Österreichische Zeitschrift
für
# Vermessungswesen

Herausgegeben
vom
**ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREIN**

Schriftleitung:

Hofrat
Dr. Ing., Dr. techn. h. c. E. Doležal
o. ö. Professor
an der Technischen Hochschule in Wien.

und

Ing. Karl Lego
Vermessungsrat
im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen.

**Nr. 5. Baden bei Wien, im Oktober 1927. XXV. Jahrgang.**

INHALT:



## Zur Beachtung!

Die Zeitschrift erscheint derzeit jährlich in 6 Nummern.

**Mitgliedsbeitrag** für das Jahr 1926 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . **12 S.**
**Abonnementspreise:** Für das Inland und Deutschland . . . . . . . . . . . **12 S.**
Für das übrige Ausland . . . . . . . . . . . . . . . . . **12 Schweizer Franken.**

**Abonnementsbestellungen,** Ansuchen um Aufnahme als Mitglieder, sowie alle die Kassagebarung betreffenden Zuschriften, Berichte und Mitteilungen über Vereins-, Personal- und Standesangelegenheiten, sowie **Zeitungsreklamationen** (portofrei) und Adreßänderungen wollen nur an den Zahlmeister des Vereines Hofrat **Ing. Joh. Schrimpf, Wien, VIII., Friedrich Schmidt-Platz Nr. 3** (Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen), gerichtet werden.

**Postsparkassen-Konto des Geometervereines . . . . . . . Nr. 24.175**
**Telephon . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . Nr. 23-2-29 und 23-2-30**

**Baden bei Wien 1927.**

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österreichischer Geometerverein.
Wien, IV., Technische Hochschule.

Druck von Rudolf M. Rohrer, Baden bei Wien.

ÖSTERREICHISCHE

# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

ORGAN

des

ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREINES.

Redaktion:

Hofrat Prof. Dr. Ing., Dr. techn. h. c. E. Doležal und Vermessungsrat Ing. K. Lego.

Nr. 5. Baden bei Wien, im Oktober 1927. XXV. Jahrg.

## Vektorische Darstellung der Theorie des Polarplanimeters.

Von Dr. Lothar v. SCHRUTKA, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien.

1. Vorbemerkung. Immer mehr wird in der reinen und in der angewandten Mathematik der Vorteil, den die vektorische Denk- und Schreibweise bietet, erkannt und ausgenützt. Als einen Beitrag hiezu will ich in den folgenden Zeilen eine kurze und einfache Darstellung der Theorie des Polarplanimeters auseinandersetzen.

Die Theorie des Polarplanimeters in der bisher üblichen Form findet sich in den Werken über Vermessungskunde (z. B. Hartner-Doležal, Hand- und Lehrbuch der niederen Geodäsie, 10. Auflage, I. Band, § 77, Nr. 647, 648; Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, II. Band, 7. Auflage, § 36 und 39), in den Werken über mathematische Instrumente (z. B. Galle, Mathematische Instrumente (Sammlung mathematisch-physikalischer Lehrbücher 15), Nr. 36, 37; Willers, Mathematische Instrumente (Sammlung Göschen 922), ferner in dem Aufsatz von Amsler über mechanische Integrationen im „Katalog mathematischer Modelle", München 1892, endlich in manchen Lehrbüchern der höheren Mathematik. Für die Geschichte der Erfindung des Polarplanimeters und den Anteil der Österreicher Miller Ritter von Hauenfels und Stadler ist die Schrift Doležal, Planimeterstudien wichtig.

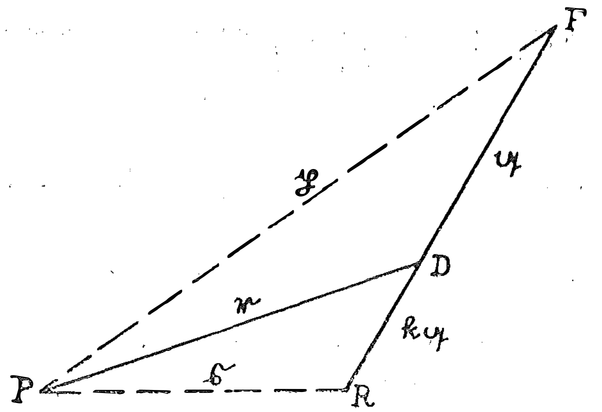
2. Grundformel. Es sei in beistehender Abbildung $P$ der Pol, $F$ der Fahrstift, $D$ der Drehpunkt, $R$ die Rolle des Planimeters. Es ist also $PD$ der Polarm, $DF$ der Fahrarm, $DR$ der Rollenarm. Es mögen nun die Vektoren

$$PD = \mathfrak{r}, \quad DF = \mathfrak{q} \quad \text{und} \quad RD = k\mathfrak{q},$$

eingeführt werden. $k$ ist eine skalare Konstante, die bei einem Planimeter oder wenigstens bei einer bestimmten Einstellung unveränderlich ist. Ferner werde noch

$$PF = \mathfrak{r} + \mathfrak{q} = \mathfrak{p} \quad \text{und} \quad PR = \mathfrak{r} - k\mathfrak{q} = \mathfrak{s}$$

gesetzt.




Die Ablesung an der Rolle mißt den Wert von

$$\mathfrak{q} \times d\mathfrak{s} = \mathfrak{q} \times (d\mathfrak{r} - k d\mathfrak{q}) = \mathfrak{q} \times d\mathfrak{r} - k\mathfrak{q} \times d\mathfrak{q},$$

der Projektion der Verschiebung der Rolle $d\mathfrak{s}$ auf die Richtung senkrecht zu ihrer Drehaxe, oder senkrecht zu $\mathfrak{q}$. Hiebei macht es keinen wesentlichen Unterschied, ob das Vektorprodukt $\mathfrak{a} \times \mathfrak{b}$ zweier Vektoren der Zeichenebene $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ im Sinne der räumlichen Vektorrechnung als ein auf dieser Ebene senkrecht stehender Vektor, oder im Sinne der ebenen Vektorrechnung als ein Skalar aufgefaßt wird; dieser Skalar tritt ja bei der ersten Auffassung einfach als Koeffizient beim Normaleinheitsvektor der Zeichenebene auf.

Beschreibt nun der Fahrstift eine Kurve $\Gamma$, so zeigt die Differenz der Rollenablesungen den Wert des Kurvenintegrals

$$\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{s} = \int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{r} - k\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{q},$$

erstreckt über die Kurve $\Gamma$, an.

Anderseits gibt der Ausdruck $\frac{1}{2}\mathfrak{p} \times d\mathfrak{p}$ bis auf Glieder höherer Ordnung den Inhalt des Sektors zwischen der Verschiebung $d\mathfrak{p}$ von $F$ und den beiden Vektoren $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{p} + d\mathfrak{p}$ vom Pol aus an, daher bedeutet

$$\tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{p} \times d\mathfrak{p}$$

den vom Ortsvektor $\mathfrak{p}$ bei Durchlaufung des Kurvenstücks $\Gamma$ überstrichenen Flächenraum mit Berücksichtigung des Bewegungssinnes und insbesondere für eine geschlossene Kurve den von dieser Fläche eingeschlossenen Flächenraum, und zwar positiv oder negativ, je nachdem das Innere der Fläche bei der Durchlaufung zur Linken oder zur Rechten liegt, ein sehr bekanntes Ergebnis der Vektorrechnung.

