

Paper-ID: VGI_190826



Entwurf neuer Katastral-Koordinatensysteme auf der Grundlage der österreichischen Gradmessung für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder

August Semerad ¹

¹ *Privatdozent an der k. k. böhm. techn. Hochschule in Brünn*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **6** (7, 8, 9, 10), S. 199–206, 231–238, 263–271, 300–305

1908

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Semerad_VGI_190826,  
Title = {Entwurf neuer Katastral-Koordinatensysteme auf der Grundlage der {"ö  
sterreichischen Gradmessung f{"u}r die im Reichsrate vertretenen K{"o  
nigreiche und L{"a}nder},  
Author = {Semerad, August},  
Journal = {"Österreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
Pages = {199--206, 231--238, 263--271, 300--305},  
Number = {7, 8, 9, 10},  
Year = {1908},  
Volume = {6}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE
ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Obergeometer Max Reinisch.

Nr. 7.

Wien, am 1. Juli 1908.

VI. Jahrgang.

Entwurf neuer Katastral-Koordinatensysteme
auf der Grundlage der österreichischen Gradmessung für die im Reichs-
rate vertretenen Königreiche und Länder.

Von Dr. A. Semerád, Privatdozent an der k. k. böhm. techn. Hochschule in Brünn.

I.

Für die Katastralvermessung von Österreich — welche laut des Allerhöchsten Patentbeschlusses vom 23. Dezember 1817 für die Zwecke der Grundsteuer und des Realitätenverkehrs ausgeführt wurde — bildete die trigonometrische Triangulierung, die den eigentlichen Detailvermessungsarbeiten voranging, die nötige technische Grundlage.

Es ist wohl nicht nötig, die Durchführung und das Ausarbeiten dieser Katastraltriangulierung vom historischen und technischen Standpunkte aus zu behandeln, weil man die diesbezüglichen ausführlichen Daten der Fachliteratur entnehmen kann.¹⁾

Diese Triangulierung hat dem Zwecke, für welchen sie ausgearbeitet wurde, nämlich, daß sie die Grundlagen für die graphische, ursprünglich speziell für die Grundsteuer dienende Aufnahme (mit Anwendung des Meßtisches) bildet, ganz gut Genüge geleistet.

In dieser Arbeit, welche als eine akademische Diskussion über die neuen Katastralkoordinatensysteme aufzufassen ist, wird man nicht mehr von den alten trigonometrischen Grundlagen der Katastralvermessung verhandeln.

Der Vorgang, den man bei der Ausführung von Neuvermessungen einzuhalten hat, wurde allgemein schon seinerzeit²⁾ in Erwägung gezogen. Es wurde

¹⁾ Instruktion zur Ausführung der Vermessungen mit Anwendung des Meßtisches, behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters. Wien 1903. Herausgegeben vom k. k. Finanzministerium.

Mitteilungen des k. u. k. militärgeographischen Institutes in Wien. Verschiedene Bände, etc.

²⁾ Erlaß vom 28. Juni 1899, Z. 27.466, des k. k. Finanzministeriums in Wien.

damals hervorgehoben, daß man als Grundlagen für die Neuvermessungen im großen Umfange die neuesten Daten der Triangulierungsarbeiten des k. u. k. militärgeographischen Institutes zweckmäßig benützen soll.

In der neuen Zeit hat man die Katastralneuvermessungen in Angriff genommen, die laut der Vermessungs-Instruktion vom Jahre 1887¹⁾ nach der trigonometrisch-polygonometrischen Methode, beziehungsweise laut der schon zitierten neueren Instruktion vom Jahre 1905 nach der kombinierten graphisch-polygonometrischen Methode ausgeführt werden.

Die Katastral-Neuvermessungen werden jetzt in einzelnen Kronländern im verschiedenen Umfange betrieben und so erscheint es als zweckmäßig, ihre neuen trigonometrischen Grundlagen zur jetzigen günstigen Zeit eingehend zu behandeln, weil man diese Frage auch in den Katastralämtern diskutiert.

Zur Zeit, als man die Katastral-Neuvermessungen in Angriff genommen hat, war noch keine neue Grundlage, nämlich eine neue, wissenschaftlich bearbeitete, trigonometrische Triangulierung vorhanden und so war man gezwungen, die Neuvermessungen an die alte trigonometrische Katastral-Triangulierung anzuschließen, um die Arbeiten möglichst zu fördern.

Für die österreichische Gradmessung ist jetzt eine neue umfangreiche Triangulierung, die mit den Dreiecken der ersten Ordnung die ganze Monarchie umspannt, ausgearbeitet worden. Diese Triangulierung wurde vom k. u. k. militärgeographischen Institute in Wien ausgeführt.

Diese erwähnten Triangulierungs-Arbeiten sind auf den streng wissenschaftlichen Grundlagen bearbeitet und jetzt auch schon abgeschlossen worden.

Die Ergebnisse dieser Arbeiten sind in dem Werke: «Astronomisch-geodätische Arbeiten des k. u. k. militärgeographischen Institutes in Wien» publiziert worden.

Wenn man nach den modernen Forderungen der geodätischen Wissenschaft die Katastral-Neuvermessungen mit einem guten Erfolge fortsetzen soll, so erscheint es als nötig, die erwähnte, für die Landesvermessungs-Zwecke entsprechend umgearbeitete Triangulierung der ersten Ordnung als Grundlage für diese Arbeiten zu benützen.

Es ist zu bemerken, daß die trigonometrische Triangulierung, so wie sie für die Gradmessungszwecke ausgearbeitet worden ist, kein auf dem Erdsphäroide einheitlich festgelegtes Dreiecksnetz bildet, sondern daß sie aus einer Anzahl von freien Dreiecksketten oder Dreiecksnetzen zusammengesetzt ist, welche sich teilweise gegenseitig übergreifen oder anderswo wieder klassen. Durch diese Lösung von freien partiellen Netzen wird die sonst ungeheuer umfangreiche mathematische Arbeit in kleinere Abteilungen geteilt. Die freie Ausgleichung dieser Abteilungen wurde nach dem Vorschlage der internationalen Erdmessungskommission ausgeführt, damit man die minimalen Verbesserungen der gemessenen Größen (der beobachteten Richtungen, beziehungsweise Winkel) erzielt, so wie es die richtige Bestimmung der Elemente des Erdkörpers fordert.

¹⁾ Instruktion für Polygonal-(Theodolit-)Vermessungen. Herausgegeben vom k. k. Finanzministerium im Jahre 1887, und andere Auflagen.

Aus diesem Grunde hat man alle anderen Bedingungen für die Lösung der Dreiecksnetze außer Acht gelassen und nur die nötigen Bedingungen zur Bestimmung einfacher geometrischen Figuren der erwähnten partiellen Netze, sowie der nötigsten Anschlüsse derselben berücksichtigt.

Die Aufgabe dieses Aufsatzes ist eigentlich nur, die nötigen Koordinaten-Systeme für die neue Katastral-Vermessung zu entwerfen. Die richtige Grundlage für diese Lösung kann nur ein solches Dreiecksnetz bilden, welches auf dem Erdsphäroid eindeutig festgelegt und nach den Forderungen der modernen geodätischen Wissenschaft ausgearbeitet wird.

In der weiteren Abhandlung wird dieses eindeutig festgelegte Triangulierungsnetz für die weitere Lösung der schon erwähnten Aufgabe als gegebene Grundlage angenommen.

Man wird die Wahl der neuen Katastralkoordinaten-Systeme am besten so treffen, daß dieselben für die praktische Anwendung als möglichst vorteilhaft erscheinen und daß ihre Ergebnisse den strengen Forderungen der geodätischen Wissenschaft entsprechen.

Die für die Katastralvermessung vorteilhaftesten Koordinaten sind ohne Zweifel die rechtwinkligen ebenen Koordinaten, welche die Lösung der Aufgaben der niederen Geodäsie auf die einfachste Art ermöglichen.

Damit die schon erwähnten grundsätzlichen Bedingungen, welche man von der richtigen Bearbeitung der Triangulierungsergebnisse für die Katastralvermessungs-Zwecke fordert, erfüllt werden, so ist es nötig, folgende Hauptaufgaben zu lösen:

1. Eine passende Projektion zu wählen, welche die Übertragung der geodätischen Ergebnisse, die am Erdsphäroid ein einheitliches Triangulierungsnetz bestimmen, in die Ebene, beziehungsweise auf eine in die Ebene aufwickelbare Fläche am einfachsten ermöglicht.

2. Die Koordinatensysteme für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder so zu verteilen, daß sie bei ihrer minimalen Anzahl den theoretischen Forderungen der Wissenschaft, sowie ihrer praktischen Benützung zweckmäßig Genüge leisten.

Um die Lösung dieser technisch wichtigen Fragen möglichst klar zu machen, so erscheint es als vorteilhaft, früher, bevor man einen positiven Vorschlag für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder vorlegen wird, die Lösung der analogischen Aufgaben in einzelnen europäischen Staaten zur Neuzeit zu besprechen.

Die letzten Dezennien des vorigen Jahrhunderts bilden sozusagen in einigen europäischen Staaten eine neue Epoche für die Entwicklung der technischen Katastralvermessung. Ebenso wie bei manchen kulturellen Arbeiten, ist Frankreich auch bei der Lösung dieser Aufgabe den anderen europäischen Staaten mit gutem Beispiele vorangegangen.¹⁾

¹⁾ „Technický Obzor“ 1900, S. 227.

