

Paper-ID: VGI_190805



Die Fehlerflächen topographischer Aufnahmen

Adolf Klingatsch ¹

¹ *Graz*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **6** (2, 3), S. 35–42, 74–82

1908

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Klingatsch_VGI_190805,  
Title = {Die Fehlerfl{\a}chen topographischer Aufnahmen},  
Author = {Klingatsch, Adolf},  
Journal = {{{\0}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {35--42, 74--82},  
Number = {2, 3},  
Year = {1908},  
Volume = {6}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Obergeometer L. v. Klátecki.

Nr. 2.

Wien, am 1. Februar 1908.

VI. Jahrgang.

Die Fehlerflächen topographischer Aufnahmen.

Von Prof. Dipl. Ing. A. Klingatsch in Graz.

I.

Die Genauigkeit in der Bestimmung eines Punktes in der Ebene durch den Schnitt zweier oder mehrerer Strahlen ist bekanntlich durch den mittleren Punktfehler bestimmt, welcher letzterer in Bezug auf Größe und Richtung anzugeben ist. Hierzu bietet die Methode der kleinsten Quadrate die Mittel, indem bei einfacher Bestimmung ohne überschüssige Beobachtungen aus den bekannten, beziehungsweise anzunehmenden mittleren Fehlern der beobachteten Größen und bei mehrfacher Bestimmung aus den Messungswidersprüchen auf die mittleren Fehler der den Punkt bestimmenden rechtwinkligen Koordinaten geschlossen werden kann. Die unten angeführten Arbeiten von Helmert¹⁾ und Jordan²⁾ sind auf diesem Gebiete grundlegend gewesen.

Die erstere enthält eine ausführliche Theorie der von Bravais und André in die Geodäsie eingeführten Fehlerellipse mit zahlreichen Anwendungen auf geodätische Probleme, während in der letzteren Arbeit zum erstenmale die Kurven konstanten mittleren Punktfehlers, die sogenannten Genauigkeitskurven behandelt und auf die Fälle des Vorwärtseinschneidens, Seitwärtseinschneidens und Rückwärtseinschneidens angewendet werden.

Während die Fehlerellipse dazu dient, die Genauigkeit in einem neu zu bestimmenden Punkte nach verschiedenen Richtungen zu beurteilen, indem der geometrische Ort der Endpunkte der die mittleren Fehler darstellenden Verschiebungen die Fußpunktkurve einer Ellipse (mittlere Fehlerellipse) ist, deren Mittelpunkt mit dem ausgeglichenen Punkt zusammenfällt und deren Achsen dem größten

¹⁾ Helmert, Studien über rationale Vermessungen im Gebiete der höheren Geodäsie. Zeitschrift f. Math. u. Physik, 1868.

²⁾ Jordan, Über die Genauigkeit einfacher geodätischer Operationen. Zeitschrift f. Math. u. Physik, 1871.

und kleinsten Fehler entsprechen, bieten die Genauigkeits- oder Fehlerkurven ein Mittel, die mittleren Fehler verschiedener Punkte zu vergleichen.

Aber auch für Untersuchungen, welche die günstigste Lage neu zu bestimmender Punkte betreffen, findet sowohl die Theorie der Fehlerkurven¹⁾, als auch jene der Fehlerellipse²⁾ Anwendung.

Maßgebend jedoch für die Beurteilung der Genauigkeit eines Aufnahmeverfahrens ist der mittlere Punktfehler als Genauigkeitsmaß für dessen Lage im Raume. Das Ergebnis der geodätischen Punktbestimmung bilden die rechtwinkligen Koordinaten x, y, z , welche als Funktionen jener der gegebenen Fundamentalpunkte, sowie der gemessenen und somit mit unregelmäßigen Fehlern behafteten Bestimmungselemente anzusehen sind.

Bedeutend M_x, M_y, M_z die mittleren Fehler in x, y, z , so sind diese und somit auch der mittlere Punktfehler M Funktionen von x, y, z , so daß

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = F(x, y, z) \dots 1)$$

zu setzen ist.

Hiebei enthält 1) Koeffizienten, welche für dieselben Fundamentalpunkte, dieselben Operationen und die gleichen diese Operationen beeinflussenden Verhältnisse konstante gegebene Größen sind. Alle Punkte, welchen derselbe mittlere Punktfehler M zukommt, liegen gemäß 1) auf einer Fläche, welche als Fehlerfläche bezeichnet werden soll. Für alle mit den Meßoperationen verträglichen Werte von M erhält man daher, so lange die Bedingungen für die Unveränderlichkeit der Koeffizienten von 1) zutreffen, eine Schar von Fehlerflächen, für welche M den Parameter bildet. Jede einzelne derselben begrenzt dann dasjenige Gebiet, in welchem die von den gegebenen Punkten nach dem der Gleichung 1) zugrunde liegenden Verfahren vorzunehmenden Punktbestimmungen den durch M definierten Genauigkeitsgrad nicht überschreiten.

Werden von denselben oder aber von anderen Fundamentalpunkten Operationen vorgenommen, welche auf anderen Grundlagen beruhen, so erhält man auch eine andere Schar von Fehlerflächen. Werden dann die demselben M entsprechenden Flächen dieser beiden Scharen zum Schnitt gebracht, so liegen die betreffenden Schnittkurven auf einer neuen Fläche, welche als Grenzfläche bezeichnet werden soll. Sie begrenzt eben dasjenige Gebiet, in welchem das eine oder das andere Verfahren genauer wird, indem die Grenzfläche ihrer Erzeugung gemäß diejenigen Punkte enthält, für deren Bestimmung beide Methoden dieselbe Genauigkeit gewähren.

Die Fehlerflächen werden in allen jenen Fällen ihren Zweck, einen Einblick in die Genauigkeitsverhältnisse geodätischer Operationen zu geben, erfüllen, in welchen von einem oder von mehreren gegebenen Punkten zahlreiche neue Punkt-

¹⁾ Klingatsch, Die Bestimmung des günstigsten Punktes für das Rückwärts-Einschneiden. Zeitschrift f. Math. u. Physik, 1902.

²⁾ Eggert, Über die günstigsten Punktlagen beim „Einschneiden“. Zeitschrift f. Math. u. Physik, 1903.

Kerl, „Voranschläge“ der Genauigkeit beim trigonometrischen Punkteinschneiden. Inaugural-Dissertation, Berlin 1907.

bestimmungen durchzuführen sind, wie dies bei topographischen Aufnahmen der Fall ist.

In dieser Hinsicht kommen gegenwärtig zwei Methoden zur Verwendung, die tachymetrische und die photographische, wobei die letztere in dem stereophotogrammetrischen Meßverfahren in jüngster Zeit eine wesentliche Vervollkommnung erlangte.