Führt man nun für $\mathfrak{p}$ den Wert $\mathfrak{r} + \mathfrak{q}$ ein, so zerfällt das Kurvenintegral in vier Bestandteile:

$$\tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{r} \times d\mathfrak{r} + \tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{r} \times d\mathfrak{q} + \tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{r} + \tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{q}$$

Hienach ist nun der Unterschied zwischen der Rollenablesung und der überstrichenen Fläche

$$\tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{r} \times d\mathfrak{r} + (\tfrac{1}{2} + k)\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{q} + \tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{r} \times d\mathfrak{q} - \tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{r}$$

Nach den Rechenregeln für das Vektorprodukt ist nun

$$\mathfrak{q} \times d\mathfrak{r} = -\, d\mathfrak{r} \times \mathfrak{q}$$

und die beiden Glieder

$$\tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{r} \times d\mathfrak{q} \quad \text{und} \quad -\tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{r}$$

lassen sich zu

$$\tfrac{1}{2}\int_\Gamma d\,(\mathfrak{r} \times \mathfrak{q})$$

zusammenfassen. Demnach kann der Unterschied zwischen Rollenablesung und überstrichener Fläche in die Form

$$\tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{r} \times d\mathfrak{r} + (\tfrac{1}{2} + k)\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{q} + \tfrac{1}{2}\int_\Gamma d\,(\mathfrak{r} \times \mathfrak{q})$$

gesetzt werden.

Wird jetzt eine geschlossene Kurve $\Gamma$ vorausgesetzt, so ist der letzte Summand sicherlich Null, weil es sich um das Integral eines vollständigen Differentials handelt, und es gilt der Wert

$$\tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{r} \times d\mathfrak{r} + (\tfrac{1}{2} + k)\int_\Gamma \mathfrak{q} \times d\mathfrak{q}$$

Die Vektoren $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{q}$ beschreiben als Vektoren konstanter Länge Kreisbogen, und zwar ist der erste Kreisbogen tatsächlich der Weg des Drehpunktes $D$, während der zweite bei der Bewegung des Planimeters nicht selbst vorkommt, sondern erst durch Verlegung des Anfangspunktes von $\mathfrak{q}$ in einen festen Punkt zustandekäme. Also sind

$$\tfrac{1}{2}\int_\Gamma \mathfrak{r} \times d\mathfrak{r} \quad \text{und} \quad \tfrac{1}{2}\int \mathfrak{q} \times d\mathfrak{q}$$

die von den Endpunkten der beiden Vektoren $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{q}$ umfahrenen Flächenstücke.

Für die weitere Behandlung sind die beiden Fälle „Pol außen" und „Pol innen" zu trennen.

3. Der Fall „Pol außen". In diesem Falle wandern die Endpunkte von $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{q}$ auf ihren Kreisbogen nur hin und her, die umfahrenen Flächen sind daher 0, und die Rollenablesung stimmt mit der vom Fahrstift umfahrenen Fläche überein.

4. Der Fall „Pol innen". In diesem Falle beschreiben die Endpunkte von $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{q}$ je einen vollen Kreisumfang, die Flächen der beiden Kreise sind $\mathfrak{r}^2\pi$ und $\mathfrak{q}^2\pi$ und der Unterschied zwischen Rollenablesung und umfahrener Fläche beträgt

$$\mathfrak{r}^2\pi + (1 + 2\,k)\,\mathfrak{q}^2\pi.$$

Man kann hiefür $C^2\pi$ setzen, worin

$$C = \sqrt{\mathfrak{r}^2 + (1 + 2\,k)\,\mathfrak{q}^2}$$

der Halbmesser eines gewissen Kreises, des „Grundkreises" ist. Dieser Halbmesser ist, wie eine einfache Rechnung zeigt, gleich dem Abstand des Fahrstifts vom Pol, $|\mathfrak{p}|$, für eine bestimmte Stellung des Planimeters, nämlich die, bei der die Rollenebene durch den Pol geht. In der Tat ist unter dieser Voraussetzung

$$\mathfrak{s} \cdot \mathfrak{q} = 0, \quad \mathfrak{r}\mathfrak{q} - k\mathfrak{q}^2 = 0, \quad \mathfrak{r}\mathfrak{q} = k\mathfrak{q}^2,$$

daher

$$|\mathfrak{p}|^2 = \mathfrak{p}^2 = (\mathfrak{r} + \mathfrak{q})^2 = \mathfrak{r}^2 + 2\,\mathfrak{r}\mathfrak{q} + \mathfrak{q}^2 = \mathfrak{r}^2 + (2\,k + 1)\,\mathfrak{q}^2 = C^2.$$

Wien, 3. April 1927.

---

# Die Bestimmung der Richtungskoeffizienten nach der Methode der Tangentendifferenzen.

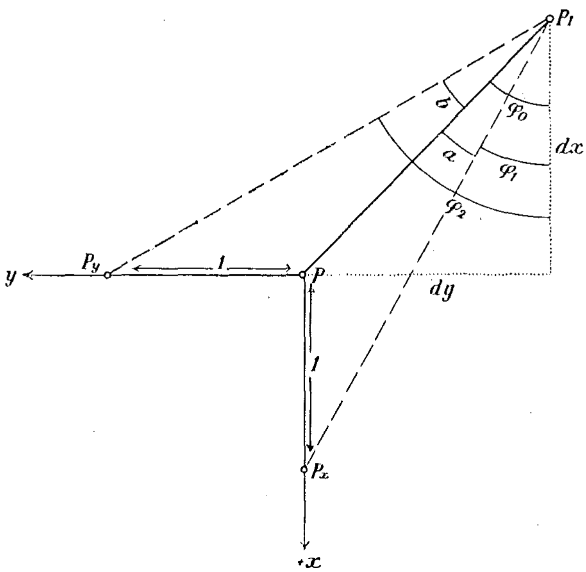
Von Hofrat Ing. Artur MORPURGO, Graz.

Bei der Ausgleichung eines größeren trigonometrischen Netzes entfällt ein namhafter Teil der Arbeit auf die für die strenge Rechnung erforderlichen Vorbereitungen, als: Ableitung der vorläufigen Koordinaten der zu bestimmenden Punkte, Ermittlung der vorläufigen Südwinkel und der Richtungskoeffizienten.

Bei dem Bestreben, die strenge Rechnung so einfach als möglich zu gestalten, um die Näherungsverfahren zugunsten der Methode der kleinsten Quadrate verdrängen zu können, dürfen auch die genannten Vorarbeiten nicht übersehen werden.

Eine einfache Art, die Koordinaten eines Punktes aus dem Schnitte zweier Richtungen zu bestimmen, habe ich bereits in meiner Abhandlung „Die Fluchtmethode" besprochen.

Wie dort, sollen auch bei der Ableitung der Richtungskoeffizienten die Grundsätze als Richtschnur dienen: Die Rechnung soll mit Ausschluß der Seitenlängen und mit Benützung der Rechenmaschine erfolgen.




In der obenstehenden Figur soll der Punkt $P_1$ als feststehend, $P$ als veränderlich angenommen werden. Die Unterschiede in den Koordinaten beider Punkte seien $dy$ und $dx$.

Es sollen der Südwinkel $\varphi_0$ und die Richtungskoeffizienten $a$ und $b$ der Seite $P_1 P$ berechnet werden.

Wir denken uns den Punkt $P$ um je eine Einheit nach $P_x$ und $P_y$ gerückt.

Es bestehen die Beziehungen:

$$\varphi_1 = \varphi_0 - a \qquad \text{und} \qquad \varphi_2 = \varphi_0 + b$$

$$\operatorname{ctg} \varphi_0 = \frac{dx}{dy} \qquad \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{dy}{dx}$$

$$\operatorname{ctg} \varphi_1 = \frac{dx + 1}{dy} = \operatorname{ctg} \varphi_0 + \frac{1}{dy} \qquad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{dy + 1}{dx} = \operatorname{tg} \varphi_0 + \frac{1}{dx}$$

Die Größen $\frac{1}{dy}$ und $\frac{1}{dx}$ sind sonach die Änderungen, die die Kotangente und Tangente des Südwinkels erfahren, wenn der Punkt um eine Einheit in der $x$- bzw. $y$-Richtung gerückt wird.

