

Paper-ID: VGI_190602



Punktbestimmung durch räumliches Einschneiden

Siegmund Wellisch

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen 4 (1–2, 3–4), S. 5–8, 36–40

1906

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Wellisch_VGI_190602,  
Title = {Punktbestimmung durch räumliches Einschneiden},  
Author = {Wellisch, Siegmund},  
Journal = {{\u000A}sterreichische Zeitschrift f{\u000A}r Vermessungswesen},  
Pages = {5--8, 36--40},  
Number = {1--2, 3--4},  
Year = {1906},  
Volume = {4}  
}
```



Macht man also

$$OA = m, O'B' = n,$$

$$OB = p, O'A' = q,$$

so folgt

$$mn = pq.$$

Durch einfaches Anlegen erhält man also sofort das Resultat von beispielsweise

$$\begin{array}{r} 357 \times 825 \\ \hline 943 \end{array}$$

auf Einheiten genau.

Bemerkt soll noch werden, daß diese Tafeln sowohl in einfacher Ausführung (Grundtafel auf Karton, Auflegelineal aus Celluloid) als auch in Spezialausführung (Grundtafel auf Glas, Auflegelineal, wie Figur 3, aus Messing) bei der Firma R. & A. Rost, Wien, XV., Märzstraße 7, zu haben sind.

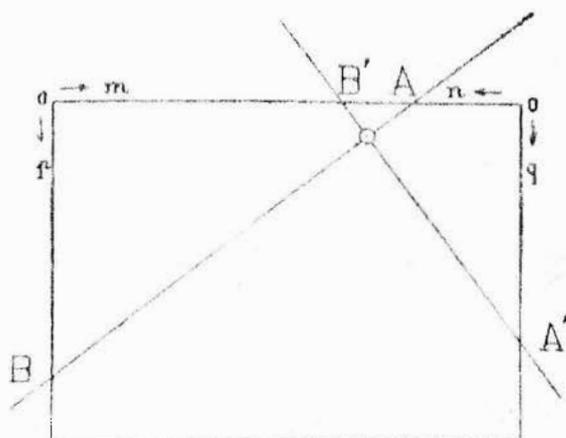


Fig. 5.

Punktbestimmung durch räumliches Einschneiden.

Von S. Wellisch, Oberingenieur der Stadt Wien.

Bei allen geometrischen Vermessungen, welche die Ermittlung der Höhenlage der aufzunehmenden Punkte nicht in Betracht ziehen, also bei reinen Horizontal- oder Lagemessungen, handelt es sich um die Aufnahme der Horizontalprojektion des im Raume gegebenen Punktsystems. Auch die Punktbestimmungen durch das übliche Vorwärts- und Rückwärtseinschneiden sind daher Aufgaben der ebenen Geometrie, wenn auch in Wirklichkeit die von den Standpunkten nach den Zielpunkten gezogenen Visierstrahlen nicht in einer Horizontalebene liegen, sondern ein räumliches Strahlenbüschel oder ein körperliches Vielkant mit einander bilden.

Beim Vorwärtseinschneiden reichen zur elementaren Bestimmung eines Neupunktes zwei Fixpunkte und die Richtungsbeobachtungen der von ihnen zum Neupunkte führenden Strahlen hin; die eindeutige Bestimmung eines Punktes durch Rückwärtseinschneiden erfordert drei Fixpunkte und die Richtungsbeobachtungen der von dem Neupunkte nach den Fixpunkten angeschlagenen Visuren. In beiden Fällen läuft sohin die Aufgabe auf die Messung zweier Horizontalwinkel hinaus.