Wir stellen uns in den folgenden Abschnitten die Aufgabe, die Fehlerfläche für die tachymetrische und die stereophotogrammetrische Punktbestimmung zu entwickeln, hieraus die Grenzfläche zwischen den beiden Aufnahmeverfahren abzuleiten, um dadurch, so weit dies auf theoretischem Wege möglich ist, Anhaltspunkte zu gewinnen, ob die Stereoaufnahme in Hinkunft berufen sein dürfte, die für die topographischen Arbeiten des Ingenieurs bisher fast ausschließlich angewendete Tachymetrie bezüglich der Genauigkeit zu ersetzen. Alle rein praktischen Erwägungen sind daher von den folgenden Untersuchungen auszuschließen.

II.

Zur Entwicklung der Gleichung der Fehlerfläche für die tachymetrische Punktbestimmung aus einem als fehlerfrei gegeben vorausgesetzten Fundamentalpunkte wird der Mittelpunkt O des in diesem Punkte aufgestellten Instrumentes als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems $X Y Z$ angenommen, wobei Y mit der Vertikalen durch O zusammenfallen soll.

Sind x, y, z die Koordinaten des zu bestimmenden Punktes P , α der Winkel, welchen $\overline{OP} = \rho$ mit der Projektion E auf XZ bildet, endlich ω der Winkel zwischen E und X , so ist

$$\left. \begin{aligned} x &= E \cdot \cos \omega, & y &= E \cdot \operatorname{tang} \alpha, & z &= E \cdot \sin \omega, \\ E &= \sqrt{x^2 + z^2}, & \rho &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots 2)$$

wo

Sieht man von dem hier belanglosen Einflusse der Additionskonstante des Tachymeters ab, so gibt die tachymetrische Punktbestimmung E und y nach den Gleichungen

$$E = CL \cos^2 \alpha, \quad y = CL \sin \alpha \cos \alpha, \quad \dots \dots 3)$$

wenn C die Multiplikationskonstante des Fadendistanzmessers und L den Unterschied der Ablesungen an den Seitentäden an einer lotrechten durch P gehenden geteilten Latte bedeutet, während α durch die Ablesung am Höhenkreise des Instrumentes erhalten wird.

Bezeichnen $\Delta C, \Delta L, \Delta \alpha, \Delta \omega$, die Änderungen, welche die von einander unabhängigen C, L, α, ω , infolge von Messungsfehlern erfahren, so erhält man aus 2) wegen 3), da lediglich die ersten Ableitungen zu berücksichtigen sind, für die Koordinatenänderungen $\Delta x, \Delta y, \Delta z$:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{\partial x}{\partial C} \cdot \Delta C + \frac{\partial x}{\partial L} \cdot \Delta L + \frac{\partial x}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha + \frac{\partial x}{\partial \omega} \cdot \Delta \omega \\ \Delta y &= \frac{\partial y}{\partial C} \cdot \Delta C + \frac{\partial y}{\partial L} \cdot \Delta L + \frac{\partial y}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha \\ \Delta z &= \frac{\partial z}{\partial C} \cdot \Delta C + \frac{\partial z}{\partial L} \cdot \Delta L + \frac{\partial z}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha + \frac{\partial z}{\partial \omega} \cdot \Delta \omega \end{aligned} \right\} \dots \dots 4)$$

Werden die Differentialquotienten mit Benützung von 2) und 3) durch x, y, z , resp. E ausgedrückt, so folgt

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial C} &= \frac{x}{C}, \quad \frac{\partial x}{\partial L} = \frac{x}{L}, \quad \frac{\partial x}{\partial \alpha} = -\frac{2xy}{E}, \quad \frac{\partial x}{\partial \omega} = -z \\ \frac{\partial y}{\partial C} &= \frac{y}{C}, \quad \frac{\partial y}{\partial L} = \frac{y}{L}, \quad \frac{\partial y}{\partial \alpha} = \frac{E^2 - y^2}{E} \\ \frac{\partial z}{\partial C} &= \frac{z}{C}, \quad \frac{\partial z}{\partial L} = \frac{z}{L}, \quad \frac{\partial z}{\partial \alpha} = -\frac{2yz}{E}, \quad \frac{\partial z}{\partial \omega} = x \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 5)$$

Läßt man in 4) $\Delta C, \Delta L, \Delta \alpha, \Delta \omega$, in die betreffenden mittleren Fehler und somit $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ in M_x, M_y, M_z übergehen, so wird aus 4) wegen 5)

$$\left. \begin{aligned} M_x^2 &= \left[\left(\frac{\Delta C}{C} \right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 \right] x^2 + \frac{4x^2 y^2}{E^2} (\Delta \alpha)^2 + z^2 (\Delta \omega)^2 \\ M_y^2 &= \left[\left(\frac{\Delta C}{C} \right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 \right] y^2 + \left(\frac{E^2 - y^2}{E} \right)^2 (\Delta \alpha)^2 \\ M_z^2 &= \left[\left(\frac{\Delta C}{C} \right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 \right] z^2 + \frac{4y^2 z^2}{E^2} (\Delta \alpha)^2 + x^2 (\Delta \omega)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots 6)$$

Wegen 2) und $y = \rho \sin \alpha, E = \rho \cos \alpha$ hat man aus 1) und 6)

$$M^2 = \left[\left(\frac{\Delta C}{C} \right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 + (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) (\Delta \alpha)^2 + \cos^2 \alpha (\Delta \omega)^2 \right] \rho^2 \dots \dots 7)$$

In dieser Gleichung bedeutet ΔC den mittleren Fehler in der Konstantenbestimmung, ΔL den mittleren Fehler in der Bestimmung des Lattenabschnittes L .

Wir setzen

$$\left(\frac{\Delta C}{C} \right)^2 = m_c^2, \dots \dots \dots 8)$$

wo demnach m_c ein von der Genauigkeit der Konstantenbestimmung abhängiges Fehlerverhältnis ist.

Die Unsicherheit ΔL in der Bestimmung von L ist von dem Fehler abhängig, welcher eben jeder von den beiden den Lattenabschnitt bestimmenden Lattenablesungen zukommt. Dieser Fehler hat seinen Grund in dem Ablesefehler (Zielfehler, Schätzungsfehler) an der lotrecht stehenden Latte und in dem Einflusse einer von der vertikalen Lage abweichenden Lattenaufstellung auf die Lattenablesung.

Nennt man $\Delta_1 L$ jenen Fehleranteil, welcher durch den Ablesefehler bedingt ist, hingegen $\Delta_2 L$ den zweiten durch eine fehlerhafte Lattenaufstellung verursachten, so ist

$$(\Delta L)^2 = (\Delta_1 L)^2 + (\Delta_2 L)^2 \dots \dots \dots 9)$$

Über die Abhängigkeit des Ablesefehlers von der Zielweite — hiebei dasselbe Instrument vorausgesetzt — liegen bekanntlich zahlreiche Untersuchungen vor.

So stellte Jordan¹⁾ zwischen $\Delta_1 L$ und der Distanz E die Beziehung

$$\Delta_1 L = c_1 E + c_2 E^2$$

auf, wo c_1, c_2 Koeffizienten sind, die von dem Instrument, dem Beobachter u. s. f. abhängen.

¹⁾ Jordan, Über die Abhängigkeit des mittleren Lattenablesungsfehlers von der Entfernung Zeitschrift f. Verm. 1877.

