + \mu)}$

und aus $\triangle O_1 O_2' P'$ $A' = a' \frac{\cos \mu'}{\cos(\alpha + \mu')}$

Danach ist

$$\frac{A'}{A} = \frac{a'}{a} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu'} = \frac{L'}{L}$$

und

$$37) \quad \frac{a'}{a} = \frac{L'}{L} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu'}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu}$$

Wird $\frac{L'}{L}$ aus Obigem eingesetzt, so erhält man

$$38) \quad \frac{a'}{a} = \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu')$$

Es ist aber nach 23)

$$39) \quad \frac{a'}{a} = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{\cos(\varphi + \varphi_0')}{\cos \varphi_0'}$$

so daß für den Verdrehungswinkel φ die Beziehung besteht:

$$\cos(\varphi + \varphi_0') = \frac{a'}{a} \cdot \cos \varphi_0'$$

und nach Substitution aus 38)

$$40) \quad \cos(\varphi + \varphi_0') = \cos^2 \alpha \cos \varphi_0' (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu')$$

In dem Faktor $1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu'$ kann nach 23)

$$\operatorname{tg} \mu' = \mu' = \mu \cdot \frac{\cos(\varphi + \varphi_0')}{\cos \varphi_0'}$$

und nach 40) für dieses Korrektionsglied genügend genau

$$41) \quad \cos(\varphi + \varphi_0') = \cos^2 \alpha \cdot \cos \varphi_0'$$

gesetzt werden, so daß mit $\mu' = \mu \cdot \cos^2 \alpha$

$$\cos(\varphi + \varphi_0') = \cos^2 \alpha \cos \varphi_0' (1 - \sin \alpha \cos \alpha \cdot \mu)$$

oder, da $\mu = 0,01$,

$$42) \quad \cos(\varphi_{\kappa} + \varphi_0') = \cos^2 \alpha \cos \varphi_0' (1 - 0,01 \sin \alpha \cos \alpha)$$

wird. In dieser Gleichung bedeutet um φ_{κ} den zur Reduktion der Entfernungen erforderlichen Verdrehungswinkel des Doppelobjektivs.

Ohne die in 41) angegebene Vernachlässigung würde die Gleichung lauten:

$$43) \quad \cos(\varphi_{\kappa} + \varphi_0') = \cos^2 \alpha \cdot \cos \varphi_0' \cdot \frac{1}{1 + 0,01 \sin \alpha \cos \alpha}$$

Eine andere Formel für den Verdrehungswinkel zur Reduktion der Entfernungen ergibt sich, wenn man den Höhenwinkel statt auf die Hauptvisur auf eine ideale Mittelvisur bezieht, so daß eine Gleichung für E zu verwenden ist, in welcher statt α der Winkel $\alpha + \frac{\mu}{2}$ vorkommt. Die Gleichung 14) lautete:

$$E = 100 L \cos^2 \left(\alpha + \frac{\mu}{2} \right)$$

und ergibt diese, mit $E = 100 L'$ (35a) vereinigt

$$44) \quad \frac{L'}{L} = \cos^2 \left(\alpha + \frac{\mu}{2} \right);$$

nach 37) und 44), sowie 39) ist

$$45) \quad \frac{\alpha'}{\alpha} = \cos^2 \left(\alpha + \frac{\mu}{2} \right) \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu'}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu} = \frac{\cos(\varphi + \varphi_0')}{\cos \varphi_0'}.$$

Bei der Reduktion der Entfernungen wird sich μ' verhältnismäßig wenig von μ unterscheiden, so daß

$$\frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu'}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu} = 1 \quad \text{gesetzt werden kann,}$$

und es ergibt sich folgende Näherungsformel zur Berechnung des Verdrehungswinkels für Entfernungen:

$$46) \quad \cos(\varphi_n + \varphi_0') = \cos^2 \left(\alpha + \frac{\mu}{2} \right) \cos \varphi_0'.$$

Die strenge Formel lautet nach 45):

$$47) \quad \cos(\varphi_n + \varphi_0') = \cos^2 \left(\alpha + \frac{\mu}{2} \right) \cos \varphi_0' \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu'}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu}.$$

Der Unterschied in φ_n beträgt, aus 46) gerechnet, gegenüber dem Sollbetrage (47) beispielsweise bei einer Neigung

$$\alpha + \frac{\mu}{2} = 14^\circ \text{ erst } -40'' \text{ und wächst bis } \alpha + \frac{\mu}{2} = 30^\circ \text{ auf } -4',$$

so daß mit Rücksicht auf das Ergebnis der nachfolgenden Fehleruntersuchung für die gewöhnlichen Neigungswinkel die Gleichung 46) ausreichen wird.

b) Die Reduktion der Höhen.

Nach 36) ist
$$\frac{L''}{L} = n \sin \alpha \cos \alpha (1 - 0,01 \operatorname{tg} \alpha).$$

Durch ähnliche Ableitung wie für die Entfernungen ergibt sich

$$48) \quad \cos(\varphi + \varphi_0') = n \sin \alpha \cos \alpha \cos \varphi_0' (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \mu'')$$

und für

$$\operatorname{tg} \mu'' = \mu'' = \mu \frac{\cos(\varphi + \varphi_0')}{\cos \varphi_0'} = \mu \cdot n \sin \alpha \cos \alpha$$

und $\mu = 0,01$ folgt

$$49) \quad \cos(\varphi_n + \varphi_0') = n \sin \alpha \cos \alpha \cos \varphi_0' (1 - 0,01 \cdot n \cdot \sin^2 \alpha)$$

oder strenge:

$$50) \quad \cos(\varphi_n + \varphi_0') = n \sin \alpha \cos \alpha \cos \varphi_0' \frac{1}{1 + 0,01 \cdot n \cdot \sin^2 \alpha}.$$

Während für die Reduktion der Entfernungen sich bei einer Neigung $\alpha = 0$ das Objektiv in der Normalstellung befindet, also $\varphi = 0$ ist, und sich mit wachsendem α der Objektivabstand a verkleinert, ist die Ausgangsstellung für die Reduktion der Höhen bei $\alpha = 0$ eine solche, daß der Vertikalabstand a der Objektiv Null ist, und vergrößert sich derselbe mit zunehmendem α . Der größte Wert von a ist erreicht, wenn beide Objektivmittelpunkte sich in einer Vertikalen befinden, so daß $\varphi = -\varphi_0'$ wird. Nachdem nun durch 49) eine Beziehung zwischen φ und α gegeben ist, kann man jenen Wert von α ermitteln, für welchen die Einstellung des Objektivs auf dieses α_{\max} erforderlich ist.

Nach 49) folgt α_{\max} für $\cos(\varphi_h + \varphi_0') = 1$ genähert aus

$$\frac{1}{2} \sin 2 \alpha_{\max} = \frac{1}{n \cos \varphi_0'}$$

und erhält für $n = 5$ oder $C' = 20$ den Wert $\alpha_{\max} = 13^{\circ} 21'$

» $n = 2,5$ » $C' = 40$ » » $\alpha_{\max} = 31^{\circ} 59'$;

wird $n = 2$ oder $C' = 50$, so reicht die Verdrehbarkeit für alle Höhenwinkel aus, ohne ihr Maximum $-\varphi_0'$ zu erreichen.