Denkt man sich das ebene Problem der elementaren, eindeutigen Punktbestimmung insofern räumlich ausgedehnt, als man wohl einen der zu messenden Winkel als Horizontalwinkel beläßt, den anderen aber zu einem Vertikalwinkel, u. zw. zu einem Höhen-, bezw. Tiefenwinkel erhebt, so kann die Horizontalprojektion des einen Fixpunktes an Stelle eines der erforderlichen Fixpunkte treten,

wenn dessen Höhenlage gegenüber dem Neupunkte bekannt ist. Nach dieser Auffassung erfolgt dann das Vorwärtseinschneiden von einem einzigen gegebenen Terrainpunkte und dessen imaginärer Horizontalprojektion aus, das Rückwärtseinschneiden aber nach bloß zwei gegebenen Terrainpunkten und der imaginären Horizontalprojektion mindestens eines derselben.

Nach den amtlichen Vermessungsanweisungen sind bei Gelegenheit der Ausführung von Horizontalmessungen auch Höhenbestimmungen vorzunehmen, in welche die im trigonometrischen und polygonometrischen Netze bestimmten Punkte, nach Tunlichkeit auch die Bindepunkte des Messungsliniennetzes, ferner hiezu geeignete Festpunkte, wie Kirchtürme, Kapellen, Feldkreuze, die Höhenmarken der Eisenbahnen u. s. w. einzubeziehen sind. Hiebei ist vorgeschrieben, daß für jeden trigonometrischen Punkt mindestens drei Zenitdistanzen beobachtet werden und nicht nur die Meereshöhe des natürlichen Bodens des betreffenden Festpunktes, sondern auch die Höhe eines der Voraussicht nach unveränderlichen Punktes dieses Objektes, beispielsweise der Spitze eines Kirchturmes, von welcher die Entfernung bis zum Boden zu messen ist, bestimmt werden. (Abschnitt VII der österreichischen «Instruktion für Theodolit-Vermessungen»).

Werden die Elemente zur Berechnung der vertikalen Lage dieser Punkte mit großer Sorgfalt erhoben, so können die Höhenkoordinaten oder Applikaten z , ebenso wie die Abszissen x und die Ordinaten y derselben zu räumlichen Punktbestimmungen dann herangezogen werden, wenn zwischen den betreffenden Fixpunkten und den zu bestimmenden Punkten hinreichend große Höhenunterschiede bestehen und die Zielweiten nicht allzugroß sind. Treffen diese Voraussetzungen zu, so können solche Punktbestimmungen unter Umständen, z. B. in tief eingeschnittenem Terrain, bessere Dienste leisten, als die Methode des üblichen Einschneidens, ja sie können gegebenen Falles, wenn die letztere versagt, ein gutes Ersatzmittel zur Punktbestimmung bilden.

Sobald nämlich von gegebenen Festpunkten alle drei Koordinaten vorliegen, lassen sich weitere Punkte durch Vorwärtseinschneiden von einem einzigen Festpunkte aus, also mit einer einmaligen Instrumentenaufstellung bestimmen, und es genügt zur Punktbestimmung durch Rückwärtseinschneiden das Vorhandensein von bloß zwei Zielpunkten.

Diese Art der Punktbestimmung durch räumliches Einschneiden, welches wir zum Unterschiede vom ebenen, horizontalen Einschneiden, das «Einwägen» nennen wollen, wird daher dann mit Nutzen Verwendung finden können, wenn der zu bestimmende Punkt überhaupt nur von einem gegebenen Standpunkte aus gesehen wird, oder wenn von ihm aus nicht mehr als zwei günstig gelegene, unzulängliche Festpunkte sichtbar sind, also wenn er ohne umfangreichere Hilfsmessungen weder durch Vorwärtseinschneiden, noch durch Rückwärtseinschneiden festgelegt werden kann. In derartige Lagen kommt oft der Geometer, wenn er in langen, schmalen Gräben die Einschaltung von untergeordneten Stützpunkten, wie Polygonknotenpunkten, tachymetrischen Standpunkten etc. vorzunehmen hat. Bei Flußregulierungen und Straßenherstellungen in Tälern, bei Trassierungen oder Aufnahmen von Gebirgseisenbahnen dürfte daher diese Methode

des Höheneinschneidens oder Einwägens mittelst hoher, hoch gelegener Punkte ganz besonders mit Vorteil Verwertung finden, und zwar dies umso mehr, als die Horizontalmessungen umso ungenauer ausfallen, je größere Höhenunterschiede zwischen den Stand- und Zielpunkten herrschen, während gerade dieser Umstand die Anwendbarkeit der Methode des Einwägens immer mehr zur Geltung bringt.

