Eine Bemerkung zum Rückwärtseinschneiden

W. Láska [1]

[1] *o. ö. Professor an der k. k. techn. Hochschnle in Lemberg*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **3** (3–4), S. 27–29

1905

Da nun eine Verschiebung des Punktes P_1 nach D oder E in beiden Fällen eine Änderung des Winkels α um $\triangle\alpha$ zur Folge hat, so ist die Linie DE der geometrische Ort für den Scheitel des Winkels a.

Wird nun das gleiche Verfahren auch bezüglich $\triangle\beta$ angewendet, indem man die Linie gh als geometr. Ort für die Änderung der Richtung P_1B um $-\triangle\beta$ und
„ „ ik „ „ „ „ „ „ „ „ P_1C „ $+\triangle\beta$
konstruiert, so ergeben sich F und K als Durchschnittspunkte dieser Linien mit den Visierstrahlen P_1B, beziehungsweise P_1C, und die Linie FK ist somit der geometrische Ort für den Scheitel des Winkels b.

Es ist nun selbstverständlich, daß der Durchschnittspunkt der Linien DE und FK der Lage des Punktes P entspricht, welcher nunmehr auf Grund der Koordinatendifferenzen P_1m und Pm, oder mit Hilfe der Linien P_1n und der darauf senkrechten nP, deren Längen am Maßstabe des Diagrammes abzumessen sind, in die Natur übertragen werden kann.

Im vorliegenden Beispiele wurde angenommen:

Als Maßverhältnis der Triangulierungskarte 1 : 25.000;

$$\triangle\alpha = a - \alpha = 5', \quad \triangle\beta = b - \beta = 3' 20'';$$

$$P_1A = 2\,km, \quad P_1B = 3\,km, \quad P_1C = 4\,km.$$

Da das Diagramm nur bis 60″ reicht, so wurde bei der Konstruktion der geometrischen Örter cd, ef, gh und ik nur mit $\frac{\triangle\alpha}{10}$ und $\frac{\triangle\beta}{10}$, das ist

$$5' : 10 = 30'' \text{ und } 3' 20'' : 10 = 20''$$

in das Diagramm eingegangen; in Folge dessen müssen aber die am Diagramme maßstäblich ermittelten Längen mit 10 multipliziert werden.

Es ergeben sich sonach als Elemente für die Ermittlung des Punktes P:

$$\begin{aligned} Pm &= 0{\cdot}290 \times 10 = 2{\cdot}90\,m \\ P_1m &= 0{\cdot}315 \times 10 = 3{\cdot}15\,m \\ P_1n &= 0{\cdot}384 \times 10 = 3{\cdot}84\,m \\ Pn &= 0{\cdot}176 \times 10 = 1{\cdot}76\,m \end{aligned}$$

Es muß übrigens bemerkt werden, daß es sich bei der Aufsuchung der Lage des Punktes P nicht um eine absolut genaue Ermittlung handelt, es genügt, diese Lage insoweit zu bestimmen, damit die Nachforschungen nach der unterirdischen, oder der vielleicht unter das Erdreich eingesunkenen, sohin nicht sichtbaren oberirdischen Markierung des Punktes an richtiger Stelle vorgenommen werden können. Eine genaue Ermittlung der Lage des Punktes im Falle des Abganges jeglicher Merkmale müßte unbedingt durch Rechnung erfolgen.

Eine Bemerkung zum Rückwärtseinschneiden.

Von Prof. Dr. W. Láska.

Wenn für die aufzulösenden Gleichungen:

$$\sin\varphi = A \sin\psi$$
$$\varphi + \psi = B \ldots\ldots \quad (1)$$

Näherungswerte φ_0 und ψ_0 bekannt sind, so lassen sich die Verbesserungen

$$\triangle\varphi = \varphi - \varphi_0$$
$$\triangle\psi = \psi - \psi_0$$

durch eine einfache geometrische Konstruktion finden.

Setzt man nämlich

$$\triangle B = B - (\varphi_0 + \psi_0)$$

so ergeben sich durch Differenzierung der Gleichungen (1) die Beziehungen

$$\triangle\varphi = \triangle B \frac{\sin\varphi_0 \,.\, \cos\psi_0}{\sin(\varphi_0 + \psi_0)}$$
$$\triangle\psi = \triangle B \frac{\sin\psi_0 \,.\, \cos\varphi_0}{\sin(\varphi_0 + \psi_0)}$$

Wird also mit $\triangle B$ als Grundlinie und mit φ_0 sowie ψ_0 als den anliegenden Winkeln, ein Dreieck konstruiert und fällt man von der Spitze dieses Dreieckes das Lot, so teilt dieses Lot die Grundlinie $\triangle B$ respektive ihre Verlängerung in zwei Abschnitte, welche die Längen $\triangle\varphi$ und $\triangle\psi$ darstellen.