Am Instrumente wird man nun zweckmäßig obige Ergebnisse betreffs Reduktion der Entfernungen und Höhen in der Weise verwerten, daß man ähnlich wie beim Tichý- und Láska'schen Tachymeter auf dem Höhenkreise, am besten auf der dem Okular zugekehrten Seite zwei Stirnteilungen anbringt, auf welchen man von $10'$ zu $10'$, daher auf $1'$ schätzbar, an einem Indexstrich den für die Reduktion erforderlichen Verdrehungswinkel abliest.¹⁾ Die Einstellung auf diesen Winkel kann sehr rasch erfolgen, weil nach Lüftung der Backenklemme k (siehe Tafel) eine rohe Einstellung mit freier Hand möglich ist, so daß der Zeitverlust, den das Drehen einer feingängigen Mikrometerschraube verursacht, entfällt. Dieser Umstand ist bei schwach geneigten Visuren nicht zu unterschätzen, bei welchen die Reduktion von Entfernung und Höhe ziemlich extreme Stellungen des Doppelobjektivs erfordert, so daß große Bewegungen der betreffenden Konstruktions- teile notwendig werden.

Es handelt sich nun darum, aus der für die Distanz- und Höhenbestimmung erforderlichen Genauigkeit der Höhenwinkelmessung jene des Verdrehungswinkels φ abzuleiten. In den Gleichungen 42) und 49) ist φ als Funktion von α und φ_0' gegeben, so daß

$$51) \quad m_{\varphi_n}^2 = m_\alpha^2 \cdot \left(\frac{\partial \varphi_n}{\partial \alpha} \right)^2 + m_{\varphi_0'}^2 \left(\frac{\partial \varphi_n}{\partial \varphi_0'} \right)^2$$

$$52) \quad m_{\varphi_h}^2 = m_\alpha^2 \cdot \left(\frac{\partial \varphi_h}{\partial \alpha} \right)^2 + m_{\varphi_0'}^2 \left(\frac{\partial \varphi_h}{\partial \varphi_0'} \right)^2 \text{ folgen.}$$

Für die Fehleruntersuchung genügen statt 42) und 49) folgende Gleichungen:

$$53) \quad \cos(\varphi_0' + \varphi_n) = \cos \varphi_0' \cos^2 \alpha$$

$$54) \quad \cos(\varphi_0' + \varphi_h) = \cos \varphi_0' n \sin \alpha \cos \alpha.$$

Da die erforderliche Genauigkeit der Höhenwinkelmessung für Entfernungen und Höhen eine verschiedene ist, sind in den Gleichungen 51) und 52) die für m_α einzuführenden Werte nicht die gleichen.

Was zunächst die Genauigkeit des Verdrehungswinkels für die Reduktion der Entfernungen betrifft, so erweist es sich als notwendig, auf jene Fehlerquellen einzugehen, welche die Unsicherheit von L bedingen.

Der mittlere Fehler einer tachymetrisch ermittelten Entfernung ergibt sich unter Vernachlässigung der Additionskonstanten aus

$$L = CL \cos^2 \alpha$$

mit

$$55) \quad m_L^2 = m_c^2 \left(\frac{\partial L}{\partial C} \right)^2 + m_L^2 \left(\frac{\partial L}{\partial L} \right)^2 + m_\alpha^2 \left(\frac{\partial L}{\partial \alpha} \right)^2.$$

¹⁾ Bei dem ausgeführten Instrumente sind diese Teilungen noch nicht angebracht.

In dieser Gleichung kann das letzte Glied, das den Einfluß des mittleren Fehlers der Höhenkreisablesung darstellt, im allgemeinen vernachlässigt werden, da der Höhenwinkel jederzeit mit der für die Reduktion der Entfernungen erforderlichen Genauigkeit abgelesen werden kann, so daß m_e nur vom mittleren Fehler der Multiplikationskonstanten und von der Unsicherheit in der Abnahme des Lattenabschnittes abhängt. Es ist dann

$$m_e^2 = m_c^2 \cdot \frac{E^2}{C^2} + m_L^2 \cdot \frac{E^2}{L^2},$$

so daß

$$56) \quad \frac{m_e}{E} = \sqrt{\left(\frac{m_c}{C}\right)^2 + \left(\frac{m_L}{L}\right)^2} = \frac{m_{cl}}{CL} \text{ wird.}$$

m_{cl} bedeutet den mittleren Fehler des Produktes CL . Es wird sonach $\frac{m_{cl}}{CL}$ identisch mit $\frac{m_e}{E}$, sobald man in letzterem von dem Einflusse des mittleren Fehlers m_a des Höhenwinkels absieht.

Es ist bekannt, daß näherungsweise $\frac{m_e}{E} = \text{const.} = \frac{1}{p}$ gesetzt werden kann. Es ist zu ermitteln, welchen Betrag m_a noch annehmen darf, ohne daß sich dessen Einfluß im Verhältnisse $\frac{m_e}{E} = \frac{1}{p}$ über eine gewisse noch als zulässig angenommene Grenze bemerkbar macht.

Berücksichtigt man in 55) das letzte Glied, so ist wegen 56)

$$57) \quad \left(\frac{m_e}{E}\right)^2 = \left(\frac{m_{cl}}{CL}\right)^2 + m_a^2 \cdot (2 \operatorname{tg} \alpha)^2.$$

Legt man dem relativen mittleren Fehler $\frac{m_e}{E}$ eine bestimmte Unsicherheit zugrunde, etwa $\frac{1}{p \pm x}$, so kann man für m_a Werte erhalten, die das Verhältnis

$\frac{m_e}{E}$ noch innerhalb der durch $\frac{1}{p \pm x}$ gegebenen Grenzen beeinflussen. Da es sich darum handelt, für m_a den noch zulässigen, also einen möglichst großen Wert zu erhalten, kann hier nur das untere Zeichen in Betracht kommen, so daß dann die Beziehung 57), in welcher nach 56) $\frac{m_{cl}}{CL} = \frac{1}{p}$ gesetzt werden kann, lautet:

$$58) \quad \left(\frac{1}{p-x}\right)^2 = \left(\frac{1}{p}\right)^2 + m_a^2 (2 \operatorname{tg} \alpha)^2$$

oder für x in Bruchteilen von p , d. i. $x = \frac{p}{r}$:

$$\left[\frac{1}{p\left(1 - \frac{1}{r}\right)}\right]^2 = \left(\frac{1}{p}\right)^2 + m_a^2 (2 \operatorname{tg} \alpha)^2,$$

so daß

$$59) \quad m_a = \frac{1}{2p} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{\left(\frac{r}{r-1}\right)^2 - 1}$$

und mit $Z = \frac{3438}{2p} \sqrt{\left(\frac{r}{r-1}\right)^2 - 1}$

$$60) \quad m_a \text{ in Minuten } (m_a)' = Z \cdot \operatorname{ctg} \alpha \text{ wird.}$$

Aus dieser Beziehung ist ersichtlich, daß sich der Wert m_a für kleine Neigungen sehr rasch ändert. Setzt man in 59) für r die Werte 20, 10, 5 ein,

so ergeben sich für $p = 1000$, die Koeffizienten Z mit $Z = 0,56, 0,83, 1,29$. Diese sind p verkehrt proportional, somit für $p = 500$ doppelt so groß. Für den Wert $\frac{1}{p} = \frac{1}{1000}$ sind im folgenden für einige Höhenwinkel die zulässigen mittleren Fehler gegeben.