Behufs Lösung unserer Aufgaben ist es notwendig, aus den bekannten Höhenunterschieden die entsprechenden Horizontalabstände abzuleiten, was für den hier ins Auge gefaßten Zweck mit hinreichender Genauigkeit nach folgenden Formeln erfolgen kann

Ist h der Höhenunterschied zwischen Stand- und Zielpunkt,

l die Instrumentenhöhe,

v die Zielhöhe,

D die Horizontalentfernung der beiden Punkte,

ζ die Zenitdistanz am Standpunkte,

R der Halbmesser der Erdkugel und

μ der Koeffizient der Strahlenbrechung,

so ist, wenn der Standpunkt höher als der Zielpunkt liegt, die Höhendifferenz H zwischen Instrumenten-Horizont und Zielpunkt einerseits: (Fig. 1)

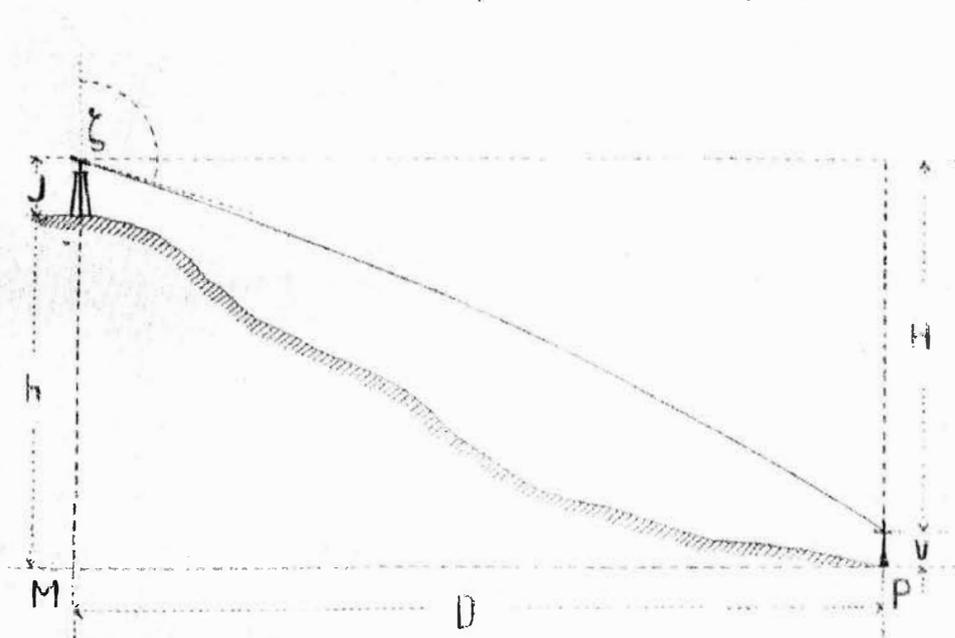


Fig. 1.