Die Änderungen im Südwinkel selbst sind aber die gesuchten Richtungskoeffizienten $a$ und $b$.

Hiernach erhalten wir:

$$a = \frac{1}{dy\, d \operatorname{ctg} 1''} \quad \text{und} \quad b = \frac{1}{dx\, d \operatorname{tg} 1''}$$

wobei $d \operatorname{ctg} 1''$ die der Kotangente, $d \operatorname{tg} 1''$ die der Tangente des Südwinkels entsprechende Änderung für 1 Sekunde ist.

Ist $\varphi_0$ größer als $90^0$, so erhalten wir ohne Berücksichtigung der Vorzeichen für $\frac{dy}{dx}$ den spitzen Hilfswinkel $\varphi$, aus welchem $\varphi_0$ nach Maßgabe des Quadranten der Seite $P_1 P$ in bekannter Weise abgeleitet wird.

Für den spitzen Winkel $\varphi$ ist $d \operatorname{tg} 1''$ stets positiv, $d \operatorname{ctg} 1''$ immer negativ, weshalb $b$ das Vorzeichen von $dx$, $a$ das entgegengesetzte Vorzeichen von $dy$ aufweisen muß.

Der Zusammenhang zwischen $d \operatorname{tg} 1''$ und $d \operatorname{ctg} 1''$ für den Winkel $\varphi$ ist folgender:

$$\begin{array}{ll} \operatorname{tg} \varphi & \operatorname{ctg} \varphi \\ \underline{\operatorname{tg} (\varphi + 1'')} & \underline{\operatorname{ctg} (\varphi + 1'')} \\ \operatorname{tg} (\varphi + 1'') - \operatorname{tg} \varphi = d \operatorname{tg} 1'' & \operatorname{ctg} (\varphi + 1'') - \operatorname{ctg} \varphi = d \operatorname{ctg} 1'' \end{array}$$

oder

$$\frac{1}{\operatorname{tg} (\varphi + 1'')} - \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = d \operatorname{ctg} 1''$$

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} (\varphi + 1'')}{\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} (\varphi + 1'')} = d \operatorname{ctg} 1''$$

oder näherungsweise

$$\frac{- d \operatorname{tg} 1''}{\operatorname{tg}^2 \varphi} = d \operatorname{ctg} 1''$$

Daher kann gesetzt werden:

$$a = \frac{- \operatorname{tg}^2 \varphi}{dy\, d \operatorname{tg} 1''}$$

Mithin erhalten wir weiters:

$$\frac{a}{b} = - \operatorname{tg} \varphi.$$

Auf Grund dieser Beziehungen können die Richtungskoeffizienten in einfacher Weise abgeleitet werden.

Die Vorzeichen werden grundsätzlich erst am Schlusse der Rechnung berücksichtigt.

Um nach dem Ausgleiche die Verbesserungen der vorläufigen Koordinaten in Metern zu erhalten, soll auch für die Bestimmung der Richtungskoeffizienten das Meter als Einheit angenommen werden.

*A.* Berechnung der Richtungskoeffizienten mit Benützung einer einfachen Rechenmaschine.

I.

1. Ermittlung von $\frac{1}{dx}$
2. $\frac{1}{dx} \cdot dy = \operatorname{tg} \varphi$
3. Ermittlung von $\varphi$
4. Bildung von $\frac{1}{dx} : d \operatorname{tg} 1''$ mit Hilfe des Differenztäfelchens für die Tangente von $\varphi$
6. Bildung von $\frac{1}{dy}$
5. $\frac{1}{dy} : d \operatorname{ctg} 1''$ mit Hilfe des Differenztäfelchens für die Kotangente von $\varphi$.
7. Als Probe wird $a = b \operatorname{tg} \varphi$ gerechnet.

Beispiel:

$$P \qquad y = -\,18755{\cdot}73 \qquad\qquad x = -\,112370{\cdot}96$$
$$P_1 \qquad y_1 = -\,20272{\cdot}83 \qquad\qquad x_1 = -\,111178{\cdot}74$$
$$dy = y - y_1 = +\;1517{\cdot}10 \qquad dx = x - x_1 = -\;1192{\cdot}22$$
$$\frac{1}{dx} = 0{\cdot}0008388 \qquad\qquad \frac{1}{dy} = 0{\cdot}0006592$$
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{dx} \cdot dy = 1{\cdot}2725000 \qquad\qquad d \operatorname{tg} 10'' = 1269$$
$$\varphi = 51^0\, 50'\, 16{\cdot}1'' \qquad\qquad d \operatorname{ctg} 10'' = 784$$

| Tafeldifferenz 784 | | Tafeldifferenz 1269 | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{dy}$ | $= 6592$ | $\frac{1}{dx}$ | $= 8388$ |
| für 80″ | 6272 | für 60″ | 7614 |
| Diff. | 320 | Diff. | 774 |
| für 4″ | 313·6 | für 6″ | 761·4 |
| Diff. | 6·4 | Diff. | 12·6 |
| für 0·1″ | 7·8 | für 0·1″ | 12·7 |
| 84·1″ | | 66·1″ | |

$$P_1 - P \;\#\; \varphi_0 = 128^0\, 09'\, 43{\cdot}9'' \qquad a = -\,84{\cdot}1, \quad b = -\,66{\cdot}1$$

## II.

Die Divisionen werden auf Multiplikationen zurückgeführt, die Ermittlung von $a$ und $b$ erfolgt ohne Benützung der Differenzentafeln.

| | Einstell- | Umdrehungszähl- | Resultatwerk |
|---|---|---|---|
| 1. | $dx$ | tg $\varphi$ | $dy$ |
| 2. | Ermittlung von $\varphi$, $d$ tg 10″ und $d$ ctg 10″ | | |
| 3. | $dx$ | $d$ tg 10″ | ($dx$ . $d$ tg 10″) |
| 4. | ($dx$ . $d$ tg 10″) | $b$ | 10 |

Würde die Tangententafel die Werte für die Funktionen von 20 zu 20 Sekunden enthalten, müßte es $b$ $dx$ $d$ tg 20″ = 20 heißen

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5. | $dy$ | $d$ ctg 10″ | ($dy$ $d$ ctg 10″) |
| 6. | ($dy$ $d$ ctg 10″) | $a$ | 10 |
| | | und zur Probe | |
| 7. | $b$ | tg $\varphi$ | $a$ |

Beispiel.

$dy = +\ 1517{\cdot}10$ $\qquad$ $dx = -\ 1192{\cdot}22$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | 1192·22 | 1·2725000 | 1517·10 |
| | ($\varphi = 51^0\ 50'\ 16{\cdot}1''$ | $d$ tg 10″ = 1269, | $d$ ctg 10″ = 784) |
| 2. | 1192·22 | 0·0001269 | 0·151292718 |
| 3. | 0·151292718 | 66·1 | 10·0004486589 |
| 4. | 1517·10 | 0·0000784 | 0·118940640 |
| 5. | 0·118940640 | 84·1 | 10·002907824 |
| 6. | 66·1 | 1·2725000 | 84·11225 |
| | $\varphi_0 = 128^0\ 09'\ 43{\cdot}9''$ | $a = -\ 84{\cdot}1$ | $b = -\ 66{\cdot}1$ |

*B.* Berechnung der Richtungskoeffizienten mit Benützung einer Doppelmaschine.

Steht eine solche zur Verfügung, so vereinfacht sich der Rechnungsgang noch bedeutend.