α	m_α in Minuten			
	$r =$	20	10	5
	$p \pm x =$	1000 ± 50	1000 ± 100	1000 ± 200
1°		32,1	47,6	73,0
2°		16,0	23,8	36,9
3°		10,7	15,8	24,6
4°		8,0	11,9	18,5
5°		6,3	9,5	14,7
6°		5,3	7,9	12,3
7°		4,6	6,7	10,5
8°		4,0	5,9	9,2
9°		3,5	5,2	8,1
10°		3,2	4,7	7,3
20°		1,5	2,3	3,5
30°		1,0	1,4	2,2

Für $p = 500$ sind diese Werte zu verdoppeln.

Kehrt man nun zu der Gleichung 51) zurück, so ist wegen $m_\alpha = Z \operatorname{ctg} \alpha$ (60) und $m_{\varphi_0} = 0,65$ (28a)

$$(61) \quad m_{\varphi_n}^2 = (2Z \cos' \alpha)^2 \cdot \left(\frac{\cos \varphi_0'}{\sin(\varphi_0' + \varphi)} \right)^2 + 0,65^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha \sin \varphi_0'}{\sin(\varphi_0' + \varphi)} - 1 \right)^2.$$

Der Einfluß des zweiten Gliedes ist sehr gering, so daß für m_{φ_n} die Gleichung besteht

$$m_{\varphi_n} = 2Z \cdot \cos^2 \alpha \frac{\cos \varphi_0'}{\sin(\varphi_0' + \varphi)},$$

da nach 53)

$$\cos^2 \alpha = \frac{\cos(\varphi_0' + \varphi)}{\cos \varphi_0'} \text{ ist,}$$

wird

$$(62) \quad m_{\varphi_n} = \pm 2Z \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_0' + \varphi).$$

Danach ist m_{φ_n} eine Funktion von φ . Die Werte für Z sind den früheren Angaben zu entnehmen; für den Bereich $\alpha = 0$ bis $\alpha = 10^\circ$ ist im Mittel $\operatorname{ctg}(\varphi_0' + \varphi) = 1,85$ und $m_{\varphi_n} = 3,7Z$. Behält man für Z den zu $r = 10$ angegebenen Wert bei, so ist für $\frac{m_x}{E} = \frac{1}{p} = \frac{1}{500}$ $m_{\varphi_n} = 6,2'$. Für $\alpha = 20$ wird $m_{\varphi_n} = 4,2'$, für $\alpha = 30$ $m_{\varphi_n} = 3,0'$.

Führt man die gleiche Untersuchung bezüglich der Reduktion der Höhen durch, so folgt nach 52)

$$(63) \quad m_{\varphi_n}^2 = m_\alpha^2 \cdot [\operatorname{ctg}(\varphi_n + \varphi_0') \operatorname{ctg} 2\alpha]^2 + m_{\varphi_0}^2 \left[\frac{\operatorname{tg} \varphi_0'}{\operatorname{tg}(\varphi_n + \varphi_0')} - 1 \right]^2.$$

Hierin ist für m_α die Genauigkeit der Ablesevorrichtung des Höhenkreises einzusetzen, da aus $h = E \operatorname{tg} \alpha$

$$64) \quad m_h = E \sqrt{\left(\frac{m_\alpha}{E} \cdot \operatorname{tg} \alpha\right)^2 + \left(\frac{m_\alpha}{\cos^2 \alpha}\right)^2}$$

folgt, worin für kleine Neigungswinkel der Einfluß von m_α sogar jenen von E überwiegen kann.

Nachstehende Zusammenstellung zeigt, daß sich m_{φ_h} wenig ändert. Der Wert n wurde hierbei mit 5 ($C' = 20$) und 2 ($C' = 50$), ferner $m_\alpha = 1'$, $m_{\varphi_0} = 0,6'$ (28a) angenommen.

n	α	m_{φ_h} in Minuten
5	0°	2,31
	1°	2,31
	2°	2,31
	3°	2,34
	4°	2,38
	5°	2,42
	10°	3,24
2	0°	1,07
	10°	1,11
	20°	1,00
	30°	0,81

Die Werte für m_φ bei $n = 5$ werden ungefähr halb so groß, wenn $m_\alpha = 30'$ eingeführt wird.

Das Ergebnis dieser Untersuchung ist, daß sowohl für die Ermittlung der Horizontalentfernung, als auch für jene des Höhenunterschiedes die Reduktionsmethode durch Objektivverdrehung anwendbar ist, da das Glasmikrometer auf 1' bis 30" abzulesen gestattet.

Um die in der ausgeführten Weise theoretisch erwiesene Möglichkeit der Reduktion durch Versuchsmessungen zu erproben, wurden sowohl für die Reduktion der Entfernungen, als auch für jene der Höhen Tabellen gerechnet, welchen nach 46) und 49) die Gleichungen zugrunde gelegt wurden:

$$\cos(\varphi_n + \varphi_0') = \cos \varphi_0' \cdot \cos^2\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right)$$

$$\cos(\varphi_n + \varphi_0') = 5 \cos \varphi_0' \sin \alpha \cos \alpha (1 - 0,01 \cdot 5 \sin^2 \alpha).$$

Nach dem bezeichneten Vorgange wurden die gleichen Strecken, die zur Konstantenbestimmung Verwendung fanden, nachgemessen, sowie die Höhenunterschiede ermittelt und mit den durch ein Nivellement erhaltenen verglichen. Diese Versuchsmessungen, soweit sie eben bei den damals zur Verfügung stehenden kleinen Neigungen (bis 4°) als für die Beurteilung der Selbstreduktion maßgebend angesehen werden können, zeigten sowohl hinsichtlich der Entfernungen als auch der Höhen ein der Genauigkeit der ohne Selbstreduktion erfolgten tachymetrischen Messung gleichwertiges Ergebnis.

(Fortsetzung folgt.)

Ein reduzierendes Doppelbild-Tachymeter.

Von Dr. techn. Franz Aubell, Konstrukteur an der k. k. Technischen Hochschule in Graz.

(5. Fortsetzung und Schluß).

3. Die Möglichkeit der selbsttätigen Reduktion beim Doppelbild-Tachymeter.

Es kommt darauf an, jene Bewegung des Objektivs, welche zur direkten Ermittlung von Horizontaldistanz und Höhenunterschied aus dem Lattenabschnitte erforderlich ist, vom Instrumente selbsttätig oder zum mindesten vom Beobachter in einer Weise ausführen zu lassen, daß jede weitere Ablesung, außer der des Lattenabschnittes, entfällt.

Um über einen derartigen Reduktionsmechanismus, welcher, je einfacher er ist, umso zweckmäßiger sein wird, einen Anhaltspunkt zu erhalten, ist es notwendig, auf jene räumliche Kurve einzugehen, welche ein mit dem drehbaren Konstruktionsteile des Fernrohres in fester Verbindung stehender Punkt dann beschreibt, wenn gleichzeitig mit dem Kippen des Fernrohres die Drehung des Objektivs nach den durch die Gleichungen 42), bzw. 46) und 49) gekennzeichneten Bedingungen erfolgt.

Es soll der Instrumentenmittelpunkt M (Fig. 16) als Ursprung eines Koordinatensystemes angenommen werden, dessen Z -Achse mit der vertikalen Instrumentendrehachse zusammenfällt, dessen Y -Achse durch die Kippachse (Horizontalachse) des Fernrohres und dessen X -Achse durch eine zu beiden senkrechte Richtung gegeben ist.