$$H = h + l - v \quad \dots \quad (1)$$

andererseits:

$$H = D \cdot \operatorname{tg} (\zeta - 90^\circ) + D^2 \cdot \frac{1 - \mu}{2R}$$

und hieraus:

$$D = H \cdot \operatorname{cotg} (\zeta - 90^\circ) - H^2 \cdot \operatorname{cotg}^3 (\zeta - 90^\circ) \cdot \frac{1 - \mu}{2R} \quad \dots \quad (2)$$

Ist umgekehrt der tiefer gelegene Punkt der Standpunkt, so ist einerseits:
(Fig 2)

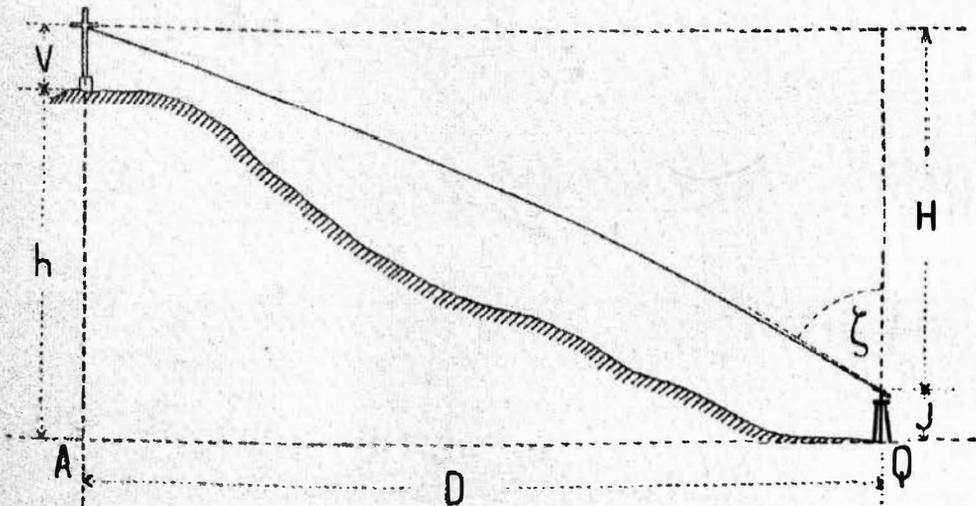


Fig. 2.

$$H = h - l + V \dots \dots \dots (3)$$

andererseits

$$H = D \cdot \cotg \zeta + D^2 \cdot \frac{1 - \mu}{2R}$$

und hieraus:

$$D = H \cdot \tg \zeta - H^2 \cdot \tg^3 \zeta \cdot \frac{1 - \mu}{2R} \dots \dots \dots (4)$$

Hierin sei für einen gegebenen Ort:

$$\mu = 0.13, \quad R = 6,366740 \text{ m}$$

und

$$\log \left(\frac{1 - \mu}{2R} \right) = 2.834572 - 10$$

(Schluß folgt.)

Aus dem niederösterreichischen Landtage.

Der Gemeinde- und Verfassungsausschuß des niederösterreichischen Landtages hielt am 24. Oktober 1905 eine Sitzung ab, in welcher Herr Abgeordneter Silberer folgenden Bericht und Antrag des Gemeinde- und Verfassungsausschusses über den Bericht des Landesausschusses, betreffend Vermehrung der Vermessungsbezirke, Reambulierung und Vermarkung der Landesgrenze Niederösterreichs erstattete:

«Hoher Landtag!

Der Landesausschuß hat auf Grund des Landtagsbeschlusses vom 3. November 1904 dem Landtage nachfolgenden Bericht vorgelegt:

«In der Sitzung vom 3. November 1904 hat der hohe Landtag einen von den Abgeordneten Viktor Silberer und Genossen eingebrachten Dringlichkeitsantrag, wonach

hat der Fortschritt der Zeit durch die Libelle ersetzt, welche die Genauigkeit der Horizontierung auf das hundertfache steigerte.