Frankreich war der erste Staat, welcher die Schwäche seiner alten Katastralvermessung¹⁾ eingesehen hat und als Grundlage für die neue Katastralvermessung die Gradmessungs-Triangulierung nach ihrer Vollendung und Umarbeitung für die Landesvermessungszwecke angenommen hat.

Zur Lösung dieser Aufgabe hat sich eine technische Kommission konstituiert, welche den Beschluß gefaßt hat, eine technische Instruktion zur Erneuerung des französischen Katasters auszuarbeiten.

Für die diesbezüglichen technischen Arbeiten sollte der technische Ausschuß, dessen Vorstand Ch. Lallemand, der damalige Chef des französischen Katasters, war, die nötigen grundlegenden Vorschriften verfassen. Derselbe hat in der Ausschußsitzung²⁾ vom 10. November 1897 den wichtigen Bericht über die Wahl neuer Koordinaten-Systeme vorgelegt, welcher von den Fachmännern als eine vorzügliche Lösung dieser Aufgabe angesehen wird.³⁾

Nach diesem technischen Berichte bildet die trigonometrische Triangulierung der ersten drei Ordnungen, so wie sie schon auch für die Landesvermessungszwecke vom militärischen Institute «Service géographique du dépôt de la guerre» ausgearbeitet wurde, die geometrische Grundlage für die neue französische Katastralvermessung.

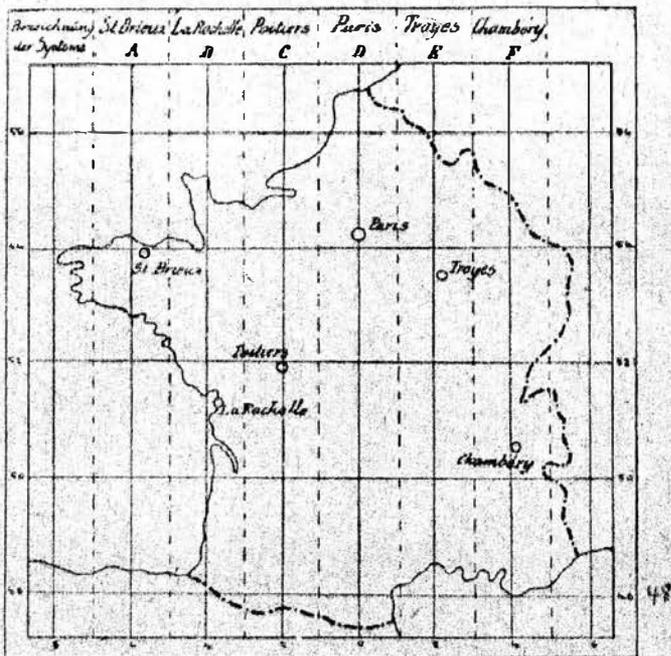


Fig. 1.

¹⁾ Die alte Katastralvermessung von Frankreich vom Jahre 1820 hat etwa 36.000 verschiedene Koordinatensysteme enthalten. Jede Gemeinde hat nämlich ein selbständiges Koordinatensystem gebildet.

²⁾ M. Ch. Lallemand: Extrait des procès-verbaux de la Sous-Commission technique. Séanc. du 10 novembre 1897. Siehe Ch. Lallemand: „Réfection du cadastre de la commune de Neuilly-Plaisance“. Turin 1899.

Jordan in der «Zeitschrift für Vermessungswesen», Jahrgang 1899, sagt ausdrücklich: „Das (nämlich der Entwurf der französischen Katastral-Koordinatensysteme von Lallemand) wäre unser deutsches Ideal, konforme Gauß'sche Projektion in Meridianstreifen“.

Zur Umarbeitung der Ergebnisse der französischen Triangulierung des genannten Institutes «Service géographique» für die Zwecke der Katastralvermessung hat dann Ch. Lallemand folgenden, in Fig. 1 dargestellten Entwurf der Einteilung neuer Koordinatensysteme vorgelegt.

Nach diesem Entwurfe ist das Gebiet der französischen Republik in sechs Streifen geteilt, von welchen jeder einzelne von zwei benachbarten Meridianbögen, dessen Längenunterschied zwei Zentesimalgrade beträgt, begrenzt ist.

Die einzelnen Streifen sind die Gebiete selbständiger Koordinatensysteme. Der mittlere Meridian jedes Streifens bildet die Abszissenachse des Systemes. Als Koordinatenursprung figurirt der Durchschnittspunkt des südlichsten, das Gebiet von Frankreich im 47.^a der nördlichen geographischen Breite begrenzenden Parallels, mit dem als Abszissenachse angenommenen Meridiane.

In den einzelnen Systemen bilden die Abszissenachse die Meridiane von 0^a, 2^a, 4^a westlicher und 2^a, 4^a und 6^a östlicher geographischer Länge von Paris (Panthéon).

Diese Systeme sind solche der rechtwinkligen konformen Gauß'schen Koordinaten. Die Wahl, wie es schon bemerkt wurde, kann man als sehr gelungen betrachten. In der praktischen Anwendung haben sich dieselben nach den persönlichen Informationen im Bureau des «Service technique du cadastre» sehr gut bewährt. Ihre Vorteile sind bedeutend für die Katastralvermessung wegen der Einfachheit der geodätischen Rechnungen, welche durch diese Koordinaten bedingt sind. —

Der preußische Staat hat dem guten Beispiele Frankreichs in der neuesten Zeit gefolgt und für die Katastral-Neuvermessung auch neue Grundlagen in der Ausarbeitung neuer Koordinatensysteme vorgeschlagen.

Für die bisherige Katastralvermessung von Deutschland hat man etwa vierzig verschiedene Koordinatensysteme benützt.¹⁾

Durch die Liebenswürdigkeit des Herrn Prof. O. Koll, Autor des erwähnten Entwurfes der neuen Einteilung von Katastral-Koordinatensystemen für die Neuvermessungen im preußischen Staate, war das betreffende Finanzministerial-Aktenstück,²⁾ in welchem dieser Entwurf ausgearbeitet ist, dem Verfasser dieses Aufsatzes zur Disposition gegeben.

Die Grundlage für die Katastralneuvermessungen bildet nach diesem Entwurfe das trigonometrische Netz der ersten und niederen Ordnungen der trigonometrischen Abteilung des preußischen Generalstabes. (Königlich-preußische Landesaufnahme).

Das Gebiet des preußischen Staates ist in elf Koordinatensysteme geteilt. Diese Systeme bilden Meridianstreifen von etwa 1½ Grad Längenunterschied.

Die Grenzlinien einzelner Systeme, welche beinahe in der Meridianrichtung durchlaufen, folgen den Grenzen der preußischen Regierungsbezirke. Ihre Ausdehnung ist in Fig. 2 dargestellt.

¹⁾ Jordan-Steppes: „Höhere Geodäsie und Topographie des Deutschen Reiches“; O. Börsch: „Anleitung zur Berechnung geodätischer Koordinaten“ etc.

²⁾ Aktenstück des königlich preußischen Finanzministeriums vom 21. November 1902, von Prof. Otto Koll.

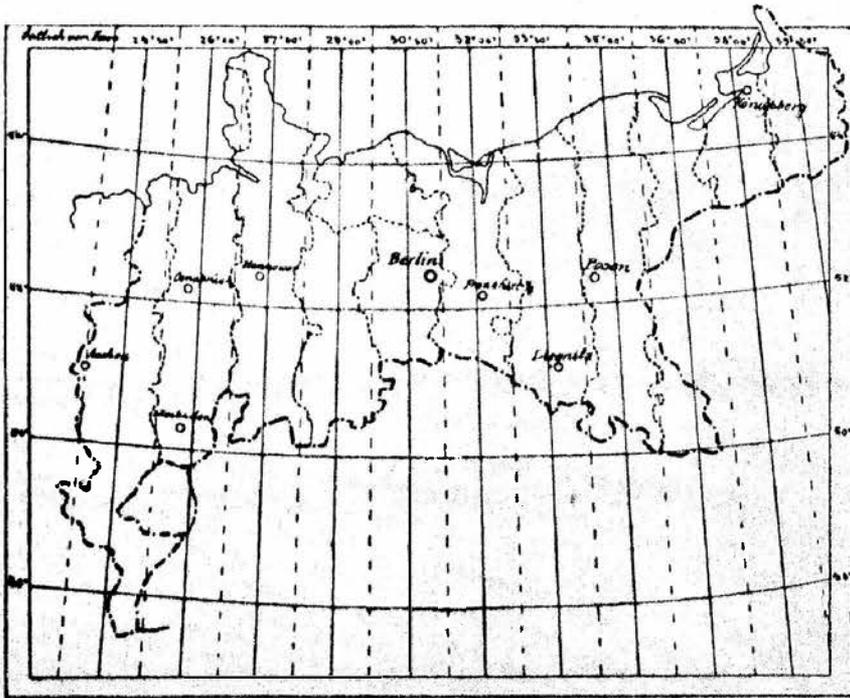


Fig. 2.