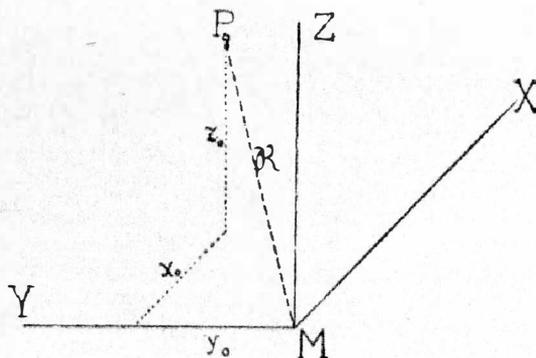


Fig. 16.

Der Punkt P , welcher mit dem drehbaren Teile des Fernrohres fest verbunden zu denken ist, beschreibt bei der Drehung des Doppelobjektives einen Kreis, dessen Mittelpunkt auf der Drehachse desselben, d. h. auf der Hauptvisierlinie liegt. Da der Abstand PM bei jeder Bewegung des Fernrohres unverändert bleibt, muß jene Kurve, die der Punkt P , gleichgültig nach welchem Gesetze immer, beschreibt, auf einer Kugel vom Radius $PM = R$ liegen, sie ist also eine sogenannte sphärische Kurve. Die Ausgangsstellung des Punktes vor Beginn jeder Verdrehung und Kippung, P_0 (Fig. 17), bei welcher die Hauptvisur mit der X -Achse zusammenfällt, sei durch die Koordinaten x_0, y_0, z_0 gekennzeichnet, so daß

$$(65) \quad R^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \text{ ist.}$$

Figur 17 a, b zeigt die Projektion der Drehbewegung auf die YZ -, bzw. XZ -Ebene.

Erteilt man zunächst dem Punkte P eine Verdrehung um den Winkel φ , so ändern sich nach Fig. 17 a seine Koordinaten y und z , während x_0 unverändert bleibt.

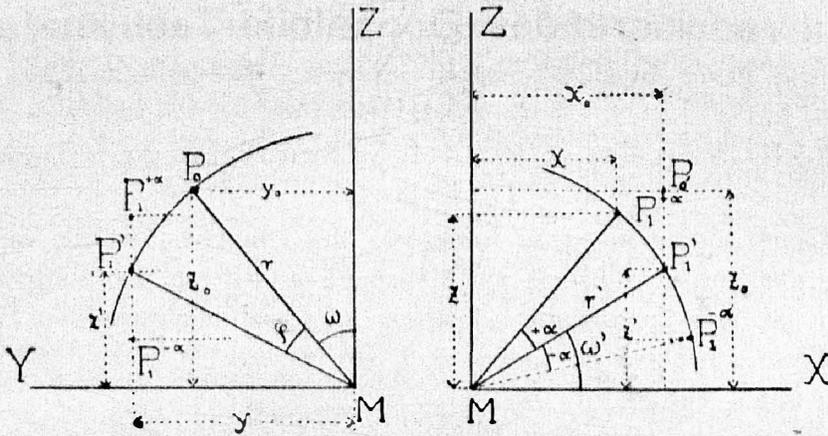


Fig. 17 a, b.

Es ist

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{y_0}{z_0}, \quad r = \frac{z_0}{\cos \omega} = \frac{y_0}{\sin \omega}$$

und

$$\begin{aligned} 66) \quad & y = r \sin (\varphi + \omega) \\ 67) \quad & z' = r \cos (\varphi + \omega). \end{aligned}$$

Nach erfolgter Drehung wird die Kippung des Fernrohres um die Y -Achse um einen Winkel α vorgenommen. Bei der Kippung ändert sich y nicht mehr, wohl aber z' und x_0 . α ist also hierbei jener Winkel, welchen die Hauptvisur in ihrer neuen Lage mit der Ausgangsstellung einschließt.

Aus Fig. 17b folgt:

$$r' = \frac{z'}{\sin \omega'}, \quad \text{und nach 67)}$$

$$r' = \frac{r \cos (\varphi + \omega)}{\sin \omega'}, \quad \text{wobei } \operatorname{tg} \omega' = \frac{z'}{x_0} = \frac{r \cos (\varphi + \omega)}{x_0},$$

und weiters

$$68) \quad z = r' \sin (\alpha + \omega') = \frac{r \cos (\varphi + \omega)}{\sin \omega'} \sin (\alpha + \omega')$$

$$69) \quad x = r' \cos (\alpha + \omega') = \frac{r \cos (\varphi + \omega)}{\sin \omega'} \cos (\alpha + \omega').$$

y , z und x sind Funktionen des Verdrehungswinkels φ , der wieder als Funktion des Höhenwinkels (in diesem Falle α) dargestellt werden kann. Aus den für die Verdrehungswinkel φ angegebenen Gleichungen 42) und 49) ist ersichtlich, daß, sofern man in diesen den letzten Faktor gleich der Einheit setzt, die Verdrehungswinkel vom Vorzeichen von α unabhängig sind und für $+\alpha$ und $-\alpha$ gleichen Wert haben. Da y nur von φ abhängt, werden dann die den gleichen aber entgegengesetzten Neigungswinkeln entsprechenden Punkte $P_1^{+\alpha}$ und $P_1^{-\alpha}$ (Fig. 17b) in einer zur YZ parallelen Ebene liegen. Für diese zwei Punkte ist eine Symmetrieebene vorhanden, die durch den Punkt P_1^0 und die Y -Achse und ihrer Position nach durch den Winkel ω' gegeben ist. Da ω' sich mit φ und infolgedessen mit α ändert, wird diese Symmetrieebene für die einzelnen Höhenwinkel $\pm \alpha$ eine verschiedene Lage besitzen, so daß die Kurve der Punkte $P^{\pm \alpha}$ aus zwei zur Ausgangslage P_0 unsymmetrischen Ästen besteht.

Es wird von Vorteil sein, die Lage des Ausgangspunktes P_0 so zu wählen, daß die Raumkurve für $+\alpha$ und $-\alpha$ zwei zu demselben symmetrische Teile besitzt. Es ist nur dann möglich, wenn die Lage der Symmetrieebene für alle Werte $\pm\alpha$ eine konstante ist; das ist für $\omega' = \text{const.}$ der Fall. Aus der obigen Beziehung für ω' ergibt sich

$$\omega' = \text{const.} = 90^\circ$$

für $x_0 = 0$.

Unter dieser Annahme gehen die Gleichungen 65, 66, 68, 69 in folgende über:

$$70) \quad \mathfrak{R}^2 = y_0^2 + z_0^2 \quad \text{oder}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{z_0}{\cos \omega} = \frac{y_0}{\sin \omega},$$

ferner

$$71) \quad \begin{cases} a & y = \mathfrak{R} \sin(\varphi + \omega) \\ b & z = \mathfrak{R} \cos(\varphi + \omega) \cos \alpha \\ c & x = -\mathfrak{R} \cos(\varphi + \omega) \sin \alpha. \end{cases}$$

Da φ als Funktion von α ausgedrückt werden kann, ist man in der Lage, für y, z, x die Größe α als Parameter einzuführen.

Es soll nun des näheren darauf eingegangen werden, für die Reduktion der Entfernungen diese Raumkurve zu untersuchen, zumal die ausgeführte Form des Doppelbild-Tachymeters die Möglichkeit bietet, durch Anbringung kleiner Konstruktionsteile das Instrument für Entfernungen selbsttätig reduzierend einzurichten.