Gehen wir einen Schritt weiter, so stellt sich uns die Frage entgegen, ob es denn noch empfindlichere Neigungsmesser gibt als die Libelle. Diese Frage ist zu bejahen. Wir besitzen in dem sogenannten Horizontalpendel einen Apparat, welcher Neigungsänderungen von $0''01$, ja noch kleinere, sicher zu messen gestattet. Der Erfinder dieses Instrumentes ist L. Hengler, welcher in Diengl. Pol. Journ. B. 43, S. 81 (1832) sein Instrument zum erstenmal beschrieben hat. Nach der Beschreibung der Idee und nachdem gezeigt wird, wie sie zur gravitationellen Messung zu verwenden ist, fährt er in § 6 so fort:

«Vielleicht könnte diese Wage noch in manchen anderen Fällen ihre Anwendung finden, wenigstens glaube ich auf diese Art eine Nivellierwage verfertigen zu können, die manche Vorzüge vor den anderen haben möchte.*) Daß man durch die bisherigen Instrumente nicht im Stande ist, vollkommen zu nivellieren, daß man höchstens auf $1''$ mit Sicherheit nivellieren kann, bedarf keines Beweises; denn abgesehen von zufälligen Unregelmäßigkeiten . . . und zugegeben, daß man die obere Fläche des Nivells (der Libelle) vollkommen eben geschliffen hätte, so ist man nie im Stande, die Blase an die Mitte zu bringen, weil sie, einmal in Bewegung gesetzt, sich mit beschleunigter Schnelligkeit bis zum anderen Ende des Nivells fortbewegen muß, man hat also eine auf die Spitze gestellte Nadel».

Dabei ist zu bemerken, daß Hengler die damaligen Libellen im Auge hatte, welche einfach aus einem geraden, ungekrümmten Gefäß bestanden.

Hengler's**) Nivellierwage ist vergessen, seine Idee aber, nach welcher später von Rebeur Paschwitz das Horizontalpendel baute, inaugurierte nach 60 Jahren eine neue Ära der Seismologie und der Geodynamik.

Ich behalte mir vor, in späterer Zeit näher auf dieses Instrument einzugehen und ein Instrument zu beschreiben, welches für die allgeräuesten Wägungen vielleicht möglich sein könnte.

Punktbestimmung durch räumliches Einschneiden.

Von S. Wellisch, Oheringenieur der Stadt Wien.

(Schluß.)

Beispiel für Vorwärtseinwägen.

Der Punkt P sei von dem einzigen Standpunkte M aus festzulegen. Hiezu seien gegeben:

*) Diese wurde auch konstruiert durch den Mechaniker Weißenbach und wurde der hährischen Akademie vorgelegt. Eine Abbildung gibt die Taf. II, 1. c.

**) Hengler war überhaupt ein merkwürdiger Kopf. Im selben Hefte teilt er die Idee eines Fallschirmes mit, welche nach seiner Auffassung die Frage nach der Lenkbarkeit eines Ballons vollkommen zu lösen im Stande wäre.

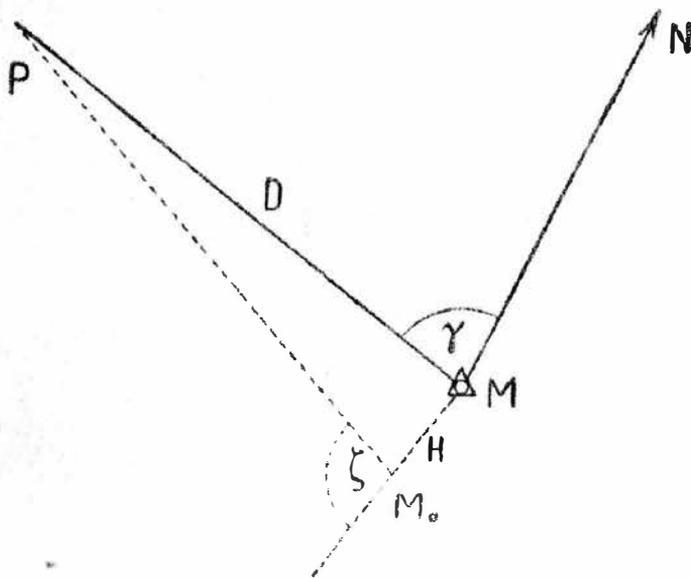


Fig. 3.