Da der Rechnungsgang nur Multiplikationen aufweist, sind die Umschalthebel auf $M$ zu stellen und in dieser Lage zu belassen.

| Linkes | | | Rechtes | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Einstell- | Zähl- | Resultatwerk | Einstell- | Zähl- | Resultatwerk |
| $dx$ | tg $\varphi$ | $dy$ | $dy$ | ctg $\varphi$* | $dx$ |
| $dx$ | $d$ tg 10″ | ($dx$.$d$ tg 10″) | $dy$ | $d$ ctg 10″ | ($dy$.$d$ ctg10″) |
| ($dx$.$d$ tg 10″) | $b$ | 10 | ($dy$.$d$ctg 10″) | $a$ | 10 |
| $b$ | tg $\varphi$ | $a$** | | | |

* Kontrolle für die Richtigkeit von $\varphi$,

** „ „ „ „ „ $a$ und $b$.

Beispiel.

$dy = +\,1517{\cdot}10$ $\qquad\qquad$ $dx = -\,1192{\cdot}22$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1192·22 | (0·6178093) | (736·5646) | 1517·10 | 0·6178093 | 1192·22 |
| | 1·2725000 | 1517·10 | | | |

$\varphi = 51^0\,50'\,16{\cdot}1''$ $\quad$ $d\,\mathrm{tg}\,10'' = 1269$ $\quad$ $d\,\mathrm{ctg}\,10'' = 784$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1192·22 | (0·0000784) | (0·093470048) | 1517·10 | 0·0000784 | 0·118940640 |
| | 0·0001269 | 0·151292718 | | | |
| 0·151292718 | 66.1 | 10·000448 | 0·118940640 | (66·1) | (7·861976304) |
| | | | | 84·1 | 10·002907824 |
| 66·1 | 1·2725000 | 84·11225 | | | |

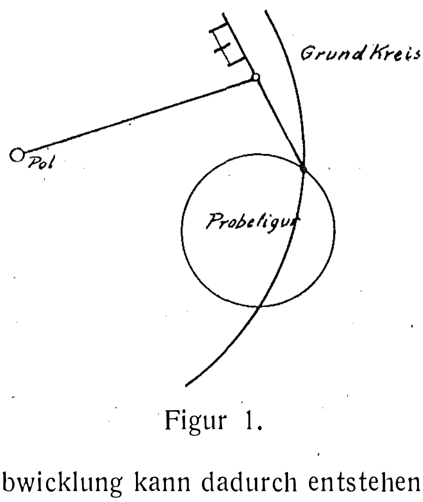
$\varphi_0 = 128^0\,09'\,43.9''$, $\quad a = -\,84.1$, $\quad b = -\,66.1$

---

# Über den Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit des Papiers auf die Abwicklung an einer Integrierrolle.

Von K. KETTER, Bonn.

In der Theorie der Umfahrungsplanimeter, bei denen die Integrierrolle auf der Zeichenfläche selbst läuft, wird diese Zeichenfläche stets als Ebene betrachtet. Man macht dann bei der Besprechung der Fehlertheorie der Umfahrungsplanimeter gewöhnlich die Einschränkung, daß die Genauigkeit einer Flächeninhaltsermittlung von der Oberflächenbeschaffenheit des Zeichenblattes abhängig sei. Dabei denkt man wohl in erster Linie an alte, stark abgenutzte Pläne. In solchen Fällen steht allerdings das Scheibenplanimeter zur Verfügung. Im folgenden soll deshalb von groben Unstetigkeiten der Oberfläche abgesehen werden. Zweck der Untersuchung ist festzustellen, ob der Einfluß der Rauhigkeit bei verschiedenen Sorten guten Zeichenpapiers so groß ist, daß ein meßbarer Fehler der Abwicklung entstehen kann.




Figur 1.

Ein Fehler der Abwicklung kann dadurch entstehen, daß die Integrierrolle über die Unterlage gleitet anstatt zu rollen. Theoretisch darf sie nur bei einer Bewegung des Fahrstiftes längs des Grundkreises gleiten. Praktisch wird sich der Grundkreis nicht als Linie, sondern als Kreisring darstellen, dessen Breite je nach der Oberflächenbeschaffenheit des Papiers verschieden ist. Der Einfluß der Rauhigkeit auf die Abwicklung wird also auch bei demselben Material je nach der Lage der umfahrenen Figur zum Grundkreis verschieden sein. Will man also die Wirkung verschiedener Unterlagen auf die Abwicklung untersuchen, so muß man in allen Fällen dieselbe Lage der Probefigur zum Grundkreis herstellen. Zweckmäßig wählt man eine Lage, bei der die Länge des Weges in der Gleitzone eine mittlere Größe erreicht. Für die folgenden Untersuchungen sind die in Frage kommenden Verhältnisse in Figur 1 dargestellt.

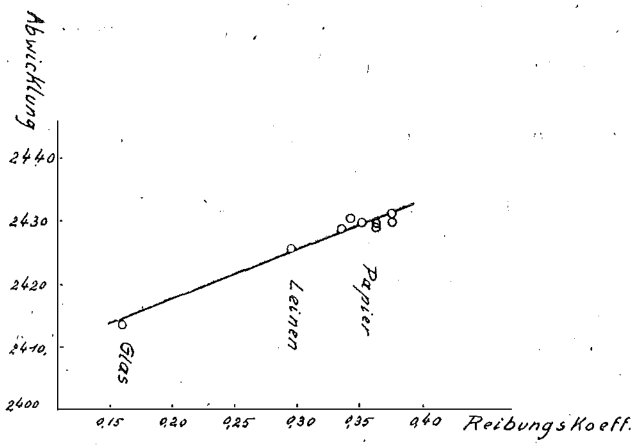
Benutzt wurden sieben verschiedene Papiersorten der Firma Schleicher & Schüll in Düren, die bei verschiedener Rauhigkeit sämtlich zu Kartierungsarbeiten geeignet sind. Das benutzte Planimeter ist ein Polarplanimeter von G. Coradi, Zürich. mit der Fabriknummer 3826. Umfahren wurde mit Hilfe des Kontrollineals ein Kreis von 6 *cm* Radius je 20mal. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die Papiere sind dabei ihrer Rauhigkeit nach geordnet, und zwar ist Nr. 444: 5r das rauheste, Nr. 444: 5T das glatteste. Die Bezeichnungen der Papiersorten sind die der Fabrik.

| Papier | Abwicklung an der Rolle | Reibungskoeffizient |
|---|---|---|
| 444: 5r | 2430·3 | 0·374 |
| 444: 5a | 2431·2 | 0·374 |
| 444: 4r | 2429·1 | 0·364 |
| 444: 4a | 2429·6 | 0·364 |
| 444: 4g | 2429·9 | 0·354 |
| 444: 5g | 2430·2 | 0·344 |
| 444: 5T | 2428·6 | 0·335 |

Aus der Tabelle geht offensichtlich hervor, daß ein Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit soweit er überhaupt vorhanden ist, von anderen Fehlern überdeckt wird. Immerhin zeigt sich im ganzen eine gewisse Abnahme der Abwicklung mit zunehmender Glätte des Papiers, wie ja auch zu erwarten war. Doch ist der Unterschied zwischen dem rauhesten und glattesten Papier mit rund 0·1% der Abwicklung so klein, daß er wohl gegenüber den anderen Fehlern einer Flächenermittlung mit dem Umfahrungsplanimeter vernachlässigt werden kann.