Als Abszissenachsen sind die mittleren Meridiane $24^{\circ} 30'$, $26^{\circ} 0'$, $27^{\circ} 30'$, $29^{\circ} 0'$, $30^{\circ} 30'$, $32^{\circ} 0'$, $33^{\circ} 30'$, $35^{\circ} 0'$, $36^{\circ} 30'$, $38^{\circ} 0'$ und $39^{\circ} 30'$ der östlichen Länge von Paris (Meridian von Cassini) angenommen.

Für diese Koordinatensysteme sind die rechtwinkligen Soldner'schen Koordinaten vorgeschlagen.

Bei den bisherigen preußischen Neuvermessungen arbeitet man noch nicht nach diesem neuen Entwurfe.

Das Königreich Sachsen hat ein einziges System von rechtwinkligen Soldner'schen Koordinaten mit dem Ausgangspunkte Großenhain bis jetzt für die Katastralvermessung benützt.

In der neuesten Zeit hat man sich entschlossen, die Nachteile dieses Systemes dadurch zu beheben, daß man drei Systeme von rechtwinkligen Gauß'schen konformen Koordinaten, so wie sie in Fig. 3 dargestellt sind, angenommen hat. Die

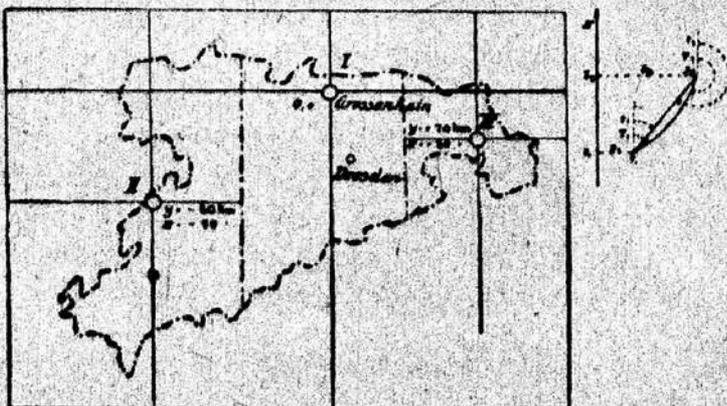


Fig. 3.

Ausdehnung der einzelnen Systeme überschreitet jetzt in der Ordinatenrichtung keinesfalls 40 km von der Abszissenachse. Die diese Einteilung betreffenden Ergebnisse wurden vom Verfasser direkt im «Zentralbureau für Steuervermessung des königlich sächsischen Finanzministeriums» zu Dresden eingeholt.

Das Königreich Bayern hat für die Katastralvermessung die bisherige trigonometrische Grundlage, nämlich die Triangulierung, beibehalten. Die Lage der Dreieckspunkte ist durch die rechtwinkligen Soldner'schen Koordinaten in einem einzigen Systeme, dessen Ausgangspunkt der nördliche Turm der Frauenkirche in München bildet, bestimmt.

In der Neuzeit hat man erkannt, daß ein einziges Koordinatensystem für ein so ausgedehntes Gebiet, wie Bayern, nicht vorteilhaft ist, weil die betreffenden Berechnungen in diesem Systeme sphärisch, beziehungsweise sphäroidisch auszuführen sind. Aus diesem Grunde wurde das Gebiet von Bayern und Rheinpfalz,¹⁾ wie man aus Fig. 4 entnehmen kann, in neun Lokal-Koordinatensysteme, die vom Münchner Hauptsysteme abgeleitet sind, zerteilt.

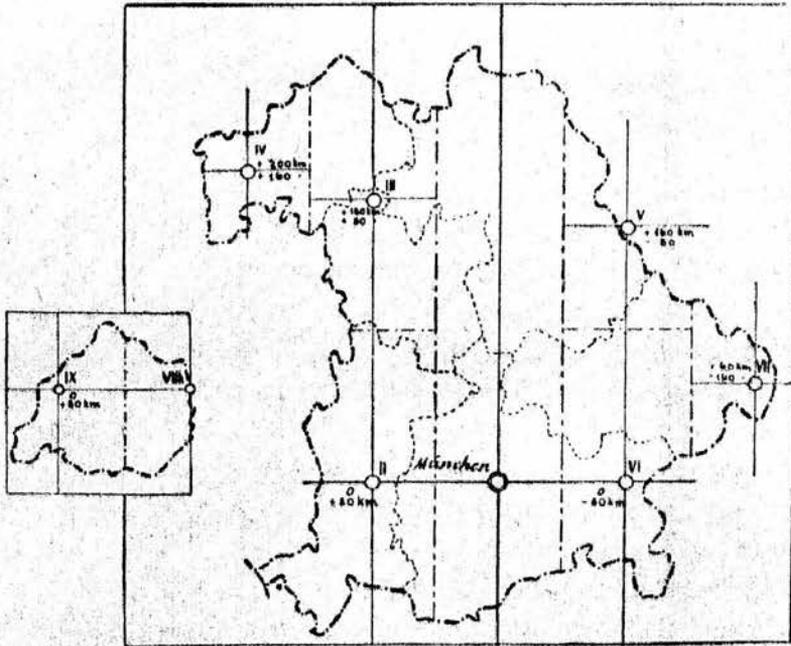


Fig. 4.

In der Schweiz haben auch die dortigen Geodäten getrachtet, für die neue Katastralvermessung das neue Dreiecksnetz so umzuarbeiten, daß die Dreieckspunkte in einem einzigen rechtwinkligen Koordinatensysteme bestimmt würden. Diese Aufgabe wurde in der Schweiz auch glücklich gelöst. Der erwähnten Bedingung: nur eines einzigen Koordinatensysteme zu benutzen, wurde wegen der mäßigen und günstigen Ausdehnung des Landes tatsächlich entsprochen. Die betreffende Frage wurde während der schweizerischen Ausstellung in Zürich im Jahre 1883 aufgerollt und zur späteren Zeit auch gelöst.²⁾

¹⁾ J. Franke: Hilfstafeln für Koordinatentransformation im Dreiecksnetze der bayerischen Landesvermessung. München 1895.

²⁾ Rosemund: Projektions-Systeme der schweizerischen Landesvermessung 1903.

Zur Übertragung der sphäroidischen Fläche in die Ebene hat man die querachsige Zylinderprojektion benützt. Die Lage der Dreieckspunkte der neuen schweizerischen Triangulierung ist durch rechtwinkelige konforme Koordinaten eines einzigen Systemes, dessen Ausgangspunkt die Sternwarte in Bern bildet, bestimmt.

Zum Schlusse dieses Abschnittes erlaubt sich der Verfasser allen Instituten, sowie jenen hochverehrten Herren, die ihn im Studium dieser Aufgabe unterstützt hatten, seinen innigen Dank auszudrücken. (Fortsetzung folgt.)

Zur Theorie des Theodolites.

Von Prof. Ehrenfeucht am baltischen Polytechnikum in Riga.

Die gewöhnlichen kleinen geodätischen Instrumente können so genau konstruiert und justiert werden, daß die übrigbleibenden Instrumentenfehler kleiner sind, als die Ablesungsfehler. Solche Instrumente können nach der Justierung als fehlerfrei angesehen werden.

Wird aber von den Messungen eine große Genauigkeit gefordert, so benutzt man präzise Instrumente, welche mit starken Fernrohren, sehr empfindlichen Libellen, sowie feinen Nonien oder Mikroskopen versehen sind. Die genaue (innerhalb der Beobachtungsfehler) Justierung solcher Instrumente ist sehr mühsam und muß oft wiederholt werden, denn auch kleine Verstimmungen, welche durch verschiedene äußere Ursachen hervorgerufen werden und bei gewöhnlichen Instrumenten nicht fühlbar sind, dürfen bei Präzisionsmessungen nicht vernachlässigt werden. In diesem Falle ist es ratsam, kleine Instrumentenfehler bleiben zu lassen, also mit dem verstimmten Instrumente zu arbeiten und den Einfluß dieser Fehler auf gemessene Winkel durch Rechnung zu berücksichtigen. Es ist dann der Winkel W nicht nur von den Ablesungen N , sondern auch von den Instrumentenfehler b, c, \dots abhängig:

$$W = f(N, b, c, \dots) \dots \dots \dots 1)$$

Da die Instrumentenfehler b, c, \dots gewöhnlich sehr klein sind, so genügt es nach der Entwicklung der Funktion f nach den Potenzen b, c, \dots nur die Glieder 1. Ordnung zu berücksichtigen. Die Glieder 2. Ordnung werden nur dazu ermittelt, um durch die numerische Ausrechnung ersichtlich zu machen, daß sie innerhalb der Beobachtungsfehler bleiben, also gleich Null angenommen werden dürfen. Bei diesen Untersuchungen wird der Einfluß jedes Instrumentenfehlers bestimmt, wobei alle anderen Fehler gleich Null gesetzt werden. Man erhält somit partielle Korrekturen des Winkels, welche durch einzelne Instrumentenfehler verursacht sind; die totale Korrektion wird endlich als Summe der Partiellen angenommen.

Es ist aber leicht zu beweisen, daß solche einfache Summierung der partiellen Korrekturen nur dann richtig ist, wenn wir uns auf die Glieder 1. Ordnung beschränken. Aus 1) ergibt sich nämlich

$$W = f(N, 0, 0, \dots) + b \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)_0 + c \left(\frac{\partial f}{\partial c} \right)_0 + \dots \\ + \frac{1}{2} b^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial b^2} \right)_0 + bc \left(\frac{\partial^2 f}{\partial b \partial c} \right)_0 + \frac{1}{2} c^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial c^2} \right)_0 + \dots \dots \dots 2)$$

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN
DES
VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Obergeometer Max Reinisch.