R. Wagner¹⁾ fand aus seinen Messungen, daß der mittlere Distanzfehler bei demselben Fernrohr als Zusammenwirkung des Schätzungsfehlers und des Zielfehlers nahezu proportional der Zielweite ist, so daß auch $\Delta_1 L$ proportional dem Lattenabschnitte L wäre. Bei den Messungen, wobei Entfernungen zwischen 50 m und 500 m vorkommen, wurde die Latte normal zur Visur gestellt.

Lorber²⁾ gibt für das Quadrat des mittleren Ablesefehlers λ den Ausdruck

$$\lambda^2 = c_0 + c_1 E + c_2 E^2,$$

in welchem auch der von der Libelle hervorgerufene Fehler berücksichtigt ist, ein Gesetz, welches unabhängig hievon auch von Vogler³⁾ aufgestellt wurde.

Hiernach wäre in erster Näherung der mittlere Ablesefehler proportional der Quadratwurzel aus der Zielweite, welche Beziehung auch durch die Untersuchungen von Reinhertz⁴⁾, wenigstens für die beim Nivellieren gebräuchlichen Zielweiten, ihre Bestätigung findet.

C. Wagner⁵⁾ kommt zu dem Schlusse, daß für Distanzmessungen der Schätzungsfehler besser proportional der Zielweite, für Nivellierungen hingegen proportional der Quadratwurzel aus jener zu setzen sei; ein Ergebnis, nach welchem im allgemeinen für größere Distanzen das erste, für kleinere Entfernungen das zweite Fehlergesetz anzunehmen wäre, welcher Vorgang auch vom Verfasser⁶⁾ für die genauere Konstantenbestimmung von Fadendistanzmessern eingeschlagen wurde.

Die Beobachtungen von Kummer⁷⁾ geben überhaupt eine näherungsweise proportionale Zunahme des Schätzungsfehlers mit der Zielweite, sowie auch in letzterer Zeit Jordan und Reinhertz den Entfernungfehler für Fadendistanzmessungen proportional der Distanz angenommen haben.

Mit Rücksicht auf den Umstand, daß sich ein allen Verhältnissen Rechnung tragendes Gesetz überhaupt nicht aufstellen läßt, setzen wir im Sinne der letzten Angaben

$$\Delta_1 L = m_f \cdot L, \dots \dots \dots 10)$$

wo also m_f ein von dem Lattenablesungsfehler abhängiges Fehlerverhältnis ist.

Für den durch die fehlerhafte Lattenaufstellung hervorgerufenen Fehler $\Delta_2 L$ in der Bestimmung des Lattenabschnittes kann bekanntlich⁸⁾ mit großer Annäherung

¹⁾ R. Wagner, Über die mit dem Reichenbach'schen Distanzmesser erreichbare Genauigkeit und einige Erörterungen der Fehlerursachen desselben. Zeitschrift f. Verm. 1886.

²⁾ Lorber, Das Nivellieren. Wien 1894.

³⁾ Vogler, Lehrbuch der praktischen Geometrie. II. Teil: Höhenmessungen. Braunschweig 1894.

⁴⁾ Reinhertz, Schätzungsgenauigkeit an Maßstäben, insbesondere an Nivellierlatten. Zeitschrift f. Verm. 1894, 1895, 1897.

⁵⁾ C. Wagner, Schätzungsgenauigkeit an Nivellier- und Distanzskalen. Zeitschrift f. Vermessungsw. 1896.

⁶⁾ Klingatsch, Zur Konstantenbestimmung der Fadendistanzmesser. Zeitschrift f. Vermessungsw. 1903

⁷⁾ Kummer, Genauigkeit der Abschätzung mittelst Nivellierfernrohres. Zeitschrift f. Vermessungsw. 1897.

⁸⁾ Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, II. Auflage 1877; I. Band.

$$\Delta_2 L = m_2 \cdot \text{tang } \alpha \cdot L \dots \dots \dots 11)$$

gesetzt werden, wenn m_2 den Winkel bezeichnet, den die Latte mit der Vertikalen ihres Aufstellungspunktes einschließt.

Mit 10) und 11) wird aus 9)

$$(\Delta L)^2 = (m_1^2 + m_2^2 \text{ tang}^2 \alpha) L^2 \dots \dots \dots 12)$$

Setzt man in 7) für $\Delta \alpha$, $\Delta \omega$, bezüglich m_α , m_ω , so folgt mit 8) und 12) aus jener

$$M^2 = [(m_c^2 + m_l^2 + m_\alpha^2) + (m_\alpha^2 + m_\omega^2) \text{ tang}^2 \alpha + m_\omega^2 \cdot \cos^2 \alpha] \cdot \rho^2 \dots \dots \dots 13)$$

oder

$$M^2 = f(\alpha) \cdot \rho^2 = F(x, y, z).$$

Für einen konstanten Wert von M gibt demnach 13) die Gleichung der Fehlerfläche für die tachymetrische Punktbestimmung.

Die Fehlerflächen sind demnach zu XZ symmetrische Rotationsflächen vierten Grades mit Y als Drehungsachse.

III.

Von der durch 13) gegebenen Fläche kommt als Fehlerfläche tatsächlich nur diejenige Zone in Betracht, welche mit dem Instrumente noch bestrichen werden kann. Diese Zone ist somit durch die dem größten Winkel $\pm \alpha$ entsprechenden Kreisschnitte begrenzt, längs welcher mit dem Tachymeter noch Einstellungen und Lattenablesungen möglich sind. Die in 13) auftretenden mittleren Teilfehler, also die Koeffizienten von 1) sind ferner der Größe nach innerhalb angebarbarer, von dem verwendeten Apparat und dem Beobachter abhängigen Grenzen bekannt, so daß es naheliegend ist, die Fehlerfläche 13) durch eine einfachere, nämlich eine Rotationsfläche zweiten Grades, zu ersetzen, welche mit ausreichender Annäherung das Fehlergesetz zum Ausdrucke bringt.

Wir setzen zu diesem Zwecke, da gemäß 13) Y die Drehungsachse ist

$$M^2 = (A \cos^2 \alpha + B \sin^2 \alpha) \cdot \rho^2 = \varphi(\alpha) \cdot \rho^2 \dots \dots \dots 14)$$

Von den verschiedenen Bedingungen, welche zur Entwicklung der die Halbachsen bestimmenden Konstanten A , B gestellt werden können, um die Aufgabe zu bestimmen, benützen wir eine, welche sich aus der Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die näherungsweise Darstellung gegebener Funktionen ergibt.

Es sollen nämlich A und B aus der Bedingung hergeleitet werden, daß $[\epsilon \epsilon]$ ein Minimum wird, wenn

$$\epsilon = \varphi(\alpha) - f(\alpha) \dots \dots \dots 15)$$

der Repräsentant aller Fehlergleichungen ist, die entstehen, wenn man α alle Werte zwischen $-\alpha$ und $+\alpha$ in den Intervallen $d\alpha$ annehmen läßt. Wegen der Symmetrie von 13) genügt es, die Integrationen auf die Grenzen 0 und α zu beschränken.