Um nun trotzdem einen Einblick in das Verhalten der Integrierrolle gegenüber der Oberflächenbeschaffenheit der Unterlage zu gewinnen, wurden dieselben Messungen wie für die sieben Papiersorten für zwei ganz andere Materialien ausgeführt. Einmal wurde der Leinenunterzug einer Karte, das andere Mal eine Glasplatte benutzt. Die Abwicklung war für Leinen 2425·2 und für Glas 2413·6. Hier zeigt sich der Einfluß der Unterlage deutlich. Außerdem wurden die Reibungskoeffizienten gegen Nickel für die verschiedenen Unterlagen bestimmt. Es handelt sich dabei allerdings um verhältnismäßig rohe

Bestimmungen, insbesondere konnten die Unterschiede zwischen den einzelnen Papiersorten nicht genügend erfaßt werden (s. Tabelle). Für Leinen ergab




Figur 2.

sich der Reibungskoeffizient zu 0·296 und für Glas zu 0·158. In der Figur 2 sind die Abwicklungen an der Rolle als Ordinaten zu den Reibungskoeffizienten als Abzissen aufgetragen. Es zeigt sich, daß für den betrachteten Bereich die Abwicklung den Reibungskoeffizienten direkt proportional ist.

---

# Literaturbericht.

## 1. Bücherbesprechungen.

Bibliotheks-Nr. 694. P. Luckey, Studienrat am staatl. Gymnasium Philippinum in Marburg: Nomographie. Praktische Anleitung zum Entwerfen graphischer Rechentafeln mit durchgeführten Beispielen aus Wissenschaft und Technik. Aus der Sammlung: „Mathematisch-physikalische Bibliothek", herausgegeben von W. Lietzmann und A. Witting, Band 59/60.

Mit 57 Figuren im Text und 48 Aufgaben. Zweite, neubearbeitete und erweiterte Auflage der „Einführung in die Nomographie", 2. Teil. 1927, Leipzig und Berlin, Verlag und Druck von B. G. Teubner. Preis: karton. Rm. 2.40.

In unserer Zeitschrift haben wir noch nicht Gelegenheit gehabt, die Veröffentlichungen des Studienrates Luckey: Einführung in die Nomographie 1. Teil: Die Funktionsleiter und den 2. Teil: Die Zeichnung als Rechenmaschine, erschienen im Verlage B. G. Teubner, zu besprechen. Beide Schriften fanden die günstigste Aufnahme in Wissenschaft und Praxis, bei Lehrern und Schülern.

Die vorliegende Schrift stellt sich auch durch den Titel als vollständiger und gründlicher Lehrgang dar, in der auch die Funktionsleitern von Grund auf behandelt werden, wobei der bisherige Inhalt des vorzitierten zweiten Teiles der Luckeyschen Publikation durchgreifend neubearbeitet und beträchtlich erweitert erscheint.

Der Autor setzt an Kenntnissen die Grundlagen der analytischen Geometrie voraus. Sein Streben geht dahin, die wichtigsten Formen der graphischen Rechentafeln in typischen Einzelbeispielen klarzulegen, ausführlich zu beschreiben und zur selbständigen Herstellung von Nomogrammen zu befähigen.

Die Art, wie Studienrat Luckey die Nomographie behandelt, hat ihm die volle Anerkennung der Kritik eingetragen, und es ist sicher zu erwarten, daß es Luckeys pädagogisches Geschick zustande bringen wird, auch die schwierigsten und noch wenig bekannten Gebiete für die Anwendung der Nomographie zu erschließen.

Das einfach und klar geschriebene Werk eignet sich vorzüglich für Einführungskurse an technischen Lehranstalten, als Lehrbehelf für Techniker und zum Selbstunterrichte, und wir zweifeln nicht, daß es sich als ein ausgezeichneter Leitfaden für den Unterricht rasch einbürgern und einen großen Freundeskreis finden wird.

Ausstattung, Papier, Satz, Figuren sind tadellos, so daß wir das wohlfeile Bändchen der anerkannt gelungenen Teubners „Mathematisch-physikalischen Bibliothek" aufs wärmste empfehlen können. *D.*

---

## 2. Zeitschriftenschau.

### Allgemeine Vermessungsnachrichten.

Nr. 25. Sauer: Was soll aus dem Grund- und Gebäudekataster in Preußen werden? — Boelcke: Die Vermessungstechnik auf dem 22. Deutschen Geographentag. — Sitzungsberichte der vierten Tagung des Beirats für das Vermessungswesen zu Braunschweig 1926 (6. Fortsetzung). — Patschek: Normung im Vermessungswesen.

Nr. 26. Lüdemann: Der Optikus und Mechanikus J. H. Tiedemann zu Stuttgart. — Sitzungsberichte der vierten Tagung des Beirats für das Vermessungswesen zu Braunschweig 1926 (7. Fortsetzung). — Aus dem Jahresbericht des Direktors des Preußischen Geodätischen Instituts für die Zeit vom April 1925 bis März 1926.

Nr. 27. Simon: Technische und wirtschaftliche Fragen zur Luftbildaufnahme des Ruhrkohlenbezirks. — Sitzungsberichte der vierten Tagung des Beirats für das Vermessungswesen zu Braunschweig 1926 (8. Fortsetzung). — Blumenberg: Auszug aus dem Jahresbericht der Landwirtschaftlichen Hochschule Bonn-Poppelsdorf für die Zeit vom 1. April 1926 bis 31. März 1927.

Nr. 28. Huber: Die Bewertung des Grundbuchs und der Katasterkarte in Theorie und Praxis. — Sitzungsberichte der vierten Tagung des Beirats für das Vermessungswesen zu Braunschweig 1926 (9. Fortsetzung).

Nr. 29. Blumenberg: Die 31. Tagung des Deutschen Vereins für Vermessungswesen (D. V. W.) vom 13. bis 17. August 1927 in München. — Joppen: Die Berufsschulpflicht der Vermessungszöglinge. — Vorschriften über die Ausbildung und Prüfung der Vermessungsingenieure in Preußen vom 21. September 1927.

Nr. 30. Kl.: Nachruf. — Neumessungen. — Sitzungsberichte der vierten Tagung des Beirats für das Vermessungswesen zu Braunschweig 1926 (10. Fortsetzung).

### Bayerische Zeitschrift für Vermessungswesen.

Nr. 8 u. 9. Müller: Das Pothenotsche Problem als Sonderfall des Rückwärtseinschneidens im Raume.

### Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik.

Nr. 9. Aregger: Der selbstreduzierende Kontakt-Tachymeter Kern. — Hunziker: Längendifferenzbestimmungen der Schweizerischen Geodätischen Kommission.

Nr. 10. Cueni: Kartengenauigkeit. — Zeller: Die Vorschläge für eine neue Landkarte. — Werffeli: Tarif für Grundbuchvermessungen.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

9. Heft. Schulze: Beiträge zur Theorie des dreiseitigen (Bauernfeindschen) Winkelprismas. — Lüdemann: Die Genauigkeit der Kreisteilung bei kleinen Hochleistungstheodoliten. — Josephy: Fettfreies Regulierventil für das Hochvakuum. — Masius: Über die Empfindlichkeit einer Methode zur Messung der Gegeninduktivität. — Keil: Die Entwicklung der Firma J. und A. Bosch, Straßburg, ein Beitrag zur Geschichte der deutschen Präzisionsmechanik. — Opitz: Bemerkungen zu der Abhandlung von Prof. A. Seiffert: Eine genaue graphische Bestimmung des Minimums der prismatischen Dispersion. — Pulfrich: Die Erzeugung eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion.

10. Heft. Eversmann: Mittlere Exzentrizität einiger Zwangszentrierungen. — Lüdemann: Eine neue Tachymeter-Kippregel. — Spiller: Einrichtung zur automatischen Aufnahme von Schwärzungskurven. — Kaempfert: Ein Reflexograph. — Bois-Reymond: Die Erprobung des Barometers.