Nr. 8.

Wien, am 1. August 1908.

VI. Jahrgang.

Entwurf neuer Katastral-Koordinatensysteme auf der Grundlage der österreichischen Gradmessung für die im Reichs- rate vertretenen Königreiche und Länder.

Von Dr. A. Semerád, Privatdozent an der k. k. böhm. techn. Hochschule in Brünn.

(Fortsetzung).

II.

Die in den oberen Zeilen erläuterte Übersicht stellt das allgemeine Bild der Lösung dieser wichtigen technischen Frage in einigen europäischen Staaten dar. Es wird als vorteilhaft erscheinen, aus der günstigen Lösung der zu erwägenden Aufgabe in einzelnen Fällen die Belehrung zum Entwürfe neuer Katastral-Koordinatensysteme für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder zu schöpfen.

Die prinzipiellen Bedingungen, welche man bei der richtigen Lösung dieser Aufgabe streng zu erfüllen hat, sind schon am Anfange angeführt worden.

Zur Übertragung der sphäroidischen Triangulierungs-Ergebnisse in die Ebene kann man wohl verschiedene Projektionen benutzen. Je nach der Ausdehnung der betreffenden Fläche erscheinen dann aber die korrespondierenden Projektionen als vorteilhaft.

Es wäre gewiß zu wünschen, die ganze österreichische Monarchie durch eine einzige Projektion auf einmal in die Ebene zu übertragen. Eine solche Lösungsart ist aber wegen der großen Ausdehnung der projizierten Fläche nicht brauchbar. Da würden nämlich durch das Übertragen dieser sphäroidischen Fläche in die Ebene nach irgend welcher von den bekannten Projektionsarten solche große Deformationen in den projizierten Seitenlängen und Winkelwerten entstehen, welche die von der Katastral-Neuvermessung geforderte Genauigkeit unbedingt nicht zuläßt. Aus diesem Grunde ist man gezwungen, die erwähnte Forderung schon vom Anfang an außer acht zu lassen.

Damit man der Einteilung der im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder Genüge leistet, so wäre es zu erwägen, ob man vielleicht die Projektions-

arten und die Wahl der Koordinatensysteme für einzelne Kronländer selbständig treffen soll.

Bei der Lösung dieser Aufgabe, wenn sie getrennt für einzelne Kronländer ausgeführt würde, möchte man bei der zweckmäßigen Wahl der Projektionssysteme, die doch im allgemeinen durch die Ausdehnung einzelner Länder gegeben sind, zu dem Schlusse gelangen, die einzelnen Projektionsarten so zu wählen, daß sie der geometrischen Figur des betreffenden Landes am besten entsprechen. So würde man z. B. für Galizien vielleicht eine querachsige Zylinderprojektion, für Dalmatien eine schiefachsige Zylinderprojektion usw. vorschlagen.

Eine solche Lösung der Aufgabe würde aber keinesfalls vorteilhaft sein. Man würde da ein Konglomerat von verschiedenen Projektionssystemen bekommen, was die Transformation der Ergebnisse eines Systemes in das andere System nur komplizieren und erschweren würde. Das verlangte Ziel aber, für ein jedes Land auch nur ein einziges Koordinatensystem zu bekommen, würde man doch größtenteils nicht erreichen können. Trotz der Anwendung der lokalen Projektionsarten dürfte ein einziges Koordinatensystem für einzelne Länder zufolge ihrer Ausdehnung nicht genügend entsprechen, sondern man würde dann in diesem Falle einigermassen dazu gezwungen sein, auch für ein einziges Kronland mehrere Koordinatensysteme anzunehmen.

Das Bestreben bei der günstigen Lösung der Aufgabe wird dahin gehen:

1. die Anzahl der Systeme, soweit die Genauigkeit der Ergebnisse dadurch nicht beeinträchtigt wird, möglichst zu begrenzen;

2. eine einzige Projektionsart für alle Systeme zu wählen, und zwar eine solche, welche die einfachste mathematische Lösung der geodätischen Aufgaben zuläßt.

Dabei ist es aber nötig, nach Möglichkeit auch auf die zutreffende Einteilung der Koordinatensysteme in den einzelnen Kronländern Rücksicht zu nehmen.

Eine solche Lösung, welche die angeführten Bedingungen im großen Umfange möglichst erfüllt, ist im folgenden Entwurfe für die Wahl neuer Katastral-Koordinatensysteme für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder enthalten, welche sich im Prinzipie auch der Lösungsart dieser Aufgabe in Frankreich und in Deutschland nähert.

Die Einteilung neuer Katastral-Koordinatensysteme ist graphisch auf Tafel I dargestellt.

Nach diesem Entwurfe wird das ganze behandelte Gebiet in zwölf Koordinatensysteme geteilt. Diese Systeme erscheinen auf dem Erdsphäroid als schmale Meridianstreifen, welche annähernd durch Meridianbögen begrenzt werden. Der Abstand der Grenzlinien besitzt infolge der später erläuterten Bedingungen die Längendifferenz von $1^{\circ} 30'$, welche nur in verhältnismäßig kleinen Gebieten überschritten wird. Die tatsächliche Begrenzung der Systeme wird nach den Grenzen der Katastralgemeinden beziehungsweise der Kronländer, die am Umfange der Systeme ihre Grenzen haben, bewirkt, so wie es in der beigelegten Mappe ersichtlich ist. Selbstredend sind die Gemeindegrenzen als die mit den Meridianbögen zusammenfließenden Linien und nur die Landesgrenzen sind abweichend von den betreffenden Grenzmeridianen dargestellt.

Als Abszissenachsen der einzelnen Systeme sind die mittleren Meridiane der betreffenden Streifen angenommen.

Nach dem vorgelegten Entwürfe sind als Abszissenachsen folgende Meridiane, welche mit den betreffenden geographischen, von Ferro gezählten Längen bezeichnet werden, gewählt.

(Der Meridian von Ferro liegt 20° westlich vom Meridiane Cassini.)

Die Systeme haben folgende Bezeichnungen:

	Die Abszissenachse hat die geographische Länge von Ferro:
I. System (Bregenzer System)	27° 45'
II. „ (Innsbrucker System)	29° 15'
III. „ (Salzburger System)	30° 45'
IV. „ (Prager System)	32° 15'
V. „ (Wiener System)	33° 45'
VI. „ (Olmütz-Ragusaer System)	35° 15'
VII. „ (Peschener System)	36° 45'
VIII. „ (Krakauer System)	38° 15'
IX. „ (Rzeszower System)	39° 45'
X. „ (Lemberger System)	41° 15'
XI. „ (Stanislauer System)	42° 45'
XII. „ (Czernowitzer System)	44° 15'

Die Benennung der einzelnen Systeme wurde nach den Hauptstädten, die in der Nähe der Abszissenachsen liegen, gewählt.

Als Koordinatenausgangspunkte sind die Durchschnitte der genannten Abszissenachsen mit dem Äquator angenommen. Die Abszissen werden positiv vom Ursprunge gegen den Norden gezählt.

Nach dieser Definition der Abszissen werden dieselben für alle Punkte der Monarchie als positive Zahlen erscheinen. Damit man das Schreiben von überflüssigen Zahlen vermeidet, werden alle Abszissen eindeutig im Endresultate um 4000 km reduziert¹⁾. Diese, sowie die später erwähnte Ordinaten-Reduktion finden in den betreffenden geodätischen Berechnungen selbstredend die nötige Berücksichtigung.

Wenn die Koordinaten dann nach der später erwähnten Projektion in die Ebene übertragen werden, so ist es möglich, nach dem Abschlusse der Transformationsrechnungen alle Ordinaten rund um die Zahl $+ 100 \text{ km}$ zu vergrößern. Dadurch werden auch dieselben für alle Punkte des Systems als positive Zahlen erscheinen. Die angeführte Anordnung (die auch in Frankreich angewendet wurde)

¹⁾ Die Reduktion der Abszissen kann man auch für einzelne Systeme von Kronländern geteilt durchführen und zwar wird man dann folgende Reduktionszahlen für die Abszissen empfehlen:

Für die Ländergruppe:	Die Reduktion:
Böhmen, Mähren und Schlesien (ohne Teschener Kreis)	5300 km
Salzburg, Ober- und Nieder-Österreich	5200 „
Gallzien (samt dem Teschener Kreise) und Bukowina	5200 „
Tirol und Vorarlberg, Kärnten, Krain und Görz	5000 „
Dalmatien und Istrien	4600 „

ist für die lokalen ebenen Rechnungen aus dem Grunde sehr vorteilhaft, weil man dadurch die Fehler vermeiden kann, welche durch das falsche Abschreiben des Vorzeichens der Koordinatenzahlen häufig entstehen. Die Koordinaten aller Punkte des Systems werden dann nämlich nur positive Zahlen sein. Man erspart das Schreiben des Koordinatenzeichens.