Mit 13), 14), 15) lauten dann die beiden zur Bestimmung von A und B dienenden Gauß'schen Normalgleichungen:

$$\left. \begin{aligned}
 A \int_0^\alpha \cos^4 \alpha \, d\alpha + B \int_0^\alpha \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \, d\alpha &= (m_c^2 + m_l^2 + m_\alpha^2) \int_0^\alpha \cos^2 \alpha \, d\alpha + \\
 &+ (m_\alpha^2 + m_\beta^2) \int_0^\alpha \sin^2 \alpha \, d\alpha + m_\omega^2 \int_0^\alpha \cos^4 \alpha \, d\alpha \\
 A \int_0^\alpha \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \, d\alpha + B \int_0^\alpha \sin^4 \alpha \, d\alpha &= (m_c^2 + m_l^2 + m_\alpha^2) \int_0^\alpha \sin^2 \alpha \, d\alpha + \\
 &+ (m_\alpha^2 + m_\beta^2) \int_0^\alpha \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha \, d\alpha + m_\omega^2 \int_0^\alpha \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \, d\alpha.
 \end{aligned} \right\} \dots 16)$$

Werden keine größeren Fernrohrneigungen als $\alpha = 30^\circ$ vorausgesetzt, so erhält man aus 16) für die

Annahme a):

$$m_c = 0.0001, \quad m_l = 0.001; \quad m_\alpha = m_\omega = \frac{60''}{206265}, \quad m_\beta = 0, \\
 A = 117865 \cdot 10^{-11}, \quad B = 120110 \cdot 10^{-11}; \quad \dots \dots \dots 16a)$$

hingegen für die

Annahme b):

$$m_c = 0.001; \quad m_l = 0.002; \quad m_\alpha = m_\omega = \frac{60''}{206265}, \quad m_\beta = 0, \\
 A = 516405 \cdot 10^{-11}, \quad B = 525532 \cdot 10^{-11} \dots \dots \dots 16b)$$

Die zweite Annahme entspricht einem mittleren Fehlerverhältnis m_l in der Bestimmung des Lattenabschnittes, wie ein solches unter günstigen Umständen bei topographischen Arbeiten zu technischen Zwecken vorausgesetzt werden kann, während die erste Annahme genaue Arbeiten und entsprechende Instrumente voraussetzt.

Die nachstehende Tabelle gibt für die dort angegebenen α die nach 13) berechneten M , ferner die aus 14) mit 16a) und 16b) erhaltenen M' , endlich die Differenzen $M - M' = \Delta M$.

α	a)			b)		
	$10^8 \cdot \frac{M'}{\rho}$	$10^8 \cdot \frac{M}{\rho}$	$10^8 \cdot \frac{\Delta M}{\rho}$	$10^8 \cdot \frac{M'}{\rho}$	$10^8 \cdot \frac{M}{\rho}$	$10^8 \cdot \frac{\Delta M}{\rho}$
0	108556	108592	+36	227246	227359	113
5	108573	108598	+25	227260	227360	100
10	108597	108601	+4	227306	227361	55
15	108635	108611	-24	227379	227369	-10
20	108686	108653	-33	227481	227389	-92
25	108750	108744	-6	227604	227432	-172
30	118824	108916	+92	227747	227514	-233

Ersetzt man demnach 13) durch 14), so ist für die beiden Annahmen im allgemeinen $\frac{\Delta M}{M} < \frac{1}{1000}$. Die Abplattung des Rotationsellipsoides 14) ist dann eine geringe; sie wird jedoch wesentlich stärker, wenn auch ein Lattenaufstellungsfehler m_2 vorausgesetzt wird. Weicht beispielsweise die Latte um 30' von der richtigen, der vertikalen Lage ab, so erhält man, wenn sonst die Werte b) beibehalten werden aus 16)

$$A = 458810 \cdot 10^{-11}, \quad B = 101696 \cdot 10^{-9},$$

so daß für $\alpha = 10^0$

wird.
$$\frac{10^8 \cdot M'}{\varrho} = 274174, \quad \frac{10^8 \cdot M}{\varrho} = 274537, \quad \frac{10^8 \cdot \Delta M}{\varrho} = 363$$

Für die folgenden Untersuchungen wird als Fehlerfläche die durch 14) gegebene benützt, deren Gleichung mit $M' = K$ in rechtwinkligen Koordinaten

$$A(x^2 + z^2) + By^2 = K^2 \dots \dots \dots 17)$$

ist, wo A und B für gegebene Teilfehler aus 16) zu bestimmen sind und K den Parameter für die ganze Schar bedeutet.

Ein Näherungsverfahren in der Methode der kleinsten Quadrate.

Von Prof. Karl Fuchs in Preßburg.

(Schluß).

II.

Eine Erweiterung der Methode.

Die soeben beschriebene Methode läßt sich in der Richtung erweitern, daß wir die Verbesserungen $\xi, \eta \dots$ nicht einzeln, sondern paarweise berechnen. Wir gehen danach von folgendem dynamischen Vorgang aus.

Nachdem wir die Stangen in gewissen Elongationen $\xi_0, \eta_0 \dots$ fixiert und sämtliche Kolben freigegeben haben, sollen sich die Kolben in den einzelnen Pumpenreihen in die Abstände $\lambda_1, \lambda_2 \dots$ von den betreffenden Knoten gestellt haben. Es würde nun folgen, daß wir sämtliche Kolben festhalten und sämtliche Stangen frei geben. Wir wollen aber anders verfahren; wir geben zwei Stangen, etwa X und Y frei, dafür aber geben wir in den betreffenden zwei Kolumnen, also in der ersten und zweiten Kolumne, auch sämtliche Kolben frei, so daß nun die Verschiebungen ξ_0, η_0 , durch die die Stangen eine neue Gleichgewichtslage erhalten, von einander abhängig werden. Wir wollen nun die Gleichgewichtsbedingungen aufstellen.

In der eintretenden neuen Gleichgewichtslage sind die beiden Stangen um die Strecken ξ_0 und η_0 nach oben gerückt. Zugleich sind die Kolben $a_1, a_2 \dots$ der ersten Kolumne um Strecken $\mu_1, \mu_2 \dots$ nach oben gerückt und die Kolben $b_1, b_2 \dots$ der zweiten Kolumne sind um Strecken $\nu_1, \nu_2 \dots$ nach oben gerückt.

