

ÖSTERREICHISCHE
ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben

VOM

ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREIN

Schriftleitung:

Hofrat **E. Doležal**

o. ö. Professor

an der Technischen Hochschule in Wien.

und

Ing. **S. Wellisch**

Baurat

des Wiener Stadtbauamtes.

Nr. 2.

Wien, im Juni 1920.

XVIII. Jahrgang.

INHALT:

Seite

Abhandlungen: Längenmessungen mit Invarband auf ebenem Boden. Von Professor Dr. H. Löschner, Brün.	25
Die Ausgleichung von Abschlußfehlern, die Bestimmung der zulässigen maximalen Abschlußfehler in Dreiecken und geschlossenen Polygonen. Von Alexander Jankó, Selmeczványa. (Fortsetzung und Schluß.)	38
Vereins- und Personalmeldungen: Vereinsangelegenheiten. — Personalien.	

Zur Beachtung!

An unsere sehr geehrten Mitglieder!

Der Mitgliedsbeitrag wurde über Beschluß der Hauptversammlung vom 2. Februar 1920 auf **30 Kronen** erhöht. Jene Mitglieder, welche einen niedrigeren Beitrag für das laufende Vereinsjahr eingezahlt haben, wollen den Rest mittels Postschecks ehebaldigst entrichten.

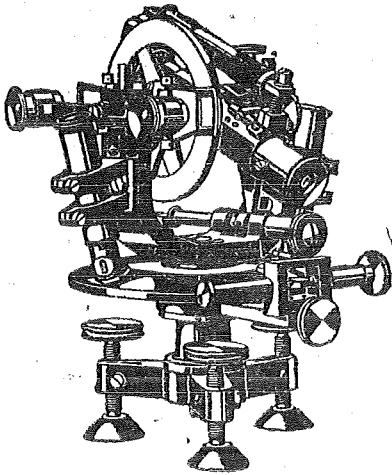
Alle die Kassagebarung betreffenden Schreiben wollen nur an die neue Anschrift unseres Zahlmeisters **Ing. Hans Rohrer**, Geometer, **Wien, VIII., Friedrich Schmidt-Platz Nr. 3, III. Stock** (Triangulierungs-Bureau) gesendet werden.

Zeitungsreklamationen und Adressänderungen sind direkt an die Buchdruckerei **J. Wladarz** in **Baden bei Wien, Pfarrgasse Nr. 3** (Niederösterreich) zu richten.

Wien 1920.

Herausgeber und Verleger: Österreichischer Geometerverein.

Druck von Joh. Wladarz, Baden.



Telephon 36.124.



Märzstraße 7.

Geodätische Instrumente

Alle Meß- und Zeichenrequisiten.

Reparaturen rasch und billig.

Lieferanten der meisten Ämter und
Behörden.

Gegründet 1888.

Eigene Erzeugnisse.

Spezial Preisliste G I/VII kostenlos.

Weltausstellung Paris 1900: Goldene Medaille.

Starke & Kammerer

Wien, IV. Bezirk, Karlsgasse 11

Telephon Nr. 58317

liefern

Telephon Nr. 58317

Geodätische Präzisionsinstrumente:

Theodolite,

Tachymeter,

Nivellier-Instrumente,

sowie alle

Messgeräte.

Das illustrierte Preisverzeichnis auf Verlangen
kostenlos.

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREINES.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Baurat Ing. S. Wellisch.

Nr. 2.

Wien, im Juni 1920.

XVIII. Jahrgang.

Längenmessungen mit Invarband auf ebenem Boden.

Von Prof. Dr. H. Löschner, Brünn, Deutsche Technik.

Im Mai 1917 wurden unter meiner Leitung von vier Hörern einige Invarbandmessungen auf ebenem Boden ausgeführt, deren Ergebnisse hier mitgeteilt seien.