Zeitschrift für Vermessungswesen.

Heft 17. Schütz: Fehlerellipsen in schematischen Dreiecksnetzen (Fortsetzung). — Mahnkopf: Korrektionen der Zeitsignale von Nauen und Lafayette. — Bengs: Die Schätzung städtischer Grundstücke für Beleihungszwecke. (3. Fortsetzung.)

Heft 18. Schütz: Fehlerellipsen in schematischen Dreiecksnetzen. — Hancke: Uferlinie und Eigentumsgrenze. — Werner: Vom ideellen Miteigentum an Grundstücken.

Heft 19. Boltz: Die Ausgleichungsmethode von Herrn Anér, Stockholm. — Zeiler: Grenzstreit, Messungsanerkennung und Grenzvereinbarung.

Heft 20. Werkmeister: Ausgleichung von Höhennetzen. — Sauer: Die Geschichte des Kurhessischen Katasters. — Göbel: „Neuzeitlicher Städtebau" schon im alten Rom unter Nero.

---

## 3. Bibliothek des Vereines.

Der Redaktion ist zugegangen:

P. Luckey: Nomographie, B. G. Teubner, Leipzig 1927.

---

# Vereins-, Gewerkschafts- und Personalnachrichten.

## 1. Vereinsnachrichten.

**Referat über den Vortrag des Chef-Astronomen im Bundesamte für Eich- und Vermessungswesen, Oberbaurat Dr. F. Hopfner: Über den gegenwärtigen Stand des Problems „Erdfigur",** gehalten am 29. April 1927 in der 9. Monatsversammlung des Österreichischen Geometervereines.

Noch vor knapp zwei Menschenaltern erblickte man in der Frage nach der „Erdfigur" ein wesentlich geometrisches Problem. Denn da man damals der Erde die Figur eines Rotationsellipsoides zuschrieb, so beschränkte sich in jener Zeit das Problem auf die Ermittlung der Bestimmungsstücke dieses Rotationsellipsoides, also auf die Bestimmung seiner großen Halbachse und seiner Exzentrizität. Unter diesem Gesichtspunkte berechnete Bessel im Jahre 1841 aus den zehn besten der damals vorliegenden Gradmessungen ein Rotationsellipsoid, das bekannte Besselsche Ellipsoid, das durch die Werte $a = 6{,}377.397\,m$ und $\alpha = 1:299$ gekennzeichnet ist. In der Folgezeit, nämlich zwischen 1866 bis 1881, berechnete Clarke aus den indischen Gradmessungsarbeiten in Verbindung mit der anglo-französischen und russischskandinavischen Gradmessung ein neues Rotationsellipsoid mit den Werten $a = 6{,}378.249\ m$ und $\alpha = 1 : 293{\cdot}5$. Diese Werte weichen von den Besselschen Werten beträchtlich ab. Die Ursache hiefür ist in den indischen Gradmessungsarbeiten zu suchen, die zuverlässig darauf hinweisen, daß der Erde über Indien ein stärker abgeplattetes Rotationsellipsoid entspricht als über Europa. Diese Erkenntnis in Verbindung mit der Erfahrung, daß die aus den Gradmessungen einerseits und den Schwermessungen andererseits ermittelten Werte für die Abplattung nicht die erwartete Übereinstimmung zeigten, führte zu der Überzeugung, daß die Annahme einer ellipsoidischen Erdfigur nicht genüge und eine Überprüfung der übernommenen Ansichten von der Erdfigur nötig sei. Zu diesem Zeitpunkte, nämlich 1879, ließ Heinrich Bruns seine kleine, aber gehaltvolle Schrift „Die Figur der Erde" erscheinen, der es bestimmt war, die noch heute anerkannte Erklärung des Begriffs Erdfigur zu bringen und die die zu ihrer Bestimmung nötigen astronomischen, geodätischen und geophysikalischen Arbeiten in den Hauptzügen umschrieb. In dieser Schrift legt Bruns die Aufgabe der Geodäsie dahin fest, daß diese in der Beschreibung der Gesamtheit der Niveauflächen im Schwerkraftfelde der Erde gelegen sei, d. h. daß ihre Aufgabe — mathematisch formuliert — in der Bestimmung der Kräftefunktion $W$ der Erde bestehe. In der Tat liegt ja in der Gleichung $W = \text{const.}$ die Schar der Niveauflächen der Erde vor. Dieses allgemeine Problem umfaßt das besondere, die Gestalt einer beliebigen, aber eindeutig bestimmten Niveaufläche zu beschreiben; einer solchen einzelnen, aus der Schar herausgegriffenen Niveaufläche legt Bruns den Namen Geoid bei. Bruns verallgemeinert also im Grunde genommen nur eine Vorstellung, die auf Gauß zurückgeht, der bekanntlich die Erdfigur durch die in Meereshöhe verlaufende Niveau fläche erklärte.

Durch Bruns ist die Gehaltsbestimmung der Erde aus einem rein geometrischen zu einem physikalischen Problem geworden, zu dessen Lösung in den inzwischen gewonnenen Sätzen der Potentialtheorie und in den Methoden und Ergebnissen der praktischen Vermessung die erfolderlichen Ansätze vorlagen. Die Lehrsätze der Potentialitheorie geben über die allgemeinen geometrischen Eigenschaften der Geoide Aufschluß. Sie sind, weil Niveauflächen, stetig verlaufende, allseitig geschlossene Flächen ohne Kanten und Ecken und entsprechend den Massenunregelmäßigkeiten der Erde aus regulären Stücken analytischer Flächen zusammengesetzt, die an den Übergangsstellen stetig ineinander übergehen; hiebei, also an den Übergangsstellen, ändert sich jedoch die Krümmung der Geoide im allgemeinen sprunghaft. Es ist also nicht möglich, aus dem Bildungsgesetze der Geoide an irgend einer Stelle das an anderer Stelle geltende abzuleiten ohne Kenntnis der Massenanordnung im Erdinnern.

Diese Erkenntnisse sind für die Geodäsie von weittragender Bedeutung. Zunächst ist nämlich klar, daß sich aus den Vermessungen innerhalb eines Vermessungsgebietes nur die Figur des Geoids im Vermessungsgebiete, niemals aber seine Gesamtfigur ableiten läßt, und daß bei der heutzutage erreichbaren Genauigkeit nur Teile des Geoides, niemals aber die Geoide in ihrer gesamten Ausdehnung durch analytische Flächen oder Stücke von solchen darstellbar sind.

Mit der bloßen Formulierung des Begriffs Erdfigur hat sich jedoch Bruns nicht zufrieden gegeben. Er entwickelt in seiner früher erwähnten Schrift daher ein Verfahren, das — weil jeder Versuch, die Figur eines Geoids durch Untersuchung der Potentialfunktion selbst zu bestimmen, infolge unserer Unkenntnis von der Massenverteilung im Erdinnern zur Unfruchtbarkeit verurteilt ist — die wenigstens synthetische, also punktweise Bestimmung der Geoide ohne Zuhilfenahme von Hypothesen für die damalige Zeit in den Bereich des Möglichen und Erreichbaren zu rücken schien. Infolge der auch heutzutage noch unüberwindlichen Schwierigkeiten, welche die terrestrische Refraktion der Messung genauer Zenitdistanzen und damit der Durchführung der punktweisen Bestimmung der Geoide nach Bruns bereitet, hat die praktische Geodäsie seinen Ideen bisher verhältnismäßig wenig Interesse entgegengebracht. Sie bewegt sich daher teils noch in ganz alten Bahnen, wie die Gradwessung, die im Rotationsellipsoide die zu bestimmende Erdfigur erblickt, teils hat sie beeinflußt von den Brunsschen Vorstellungen neue Wege unter der Führung Helmerts gesucht und auch eingeschlagen. In der Erkenntnis, daß nur Teile der Geoide durch Stücke von Rotationsellipsoiden bei der heutzutage geforderten Genauigkeit hinreichend approximiert werden können, sind gegenwärtig insbesondere die deutschen Geodäten an der Arbeit, mit Hilfe der von Helmert entwickelten Lotabweichungsgleichungen, also entweder durch passende Verdrehung eines vorgegebenen Rotationsellipsoides im Raume oder durch seine geeignete Deformation in ein anderes oder durch beide Operationen zusammen, die geforderte Anpassung beider Flächenstücke durchzuführen. Theoretisch ist das Verfahren natürlich nur dann zu rechtfertigen, wenn das zu approximierende Geoidstück eine analytische Fläche ist. In der praktischen Geodäsie wird diese Forderung kaum immer erfüllt werden können.