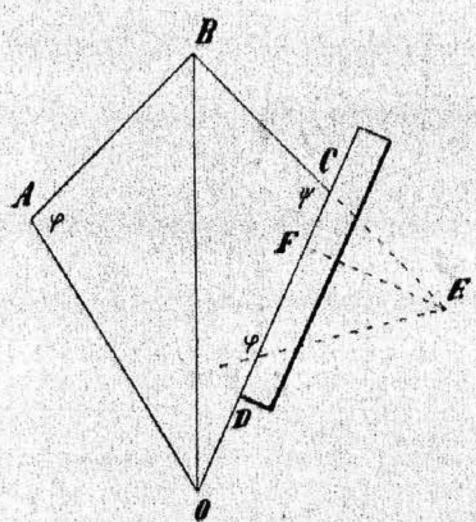
Der dritte Winkel dieses Dreieckes

$$180 - (\varphi + \psi)$$

ist, wie durch eine einfache geometrische Betrachtung gezeigt werden kann, zugleich derjenige, unter welchem sich jene zwei Kreise schneiden, welche den Standpunkt bestimmen.

Die soeben mitgeteilte Konstruktion hat auch für die Praxis ihre Bedeutung. Bekanntlich bildet die Bestimmung von φ und ψ beim Rückwärtseinschneiden den Kern der Sache.

Man kann sich die Arbeit wesentlich erleichtern, wenn man das Problem zuerst graphisch löst. Das weitere Verfahren stellt sich wie folgt dar:



Mit einem Winkelmesser werden φ_0 und ψ_0 der Figur entnommen und $\triangle B = 360^0 - (\alpha + \beta + \gamma) - \varphi_0 - \psi_0$ gebildet.

An eine Seite, etwa OC, wird ein Lineal mit gewöhnlicher Millimeterteilung angelegt.

Mit einer entsprechenden Annahme (1 cm = 1′ oder 3 cm = 1′) wird die Strecke $\triangle$ B aufgetragen und im Endpunkte D, der Winkel φ, konstruiert. $\triangle$ B im Vereine mit φ und ψ, liefern das zur Bestimmung von $\triangle\varphi$ und $\triangle\psi$ nötige Dreieck. Man fällt EF $\perp$ CO und liest am Lineal

$$DF = \triangle\psi, \; CF = \triangle\varphi \text{ ab.}$$

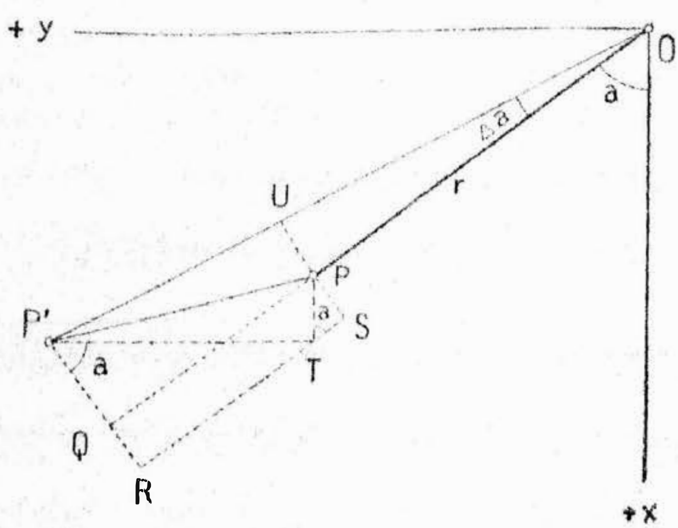
Es ist sodann:

$$\varphi = \varphi_0 + \triangle\varphi$$
$$\psi = \psi_0 + \triangle\psi$$

Die weitere Berechnung des Rückwärtseinschneidens erfolgt wie üblich durch Rechnung. Besonders einfach und schnell kann $\triangle\varphi$ und $\triangle\psi$ mittels Pauspapier erhalten werden. Das Wesentlichste an dieser rechnerisch-geometrischen Auflösung ist, daß man ganz mechanisch arbeitet.

Über die Differentialformel der Azimute.

Auf Seite 4 des laufenden Jahrganges dieser Zeitschrift hat Professor Dr. W. Láska eine interessante Ableitung der Differentialformel der Azimute gegeben, welche aber, obzwar einfach genug, noch nicht als die «einfachste und anschaulichste» bezeichnet werden kann. Folgende Entwicklung scheint uns nicht nur elementarer und einfacher, sondern auch kürzer und anschaulicher zu sein



Wird der Punkt P unter Änderung seiner Koordinaten um PT = $\triangle$ x und TP′ = $\triangle$ y nach P′ verschoben, so ändert sich r, die Länge der Geraden OP, um $\triangle$ r, und es erfährt auch a, das Azimut der Geraden OP, eine Änderung um den Betrag $\triangle$ a, dessen Beziehung zu den Koordinatendifferenzen $\triangle$ x, $\triangle$ y aus der Figur unmittelbar herausgelesen werden kann.