Zum Übertragen der sphäroidischen Fläche der behandelten Systeme in die Ebene wird man mit Vorteil die Gauß'sche zylindrische Projektion anwenden. Der mittlere Meridian oder die Abszissenachse des Systems ist bei dieser Projektion als die Berührungskurve der zylindrischen Fläche am Sphäroid angenommen. Dadurch werden als Grundlage weiterer Lösung der Aufgabe die Gauß'schen konformen Koordinaten angenommen.

Die Theorie derselben braucht man nicht eingehend zu behandeln und es genügt, auf die Werke zu verweisen, wo sie entwickelt worden sind:

K. F. Gauß, Untersuchungen über die Gegenstände der höheren Geodäsie
Dr. W. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde.

O. Schreiber, Die konforme Doppelprojektion der trigonometrischen Abteilung der Königl. Preussischen Landesaufnahme und andere Werke.

Zur Bestimmung der Ausdehnung der Systeme in der Richtung der Parallelen dient folgende Erwägung.

Durch das Auftragen der rechtwinkligen sphäroidischen Koordinaten in die Ebene entsteht die lineare Deformation, welche nach der Theorie dieser Koordinaten durch den folgenden Ausdruck bestimmt ist:

$$m = \frac{S}{s} = 1 + \frac{y^2}{2RN} + \dots$$

wo $\frac{S}{s}$ das Verhältnis der ebenen Seite zur sphärischen (sphäroidischen) Seite, welche parallel zur Abszissenachse läuft, y die Ordinate des Seitenpunktes, \sqrt{RN} den mittleren Krümmungshalbmesser im betreffenden Orte der Fläche bedeuten.

Wenn man den Wert dieser Deformation mit der Genauigkeit vergleicht, welche man von den Ergebnissen der neuzeitigen Katastralvermessungen verlangt, die nach der Polygonal-Methode ausgeführt wird, so kann man auf diesem Wege die zulässige Ausdehnung der Systeme ableiten.

Für die präzisen Vermessungen pflegt man jetzt gewöhnlich als zulässig die lineare Abweichung mit dem Werte von 5 cm auf eine Seitenlänge von 1 km anzunehmen. Diese Abweichung liegt vollkommen in den Grenzen der unvermeidlichen Fehler bei der direkten Längenmessung und definiert das Genauigkeits-Verhältnis 1 : 20 000 der gemessenen Länge¹⁾.

Für die Grenzwerte und für den Mittelwert der geographischen Breite von Österreich:

$$\varphi = 42^\circ, 46^\circ 30', 51^\circ,$$

¹⁾ F. G. Gauß, Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmeßkunst.

beträgt die Länge des Parallelbogens von 45', die annähernd der Ordinatenlänge entspricht, folgende korrespondierende Werte:

62.1 km, 57.6 km, 52.6 km.

Diesen Ordinaten entsprechen dann die Deformationen, welche für die Seitenlänge von 1 km folgende Längenwerte in Metern ausgedrückt liefern:

0.047 m, 0.041 m, 0.034 m.

Alle diese Werte liegen in den Grenzen der erlaubten Abweichung und die Wahl der angeführten Ausdehnung der Systeme entspricht mathematisch streng der angenommenen Genauigkeitsbedingung.

Graphisch kann man die erwähnte Deformation für diesen Entwurf in den Plänen überhaupt nicht konstatieren. Nach der angeführten Verteilung der Systeme erreichen dann die Ordinaten in den Ausnahmefällen und nur für kleine Gebiete die Werte: 76 km und in Salzburg auch 85 km.

Die entsprechende Längendeformation auf die Seitenlänge von 1 km beträgt:

0.071 m und 0.089 m, oder

im Grenzfall das Verhältnis von 1 : 11300.

Übrigens können auch diese Werte keine Befürchtungen hervorrufen, weil man sie für das gegebene Gebiet mathematisch streng bestimmen kann.

Die Verteilung der Systeme mit der Ausdehnung von 45' der geographischen Länge von der Abszissenachse hat viele Vorteile:

a) Die Längendeformationen bleiben in den Grenzen der unvermeidlichen Messungsfehler.

b) Die Grenzen der Systeme schmiegen sich den Grenzen der einzelnen Kronländer nach der entworfenen Einteilung im ganzen gut an.

c) Die Katastralpläne bleiben einigermaßen im Zusammenhange mit den topographischen Militärkarten (der polyedrischen Projektion), die in der westöstlichen Richtung die Ausdehnung des Parallelbogens von 30' geographischer Länge ausweisen.

Die Katastralpläne können also in dieser Einteilung bei der Anfertigung der topographischen Karten vorteilhaft benützt werden, wie Herr Hofrat Broch auch bemerkt hat.

Es ist auch nötig, die Argumente anzuführen, welche für die Annahme der konformen Gauß'schen Koordinaten und nicht der kongruenten Soldner'schen Koordinaten entschlossen haben:

1. Die konforme Zylinderprojektion¹⁾, so wie K. F. Gauß dieselbe theoretisch abgeleitet hat, ist eine Projektion, welche durch die geometrische Bedingung definiert ist, daß das Abbild^{in der ebenen Projektion dem Urbilde der sphärischen (bezw. sphäroidischen) Fläche ähnlich bleibt.} *seiner ebener Flächen*

Die Soldner'schen Koordinaten sind keinesfalls durch eine genaue Projektion der sphäroidischen Fläche auf eine in die Ebene abwickelbare Fläche entstanden, sondern sie sind bloß eine Art der polyedrischen Projektion²⁾.

¹⁾ Siehe Jordan: Handbuch der Vermessungskunde und andere Werke.

²⁾ Rothamel, Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus J. Perthes geographischer Anstalt in Gotha. 1905.

2. Die mathematischen Reduktionsrechnungen, welche durch die Projektionsart bedingt sind, werden als ein sehr wichtiger Faktor bei der Wahl der Projektion figurieren.

Es ist zu bemerken, daß die Transformationsrechnung der geographischen Koordinaten in die rechtwinkligen Koordinaten keinesfalls für den Vorteil der gewählten Koordinaten entscheidet. Es genügt nämlich, prinzipiell diese Transformation nur für einen einzigen Punkt des Systems durchzuführen. Wenn wir aber die angeführte Transformation auch auf eine größere Anzahl von Punkten des Systems anzuwenden beabsichtigen, so ist es auch dabei gleichgültig, welche Koordinaten man von beiden Arten ableitet. Man kann nämlich nach dem einfachen Zusammenhange, durch welchen beide erwähnte Gattungen von Koordinaten gemeinschaftlich verknüpft werden, die Koordinaten einer Art aus denselben der anderen Art sehr einfach ableiten.

Die Wahl der Koordinaten wird aber wohl der Rechnungsgang entscheiden, auf welchem man die Reduktion der sphäroidischen Triangulierungsergebnisse in die ebenen Ergebnisse ausführen kann. Die Reduktionsformeln, welche zur Transformation der Seitenlängen und der sphäroidischen Richtungswinkel in die entsprechenden ebenen Größen dienen, sind bei der Gauß'schen Projektion für die geodätischen Berechnungen viel einfacher, als es bei der Soldner'schen Projektion der Fall ist. Die betreffenden Reduktionsformeln der Soldner'schen Projektion werden nämlich dadurch als kompliziert erscheinen, daß sie Faktoren enthalten, welche Funktionen der Richtungswinkel sind.

Dadurch werden die Berechnungen in der Soldner'schen Projektion auch schwieriger.

Der erwähnte, in der Soldner'schen Projektion auftretende Faktor erschwert bedeutend die Anfertigung der Rechnungsbehalte, es mögen dies entweder die Tabellen oder die Abaken sein, welche zur Bestimmung der betreffenden Reduktionen dienen. Solche Behelfe sind aber für die zugehörigen Rechnungen bei der Katastralvermessung von großer Wichtigkeit.

3. Ein anderer Vorteil der Gauß'schen Projektion für die Katastralvermessung ist ihre grundlegende Eigenschaft, daß sie konforme Bilder liefert. Diese Eigenschaft ermöglicht, daß man bei der Katastralvermessung, möge sie auch mit der trigonometrischen Triangulierung II. Ordnung anfangen, die Messungsergebnisse von sphäroidischen Richtungswinkeln ganz einfach und genau in die ebenen Ergebnisse umwandeln kann. Diese reduzierten Messungsergebnisse kann man dann zu den ebenen Ausgleichsrechnungen benützen, welche doch viel einfacher sind, als die entsprechenden sphäroidischen Berechnungen.