Das verwendete Invarband ist 20 *m* lang, 7 *mm* breit und 0.4 *mm* dick. Es wurde i. J. 1910 durch die Firma Starke & Kammerer (Wien) von J. Carpentier (Paris) bezogen.¹⁾

Unmittelbar vor Beginn der Längenmessungen wurde das Invarband am 20 Meter-Komparator auf dem Boden des Lehrkanzel-Ganges verglichen.²⁾ Der Markenabstand des Komparators beträgt 20.0048₅ *m*. Demgegenüber erwies sich das Invarband bei 5 *kg* Spannung und 20.8° *C* etwas kürzer, und zwar bei viermaliger Vergleichung um 5.450, 5.397, 5.559 und 5.526 *mm*, also im Mittel um $\delta = 5.483$ *mm*. Dieser Längenunterschied δ wurde unter Verwendung einer Präzisions-Anreihvorrichtung, System Löschner, (direkte Ablesung 0.1 *mm*, Schätzung 0.01 *mm*), ermittelt. Als mittlerer Fehler einer Vergleichung folgt

¹⁾ Damaliger Preis: 215 Kronen. Das Meßband wird auf einen Eisenring von rund 27 *cm* Durchmesser aufgewickelt.

²⁾ Die Endpunkte dieses Boden-Komparators, den ich im Herbst 1909 ausführen ließ, sind durch Strichkreuze auf Messingwürfeln von rund 5 *cm* Seitenlänge markiert. Die Messingwürfel sind in Zementprismen von 21 *cm* Länge und 63 *cm* Breite eingelagert, welche aus 50 *cm* Tiefe unmittelbar über den Scheitelteilen des darunter befindlichen Kreis-Gewölbe-Mauerwerks aufgearbeitet wurden. Die Verbindungsgerade der beiden Endpunkte (also die Meßrichtung) war nach erfolgtem Abschnüren in roter Oelfarbe auf dem Zementplatten-Boden vermarkiert worden. Sie wurde vor den hier beschriebenen Maß-Vergleichen durch mit Theodolitfernrohr bewerkstelligtes Einweisen von Zwischenpunkten in Abständen von 5 zu 5 Schritten kontrolliert. Das Ergebnis der Hin- und Rückmessung des Markenabstandes mittelst zweier Stahlnormalmeter (und Meßkeil) war 20.0048 und 20.0049 *m*. Selbstverständlich wurde auf den Temperatureinfluß Bedacht genommen. (Vorteilhafterweise war die Meßtemperatur nahe gleich der Normaltemperatur [18° *C*] der Normalmeter.) Um den sonst nach meinen Erfahrungen, besonders bei niederen Temperaturen, sehr merklich werdenden Einfluß der Körperwärme tunlichst auszuschalten, wurden die Normalmeter während der Messung mit mehrfachen, nach zwei Kanten geknickten Papierstreifen gehalten und übertragen.

$\pm 0,073 \text{ mm}$, als mittlerer Fehler f_1 des arithmetischen Mittels $\pm 0,036 \text{ mm}$. Die Länge (l) des Invarbandes betrug somit bei 5 kg Zug und $+20,8^\circ \text{ C}$:

$$l = 19999,37 \pm 0,06 \text{ mm.}$$

Im mittleren Fehler $\pm 0,06 \text{ mm}$ ist der mittlere Fehler $f_2 = \pm 0,05 \text{ mm}$ der Meßbandkomparatorlänge schon inbegriffen.

Bei 3 kg Zugspannung und gleicher Temperatur ergab sich der Längenunterschied δ_1 aufeinanderfolgend mit 6,442 und 6,396, also im Mittel mit $\delta_1 = 6,419 \text{ mm}$. Aus den 2 Beobachtungsgrößen δ und δ_1 läßt sich wenigstens angenähert der Spannungskoeffizient β (d. i. die Längenänderung per Meter, welche einer Spannungsänderung von einem Kilogramm entspricht) rechnen:

Die Längenänderung des rund 20 m langen Invarbandes ist bei 2 kg Spannungsänderung $\delta_1 - \delta = \Delta l = 0,000936 \text{ m}$; folglich bei 1 kg Spannungsänderung: $\frac{\Delta l}{2}$.

Dies durch 20 m dividiert, ergibt

$$\beta = 0,0000234.$$

Der Elastizitätsmodul für Zug berechnet sich hiernach für dieses Invarband mit

$$E = 1526000 \text{ kg für } 1 \text{ cm}^2.^1)$$

Nach Vorstehendem ist die Dehnung des Invarbandes jedenfalls etwas größer als jene des Stahlmeßbandes und es muß daher auf die Einhaltung einer unveränderten Zugspannung bei Invarmessungen umso sorgfältiger gesehen werden.²⁾

Die Meßstrecken waren auf dem ungepflasterten Weg- und Straßenboden durch Holzplöcke mit versenkten Metallschrauben vermarkt, deren feine Kopfrinne, senkrecht zur Meßrichtung gestellt, eine genügend scharfe Linienmarke boten.