Winkel zwischen den beiden Armen kann an einem mit dem beweglichen Arm festverbundenen Kreisbogen und dem mit α festverbundenen Index e abgelesen werden. Es werden nun die Nullstriche der beiden beweglichen Lineale auf einen und denselben Hauptstrich des festen Lineals eingestellt und die beiden Lineale festgeklemmt. Darauf stellt man (mit Hilfe der Teilung am Kreisbogen) den Arm α' senkrecht zu den Linealen und markiert auf dem Papier den Punkt N , der mit einer festen Marke M an der Kante des Armes α' koinzidiert. Dieser Punkt entspricht dem Punkt 1 der Figur 5 und die durch S parallel zu den Linealen gedachte Gerade bildet die Grundlinie. Man dreht nun den beweglichen Arm so weit, bis die äußere Kante durch den nächstliegenden Eckpunkt des gegebenen Polygons (Punkt 2 der Figur 5) hindurchgeht, klemmt den beweglichen Arm mit dem Schraubchen d an das Indexlineal fest, verschiebt (nach Lösung des Schraubchens c) das Indexlineal samt dem ganzen Winkelstück soweit bis die Kante von α' wieder durch N hindurchgeht und schraubt c wieder zu. Die neue Lage des Punktes S entspricht nun dem Punkt $1'$. Dann dreht man wieder (nach Lösung von d) den Arm α' bis zum folgenden Punkt 3 des Polygons, schraubt d fest und verschiebt wieder das ganze Winkelstück mit dem Indexlineal bis zum Punkt 2. So setzt man das Verfahren fort bis zur Konstruktion desjenigen Punktes der Grundlinie (Punkt $10'$ in der Fig. 5), welcher dem Endpunkt des Umfanges des gegebenen Polygons zugeordnet ist. Das so erhaltene rechtwinklige Schlußdreieck $(0, 10', 11, 0)$, dessen Höhe konstant, nämlich gleich der Entfernung der Marke M von dem Drehungspunkt S ist, hat einen Flächeninhalt, der durch die letzte Stellung des Index an der auf ff gezeichneten und auf gg bezifferten Teilung angegeben wird. (Schluß folgt.)

Die Fehlerflächen topographischer Aufnahmen.

Von Prof. Dipl. Ing. A. Klingatsch in Graz.

(Schluß).

IV.

Die Fehlerfläche für die stereophotogrammetrische Punktbestimmung beziehen wir auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Anfangspunkt O_1 mit dem Hauptpunkte des Kameraobjektives des über dem einen — als fehlerfrei vorausgesetzten — der beiden die Standlinie bestimmenden Fundamentalpunkte aufgestellten Instrumentes zusammenfallen soll.

Ist O_2 die Projektion des zweiten Fundamentalpunktes auf die durch O_1 gehende Horizontalebene, so nehmen wir $O_1 O_2$ als Richtung der X . Die Bildebene wird bei den Aufnahmen in beiden Standpunkten vertikal und parallel zu $O_1 O_2$ vorausgesetzt; wird schließlich die Vertikale durch O_1 als Richtung der Y angenommen, so ist jene der Z parallel zur optischen Achse des Apparates.

Bezeichnen $\xi_1 \eta_1, \xi_2 \eta_2$ die auf das Achsenkreuz der Aufnahmsplatten bezogenen Bilder desselben Punktes, ferner $\xi_1 - \xi_2 = a$ die stereoskopische Parallaxe,

f die Bilddistanz, $O_1 O_2 = l$ die Projektion der Standlinie auf XY , endlich x, y, z die Koordinaten von P , so gelten die Gleichungen¹⁾

$$x = \frac{l}{\alpha} \xi_1, \quad y = \frac{l}{\alpha} \eta_1, \quad z = \frac{l}{\alpha} f \dots \dots \dots 18)$$

Da l, f, ξ, η, α von einander unabhängige gemessene Größen sind, hat man aus 18)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial l} &= \frac{x}{l}, & \frac{\partial x}{\partial \xi_1} &= \frac{z}{f}, & \frac{\partial x}{\partial \alpha} &= -\frac{xz}{fl} \\ \frac{\partial y}{\partial l} &= \frac{y}{l}, & \frac{\partial y}{\partial \eta_1} &= \frac{z}{f}, & \frac{\partial y}{\partial \alpha} &= -\frac{yz}{fl} \\ \frac{\partial z}{\partial l} &= \frac{z}{l}, & \frac{\partial z}{\partial f} &= \frac{z}{f}, & \frac{\partial z}{\partial \alpha} &= -\frac{z^2}{fl} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 19)$$

Bezeichnet m_b den mittleren Fehler der gemessenen und auf den Horizont von O_1 reduzierten Standlinie, m_t jenen in der Bildweitenbestimmung, m_x, m_y die mittleren Fehler in der Koordinatenausmessung, endlich m_a den mittleren Fehler in der Parallaxenbestimmung, so hat man, da unbeschadet der Allgemeinheit $m_x = m_y = m_t$ gesetzt werden kann, aus 1) mit $M = K$ die Gleichung der Fehlerfläche

$$(x^2 + y^2 + z^2) (\alpha + bz^2) + cz^2 = K^2 \dots \dots \dots 20)$$

wo

$$\alpha = \frac{m_b^2}{l^2}, \quad b = \frac{m_a^2}{f^2 l^2}, \quad c = \frac{3 m_x^2}{f^2} \dots \dots \dots 21)$$

ist und K den Parameter für die Flächenschar bedeutet.

Der Ort gleich genauer Punktlagen ist demnach eine zu XY symmetrische Rotationsfläche vierten Grades mit Z als Drehungsachse.

Da 20) auch in der Form

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &= \frac{\lambda^2 - c}{b} \\ \alpha(x^2 + y^2) + (\alpha + \lambda^2)z^2 &= K^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 20')$$

gegeben werden kann, wenn λ einen Parameter bedeutet, so entsteht die einem gegebenen K entsprechende Fläche aus den Schnitten der den Werten λ entsprechenden, mit O_1 konzentrischen Kugeln mit den denselben Werten entsprechenden konzentrischen affinen Rotationsellipsoiden mit Z als Drehungsachse und XY als Affinitätsbene.

V.

Wird für zwei von demselben Fundamentalspunkte vorzunehmende Operationen nach dem tachymetrischen und dem Stereoverfahren der Anfangspunkt O des in II. benützten Achsensystems mit jenem O_1 des in IV verwendeten als zusammenfallend angenommen und die X und Y so wie in IV angegeben gewählt, so bestimmen gemäß der in I gegebenen Definition 17) und 20), in welchen dann K denselben Wert des Punktfehlers bedeutet, die Grenzfläche zwischen den beiden Aufnahmemethoden.

¹⁾ Schell, Die stereophotogrammetrische Bestimmung der Lage eines Punktes im Raume. Wien 1904.

Die den obigen Werten von z entsprechenden Kegelschnitte 26) degenerieren als Spezialität der Parabeln in die vier zu X parallelen auf der Fläche liegenden geraden Linien 31).

Wird in 27)

$$b' = bz^2, \text{ oder } z = \pm \sqrt{\frac{b'}{b}}$$

so genügen 22) die beiden Werte

$$w = \pm \sqrt{-\frac{b'a'}{be'}} \dots \dots \dots 32)$$

Die entsprechenden Kurven U 26) zerfallen dann in die vier zu Y parallelen auf der Fläche liegenden geraden Linien 32).

Ist endlich in 27) $bz^2 + c' = 0$, so liegen in den Abständen

$$z = \pm \sqrt{-\frac{c'}{b}}$$

vier zu XY parallele Gerade

$$y = \pm x \cdot \sqrt{\frac{c}{c+e'}}$$

auf der Fläche, welche sich paarweise auf Z schneiden.