Wenn auch die Methode der Lotabweichungen vom Standpunkte der Brunsschen Auffassung einen Fortschritt gegenüber der Einstellung der Gradmessung zur Erdfigur bedeutet, so leisten beide Verfahren im Grunde doch dasselbe, da die Berechnung von Ellipsoidflächen für beide das Endziel ist; über den Verlauf auch nur irgend eines der Geoide vermögen die Verfahren keinerlei Aufschluß zu erteilen. Die Lösung eines wesentlich physikalischen Problems auf geometrischer Grundlage darf ja wohl auch kaum erwartet werden.

Der neuen Richtung gehört auch das gleichfalls auf Helmert zurückgehende astronomische Nivellement an. Dieses Verfahren ermöglicht ebenso wie die Methode von Eötvös zur Bestimmung der zweiten Ableitungen der Kräftefunktion der Erde nur die Beschreibung ganz kleiner Geoidteile und vermag diese Aufgabe auch nicht ohne Zuhilfenahme von Hypothesen durchzuführen. Eine Lösung der Frage nach der Figur der Erde im Sinne von Bruns wird man in diesen beiden Verfahren kaum erblicken können. Nur an die Schweremessungen wird man daher noch einige Erwartungen knüpfen dürfen, also an alle jene Verfahren, die sich die Bestimmung der Fallbeschleunigung und ihre Verwertung zur Lösung geophysikalischer Fragen zum Ziele setzen.

Die Versuche, aus Schweremessungen die Figur der Erde zu bestimmen, setzten ungefähr gleichzeitig mit den Gradmessungen, also vor mehr als 200 Jahren ein, wobei nach der damaligen Vorstellung von der Erdfigur als Rotationsellipsoid seine Abplattung mit Hilfe des Clairautschen Theorems zu bestimmen war. Nach dieser dem damaligen Stande der Geodäsie angepaßten Formulierung sind die Schweremessungen sonach nur für eine Teillösung des Problems „Erdfigur" ausersehen, und es sei gleich vorweg bemerkt, daß sich hieran auch heutzutage wenig oder gar nichts geändert hat. Die Stellungnahme der älteren Geodäsie zu den Schweremessungen wird dadurch erklärlich, daß das Clairautsche Theorem als physikalisches Theorem in der damals durchaus geometrisch orientierten Geodäsie eine Sonderstellung einnahm. Durch die Formulierung, die Bruns dem Problem Erdfigur erteilt hat, ist jedoch hierin ein Wandel dadurch eingetreten, daß das Clairaut'sche Theorem geradezu als eine Folge der Brunsschen Vorstellungen von der Figur der Erde angesehen werden muß; ja man kann sagen, daß das Clairautsche Theorem nur eine andere mathematische Formulierung der Brunsschen Vorstellung ist, nämlich in dem Sinne, daß die Geoide, welche die Kräftefunktion durch ein Volum-, also Raumintegral, erklärt, von dem Clairautschen Theorem durch gewisse Oberflächen-, also Randwerte, bestimmt werden. Bekanntlich kann ja das Clairautsche Theorem ohne Zuhilfenahme irgend einer Hypothese aus der Relation

$$-\frac{\partial W}{\partial n} = g$$

abgeleitet werden, indem man diese Gleichung für den Äquator und die Pole der Geoide aufstellt und die Resultate sodann passend mit einander kombiniert. Bei der Bestimmung der Geoide aus Schweremessungen hat man es daher im Wesen mit einer Randwertaufgabe zu tun.

Auf diese Gesichtspunkte nimmt die praktische Geodäsie auch heutzutage kaum Rücksicht. Sie geht von der Hypothese aus, daß die auf eine gemeinsame Niveaufläche irgendwie reduzierten Schwerewerte den durch die Clairautsche Formel geforderten Verlauf zeigen. Es ist dabei in theoretischer Hinsicht zunächst unwesentlich, ob man diese Formel in ihrer einfachsten oder in einer erweiterten Form adoptiert. Jn jedem Falle macht man nämlich die Annahme, daß jene Fläche, die der Clairautschen Formel in der gewählten Form zugrundeliegt, das Geoid hinreichend approximiert. Nur insoferne als man in jener Fläche die mathematische Figur der Erde zu erblicken berechtigt ist, kommt dem aus den Schweremessungen abgeleiteten Werte für die Abplattung eine reale Bedeutung zu.

Es war nun eine wichtige Erkenntnis, als sich herausstellte, daß die auf die Niveaufläche in Meereshöhe reduzierten Schwerewerte keineswegs den erwarteten Verlauf zeigten; es ergaben sich gegenüber den nach der Clairautschen Formel berechneten Werten Unterschiede, welche die zu erwartenden Beobachtungsfehler weit überstiegen und auch vielfach durch die regionale Verteilung der Vorzeichen überraschten. Zur Erklärung dieser Ergebnisse zieht man gegenwärtig bekanntlich die Vorstellung vom Massenausgleich in den obersten Schichten der Erdrinde heran, eine Vorstellung, die von geologischer Seite her ihre Stütze findet. Die Lehre vom Massenausgleich, die sogenannte Isostasie, fordert, daß sich sowohl die sichtbaren als auch die unsichtbaren Massenunregelmäßigkeiten der Erde derart kompensieren, daß in einer gewissen Tiefe eine Ausgleichsfläche des Druckes, d. h. eine Niveaufläche von der Beschaffenheit existiert, sodaß auf gleichen Flächenelementen, denen aber immerhin lineare Dimensionen von einigen hundert Kilometern zukommen können, annähernd gleich große Massen lagern. Die isostatische Reduktion besteht daher im Wesen darin, daß eine Idealisierung der Massenverteilung bis zur Ausgleichsfläche hinab vorgenommen wird, indem die Massendefekte durch die Massenüberschüsse kompensiert werden.

Der Erfolg entsprach den in die Isostasie gesetzten Erwartungen; die isostatisch reduzierten Schwerewerte zeigen eine bessere Übereinstimmung mit dem durch die Clairautsche Formel geforderten Verlauf als die nicht isostatisch reduzierten Schweren. Die „Streuung" in den übrig bleibenden Fehlern ist kleiner geworden und auch die regionale Verteilung der Vorzeichen ist weniger auffällig. Gewiß kann man hierin eine Bestätigung für die Hypothese vom Massenausgleich erblicken, und die Geologen haben immerhin einige Ursache, den Geodäten für ihre Untersuchungen dankbar zu sein. Aber auch viele Geodäten sind mit der Isostasie zufrieden, brachte sie ihnen doch die Sensation vom dreiachsigen Ellipsoid. Die isostatisch reduzierten Schwerewerte verlangen nämlich zu ihrer Darstellung durch die Clairautsche Formel in dieser ein von der geographischen Länge abhängiges Glied; sie weisen also nicht nur die geforderte Abhängigkeit von der geographischen Breite auf, ihre Verteilung ist auch von der Länge abhängig. Die Bezugsfläche der isostatisch reduzierten Schwerewerte ist somit kein Rotationskörper mehr, und viele Geodäten sind geneigt, in dieser Fläche ein dreiachsiges Ellipsoid zu erblicken. Sie stützen sich hiebei auf Clarke, der bei einem Versuche, aus den Gradmessungen ein dreiachsiges Ellipsoid zu rechnen, zu den gleichen Achsenrichtungen im Äquator gelangt war.