Zwecks genauer Einhaltung der Meßrichtung wurden Richtpunkte von 5 zu 5 Schritt mittelst Theodolit einvisiert und durch große Andreaskreuze mit Röthel ersichtlich gemacht.

Bei der Längenmessung fanden zwei Löschner'sche Anreihvorrichtungen und eine Salter'sche Zugwaage Anwendung. Der verwendete Spannungszug während aller Messungen war 5 kg. Die Abnahme der Reststrecken geschah mit Hilfe eines kurzen Millimeter-Maßstabes.

Die Messungen erfolgten in der Zeit zwischen $\frac{3}{4}11$ bis 12 Uhr vormittags und 3 bis $\frac{1}{4}4$ nachmittags unter dem Einfluß der Sonnenwärme, wobei durch, vor die Sonne sich schiebende Wolken auch merkliche Temperaturunterschiede eintraten. Die Ergebnisse sind aus den Tabellen I und II zu entnehmen.

¹⁾ Bei einem 13 mm breiten Stahlmeßband war $\beta = 0,0000227$ und $E = 2090000$; vergleiche Löschner, Genauigkeitsuntersuchungen für Längenmessungen, Hannover 1902, S. 20.

²⁾ Vergleiche auch meine Mitteilungen über die Zugfestigkeit von Invardraht und Stahlmeßband in der österr. Z. f. V. (11), 1913, S. 18 f.

Tabelle I.

Tag der Messung.	Nr.	Temperatur in Celsius	Hinmessung Rückmessung in Metern	Differenz d in mm	Arithm. Mittel L in Metern	Zeitaufwand für Hin- und Rückmessung
18. Mai 1917	1	30.2 „	5.087 5.087 ₃	0.3	5.087 ₁	
	2	30.2 „	12.050 12.049 ₅	0.5	12.049 ₇	
	3	29.8 „	20.151 20.150 ₂	0.8	20.150 ₆	
	4	30.0 „	40.094 40.093	1.0	40.093 ₅	
	5	30.2 „	63.561 63.560 ₃	0.7	63.560 ₆	
	6	24.1 26.8	100.570 ₂ 100.570 ₅	0.3	100.570 ₃	14 Minuten
	7	28.4 24.4	152.478 152.480	2.0	152.479	18 Minuten
	8	26.6 27.6	201.776 ₃ 201.775	1.3	201.775 ₆	29 Minuten

Tabelle II.

Nr.	Für eine Messung		Für Doppelmessung
	$m = \pm \frac{d}{\sqrt{2}}$ in mm	relativer Fehler $\frac{m}{L}$	$M = \pm \frac{d}{2}$ in mm
1	± 0.2	$\frac{1}{25000}$	$\pm 0.1_5$
2	± 0.4	$\frac{1}{30000}$	$\pm 0.2_5$
3	± 0.6	$\frac{1}{33000}$	± 0.4
4	± 0.7	$\frac{1}{57000}$	± 0.5
5	± 0.5	$\frac{1}{127000}$	$\pm 0.3_5$
6	± 0.2	$\frac{1}{503000}$	$\pm 0.1_5$
7	± 1.4	$\frac{1}{109000}$	± 1.0
8	± 0.9	$\frac{1}{224000}$	$\pm 0.6_5$

Wenn nun auch die Messungsreihe viel zu kurz ist, um darauf eine einwandfreie Genauigkeitsuntersuchung stützen zu können, so bieten doch die abgeleiteten Rechnungsgrößen einen ungefähren Anhalt für die erreichbare Schärfe der auf die beschriebene Art vorgenommenen Längenmessungen.