Es erscheint zweckmäßig, von den die Beziehung zwischen Neigungs- und Verdrehungswinkel darstellenden Gleichungen 42) und 46) die letztere zu wählen, da in dieser der Verdrehungswinkel φ vom Vorzeichen des Winkels $\alpha_1 = \left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right)$ unabhängig ist. Die hier in Betracht kommende Gleichung lautet:

$$72) \quad \cos(\varphi + \varphi_0') = \cos^2 \alpha_1 \cdot \cos \varphi_0' \quad (46),$$

worin α_1 den Neigungswinkel einer idealen Mittelvisur bedeutet.

Um y, z, x in Funktion des Parameters α darzustellen, werden die Gleichungen 71) in folgender Form angeschrieben:

$$73) \quad \begin{cases} a & y = \mathfrak{R} (\sin \varphi \cos \omega + \cos \varphi \sin \omega) \\ b & z = \mathfrak{R} (\cos \varphi \cos \omega - \sin \varphi \sin \omega) \cos \alpha \\ c & x = -\mathfrak{R} (\cos \varphi \cos \omega - \sin \varphi \sin \omega) \sin \alpha. \end{cases}$$

Aus 72) ergibt sich

$$\varphi = -\varphi_0' + \text{arc} \cos (\cos^2 \alpha_1 \cdot \cos \varphi_0'),$$

so daß

$$74) \quad \begin{cases} \sin \varphi = \cos \varphi_0' \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0' \cos^4 \alpha_1} - \cos \varphi_0' \cdot \cos^2 \alpha_1 \sin \varphi_0', \\ \cos \varphi = \cos^2 \varphi_0' \cdot \cos^2 \alpha_1 + \sin \varphi_0' \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0' \cos^4 \alpha_1} \end{cases}$$

wird. Setzt man diese Werte in 73) ein, so erhält man y, z, x als Funktionen des Parameters α_1 bezw. α :

$$y = \mathfrak{R} [\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0' \cdot \cos^4 \alpha_1} \cdot \cos(\varphi_0' - \omega) + \cos^2 \alpha_1 \cdot \cos \varphi_0' \sin(\omega - \varphi_0')].$$

Werden zur einfacheren Schreibweise die konstanten Größen

$$\cos^2 \varphi_0' = a; \quad \cos(\varphi_0' - \omega) = b; \quad \cos \varphi_0' \cdot \sin(\omega - \varphi_0') = c$$

gesetzt, so ist

$$75) \begin{cases} a & y = \Re [b \sqrt{1 - a \cos^4 \alpha_1} + c \cos^2 \alpha_1]. \\ & \text{Ebenso erh\u00e4lt man} \\ b & z = \Re \cos \alpha [b' \cdot \sqrt{1 - a \cdot \cos^4 \alpha_1} + c' \cdot \cos^2 \alpha_1] \\ c & x = -\Re \sin \alpha [b' \sqrt{1 - a \cdot \cos^4 \alpha_1} + c' \cdot \cos^2 \alpha_1], \end{cases}$$

worin $b' = \sin(\varphi_0' - \omega)$, $c' = \cos \varphi_0' \cos(\omega + \varphi_0')$

bedeuten. Legt man statt 46), die Gleichung 42) zugrunde, so da\u00df die Beziehung

$$\cos(\varphi + \varphi_0') = \cos^2 \alpha \cdot \cos \varphi_0' (1 - 0,01 \sin \alpha \cos \alpha)$$

besteht, und setzt

$$1 - 0,01 \sin \alpha \cos \alpha = f(\alpha),$$

so \u00e4ndern sich die Gleichungen 75) zu folgenden ab:

$$76) \begin{cases} a & y = \Re [b \sqrt{1 - a \cdot \cos^4 \alpha f(\alpha)^2} + c \cdot \cos^2 \alpha f(\alpha)] \\ b & z = \Re \cos \alpha [b' \sqrt{1 - a \cdot \cos^4 \alpha f(\alpha)^2} + c' \cos^2 \alpha f(\alpha)] \\ c & x = -\Re \sin \alpha [b' \sqrt{1 - a \cdot \cos^4 \alpha f(\alpha)^2} + c' \cos^2 \alpha f(\alpha)]. \end{cases}$$

W\u00e4hrend die aus 72) abgeleiteten Gleichungen 75) in sehr gro\u00dfer N\u00e4herung gelten, sind die Gleichungen 76) strenge richtig.

Die Raumkurve l\u00e4\u00dft sich noch in anderer Weise darstellen, und zwar als Schnitt zweier Fl\u00e4chen, von denen die eine durch die Kugel vom Radius \Re gegeben ist und als zweite einer der durch 71) bzw. 75) gegebenen Projektionszylinder betrachtet werden kann.

Diese letztere Erzeugungsweise der Kurve ist nun jene, welche der mechanischen L\u00f6sung des Reduktionsproblems zug\u00e4nglich ist. Dieselbe wird etwa in folgender Weise zu denken sein:

In fester Verbindung mit dem drehbaren Teile des Fernrohrs ist in der durch die Instrumentenachse Z und durch die Horizontalachse Y gegebenen Ebene ein horizontaler Stift S (Fig. 18) angebracht, dessen Spitze dem Punkte P ent-

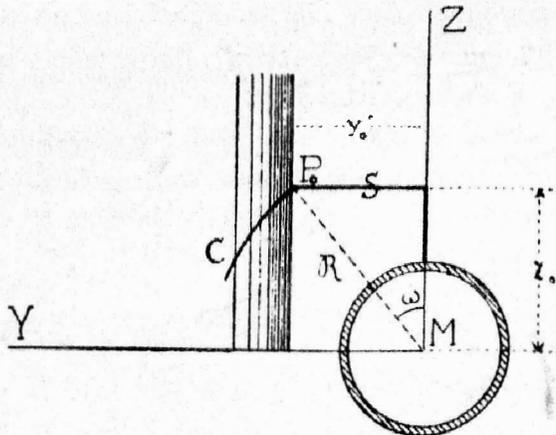


Fig. 18.

spricht. Bei der Drehung des Objektivs und bei der Kippung des Fernrohrs beschreibt der Punkt P Kurven, die s\u00e4mtliche auf der Kugel vom Radius \Re liegen. Bringt man auf der H\u00f6henkreisahidade einen Metallzylinder an, der dem zur XY

senkrechten Projektionszylinder entspricht, so beschreibt der Stift S auf demselben die verlangte Raumkurve C , wenn er in steter Berührung mit dem Zylinder geführt wird. Es wird nicht angezeigt sein, die Einrichtung so zu treffen, daß der Stift selbsttätig an den Zylinder angedrückt wird, sondern man wird dies besser dem Beobachter überlassen, dessen Tätigkeit dann darin besteht, nach erfolgter Einstellung des Fernrohrs auf die Latte das Objektiv so lange zu drehen, bis der Stift am Zylinder anschlägt. Die hierauf am Quersfaden gemachten zwei Ablesungen ergeben einen Lattenabschnitt, der $\frac{1}{100}$ der Horizontalabstand beträgt.

Vom Standpunkte des Mechanikers aus kommt es darauf an, die Grundkurve des Projektionszylinders, die in der XY -Ebene liegt, so einfach als möglich zu gestalten und diesen nach Tunlichkeit durch eine Rotationsfläche zu ersetzen, da eine solche einfacher herzustellen ist, als eine zylindrische Fläche, deren Grundkurve durch punktweise Auftragung erhalten wird.