Die Koordinaten von M: $x = 869.14$
 $y = 1675.32$
 $z = 370.35$

Der Südwinkel von M nach N: $\omega = 208^{\circ} 58' 30''$,

sowie die aus der Detailaufnahme bekannte Höhenkote von P:

$$k = 337.82,$$

somit $h = z - k = 32.53.$

Gemessen wurde: Der Horizontalwinkel $\gamma = 56^{\circ} 32' 40''$
 die Zenitdistanz $\zeta = 93^{\circ} 51' 40''$
 die Instrumentenhöhe $l = 1.38$
 die Zielhöhe $V = 3.10$

Damit erhält man nach (1): $H = 32.53 + 1.38 - 3.10 = 30.81$

nach (2): $D = 456.50 - 0.21 = 456.29$

ferner den Südwinkel der Seite D von M nach P:

$$\sigma = \omega - \gamma = 152^{\circ} 25' 50''$$

die Koordinatendifferenzen:

$$\Delta y = D \sin \sigma = + 211.18$$

$$\Delta x = D \cos \sigma = - 404.48,$$

somit die Koordinaten von P:

$$y = 1675.32$$

$$\Delta y = + 211.18$$

$$Y = 1886.50$$

$$x = 869.14$$

$$\Delta x = - 404.48$$

$$X = 464.66$$

Beispiel für Rückwärtseinwägen.

Der Standpunkt Q sei mit Hilfe der beiden unzugänglichen Netzpunkte A (Kirche) und B (Kapelle) festzulegen. Gegeben seien die Koordinaten von A und B:

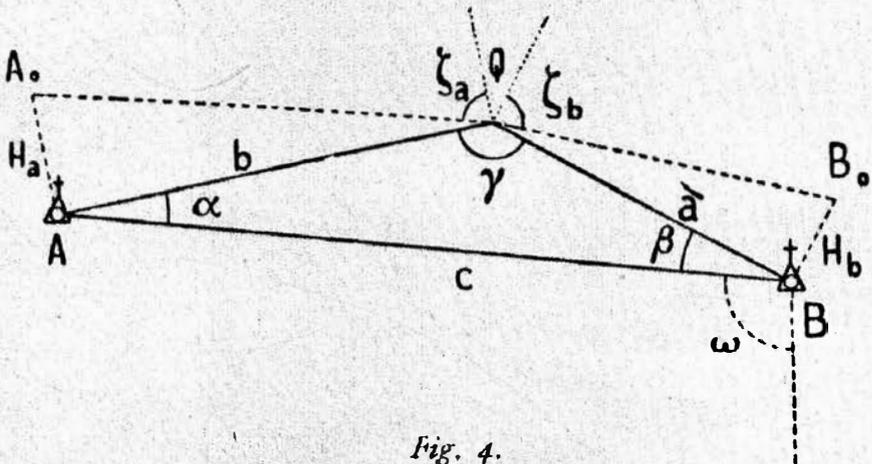


Fig. 4.

$$x_a = 712.48$$

$$y_a = 1865.30$$

$$z_a = 326.40$$

$$x_b = 793.22$$

$$y_b = 1043.80$$

$$z_b = 345.50$$

der Südwinkel von B nach A: $\omega = 95^{\circ} 36' 48''$

die Seitenlänge AB: $c = 825.46$

die Zielhöhe in A: $V_a = 32.20$

die Zielhöhe in B: $V_b = 4.30$

Gemessen wurde in Q:

der Horizontalwinkel $\gamma = 153^{\circ} 48' 30''$

die Zenitdistanz nach A: $\zeta_a = 85^{\circ} 12' 20''$

die Zenitdistanz nach B: $\zeta_b = 84^{\circ} 24' 10''$

die Instrumentenhöhe: $l = 1.33$

die Höhenkote von Q: $k = 314.94$.