Bei Annahme des einfachen Quadratwurzelgesetzes

$$m = \pm \mu \sqrt{L}$$

als Gesetz für die Fehlerfortpflanzung folgt aus den Meßergebnissen für den mittleren unregelmäßigen Fehler einer einfachen Messung der Längeneinheit (1 m) nach der bekannten Gleichung:

$$\mu^2 = \frac{1}{2n} \left[\frac{d^2}{L} \right]$$

$$\mu = \pm 0.00009.$$

Dies abgerundet ergibt sich als mittlerer Fehler einer einfachen Messung der theoretische Wert von $\mu = \pm 0.1 \text{ mm}$.

Darnach wäre der zu erwartende mittlere unregelmäßige Fehler einer einfachen Messung mit dem Invarband, nach der beschriebenen Methode:

bei $L = 50 \text{ m}$	$m = \pm 0.6 \text{ mm}$
$L = 100 \text{ m}$	$m = \pm 1.0 \text{ mm}$
$L = 200 \text{ m}$	$m = \pm 1.4 \text{ mm}$
(bei $L = 500 \text{ m}$	$m = \pm 2.0 \text{ mm}$)
($L = 1000 \text{ m}$	$m = \pm 3.0 \text{ mm}$)

Die letzten 2 Zeilen sind eingeklammert, weil sie sich auf Streckenlängen beziehen, welche bei den grundlegenden Beobachtungen nicht vorkommen. Diese Angaben besitzen daher eine erhöhte Unsicherheit und sollen auch lediglich ganz ungefähre Vergleichszahlen bieten, zumal bei den Aufnahmen des Ingenieurs und Geometers solche Meßlängen in der Regel nicht vorkommen.

Zum Vergleiche mit dem hier abgeleiteten, wenngleich nur auf wenige Messungen sich stützenden Wert $\mu = \pm 0.09 = \pm 0.1 \text{ mm}$, seien hier einige der für sorgfältige Lattenmessungen (längs Abschnürung) auf Grund langer Meßreihen berechneten mittleren Fehler für die Längeneinheit (1 m) angeführt:

nach Prof. Lorber ¹⁾	$\pm 0.535 \text{ mm}$
nach Verm.-Insp. Händel ²⁾	$\pm 0.160 \text{ mm}$
(Stadtvermessung Leipzig)	
nach Prof. Rebstein ³⁾	$\pm 0.200 \text{ mm}$.
(Stadtvermessung Zürich)	

Zum weiteren Vergleiche sei der für feine Stahlbandmessungen mit Anreihvorrichtung und Spannungswage für mehr oder weniger ebenen Wegboden ermittelte Wert μ angesetzt:

nach Löschner ⁴⁾	± 0.200 bis $\pm 0.303 \text{ mm}$.
---------------------------------------	--

¹⁾ Lorber, Ueber die Genauigkeit der Längenmessungen, Wien 1877, S. 35.

²⁾ Händel, Zeitschrift für Vermessungswesen 1898 S. 334.

³⁾ Händel's Bericht in Zeitschr. f. Verm. 1898 S. 335.

⁴⁾ Genauigkeitsuntersuchungen für Längenmessungen, Hannover, Jänecke, 1902 S. 41.

Von besonderer Bedeutung für die richtige Einschätzung des Wertes der Längenmessungen mit Invarband ist der verschwindend kleine Einfluß des Temperaturwechsels, soweit dieser für unsere Praxis in Betracht kommt. Selbstverständlich wird die Temperatur, bei welcher das Invarband am Komparator verglichen wird, immerhin nach Tunlichkeit möglichst nahe der Gebrauchstemperatur zu wählen sein.

Die Wärmeausdehnungszahl für Invardrähte und -bänder (36% Nickel, 64% Stahl) schwankt zwar etwas, sie ist aber stets recht klein.

Man findet für Temperaturen zwischen 0° und 40° die Werte $\alpha_1 = 0.028 \cdot 10^{-6}$; dann $\alpha_2 = 0.337 \cdot 10^{-6}$ und $\alpha_3 = 0.094 \cdot 10^{-6}$ angegeben und zwar für unter größere Zugspannung (10 kg) gesetzte Meßdrähte.¹⁾ Es kommt hiebei zu beachten, daß die Temperatureausdehnung des Invars unter Zugspannung etwas kleiner ist als jene ohne Zugspannung.²⁾