Die erste Bedingung hierfür ist, daß jene Teile des Projektionszylinders, welche den gleichen Neigungswinkeln $+\alpha_1$ und $-\alpha_1$ entsprechen und deren Kontaktstellen nach Fig. 18 für $+\alpha_1$ vor, für $-\alpha_1$ hinter der Zeichenfläche liegen, eine zur YZ -Ebene symmetrische Form haben. Die Gleichungen 75) ergeben eine Raumkurve, welche in bezug auf die YZ -Ebene nicht vollkommen symmetrisch ist, so daß im allgemeinen auch die Projektionskurve in der XY -Ebene, welche eben die Grundkurve des Zylinders ist, keine bezüglich der Y -Achse symmetrische Kurve sein wird. Dies geht daraus hervor, daß in den Gleichungen für z und x zwei verschiedene Neigungswinkel α und α_1 vorkommen, die in der Beziehung $\alpha = \alpha_1 - \frac{\mu}{2}$ zu einander stehen, so daß die absoluten Werte von z und x vom Vorzeichen von α_1 nicht unabhängig sind; es ist

$$|z|_{+\alpha_1} > |z|_{-\alpha_1}, \text{ ebenso } |x|_{+\alpha_1} > |x|_{-\alpha_1}.$$

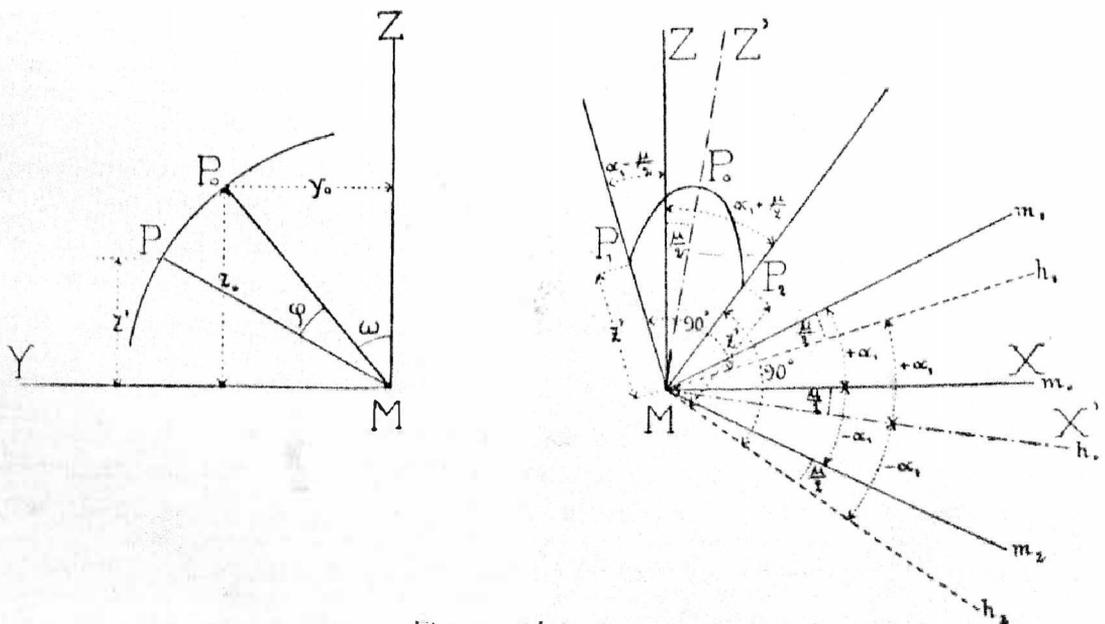


Fig. 19 ab.

Durch eine Transformation des Koordinatensystems gelingt es, die gewünschte Symmetrie zu erhalten. Nach 72) ist der Verdrehungswinkel unabhängig vom Vorzeichen des Neigungswinkels α_1 der idealen Mittelvisur. Es werden daher die den gleichgroßen und entgegengesetzten Winkeln $\pm \alpha_1$ entsprechenden Punkte der Raumkurve zu jenem Punkte symmetrisch liegen, welcher dem Neigungswinkel $\alpha_1 = 0$ entspricht. In Fig. 19b sind diese Punkte mit P_1 und P_2 für $\pm \alpha_1$, bezw. P_0 für $\alpha_1 = 0$, die dazugehörigen Richtungen der Mittelvisur mit m_1, m_2 , bezw. m_0 bezeichnet. Diese drei Punkte befinden sich je auf einer zu den Hauptvisuren h_1, h_2, h_0 senkrechten Richtung im Abstände s_1 , bezw. s_0 von M (Fig. 19a). Der Winkel, den die Gerade $P_0 M$ mit der Z -Achse einschließt, ist, weil $P_0 M$ senkrecht zu h_0 ist, $\frac{\mu}{2}$. Was von den Punkten P_1 und P_2 gilt, hat für alle Punkte, welche gleichen aber entgegengesetzten Neigungswinkel α_1 entsprechen, Gültigkeit, so daß die von P_0 ausgehenden Äste der Kurve bezüglich der Achse Z' symmetrisch sind. Man wird daher das ursprünglicher Koordinatensystem um die Y -Achse um $\frac{\mu}{2}$ verdrehen, so daß Z und X nach Z' und X' kommen. Es ist aber jetzt in den Gleichungen 71) bezw. 75) eine Änderung vorzunehmen. Während für den Winkel φ , dessen Größe nach 72) nur von der Neigung der Mittelvisur abhängt, die Wahl des Koordinatensystems gleichgültig ist, trifft dies nicht für den Winkel α zu, welcher als jener Winkel bezeichnet wurde, den die Hauptvisur mit ihrer Ausgangsstellung einschließt. Da nunmehr als solche jene Lage $h_0 = X'$ derselben angenommen wird, bei welcher der Neigungswinkel α_1 der Mittelvisur den Wert Null besitzt, so sind die Winkel, welche die Lagen h_1, h_2 der Hauptvisur mit X' einschließen, gleichfalls $\pm \alpha_1$. Die Gleichungen 71) und 75) erfahren somit die Abänderung; daß in denselben der Winkel α , statt α erscheint, und die Koordinaten eines Punktes der Raumkurve in der Parameterdarstellung folgende Form annehmen:

$$77) \begin{cases} a & y = \Re [b \sqrt{1 - a \cos^4 \alpha_1} + c \cos^2 \alpha_1], \\ b & z = \Re \cos \alpha_1 [b' \sqrt{1 - a \cos^4 \alpha_1} + c' \cos^2 \alpha_1] \\ c & x = -\Re \sin \alpha_1 [b' \sqrt{1 - a \cos^4 \alpha_1} + c' \cos^2 \alpha_1]. \end{cases}$$

Dabei ist jedoch nicht zu übersehen, daß sich die für \Re maßgebenden Größen y_0 und z_0 gleichfalls auf dieses neue Koordinatensystem beziehen.

Die Gleichungen 77) setzen danach voraus, daß der nach Fig. 18 dargestellte Kontaktzylinder, welcher im Schnitte mit der Kugel vom Radius \Re die Raumkurve gibt, so justiert ist, daß dessen Achse mit der Instrumentenachse sich unter dem Winkel $\frac{\mu}{2}$ kreuzt.