Jedem konstanten Werte von u entspricht nach 24) und 25) als Kurve V ein sphärischer Kugelschnitt, dessen Projektionen auf die drei Koordinatenebenen somit Kegelschnitte sind. Da in den Fällen der Anwendung A, B, a, b, c positive Größen sind und ebenso $e' > 0$ und $b' > a' > 0$ vorausgesetzt werden kann, so sind diese Projektionen auf XZ und XY Ellipsen, auf YZ Hyperbeln.

Weitere Eigenschaften dieser Fläche, ebenso die Fehlerfläche der älteren photogrammetrischen Aufnahme (Meßtischphotogrammetrie), endlich die Grenzfläche zwischen dieser und der Stereoaufnahme sind in der unten angeführten Abhandlung¹⁾ des Verfassers enthalten.

VI.

Die in dem vorhergehenden Abschnitte behandelte Grenzfläche bezieht sich auf den den beiden Aufnahmen gemeinsamen als fehlerfrei vorausgesetzten Punkt. Für die Tachymeteraufnahme ist gemäß der Herleitung der betreffenden Fehlerfläche darunter der Instrumentenmittelpunkt zu verstehen; bei der Stereoaufnahme ist damit der Hauptpunkt des Objektivs des über demjenigen Punkte der Standlinie aufgestellten Apparates gemeint, von welchem aus die zur Bestimmung der Koordinatenabmessungen x_1, y_1 dienende Aufnahme geschieht. Die zweite Aufnahme in dem zweiten Punkte der Standlinie, dessen Projektion auf die Horizontalebene des ersten, beziehungsweise die Horizontalebene des betreffenden Instrumentenhorizontes eben die Lage der X bestimmt, bezweckt lediglich die Ermittlung der stereoskopischen Parallaxe α .

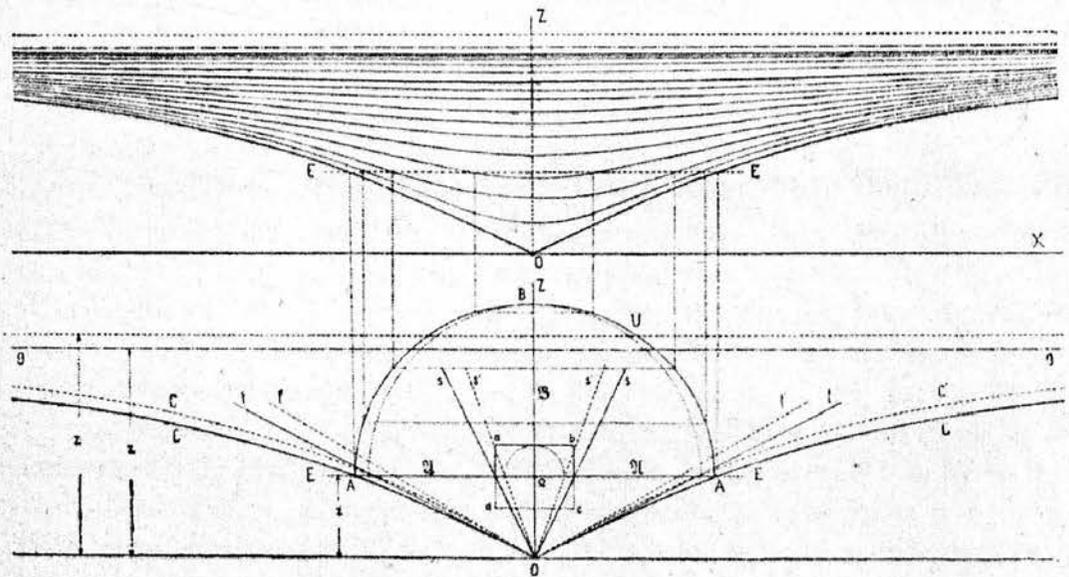
In diesem Sinne kann man daher von einer Stereoaufnahme in einem Punkte sprechen und diese mit einer Tachymeteraufnahme in demselben Punkte vergleichen.

¹⁾ Klingatsch, Die Fehlerflächen topographischer Aufnahmen. Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie d. Wissenschaften in Wien; Mai 1907.

In der Figur ist eine Darstellung der Fläche bezüglich der in Betracht kommenden Hälfte, wobei die XZ als Zeichnungsebene angenommen ist, gegeben.

Der Konstruktion liegen für die Tachymeteraufnahme die Annahmen a) von III zugrunde, so daß sich A und B aus 16a) ergaben.

Für die Stereoaufnahme machen wir die nachstehenden, mit den bisherigen praktischen Erfahrungen übereinstimmenden Annahmen. Das Fehlerverhältnis der gemessenen und auf den Horizont von O reduzierten Basis l sei $\frac{m_b}{l} = \sqrt{a} = 0.001$, die mittleren Fehler m_x, m_y, m_a der im Stereokomparator zu bewirkenden Abmessungen x_1, y_1, a wären $m_x = m_y = 0.1 \text{ mm}$, $m_a = 0.01 \text{ mm}$; der mittlere Fehler in der Bildweitenbestimmung $m_t = 0.1 \text{ mm}$.



Da die Grenzfläche diejenigen Punkte enthält, welche sich durch das tachymetrische und das Stereoverfahren gleich genau ergeben, so dürfen bei dem letzteren auch keine größeren, von demselben Standpunkte zu bewältigenden Entfernungen vorausgesetzt werden als bei dem ersteren, Entfernungen ρ also, welche etwa 600 m nicht überschreiten, womit die Annahme $l = 50 \text{ m}$ ihre Begründung findet.

Die Bildweite des Apparates wurde nach einer der neuesten von Zeiß angefertigten Typen mit $f = 180 \text{ mm}$ bei einem Plattenformat 13×18 angenommen.

Da durch diese Angaben die Koeffizienten 23) bestimmt sind, so können für anzunehmende z die \mathfrak{A} und \mathfrak{B} nach 27) berechnet werden, wodurch die Grundlage für die Darstellung der Fläche gegeben ist.

In 27) wird hiebei

$$a' = bz^2 \text{ für } z_1 = 380.4 \text{ m}, \quad b' = bz^2 \text{ für } z_2 = 403.6 \text{ m}$$

während, da $c' > 0$, stets $bz^2 + c' > 0$ bleibt.

Für $0 < z < z_1$ sind daher die Kurven U Ellipsen, für $z_1 < z < z_2$ hingegen Hyperbeln.

Mit $z = z_1$ erhält man, da nur positive z in Betracht kommen, die beiden zu X parallelen der Gleichung 31) entsprechenden auf der Fläche liegenden Ge-

raden g in dem Abstände $y = \pm 2443 \text{ m}$ über XZ . Die beiden zu XY parallelen Ebenen $s = \pm s_2$ werden dann zu den reellen asymptotischen Ebenen der Fläche.