Dadurch erzielt man die wichtige Tatsache, daß man auf die Ausgleichsrechnungen von Triangulierungen die Ausgleichsmethode der ebenen rechtwinkligen Koordinaten der Dreieckspunkte anwenden kann. Diese Ausgleichsmethode liefert den einzigen rationellen Weg, welchen man mit Vorteil bei den Katastralvermessungen, wo diesbezügliche Rechnungen einen Riesenumfang im ganzen annehmen, benützen kann. Die erwähnte Ausgleichsmethode hat sehr wertvolle Eigenschaften gegenüber den Ausgleichungen der

beobachteten sphäroidischen Richtungen oder Winkel nach der Ausgleichungsmethode der bedingten Beobachtungen aus folgenden Gründen:

a) Die mathematische Aufstellung der Fehlergleichungen (Beobachtungs- oder Grundgleichungen) bei dieser Methode ist eine ganz einfache, wenn man hauptsächlich von den Hilfsmitteln zur Bestimmung der Differenzialquotienten der Unbekannten Gebrauch machen würde, gegenüber der nötigen, vollständig genauen Aufstellung der Bedingungsgleichungen bei der anderen erwähnten Methode.

b) Die Anzahl der zu bestimmenden Unbekannten und dadurch auch die nötige Anzahl der Normalgleichungen, die aufzulösen sind, wächst arithmetisch mit der Anzahl der auszugleichenden Punkte. Bei der Anwendung der Methode der Ausgleichung der bedingten Beobachtungen wächst die Anzahl der Bedingungsgleichungen und dadurch auch der aufzulösenden Gleichungen unverhältnismäßig schneller. Aus diesem Grunde wird diese letzterwähnte Methode, die gleichzeitige Ausgleichung einer größeren Gruppe von Punkten, ja manchmal auch nur einzelner Punkte, bei der Annahme einer großen Anzahl der geometrischen Bedingungen, sehr schwierig und unökonomisch.

c) Bei der erwähnten Ausgleichungsmethode der rechtwinkligen, ebenen Koordinaten der Triangulierungspunkte ist es möglich, die Ergebnisse der Ausgleichung in untergeordneten Fällen auch dann zu benützen, wenn ein Fehler in der Rechnung unterlaufen ist, welcher auf das Endresultat nur einen unbedeutenden Einfluß ausübt. Durch die Ausgleichungsrechnung nach dieser Methode wird die Lage des Punktes im Systeme nämlich jedenfalls bestimmt und der Rechnungsfehler bewirkt nur, daß die Quadratsumme der übrigbleibenden Fehler kein Minimum ergibt, was in den einsamen untergeordneten Fällen wohl keine unumgängliche Bedingung ist.

In dem anderen Falle aber, wenn die Ausgleichungsrechnung nämlich nach der zweiten Methode ausgeführt wird und wenn ein Fehler in die Rechnung sich einschleicht, so kann man das Resultat überhaupt nicht mehr brauchen, weil die Lage des auszugleichenden Punktes dann keinesfalls eindeutig bestimmt wird.

Es ist noch zu erwähnen, daß man zur Ausgleichung der Triangulierungspunkte nach den Koordinaten eine Menge von verschiedenen Hilfsmitteln zur Disposition hat.

Man kann oft diese Aufgabe zweckmäßig auch graphisch lösen. Bei dieser Methode liefert das Diagramm von Horský, welches bei den österreichischen Katastralämtern mit Vorteil angewendet wird, sehr gute Resultate.

Die angedeutete Koordinaten-Ausgleichungsmethode, welche durch die konformen Koordinaten ermöglicht wird, ist bei der Wahl der Katastralkoordinaten sehr wichtig und man kann sogar sagen, daß sie selbst diese Wahl bedingt, weil sie die Lösung von Triangulierungen bedeutend erleichtert. — Dabei sind die Ergebnisse doch mathematisch richtig, so daß sie die Grundlage zu den geodätisch-wissenschaftlichen Diskussionen über die Genauigkeit der ausgeglichenen Größen bilden können.

4. Die Gauß'sche Projektion bildet durch ihre Konformität eine günstige Grundlage für die Vermessungen nach der Polygonalmethode, welche vorteilhaft

durch die schon zitierte österreichische Instruktion vom Jahre 1887 für die Katastralvermessung vorgeschrieben ist. Diese Vermessungsmethode benützt nebst den direkt gemessenen Seitenlängen auch hauptsächlich die direkt gemessenen Winkel und so werden ihre Ergebnisse mit der konformen Projektion gut in Einklang gebracht.

5. Als den einzigen, selbstredend nur scheinbaren Nachteil dieser Projektion könnte man die Vergrößerung der Flächen anführen, welche durch diese Projektion gegen die Wirklichkeit, ja selbst gegen die Soldner'sche Projektion verursacht wird. Dieser Vorwurf ist aber, wie es schon gesagt wurde, nur scheinbar, weil der Fehler, der in der Fläche bei Anwendung dieser Projektion in den Grenzen der hier entworfenen Systeme entsteht, kleiner ist, als derjenige Fehler, welcher in der Fläche durch die direkten Längenmessungen entsteht, selbst dann, wenn man nur die zulässigen Fehler für die direkten Längenmessungen in Betracht zieht.

Wenn man die Grenzwerte der Ordinaten dieser Systeme von der Länge 57.6 km für die Mittelbreite in Erwägung zieht, so ist der Fehler in der Flächenvergrößerung ungefähr $\frac{1}{11250}$, also tief unter der Grenze der zulässigen Fehler für die Flächenbestimmung.

Durch die Einführung neuer Katastral-Koordinatensysteme werden den geometrischen Arbeiten neue Grundlagen gegeben, welche den Forderungen der Wissenschaft entsprechen. Ihre Ergebnisse kann man für die praktische Vermessung vorteilhaft benützen und die Resultate der auf dieser Grundlage ausgeführten Arbeiten werden auch geodätisch richtig.

Durch die Ausführung des in Erwägung gezogenen Werkes würde für die österreichische Katastralvermessung eine neue Epoche entstehen und Österreich würde einen hervorragenden Platz unter den europäischen Kulturstaaten in der Katastralvermessung einnehmen, so wie im Anfange des vorigen Jahrhunderts.

(Schluß folgt.)

Aus der Praxis der Photogrammetrie.

Von Ignaz Tschamler, techn. Offizial im k. u. k. militärgeographischen Institute in Wien

I. Die Aufnahme von Plänen.

Erfreulicherweise hat die Photogrammetrie endlich ihren Einzug in die Verfahren zur Aufnahme von Plänen erfahren. Man hat ihre außerordentliche Verwendbarkeit bei den schwierigsten Aufgaben erprobt und hiebei auf solche Einzelheiten des Verfahrens hingewiesen, die bei der Aufnahme vorteilhaft in Anwendung zu bringen sind und daher für Praktiker im Vermessungswesen von Interesse sein dürften.

Ich muß vorausschicken, daß sich die Erfahrungen, welche hier mitgeteilt werden, nicht auf diese oder jene Arbeit beziehen, sondern im Allgemeinen, also auch bei außerösterreichischen Arbeiten gesammelt wurden.

Bekanntlich stellen die photogrammetrischen Verfahren durch die Bilder die Landschaft, also den aufzunehmenden Raum, ins Zimmer des vermessenden Photogrammeters. Die Bilder sind, gestützt auf die Bilddistanz oder die Brenn-

Spezielle Fälle:

$$\begin{aligned} \text{Für } n = 2 \text{ ist: } v_1 &= -\frac{d}{2} & v_2 &= +\frac{d}{2} \\ \text{• } n = 3 \text{ •: } v_1 &= -\frac{d_1 + d_2}{3} & v_2 &= -\frac{d_2 - 2d_1}{3} & v_3 &= -\frac{d_1 - 2d_2}{3} \end{aligned}$$

Bei ungleichen Gewichten lauten die

Normalgleichungen und die Korrelatengleichungen

$$\begin{aligned} \frac{[k]}{p_1} + \frac{k_1}{p_2} + d_1 &= 0 & v_1 &= \frac{[k]}{p_1} \\ \frac{[k]}{p_1} + \frac{k_2}{p_2} + d_2 &= 0 & v_2 &= -\frac{k_1}{p_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{[k]}{p_1} + \frac{k_{n-1}}{p_n} + d_{n-1} &= 0 & v_n &= -\frac{k_{n-1}}{p_n} \end{aligned}$$

Für den speziellen Fall zweier Beobachtungen ist:

$$\begin{aligned} v_1 &= -\frac{p_2 d}{p_1 + p_2} = -\frac{m_1^2 d}{m_1^2 + m_2^2} \\ v_2 &= +\frac{p_1 d}{p_1 + p_2} = +\frac{m_2^2 d}{m_1^2 + m_2^2} \end{aligned}$$

d. h. es verhalten sich bei Doppelbeobachtungen die scheinbaren Fehler umgekehrt wie die einfachen Potenzen der Gewichte oder gerade wie die Quadrate der mittleren Fehler.

(Schluß folgt.)

Entwurf neuer Katastral-Koordinatensysteme auf der Grundlage der österreichischen Gradmessung für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder.

Von Dr. A. Semerád, Privatdozent an der k. k. böhm. techn. Hochschule in Brünn.

(Schluß).

Zur Reduktion der Polarkoordinaten ist es nötig, die Reduktionselemente der Seitenlängen sowie der Richtungswinkel für die vorgeschlagene Projektion zu ermitteln.

Bei der Lösung dieser Aufgaben sind die rechtwinkligen Koordinaten der Seiten-Endpunkte bekannt, oder sie werden als vorläufige Größen angenähert (mit ziemlich großer Toleranz) bestimmt.

Mit Hilfe der rechtwinkligen Koordinaten der Endpunkte lassen sich die Reduktionselemente der Logarithmen der Seitenlängen dann einfach ableiten.

Für die vorgeschlagene Ausdehnung der Koordinaten-Systeme kommen die höheren Glieder in der Reihenentwicklung für die Bestimmung der Seitenverzerrung in der angenommenen Projektion nicht in Betracht und dieselbe wird streng durch die Gleichung (4)

$$\log m = \log S - \log s = \frac{u}{12A^2} [y_1^2 + (y_1 + y_2)^2 + y_2^2]$$

bestimmt.