An den drei Achsen der Bezugsfläche für die isostatisch reduzierten Schwerewerte ist natürlich nicht zu zweifeln. Man macht aber stillschweigend eine Hypothese, wenn man hieraus auf eine dreiachsige Erdfigur schließt. Die isostatische Reduktion läuft nämlich im Wesen darauf hinaus, alle Massenunregelmäßigkeiten auszugleichen; sie ebnet daher auch die Hebungen und Senkungen, also die Undulationen, des Geoids ein und schafft hiedurch eine Idealfigur, die mit dem Geoide nur eine mehr oder weniger entfernte Ähnlichkeit besitzen kann. Nun kann zwar gegen die Idealisierung der physischen Erdfigur prinzipiell gewiß kein Bedenken erhoben werden; ist doch das Geoid auch eine idealisierte Erdfigur, in der allerdings die Unregelmäßigkeiten der physischen Erdfigur in den Undulationen zum Ausdruck kommen. Aber die Idealisierung sollte doch nicht so weit gehen, daß der Zusammenhang zwischen der physischen und der idealisierten Erdfigur nur noch ein ganz loser wird, was natürlich eintritt, wenn die Unregelmäßigkeiten des Erdkörpers in der Idealfigur überhaupt nicht mehr in Erscheinung treten. Gerade dieses Ziel setzt sich aber die isostatische Reduktion. Das Ergebnis der Isostasie über die drei Achsen der Erdfigur muß daher so lange nur als eine Folgeerscheinung der isostatischen Reduktionsmethode angesehen werden, bis auch von anderer Seite her ein Nachweis für die Dreiachsigkeit der Erdfigur erbracht worden ist.

Überblickt man die Methoden der praktischen Geodäsie zur Bestimmung der Erdfigur, so kommt man zu dem Ergebnis, daß die praktische Geodäsie auch heutzutage noch im Ellipsoide die zu bestimmende Erdfigur erblickt. Verwendbare Verfahren zur Bestimmung der Geoide oder einzelner Stücke von ihnen liegen, wenn man vom astronomischen Nivellement und der Methode von Eötvös absieht, überhaupt nicht vor.

## 2. Personalnachrichten.

**Österreichische Kommission für die Internationale Erdmessung.** Der Bundesminister für Handel und Verkehr hat die Wahl der Herren: Oberst d. R. Ing. Leopold Andres, Hofrat Prof. Dr. Johann Becke, Hofrat Prof. Dr. Eduard Doležal, Hofrat Prof. Dr. Richard Schumann, Hofrat Prof. Dr. Felix Exner, Chef-Astronomen Oberbaurat Dr. Friedrich Hopfner, wirkl. Hofrat Ing. Franz Winter zu Mitgliedern der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung für die fünfjährige Funktionsperiode 1927—1932 bestätigt. Dieser Kommission gehört auch als Mitglied der Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen Ing. A. Gromann an.

In der konstituierenden Sitzung am 3. November d. J. wurde der bisherigee Präsident Hofrat Prof. Dr. E. Doležal einstimmig zum Präsidenten wiedergewählt.

**Hochschulnachrichten.** Prof. Dr. Franz Aubell von der Montanistischen Hochschule in Leoben wurde zum Mitgliede der Leopoldinisch-karolinischen deutschen Akademie der Wissenschaften in Halle a. S. gewählt.

Das Bundesministerium für Unterricht hat die Anträge der Professorkollegien, Prof. Ing. Dr. H. Dock die venia legendi für das Gesamtgebiet der Photogrammetrie an der Techn. Hochschule in Wien und Ing. Dr. F. Ackerl die venia legendi für das Gesamtgebiet der Geodäsie an der Hochschule für Bodenkultur in Wien zu erteilen, bestätigt.

**Versetzungen.** Bergrat Ing. Franz Rochelt zum B.-V.-A. Innsbruck, Bergrat Ing. Ludwig Forster zum B.-V.-A. Kufstein, Vermessungsrat Ing. Robert Booms zum B.-V.-A. Mödling, Vermessungsassistent Ing. Hugo Hackenberg vom B.-V.-A. Wien zum K.-M.-A. Wien, Vermessungsassistent Wilhelm Heeger vom B.-V.-A. Mödling zum B.-V.-A. Wien, Kontrollor Oskar Pflanzer vom B.-V.-A. Mistelbach zum B.-V.-A. Linz, Vermessungskommissär Ing. Rudolf Keilwerth zum B.-V.-A. Feldbach, Vermessungsoberkommissär Ing. Viktor Schaffus vom B.-V.-A. Feldbach zum B.-V.-A. Graz.

**Beförderungen.** In die V. D. Klasse wurden befördert: Vermessungsoberkommissär Ing. Josef Sequard-Baše und Vermessungskommissär Dr. techn. Ing. Friedrich Bastl mit 21. September 1927, Vermessungskommissär Otto Paukert, Vermessungsoberkommissäre Ing. Emil Mogg, Ing. Emil Kadiunig, Ing. Karl Klinger, Ing. Stephan Walch, Ing. Leopold Patz, Ing. Josef Rohracher und Ing. Gustav Geyer mit 26. September 1927.

Eigentum und Verlag des Vereines. — Verantwortlicher Redakteur: **Guido Piëter**, Baden, Mozartstraße 1.
Druck von Rudolf M. Rohrer in Baden.

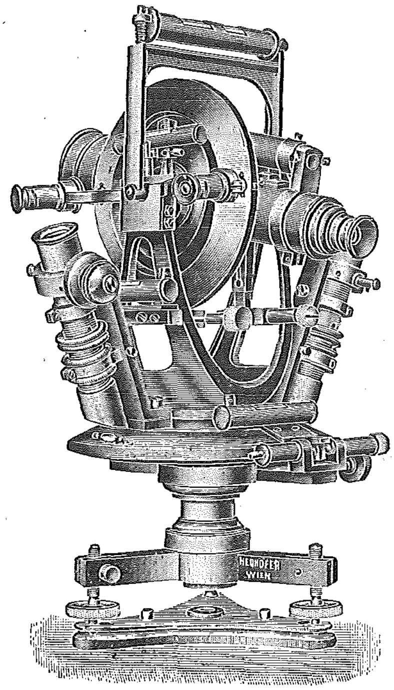
# Neuhöfer & Sohn A. G.

## für geodätische Instrumente und Feinmechanik

## Wien, V., Hartmanngasse 5

Telephone 55-5-95, 58-2-32. Telegramme: Neuhöferwerk Wien.

**Theodolite** **Tachymeter**




**Nivellier-** **Bussolen-**

## Instrumente.

Meß- und Zeichenrequisiten, Meßbänder

R e i ß z e u g e

Reparaturen jeder Art Illustrierte Prospekte

**Bei** Bestellungen und Korrespondenzen an die hier inserierenden Firmen bitten wir, sich immer auch auf unsere Zeitschrift berufen zu wollen.

Eigentum und Verlag des Vereines. — Verantwortlicher Redakteur: Guido Piéter, Baden, Mozartstraße 1.