Der obere Teil der Figur gibt die Darstellung der Fläche im Maßstab 1:100 durch Schichtenkurven; die Schichtenhöhe ist 100 m für $0 < y < 1000 \text{ m}$, hingegen 200 m für $1000 \text{ m} < y < 2000 \text{ m}$. Die Schichtenkurven, welche sich demnach als Schnitte äquidistanter, zu XZ paralleler Ebenen ergeben, sind Kurven vierter Ordnung; die Schnitte ihrer Ebenen mit der Ebene $s = s_1$ geben für die betreffende Kurve die eine von den beiden reellen Asymptoten.

Der untere Teil der Figur zeigt den in der Entfernung $s = 150 \text{ m}$ parallel zu XY geführten und in die XZ umgelegten Schnitt, also die Ellipse U , sowie die Bestimmung derjenigen Punkte ihres Umfanges, welchen gegebene Werte y entsprechen. In der Figur ist ferner C der Schnitt der Fläche mit XZ , C' der in die XZ umgelegte Schnitt der YZ mit der Fläche. Die Schnitte der zu YZ parallelen Ebenen sind Kurven vierter Ordnung, welche im Schnitt ihrer respektiven Ebenen mit $s = s_2$ die eine von den beiden reellen Asymptoten haben.

Die Fläche gibt also gewissermaßen eine ideale Terrainform; alle auf ihr gelegenen Punkte werden nach beiden Methoden der Punktbestimmung gleich genau erhalten. In dem zwischen der XY und der Grenzfläche gelegenen Raume wäre das Stereoverfahren, in dem übrigen Raume das tachymetrische Verfahren genauer. Nun ist aber jede der beiden Operationen bezüglich ihrer Durchführbarkeit von dem angenommenen Fundamentalpunkt auf eine bestimmte Zone beschränkt. So ist die Tachymeteraufnahme von demselben Punkte aus auf Entfernungen $\rho \lesssim 600 \text{ m}$ und Höhenwinkel $\alpha \lesssim 30^\circ$ zu beschränken, welcher letzterer Umstand eben in III zur Herleitung einer genäherten Fehlerfläche 14) führte. Bei der Stereoaufnahme hingegen sind die von demselben Standpunkte zu beherrschenden Entfernungen wesentlich größer, hingegen kommt hier nur derjenige Raum in Betracht, der durch beide Aufnahmen abgebildet werden kann.

Lediglich diejenigen Teile der Grenzfläche, welche durch die beiden hier in Betracht kommenden Operationen von dem der Grenzfläche zugrunde liegenden Fundamentalpunkte tatsächlich bestimmt werden können, sind für die Beurteilung der Genauigkeitsverhältnisse maßgebend.

Im vorliegenden Falle schneidet jede durch die Z gehende Ebene die Fläche in einer Kurve vierter Ordnung, welche in O einen Doppelpunkt besitzt.

Für den ebenen Schnitt mit XZ ergeben sich die Richtungen der Tangenten t in O aus

$$\frac{dx}{dz} = \pm \sqrt{\frac{c'}{a'}} = 63^\circ 57'$$

und für die Tangenten t' des ebenen Schnittes mit der YZ aus

$$\frac{dy}{dz} = \pm \sqrt{\frac{c'}{b'}} = 60^\circ 39'$$

Da andererseits für das angenommene Plattenformat und die vorausgesetzte Bildstanz die äußersten, in XZ gelegenen Strahlen s , welche noch eine Abbildung bewirken können, mit der Z den Winkel $26^\circ 34'$, die äußersten in YZ gelegenen Strahlen s' mit der Z den Winkel $19^\circ 51'$ bilden, so liegt der von

dem photographischen Apparate bestrichene Objektraum ganz in jenem Teile, in welchem das tachymetrische Verfahren genauer ist.

In der Figur bedeutet $a b c d$ die Projektion der Aufnahmeplatte aus O auf die Ebene $s = 150 m$ und sind dort die Strahlen s und s' , letztere in der Umlegung in die XZ , eingetragen.

Da die Fehlerflächen 13), resp. 14) Rotationsflächen mit Y als Drehungsachse sind, so gelten dieselben Schlüsse auch für den ganzen Umkreis des Aufstellungspunktes, sofern in diesem Panorama-Aufnahmen nach dem Stereoverfahren unter sonst gleichen Umständen durchgeführt werden.

Die dieser Grenzfläche zugrunde gelegte Annahme $m_1 = 0.001$ kann jedoch bei topographischen Arbeiten nicht eingehalten werden. Hier sind es vielmehr die in III gemachten Annahmen b), welche für den Vergleich mit der Stereoaufnahme in Frage kommen. Werden für die letztere dieselben Voraussetzungen bezüglich der Teilfehler gemacht wie früher, so wird in 23) $c' < 0$ und in 27) für alle in Betracht kommenden $s < 600 m$, $a' - b s^2 > 0$; $b' - b s^2 > 0$, $b s^2 + c' < 0$.

Innerhalb des Objektraumes, welcher durch beide Operationen von demselben Standpunkt aus bestimmt werden kann, liegt dann kein reeller Teil der Grenzfläche, die Stereophotogrammetrie ist dann die genauere Aufnahmemethode.

VII.

In den vorhergehenden Abschnitten wurde manche Fehlerquelle übergangen, deren Berücksichtigung entweder überhaupt nicht möglich war, oder deren Einbeziehung die Untersuchungen doch wesentlich erschwert hätte.

Zunächst wurde bezüglich der tachymetrischen Punktbestimmung angenommen, daß die Latte in jedem aufzunehmenden Detailpunkt vertikal aufgestellt ist, eine Annahme, welche in Wirklichkeit nicht zutrifft. Wie in III bereits gezeigt wurde, ist dann eine wesentliche Vergrößerung des Gesamtfehlers, insbesondere bei steileren Visuren zu gewärtigen.

Wir haben ferner nach der den praktischen Verhältnissen mehr Rechnung tragenden Annahme 16b) mit $m_1 = 0.002$ ein Fehlerverhältnis bezüglich der Bestimmung des Lattenabschnittes vorausgesetzt, welches bei größeren Entfernungen kaum eingehalten werden kann, insbesondere wo es sich um die Bestimmung von Detailpunkten handelt, selbst wenn von allen anderen die Arbeit ungünstig beeinflussenden durch Witterung, Beleuchtung u. dgl. verursachten Verhältnissen, ferner von einem Schwanken der Latte, wie ein solches bei rascher Detailarbeit ab und zu unvermeidlich ist, ganz abgesehen wird.

Aber auch das in II zugrunde gelegte Fehlergesetz 12) ist nicht einwandfrei. Die Beziehung 10) gilt näherungsweise bei kleinen Fernrohrneigungen, bei größeren ist auch bei lotrechter Lattenstellung $\Delta_1 L$ im allgemeinen eine Funktion von α . Dies sind aber sämtlich Umstände, welche ganz wesentlich die Genauigkeit der Tachymetrie einschränken, welche also die am Schlusse des vorigen Abschnittes gefundene Überlegenheit der Stereoaufnahme, soweit lediglich die Genauigkeit in Frage kommt, umsomehr bekräftigen.

Allerdings sind auch bei der letzteren Fehlerquellen vernachlässigt worden.