Dabei wird die sphäroidische Fläche der Systeme durch die sphärische Fläche mit dem mittleren Krümmungsradius für die Mittelbreite der Monarchie von $46^\circ 30'$ ersetzt, dessen Wert durch die schon angeführte Relation

$$\log \frac{1}{A^2} = 6.39057 - 20$$

gegeben ist.

Dann erscheint das Glied $\frac{u}{12A^2}$ als eine Konstante.

Die Seitenverzerrung wird da in Logarithmen-Einheiten durch einfache Addition von drei Summanden bestimmt, wenn man die Werte der einzelnen Summanden von der Form

$$\frac{u}{12A^2} y^2$$

kennen wird.

Für diese Ausdrücke wurde die Tabelle II gerechnet, welcher man für den Wert von y als Argument in 0.1 km die entsprechenden Tabellen-Größen in den Einheiten der 7. Logarithmen-Stelle entnehmen kann.

Tabelle II.

Y_{km}	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
4	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
5	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
6	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
7	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6
8	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.7	0.7	0.7	0.7
9	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9
10	0.9	0.9	0.9	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1
11	1.1	1.1	1.1	1.1	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.3
12	1.3	1.3	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5
13	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.7	1.7	1.7
14	1.7	1.8	1.8	1.8	1.8	1.9	1.9	1.9	1.9	2.0
15	2.0	2.0	2.1	2.1	2.1	2.1	2.2	2.2	2.2	2.2
16	2.3	2.3	2.3	2.4	2.4	2.4	2.5	2.5	2.5	2.5
17	2.6	2.6	2.6	2.7	2.7	2.7	2.8	2.8	2.8	2.9
18	2.9	2.9	2.9	3.0	3.0	3.0	3.1	3.1	3.1	3.2
19	3.2	3.2	3.3	3.3	3.3	3.4	3.4	3.5	3.5	3.5
20	3.6	3.6	3.6	3.7	3.7	3.7	3.8	3.8	3.8	3.9
21	3.9	4.0	4.0	4.0	4.1	4.1	4.1	4.2	4.2	4.3
22	4.3	4.3	4.4	4.4	4.5	4.5	4.5	4.6	4.6	4.7
23	4.7	4.8	4.8	4.8	4.9	4.9	5.0	5.0	5.0	5.1
24	5.1	5.2	5.2	5.3	5.3	5.3	5.4	5.4	5.5	5.5
25	5.6	5.6	5.6	5.7	5.7	5.8	5.8	5.9	5.9	6.0
26	6.0	6.1	6.1	6.2	6.2	6.2	6.3	6.3	6.4	6.4
27	6.5	6.5	6.6	6.6	6.7	6.7	6.8	6.8	6.9	6.9
28	7.0	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.4	7.4
29	7.5	7.5	7.6	7.6	7.7	7.7	7.8	7.8	7.9	8.0
30	8.0	8.1	8.1	8.2	8.2	8.3	8.3	8.4	8.4	8.5
31	8.6	8.6	8.7	8.7	8.8	8.8	8.9	8.9	9.0	9.1
32	9.1	9.2	9.2	9.3	9.3	9.4	9.5	9.5	9.6	9.6

<i>Y km</i>	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
33	97	97	98	99	99	100	100	101	102	102
34	103	103	104	105	105	106	106	107	108	108
35	109	110	110	111	111	112	113	113	114	115
36	115	116	117	117	118	119	119	120	120	121
37	122	122	123	124	124	125	126	126	127	128
38	128	129	130	130	131	132	133	133	134	135
39	135	136	137	137	138	139	140	140	141	142
40	142	143	144	145	145	146	147	147	148	149
41	150	150	151	152	152	153	154	155	155	156
42	157	158	158	159	160	161	161	162	163	164
43	164	165	166	167	168	168	169	170	171	171
44	172	173	174	175	175	176	177	178	179	179
45	180	181	182	183	183	184	185	186	187	187
46	188	189	190	191	192	192	193	194	195	196
47	197	197	198	199	200	201	202	202	203	204
48	205	206	207	207	208	209	210	211	212	213
49	214	214	215	216	217	218	219	220	221	222
50	222	223	224	225	226	227	228	229	230	230
51	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
52	241	241	242	243	244	245	246	247	248	249
53	250	251	252	253	254	255	256	257	257	258
54	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268
55	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278
56	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288
57	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298
58	299	300	301	302	303	304	305	307	308	309
59	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319
60	320	321	322	323	325	326	327	328	329	330
61	331	332	333	334	335	336	338	339	340	341
62	342	343	344	345	346	347	349	350	351	352
63	353	354	355	356	358	359	360	361	362	363
64	364	366	367	368	369	370	371	372	374	375
65	376	377	378	379	380	382	383	384	385	386
66	387	389	390	391	392	393	395	396	397	398
67	399	401	402	403	404	405	406	408	409	410
68	411	413	414	415	416	417	419	420	421	422
69	424	425	426	427	428	430	431	432	433	435
70	436	437	438	440	441	442	443	445	446	447
71	448	450	451	452	453	455	456	457	459	460
72	461	462	464	465	466	468	469	470	471	473
73	474	475	477	478	479	481	482	483	485	486
74	487	488	490	491	492	494	495	496	498	499
75	500	502	503	504	506	507	508	510	511	512
76	514	515	517	518	519	521	522	523	525	526
77	527	529	530	532	533	534	536	537	538	540
78	541	543	544	545	547	548	550	551	552	554
79	555	557	558	559	561	562	564	565	566	568
80	569	571	572	574	575	576	578	579	581	582
81	584	585	587	588	589	591	592	594	595	597
82	598	600	601	603	604	605	607	609	610	611
83	613	614	616	617	619	620	622	623	625	626
84	628	629	631	632	634	635	637	638	640	641
85	643	644	646	647	649	650	652	653	655	656
86	658	659	661	663	664	666	667	669	670	672
87	673	675	676	678	680	681	683	684	686	687
88	689	690	692	694	695	697	698	700	701	703
89	705	706	708	709	711	713	714	716	717	719
90	721	722	724	725	727	729	730	732	733	735
91	737	738	740	742	743	745	746	748	750	751
92	753	755	756	758	759	761	763	764	766	768
93	769	771	773	774	776	778	779	781	783	784
94	786	788	789	791	793	794	796	798	799	801
95	803	804	806	808	810	811	813	815	816	818

<i>Y km</i>	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
96	82.0	82.2	82.3	82.5	82.7	82.8	83.0	83.2	83.4	83.5
97	83.7	83.9	84.0	84.2	84.4	84.6	84.7	84.9	85.1	85.3
98	85.4	85.6	85.8	86.0	86.1	86.3	86.6	86.7	86.8	87.0
99	87.2	87.4	87.5	87.7	87.9	88.1	88.2	8.4	88.6	88.8
100	89.0	89.1	89.3	89.5	89.7	89.8	90.0	90.2	90.4	90.6
101	90.7	90.9	91.1	91.3	91.5	91.6	91.8	92.0	92.2	92.4
102	92.5	92.7	92.9	93.1	93.3	93.5	93.6	93.8	94.0	94.2
103	94.4	94.6	94.7	94.9	95.1	95.3	95.5	95.7	95.8	96.0
104	96.2	96.4	96.6	96.8	97.0	97.1	97.3	97.5	97.7	97.9
105	98.1	98.3	98.4	98.6	98.8	99.0	99.2	99.4	99.6	99.8
106	99.9	100.1	100.3	100.5	100.7	100.9	101.1	101.3	101.5	101.7
107	101.8	102.0	102.2	102.4	102.6	102.8	103.0	103.2	103.4	103.6
108	103.8	103.9	104.1	104.3	104.5	104.7	104.9	105.1	105.3	105.5
109	105.7	105.9	106.1	106.3	106.5	106.7	106.9	107.0	107.2	107.4
110	107.6	107.8	108.0	108.2	108.4	108.6	108.8	109.0	109.2	109.4
111	109.6	109.8	110.0	110.2	110.4	110.6	110.8	111.0	111.2	111.4
112	111.6	111.8	112.0	112.2	112.4	112.6	112.8	113.0	113.2	113.4
113	113.6	113.8	114.0	114.2	114.4	114.6	114.8	115.0	115.2	115.4
114	115.6	115.8	116.0	116.2	116.4	116.6	116.8	117.0	117.2	117.4
115	117.6	117.8	118.1	118.3	118.5	118.7	118.9	119.1	119.3	119.5
116	119.7	119.9	120.1	120.3	120.5	120.7	120.9	121.1	121.4	121.6
117	121.8	122.0	122.2	122.4	122.6	122.8	123.0	123.2	123.4	123.6
118	123.9	124.1	124.3	124.5	124.7	124.9	125.1	125.3	125.5	125.8
119	126.0	126.2	126.4	126.6	126.8	127.0	127.2	127.5	127.7	127.9
120	128.1	128.3	128.5	128.7	129.0	129.2	129.4	129.6	129.8	130.0
121	130.2	130.5	130.7	130.9	131.1	131.3	131.5	131.8	132.0	132.2
122	132.4	132.6	132.8	133.1	133.3	133.5	133.7	133.9	134.1	134.4
123	134.6	134.8	135.0	135.2	135.5	135.7	135.9	136.1	136.3	136.6
124	136.8	137.0	137.2	137.4	137.7	137.9	138.1	138.3	138.6	138.8
125	139.0	139.2	139.4	139.7	139.9	140.1	140.3	140.6	140.8	141.0
126	141.2	141.5	141.7	141.9	142.1	142.3	142.6	142.8	143.0	143.2
127	143.5	143.7	143.9	144.2	144.4	144.6	144.8	145.1	145.3	145.5
128	145.7	146.0	146.2	146.4	146.7	146.9	147.1	147.3	147.6	147.8
129	148.0	148.3	148.5	148.7	148.9	149.2	149.4	149.6	149.9	150.1
130	150.3	150.6	150.8	151.0	151.3	151.5	151.7	152.0	152.2	152.4
131	152.7	152.9	153.1	153.4	153.6	153.8	154.1	154.3	154.5	154.8
132	155.0	155.2	155.5	155.7	155.9	156.2	156.4	156.6	156.9	157.1
133	157.4	157.6	157.8	158.1	158.3	158.5	158.8	159.0	159.3	159.5
134	159.7	160.0	160.2	160.4	160.7	160.9	161.2	161.4	161.6	161.9
135	162.1	162.4	162.6	162.8	163.1	163.3	163.6	163.8	164.0	164.3
136	164.5	164.8	165.0	165.3	165.5	165.7	166.0	166.2	166.5	166.7
137	167.0	167.2	167.4	167.7	167.9	168.2	168.4	168.7	168.9	169.2
138	169.4	169.7	169.9	170.1	170.4	170.6	170.9	171.1	171.4	171.6
139	171.9	172.1	172.4	172.6	172.9	173.1	173.4	173.6	173.9	174.1