In Hinkunft wird von einer Beifügung der Indices 1 an α in den Gleichungen 77) Abstand genommen werden und ist festzuhalten, daß das denselben zugrundeliegende Koordinatensystem in der angegebenen Weise gegen das ursprüngliche um $\frac{\mu}{2}$ verdreht ist und daß sich der Winkel α nicht auf die Hauptvisur sondern auf eine ideale Mittelvisur bezieht.

Um einen Einblick in die Gestaltung der in der $X'Y$ -Ebene liegenden Projektion der Raumkurve zu erhalten, wurde diese punktweise, und zwar für Neigungen von $30'$ zu $30'$ bis 40° berechnet und aufgetragen. Den Dimensionen des Instrumentes entsprechend, wurden dabei folgende Annahmen gemacht:

so daß $y_0 = 20 \text{ mm}$; $z_0 = 40 \text{ mm}$,
 $\omega = 26^\circ 33' 54''$ und $R = 44,72, \text{ mm}$ folgte.

Aus dem auf diese Weise dargestellten Verlaufe der Kurve erschien es naheliegend, dieselbe durch eine Parabel zu ersetzen. Eine derartige Substitution ist aber nur dann zulässig, wenn die Abweichungen der Ersatzkurve von der tatsächlichen praktisch auf das Messungsergebnis ohne merkbaren Einfluß bleiben.

Als einfachste und daher für die mechanische Ausführung geeignetste Ersatzkurve erscheint jedoch statt der Parabel der Kreis. Es wurde die Grundkurve in jenem Bereiche, der den Neigungswinkeln von 0 bis etwa 8° entspricht, durch einen Kreisbogen ersetzt, so daß die Raumkurve sich dann als Schnitt eines

Kreiszylinders mit einer Kugel ergibt. Als Bedingung für die Zulässigkeit dieser Ersatzkurve ist anzusehen, daß die Abweichungen derselben von der wirklichen Kurve im Verdrehungswinkel φ gegenüber dessen Sollbetrag keinen größeren Fehler nach sich führen sollen, als dessen gegebener zulässiger mittlerer Fehler beträgt, also für $\alpha = 0$ bis 10° im allgemeinen unter $6'$ bleibt. Die rechnerische Ausgleichung ergab einen Kreis mit dem Radius $R = 10,87 \text{ mm}$, dessen Mittelpunkt C auf der Y -Achse liegt.

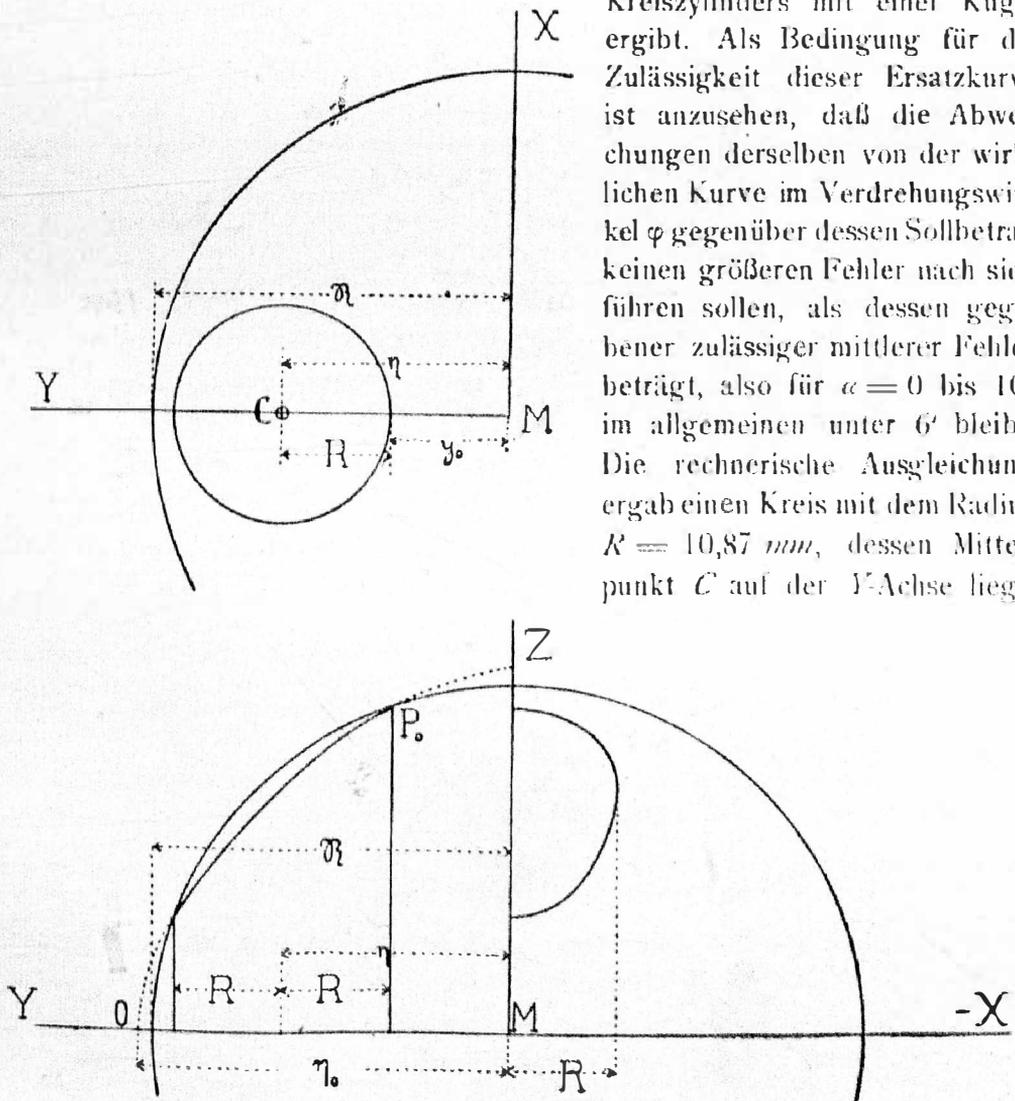


Fig. 20.

Die Gleichungen der Raumkurve sind dann:

$$78) \quad \begin{cases} a & x^2 + y^2 + z^2 = \mathfrak{R}^2 & (\text{Kugel}) \\ b & x^2 + (y - \eta)^2 = R^2 & (\text{Zylinder}). \end{cases}$$

Die Projektionsgleichung der XY -Ebene ist die Gleichung des Kreises

$$x^2 + (y - \eta)^2 = R^2.$$

Jene für die XZ -Ebene folgt durch die Elimination von y aus 78) mit

$$79) \quad x^2 + \frac{z^4}{4\eta^2} + z^2 \left(1 - \frac{M}{2\eta^2}\right) = N,$$

worin

$$80) \quad M = \mathfrak{R}^2 + \eta^2 - R^2 \quad \text{und} \quad N = \mathfrak{R}^2 - \frac{M^2}{4\eta^2}$$

bedeuten.

Da diese Gleichung keine Glieder von ungerader Potenz enthält, liegt die Projektionskurve sowohl zur Z - als auch zur X -Achse symmetrisch. Weil $\mathfrak{R} > \eta + R^1$ ist, besteht diese Kurve aus zwei von einander getrennten zur X -Achse symmetrisch liegenden Teilen (Fig. 20).

In allgemeiner Form lautet 79)

$$81) \quad a_1 z^4 + b_1 z^2 + x^2 + c_1 = 0,$$

wobei die Koeffizienten nach

$$82) \quad \begin{cases} a_1 = \frac{1}{4\eta^2} > 0 \\ b_1 = 1 - \frac{M}{2\eta^2} < 0 \\ c_1 = -N > 0 \end{cases} \text{ gebildet sind.}$$

Der Verlauf dieser Kurve ist — auch in ihren Spezialfällen — ein den Cassinoiden ähnlicher.