Damit erhält man:

nach (3): $H_a = 42.33$ $H_b = 33.53$

nach (4): $b = 504.47$ $a = 342.06$

nach dem Sinussatz: $\alpha = 10^{\circ} 32' 20''$ $\beta = 15^{\circ} 39' 10''$

Südwinkel von A nach Q: $\sigma_a = 265^{\circ} 04' 28''$

Südwinkel von B nach Q: $\sigma_b = 111^{\circ} 15' 58''$

und schließlich die Koordinaten von Q:

$$1. \text{ aus A} \quad \dots Y = 1362.69 \quad X = 669.17$$

$$2. \text{ aus B} \quad \dots Y = 1362.57 \quad X = 669.15.$$

In der befriedigenden Übereinstimmung beider Resultate erscheint mit der guten Messung zugleich auch die Richtigkeit der Rechnung verbürgt.

Anhangsweise sei hier noch angedeutet, daß es nach dieser Methode auch möglich ist, mit Hilfe eines einzigen **unzugänglichen** Festpunktes einen Neupunkt zu bestimmen, wenn auf dem zu bestimmenden Punkte gleichzeitig mit der Zenitdistanz auch das Azimut, etwa mit Hilfe einer Bussole, gemessen wird.

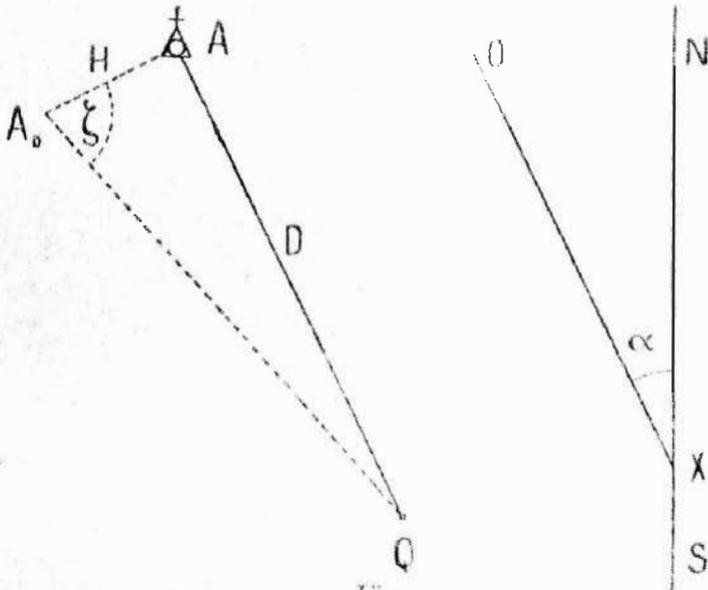


Fig. 5.

Ist A der durch seine drei Koordinaten gegebene Festpunkt, so ziehe man an einer beliebigen Stelle den Meridian NS, trage von einem beliebigen Punkte X desselben das Azimut α auf, mache $AQ \parallel OX$, $AA_0 \perp AQ$ und $AA_0 = H$, trage in A_0 die in Q gemessene Zenitdistanz ζ auf, so ist der Schnittpunkt der beiden Strahlen AQ und A_0Q der zu bestimmende Neupunkt Q. Genauer erhält man ihn jedoch durch Berechnung der Distanz D nach den Formeln (2), bzw. (4).

Über die räumliche Erweiterung geodätischer Probleme hat die Literatur bereits manche Erfolge aufzuweisen.