Man findet ferner für Invardrähte des k. u. k. Militärgeographischen Institutes³⁾ die kleine Wärmeausdehnungszahl $\alpha_4 = 0.000,000,095$ angegeben, wobei gleichfalls die Spannung von 10 kg vorausgesetzt ist.⁴⁾

Gleichfalls für 10 kg Spannung ist der Wärmeausdehnungskoeffizient von $\alpha_5 = 0.000,000,793$ für drei i. J. 1906 an die Hochschule Stuttgart gelieferte Invardrähte ermittelt.⁵⁾

Die Ermittlung dieser Wärmeausdehnungszahlen geschah im Internationalen Maß- und Gewichtsbureau zu Breteuil bei Paris. Aus dem gleichen Bureau stammt die Angabe eines viel größeren Mittelwertes für den Wärmeausdehnungskoeffizienten des Nickelstahls mit 35.6% Nickel, nämlich $\alpha_6 = 0.000,000,877$, welcher Wert sich wahrscheinlichst auf nicht unter Spannung befindliche Maßstäbe bezieht. Der gleiche Mittelwert erscheint auch in einer englischen Vorschrift über Vergleichung und Beglaubigung von Längenmaßen angegeben.⁶⁾

Die Etalonierung dreier Invarbänder im «Bureau of Standards», Washington, ergab wieder viel kleinere Wärme-Ausdehnungszahlen, nämlich von $\alpha_7 = 0.000\ 000\ 37$ bis $\alpha_8 = 0.000\ 000\ 43$.⁷⁾

Nimmt man nun bei nicht speziell untersuchtem Invarband den größten Wert α_6 an, so erreicht die Längenänderung infolge eines Temperaturwechsels von 10° C bei einer Meßstrecke von 100 m erst 0.9 mm, also eben erst das geringe Maß der infolge des mittleren unregelmäßigen Fehlers auftretenden Unsicherheit in der Längenmessung.

Bei Geltung des Wertes α_1 bzw. α_2 , α_3 , α_4 , α_7 und α_8 folgen aber die noch viel geringeren Längenänderungen von 0.03, bzw. 0.3, 0.1, 0.1, 0.4 und 0.4 Millimeter für die Meßstrecke von 100 m und für 10° Temperaturänderung.

¹⁾ Hergestellt im französischen Stahlwerk Imphy.

²⁾ Hammer's Bericht in Zeitschr. f. Verm. 1907 (36) S. 427.

³⁾ Geliefert von J. Carpentier, Paris.

⁴⁾ Gaksch in Mitt. des k. u. k. Militärgeogr. Institutes (31) 1911. S. 64.

⁵⁾ Hammer in Zeitschr. f. Verm. 1907 (36) S. 432.

⁶⁾ Vergleiche Hammer und Petzold in Zeitschr. f. Verm. 1904 (33) S. 201 und 338.

⁷⁾ Hammer's Bericht in Zeitschr. für Verm. 1909 (38) S. 91. (Lieferant der Invarbänder;

J. H. Agar Baugh, London).

Es zeigt sich, daß der Temperatureinfluß mit Rücksicht auf den erforderlichen Genauigkeitsgrad der geodätischen Arbeiten des Ingenieurs und Geometers wohl fast immer wird vernachlässigt werden können. Der geringe Einfluß des Wärmewechsels auf die Längenänderung des Invarbandes erscheint umso wichtiger, als bei den Längenmessungen ohne Zeltschutz die Temperatur von Metallbändern erfahrungsgemäß durch die unter dem Einfluß von Wind und Wolken oft stark wechselnde Stärke der Sonnenbestrahlung sehr merklich und ganz ungleichförmig — oft sprungweise — schwanken kann, sodaß die genauere Ermittlung der mittleren Meßtemperatur größeren Arbeitsaufwand verursachen würde.

Nach dem Vorstehenden erscheint bei unseren Messungen der Temperatureinfluß praktisch vernachlässigbar. Durch die Verwendung des Invars sind die aus den Temperatur-Veränderungen bezw. aus deren Vernachlässigung erwachsenen regelmäßigen (konstanten) Fehler auf ein sehr geringes Maß herabgedrückt.