Nach demselben Prinzipie ist die graphische Skala auf Tafel III konstruiert und sie kann ihrer Übersichtlichkeit wegen mit Vorzug benützt werden.

In den beiden Tabellen ist man über die Grenzen der Systeme (soweit sie nur in den Grenzen der ausgezählten Meridiane betrachtet werden) bis zu den Ordinaten von 70 *km* gegangen, was in den meisten Fällen bis auf einige sehr wenige Ausnahmen völlig ausreicht. Die Skala III ist dementsprechend mit Rücksicht auf das Summenglied ($y_1 + y_2$) bis zu 140 *km* Ausdehnung geführt. Dieselbe ist so konstruiert, daß man die Einheiten der 8. Stelle (Korrektionsgröße) direkt aufgezeichnet bekommt, sonst könnte sie reduziert werden.

Aus diesen Elementar-Größen kann man durch einfache Multiplikation nach Bedarf auch die Längenverzerrung für den Ordinaten-Abstand y , die in den Logarithmen-Einheiten durch die analogische Formel

$$\log m = \frac{\mu}{2A^2} y^2$$

bestimmt wird, ableiten.

Was die Angaben der Seitenverzerrung in dieser Ausführung anbelangt, so kann man ihre Schärfe folgendermaßen präzisieren:

Für die Grenzordinaten der Systeme bei der angenommenen Ausdehnung vom Werte 62.1 km erreicht der Unterschied, der durch den Ersatz der sphäroidischen Fläche durch die definierte sphärische Fläche verursacht wird, den Wert von 0.2 und für die Ordinaten von 70 km , die nur ausnahmsweise vorkommen, den Wert von 0.3 Einheiten der 7. Dezimalstelle des Logarithmus. Wenn diese Werte aus den in der Formel (4) vorkommenden Summanden, für welche also die Tabelle II beziehungsweise die graphische Skala III zur Anwendung kommen, bestimmt werden, so erzielt man dieselbe Rechnungsschärfe.

Man wird also leicht mit Anwendung der angeführten Rechenbehelfe die Längenverzerrung in den Einheiten der 7. Dezimalstelle des Logarithmus scharf ermitteln, was für die Berechnungen im Netze der 1. Ordnung vollkommene Rechenschärfe liefert.

Der Ersatz der sphäroidischen Fläche der Systeme, durch die definierte sphärische Fläche ist also auch in diesem Falle ermöglicht, ohne daß dadurch die Resultate etwa in ihrer mathematischen Schärfe, soweit man sie benötigt, im mindesten beeinträchtigt wären.

Es bleibt nun noch übrig, die Durchführung der Reduktion der sphäroidischen Richtungen in der angenommenen Projektion zu behandeln.

Zwischen den sphäroidischen beziehungsweise sphärischen Richtungswinkeln der kürzesten Verbindungslinie der Punkte $P_1 (y_1, x_1)$, $P_2 (y_2, x_2)$ oder ihrer konformen Abbildung, die dann als eine Kurve erscheint, deren entsprechende Tangenten in ihren Endpunkten nach dem Prinzip der konformen Abbildung dieselben sphäroidischen bzw. sphärischen Richtungen ersetzen, und der kürzesten ebenen Verbindung der abgebildeten Punkte, das ist der durch dieselben bestimmten Geraden, gelten die unter 6 und 7, Seite 267, angeführten Relationen:

$$T_1 - t_1 = \frac{\varrho''}{6A^2} (x_2 - x_1) (2y_1 + y_2) \quad 6)$$

$$T_2 - t_2 = \frac{\varrho''}{6A^2} (x_1 - x_2) (y_1 + 2y_2) \quad 7)$$

Dabei ist zu bemerken, daß die Glieder höherer Ordnung für die Ausdehnung der behandelten Systeme als wertlos in diesen Relationen auszulassen sind.

Auch für diese Aufgabe kann man die sphäroidische Fläche der angenommenen Systeme durch die schon früher definierte sphärische Fläche ersetzen.

Die Abweichung in den Endresultaten der sphäroidischen und der sphärischen Berechnung bleibt sogar bei der Annahme der Seitenlänge von 50 km , also bei den Dreiecksseiten der 1. Ordnung und bei den größten Ordinaten im Systeme unter dem Werte von $0.01''$. Dies ist die Schärfe, die man bei der Angabe der Richtungswinkel in den Berechnungen im trigonometrischen Netze der 11. Ordnung,

um welche es sich weiter handelt, mathematisch behalten wird; so ist auch in diesem Falle mit verlangter Rechenschärfe die sphärische Fläche anwendbar.

Nach diesen Erwägungen wird man die oben angeführten Relationen für die diesbezüglichen weiteren Berechnungen als strenge weiter zu benützen haben.

Das Glied $\frac{c''}{6A^2}$ ist eine Konstante. Dann sind bloß die beiden übrigen Faktoren im Produkte veränderlich.

Für die Bestimmung des unter 6 und 7 vorkommenden Produktes kann man vorteilhaft vom Graphikon IV Gebrauch machen. In diesem Graphikon, welcher nach der Methode der fluchtrechten Punkte (Abaques à points alignés) konstruiert wurde, kann die linke Skala am besten als Abszissen-Differenz, die rechte Skala als Ordinaten-Summe angesehen werden. Das Produkt erscheint sofort an der Mittelskala im Durchschnitte der Verbindungslinie der entsprechenden Knoten beider Seitenskalen mit der Mittelskala.

Die Teilung der Skalen ist so geführt, daß für die Nummerierung der beiden Seitenskalen in Kilometern das Resultat an der Mittelskala in Sekunden erscheint.

Weil in den behandelten Systemen die Ordinaten die Werte von 60 km erreichen, kann das letzte Glied etwa 180 km betragen. Damit man mit der rechten Skala dann auskommt, ist die Nummerierung mit zweifachen Werten anzunehmen und selbstredend wird auch das Resultat entsprechend mit dem zweifachen Werte der Mittelskala zu entnehmen sein.

Die Anordnung im Originalgraphikon wurde folgendermaßen getroffen: für beide Seitenskalen wurde die Logarithmeneinheit 500 mm gewählt, also der Modul 500, für die Mittelskala der Modul 250; die Entfernung der Seitenskalen wurde 300 mm, damit der minimale Schnittwinkel über 30° bleibt. Auf diesem Graphikon wurde die Unterteilung der Mittelskala bis zur 0.01 Sekunde für die extremen Fälle ausgeführt. Für die Reproduktion im Graphikon auf Tafel IV ist die Unterteilung reduziert worden.

Das Graphikon wird dem Rechner wohl gute Dienste leisten. Die Schärfe seiner Resultate bei der angeführten Anordnung ist für alle weiter vorkommenden Lösungen völlig genügend, nur soll man darauf achten, die Verbindungslinien mit Hilfe vollkommener Geraden zu richten. Dieses Graphikon ersetzt mit völliger mathematischer Schärfe die weitläufigen und mühsamen Berechnungen durch eine mechanische Ablesung der Skalen, was wohl als großer Vorteil vor anderen Behelfen anzusehen ist.

Mit Hilfe der vorgelegten Rechnungsbehelfe werden die Rechenarbeiten bei der Anwendung der angenommenen Projektionsart als einmal erledigt zu betrachten sein.

Dadurch wird die gewünschte Ökonomie der Arbeiten, die man bei dem Entwürfe neuer Katastralkoordinaten für die im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder auch erreichen sollte, tatsächlich erzielt. Jetzt liegt nichts im Wege, um zu der vorgelegten wissenschaftlichen Grundlage zu greifen, wenn die Anwendung derselben, trotzdem daß sie mathematisch strenge Resultate liefert, keine besondere Rechenarbeit in der behandelten Anordnung benötigt.