Den ersten Schritt auf diesem Gebiete unternahm Grunert durch die in seinem «Archiv der Math. und Phys.» erschienene theoretische Betrachtung über das «Pothénot'sche Problem in erweiterter Gestalt, nebst Bemerkungen über seine Anwendung in der Geodäsie» (I. Band vom Jahre 1844), worin er die Aufgabe gestellt hat, die Lage eines beliebigen Punktes im Raume zu bestimmen, wenn in diesem Punkte die drei Winkel gemessen wurden, welche die von demselben nach drei gegebenen Punkten im Raume gezogenen Gesichtslinien mit einander einschließen. Die von Grunert ohne Rücksicht auf die Refraktion gelöste Aufgabe erfordert die Auflösung einer Gleichung des vierten Grades.

Ebenso rein theoretisch behandelt Grunert in seinem Archive (7. Band vom Jahre 1847) «Das Pothénot'sche Problem auf der Kugel», das auch Rümker in seinem Handbuch der Schifffahrtskunde, 1850, mit Anwendung auf die

Polhöhenbestimmung zum Gegenstand einer mathematischen Untersuchung genommen hat.

Finsterwalder macht von dem räumlichen Rückwärtseinschneiden einen interessanten Gebrauch in der Photogrammetrie, indem er mit Hilfe dreier Bildpunkte und der drei zugehörigen, vom photographischen Zentrum festgelegten Strahlen der Auffindung des Standpunktes, von dem aus die Photographie aufgenommen wurde, bewirkt. («Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie», Jahresbericht der Mathematikervereinigung, Band VI, 2. — «Eine Grundaufgabe der Photogrammetrie und ihre Anwendung auf Ballonaufnahmen». Abhandl. d. k. Bayer. Akad. d. Wissensch., II. Kl., 22. Band, 2. Abt. 1892). Eine schärfere Punktbestimmung mit Benützung überschüssiger Bildpunkte durch systematische Ausgleichung eines aus mehr als drei Strahlen bestehendes Strahlenbündels veröffentlichte S. Finsterwalder in Gemeinschaft mit W. Scheufele unter dem Titel: «Das Rückwärtseinschneiden im Raume» in den Sitzungsberichten der math.-phys. Klasse der k. Bayer. Akademie d. Wissensch., 33. Band, 1903.

Eine relativ einfache Auflösung für das Pothenot'sche Problem auf der Sphäre mit Anwendung auf die geographische Ortsbestimmung bringt S. Günther in diesen Sitzungsberichten, 34. Band, 1904, unter dem Titel: «Das Pothenot'sche Problem auf der Kugel». (Vergl. auch: S. Finsterwalder: «Der gefährliche Ort beim Rückwärtseinschneiden auf der Kugel». Ebenda, 35. Band, 1905).

Aus dem niederösterreichischen Landtage.

(Schluß).

Landmarschall: Das Wort hat der Herr Abgeordnete Schreihöfer:

Abgeordneter **Schreihöfer:** Aus den Ausführungen des unmittelbaren Herrn Vorredners und des Herrn Berichterstatters ersehen Sie, daß einzelne Evidenzhaltungsbezirke in geradezu schauderhaftem Zustande sind.

Nicht nur sind in den alten Mappen die größten Unrichtigkeiten, sondern es kommen auch die größten Streitigkeiten vor, weil niemand weiß, wo er eigentlich die Grenzen seines Besitzes finden soll.

Aber auch in allen andern Fällen, bei allen sonstigen Transaktionen, Grundkäufen etc. kommen die ärgsten Unzukömmlichkeiten vor.

Die Steuerbehörden verlangen die Steuer von dem, der das Grundstück früher einmal besessen hat, anstatt von dem, dem das Grundstück eigentlich schon seit Jahren gehört.

Zum Beispiel ist in Amstetten die Vergrößerung des Bahnhofes schon längst ins Auge gefaßt; die bezüglichen Gründe sind bereits seit vier Jahren abgelöst und auch bezahlt, gehören daher heute der Eisenbahn. Die Gründe sind verpachtet.

Was ist nun die Folge?

Die früheren Besitzer, welche schon längst ihr Geld haben und denen die Gründe nicht mehr gehören, müssen heute noch die Steuer dafür zahlen.