Die Projektionskurve der YZ -Ebene endlich ergibt sich durch Elimination von x aus 78) mit

$$83) \quad 2y\eta + z^2 = \mathfrak{R}^2 - R^2 + \eta^2 = M.$$

Es ist dies die Gleichung einer Parabel, welche nach der Transformation des Koordinatensystems nach O die Form annimmt (Fig. 20):

$$z^2 = 2\eta y,$$

wobei die Koordinaten von O bezogen auf M lauten:

$$0 \quad \begin{cases} \eta_0 = \frac{M}{2\eta} \\ \xi_0 = 0. \end{cases}$$

Von dieser Parabel kommt nur jener Teil in Betracht, welcher innerhalb des Kreises vom Radius \mathfrak{R} sich befindet.

* * *

¹⁾ Die speziellen Werte sind $R = 10,87$, $\mathfrak{R} = 44,72$, $\eta = 30,87$ mm.

Da die Gleichungen der Raumkurve nach 77) als Funktionen des Neigungswinkels α dargestellt sind, ergibt sich, um die Schnittkurve von Kreiszyylinder und Kugel mit ersterer vergleichbar zu machen, die Notwendigkeit, die Kurve vierter Ordnung gleichfalls in Funktion von α darzustellen.

Die Gleichungen 71) gelten allgemein ohne Rücksicht darauf, daß für φ eine bestimmte Beziehung zu α vorgeschrieben ist und sind daher direkt auf die Näherungskurve anwendbar.

Aus 71) folgt

$$84) \quad x = -z \operatorname{tg} \alpha;$$

eine andere Beziehung zwischen z und x ist durch 81) gegeben.

Setzt man hier für x den obigen Wert aus 84) ein, so ergibt sich

$$85) \quad a_1 z^4 + z^2 (b_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + c_1 = 0$$

und daraus für z^2 der Wert

$$86) \quad z^2 = -\frac{b_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 a_1} \pm \sqrt{\left(\frac{b_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 a_1}\right)^2 - \frac{c_1}{a_1}},$$

in welchem nur das $+$ -Zeichen zu berücksichtigen ist, da hier der obere Teil der Kurve C (Fig. 18) in Betracht kommt.

Nach 83) ist

$$y = \frac{M - z^2}{2 \eta},$$

welches mit 86) in

$$87) \quad y = \frac{1}{2 \eta} \left(M + \frac{b_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 a_1} - \sqrt{\left(\frac{b_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 a_1}\right)^2 - \frac{c_1}{a_1}} \right)$$

übergeht.

Wegen 71) ist auch

$$88) \quad y = \Re \sin (\varphi_1 + \omega),$$

worin nun φ_1 den sich aus der Ersatzkurve ergebenden Verdrehungswinkel zum Unterschiede von dem Sollbetrage φ bezeichnet.

Nach 71) und 77) ist

$$89) \quad \sin (\varphi + \omega) = \frac{y}{\Re} = b \cdot \sqrt{1 - a \cdot \cos^4 \alpha} + c \cdot \cos^2 \alpha = F(\alpha)$$

nach 87) und 88) ist

$$90) \quad \sin (\varphi_1 + \omega) = \frac{y}{\Re} = \frac{1}{2 \eta \Re} \left(M + \frac{b_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 a_1} - \sqrt{\left(\frac{b_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 a_1}\right)^2 - \frac{c_1}{a_1}} \right).$$

Nach Einführung der den Koeffizienten a_1 b_1 c_1 entsprechenden Werte (Gl. 82) wird 90) zu

$$91) \quad \sin (\varphi_1 + \omega) = \frac{1}{\Re} \left[\frac{\eta}{\cos^2 \alpha} - \sqrt{R^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha \left(\frac{2 \eta^2}{\cos^2 \alpha} - M \right)} \right] = F_1(\alpha).$$

Danach sind die Gleichungen 89) und 91) in bezug auf die sich aus diesen ergebenden Verdrehungswinkel φ und φ_1 einander gegenüberzustellen. Die Unterschiede sind für die Neigungswinkel $\alpha = 2^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 9^\circ$ in folgender Tabelle ersichtlich gemacht.

α	φ	φ_1	$\varphi - \varphi_1$	m_φ zulässig
2°	0° 8,0'	0° 8,0'	0,0'	± 3,1' für sehr genaue Messung $\left(\frac{m_\kappa}{E} = \frac{1}{1000}\right)$
3°	0° 18,0'	0° 18,0'	0,0'	
6°	1° 12,0'	1° 12,5'	-0,5'	± 6,2' für Detailaufnahme $\left(\frac{m_\kappa}{E} = \frac{1}{500}\right)^1$
8°	2° 5,5'	2° 10,5'	-5,0'	
9°	2° 37,5'	2° 46,5'	-8,5'	

Die nun durchgeführte Untersuchung schließt bezüglich der Zulässigkeit der Ersatzkurve mit einem wichtigen Ergebnisse: Es ist statthaft, die transzendente Kurve durch eine Kurve vierter Ordnung zu ersetzen, welche als Schnitt einer Kugel mit einem Kreiszyylinder entsteht.

Wenngleich die Untersuchung nur bis zu einer Neigung der Visierlinie von 8° geführt wurde, so beweist doch der Umstand, daß zwischen beiden Kurven an dieser äußersten Stelle sich bereits eine graphisch merkliche Abweichung zeigt, ohne daß die zulässige Fehlergrenze des Verdrehungswinkels erreicht wird, die Möglichkeit, durch Überführung des Kreises vom Radius R in einem Korbogen von größerem Radius die transzendente Kurve auch für stärkere Neigungen durch einen Kreiszyylinder erzeugen zu lassen.

* *

In ähnlicher Weise, wie dies hier hinsichtlich der selbsttätigen Reduktion der Entfernungen dargestellt wurde, ist es im Prinzip möglich, ebendasselbe Ziel bezüglich der Reduktion der Höhen zu erreichen. Die betreffende Untersuchung wurde unterlassen, da sie gegenüber der bisherigen keine grundsätzlichen Abweichungen zeigen und außerdem die konstruktive Lösung für die ausgeführte Form des Doppelbildtachymeters wesentliche Abänderungen erfordern würde.

Damit können nun die theoretischen Grundlagen für die Verwendbarkeit von Doppelbildtachymetern als gegeben betrachtet werden. Diese Instrumente in der zuletzt angedeuteten Weise weiter zu vervollkommen, ist nunmehr Sache des Mechanikers.

Aus dem nied.-österr. Landtage.

Der nied.-österr. Landtag brachte in der abgelaufenen Wintersession viele bemerkenswerte Anregungen, Anträge und Beschlüsse in Kataster- und Grundbuchs-Angelegenheiten, die auch im allgemeinen Interesse gelegen, im Nachfolgenden mitgeteilt werden mögen.

¹⁾ Für $\frac{m_\kappa}{E} = \frac{1}{400}$ wächst nach 62) m_φ sogar auf ± 9'. Der Winkel $\alpha = 9^\circ$ war in den Bereich, für welchen der Kreiszyylinder gelten sollte, gar nicht mehr einbezogen; daraus erklärt sich der etwas größere Unterschied zwischen φ und φ_1 .