Hierher gehört insbesondere der Einfluß einer Plattenverschwenkung¹⁾ auf die Parallaxenbestimmung.

Dieser Einfluß ist bekanntlich im allgemeinen sowohl ein konstanter, lediglich von der Bildstanz f und dem Verschwenkungswinkel abhängiger, als auch ein variabler, durch die Lage des Raumpunktes bedingter. Sind die Kameraachsen bei den beiden Aufnahmen auf etwa 10 bis 20 Sekunden zu einander parallel und senkrecht zur Standlinie, eine Annahme, die bei den neuesten Apparaten von Zeiß zutrifft, so kann bei einer Standlinie von etwa 50 m der variable Teil der Parallaxenkorrektur für alle Punkte, deren Normalabstand von der Basis größer als 50 m ist, vernachlässigt werden.

Liegt der Aufnahme ein Netz trigonometrisch bestimmter Punkte zugrunde, eine Voraussetzung, welche bei größeren Aufnahmen nach jedem der beiden Verfahren gemacht werden kann, so lassen sich die Korrekturdaten bei der Stereoaufnahme nachträglich bestimmen, wodurch man auch Aufschlüsse über die Größe des Verschwenkungswinkels, überhaupt über die der Stereoaufnahme zugrunde liegenden Elemente erhält. Das trigonometrische Netz kann daher bei der Stereoaufnahme zur Versicherung der Detailpunkte benützt werden, indem jeder derselben nachträglich bei der die Hausarbeit bildenden Ausmessung durch Anbringung der Parallaxenkorrektur in seiner Lage verbessert werden kann. Darin liegt aber ein großer Vorzug dieses Aufnahmeverfahrens.

Ist hingegen die Tachymeteraufnahme an trigonometrische Punkte angeschlossen, so ist dadurch wohl ein versichertes Polygonnetz gegeben, wodurch auch die Standpunkte des Instrumentes in das Netz eingefügt sind. Eine Kontrolle für die von demselben Punkte aufgenommenen Detailpunkte ist dadurch nicht gegeben, denn Ablesefehler an den Kreisen oder an der Latte gehen, wenn dieselbe nicht sofort an Ort und Stelle richtig gestellt werden können, in das Aufnahmeprotokoll über. Differenzen zwischen den Punktbezeichnungen in diesem und in der Feldskizze, kurz Irrtümer bei der Feldarbeit werden häufig erst konstatiert, wenn es zu spät ist, wenn es nämlich zum Auftragen der Aufnahme kommt. Eine Verbesserung der fehlerhaften Punkte ist in der Regel ausgeschlossen. Das trigonometrische Netz dient bei der Tachymeteraufnahme wohl dazu, daß es die einzelnen Standpunkte versichert und somit die Aufnahme in einem Punkte von jener aus einem zweiten unabhängig wird, es kann jedoch in der Regel nicht zur Verbesserung fehlerhafter Punkte herangezogen werden.

Sind demnach trigonometrische Anschlußpunkte gegeben, so sprechen auch praktische Erwägungen für die größere Schärfe der Stereoaufnahme.

Nun handelt es sich aber bei den Vermessungsarbeiten des Ingenieurs in der Regel nicht um eine sonderliche Schärfe und wäre die größere Genauigkeit der Stereoaufnahme der einzige Vorteil, so wäre eben kein Grund, das neue Aufnahmeverfahren zu technischen Zwecken heranzuziehen. Dieses vereinigt aber

¹⁾ v. Hübl, Die stereophotogrammetrische Terrainaufnahme. Mitteilungen des k. u. k. militärgeographischen Institutes Wien. 23. u. 24. Band.

Doležal, Genauigkeit und Prüfung einer stereophotogrammetrischen Aufnahme. Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1907.

bekanntlich gerade die für Ingenieurvermessungen hauptsächlich in Betracht kommenden Vorzüge der kürzesten Feldarbeit und der Verlegung der eigentlichen Messung in das Zimmer.

Daß die für das Vermessungswesen jedenfalls bedeutende Erfindung von Dr. Pulferich in Jena für militär-topographische Aufnahmen bereits heute einen maßgebenden Faktor bildet, ist bekanntlich das Verdienst des Oberst Freiherrn v. Hübl des militär-geographischen Institutes in Wien, welcher zuerst das stereophotogrammetrische Verfahren für den oben gedachten Zweck in ausgedehntem Maße zur Anwendung gebracht hat.

Aber auch für ziviltechnische Vermessungen haben Erprobungen stattgefunden¹⁾ und ist bereits erwiesen, daß die Stereoaufnahme der tachymetrischen an Zeit' Arbeit und Kosten bedeutend überlegen ist. Die Theorie weist auch auf eine Überlegenheit des neuen Meßverfahrens bezüglich der zu erreichenden Genauigkeit hin, so lange sich eben die Entfernungen der von demselben Aufstellungspunkte zu bestimmenden Punkte in jenen Grenzen bewegen, wie solche der Tachymeteraufnahme von demselben Standpunkte gezogen sind, ein Ergebnis, welches mit den bisherigen praktischen Erfahrungen nicht im Widerspruche steht.

Sollten weitere praktische Erprobungen für den oben gedachten Zweck — und diese sind eben entscheidend — dasselbe Ergebnis liefern wie die bisherigen, dann wird die Stereoaufnahme in abschbarer Zeit berufen sein, in jenen Fällen, wo ihre Anwendung überhaupt am Platze ist, auch für die Vermessungen des Ingenieurs allgemeinere Verwendung zu finden.

In Angelegenheit der Reorganisation

der geodätischen Kurse an den technischen Hochschulen in Österreich.

Für die letzten Weihnachtsferien hatte der Unterzeichnete die Professoren der Geodäsie an den technischen Hochschulen Österreichs und die Hofräte Dr. A. Schell, G. v. Nießl, Dr. Fr. Lorber, welche noch immer mit allen unser Fach berührenden Fragen in so reger und inniger Fühlung stehen, zu einer Beratung über die Reorganisation der geodätischen Kurse nach Wien eingeladen, wobei er den präsumtiven Teilnehmern, um ein Substrat für die Beratungen zu schaffen, den von ihm verfaßten Entwurf eines Normal-Lehrplanes übermittelte.

Es erfüllte den Unterzeichneten mit innigster Befriedigung, daß seine Anregung sympathisch begrüßt wurde und mehrere an ihn gerichtete Zuschriften die Aktualität der angeregten Frage vollauf bestätigen.

Leider haben Umstände, auf die der Unterzeichnete Rücksicht zu nehmen nicht umhin konnte, zu seinem größten Leidwesen dazu geführt, daß die in Aussicht genommene Konferenz, welche gewiß nur zum Wohle der Studierenden der geodätischen Kurse und zur Hebung des Ansehens des Geometerstandes gedacht war, wenigstens im gegenwärtigen Zeitpunkte abgesagt werden mußte.

¹⁾ Truck, Die stereophotogrammetrische Meßmethode und ihre Anwendung auf Eisenbahnvorarbeiten. Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1906.