Die wahre Länge des Nominalmeters auf unserem Invarband kann einfach mit

$$\frac{l}{20} = 999.968_5 \text{ mm}$$

angesetzt werden, wornach sich die in der Tabelle III zusammengestellten Längen für unsere Meßstrecken — selbst in den Millimetern praktisch genügend genau — ergeben:

Tabelle III.

Nr.	Wahre Länge der Meßstrecken in Metern
1	5.086 ₇ ± 5.087
2	12.049 ₁ ± 12.049
3	20.149 ₀ ± 20.150
4	40.092 ₁ ± 40.092
5	63.558 ₄ ± 63.558
6	100.567 ₁ ± 100.567
7	152.474 ₁ ± 152.474
8	201.769 ₀ ± 201.769

Schließlich sei bemerkt, daß ein Meß-Band gegenüber einem Meß-Draht für Längenmessungen des Ingenieurs und Geometers unbedingt vorzuziehen ist, da man ein Band sicherer und daher auch rascher auf- und abrollen kann, ohne hierbei schädliche Deformationen befürchten zu müssen. (Der bei freihängendem Meßwerkzeug in erster Linie in Vergleich zu ziehende und zu Gunsten des Drahtes sprechende Einfluß des Windes verliert bei auf dem Boden aufliegenden Meßwerkzeug seine Bedeutung, ja er spricht dann sogar eher zugunsten des Bandes.)

Bekannt ist, daß beim Gebrauch des Invarbandes gegenüber dem Stahlband noch viel größere Vorsicht nötig ist, da bei unachtsamer Behandlung leicht

«Beulen» (kürzere bleibende Wellen) entstehen, welche die Bandlänge beeinflussen; deshalb ist auch zum Aufrollen und für den Transport ein Ring von möglichst großem Durchmesser anzuwenden.¹⁾

Die Ausgleichung von Abschlußfehlern, die Bestimmung der zulässigen maximalen Abschlußfehler in Dreiecken und geschlossenen Polygonen.

Studie. Verfaßt von Alexander Jankó, ung. Oberforstrat, Selmeczbánya (Ungarn).

A. Die Ausgleichung der Winkel in Dreiecken.

(Fortsetzung und Schluß.)

III. Die Verbesserung in schiefwinkligen Dreiecken.

Das im vorigen Kapitel beschriebene Verbesserungsverfahren ist ohne alle Schwierigkeiten und Zweifel immer anwendbar, solange kein Winkel des Dreieckes den rechten Winkel überschreitet. Wenn aber ein Winkel des Dreieckes größer ist als 90° , dann müßte zur Verbesserung der Sinuswert des Ergänzungswinkels des über 90° betragenden Winkels herangezogen werden, wogegen aber verschiedene Zweifel und berechtigte Einwände erhoben werden können.

So ist in erster Reihe anfechtbar, daß nicht der gemessene Winkel selbst, sondern ein anderer — der Ergänzungswinkel — bei den Berechnungen benützt wird; weiters ist anfechtbar, daß — die Sinusfunktion der beiden anderen kleineren Winkel in Rechnung gezogen — beim dritten, erheblich größeren Winkel nicht die entsprechende erheblich größere Sinusfunktion, sondern die kleinere Sinusfunktion des kleineren Ergänzungswinkels in Rechnung kommt, infolgedessen bestünde zwischen den berechneten Verbesserungsgrößen nicht jenes Verhältnis, welches zwischen den der Größe der Winkel entsprechenden Sinusfunktionen besteht, und schließlich der schwerwiegendste Einwand wäre der, daß wir die vermittelst der Sinusfunktion des Ergänzungswinkels berechnete Verbesserung nicht am Ergänzungswinkel, sondern an dem viel größeren, 90° übersteigenden Winkel durchführen. Zur Verbesserung des Ergänzungswinkels aber können wir die mit Hilfe dieses Winkels berechnete Verbesserung auch nicht verwenden, denn im Falle einer solchen Verwendung müßten wir — während wir die beiden anderen Winkel verkleinern, infolgedessen auch den Ergänzungswinkel verkleinern müssen — den dritten, über 90° betragenden Winkel des Dreieckes vergrößern, es würden also zwei Winkel des Dreieckes verkleinert und der dritte vergrößert, bzw. umgekehrt, wenn der Abschlußfehler die Vergrößerung der Winkel verlangen würde.

Infolge dieser berechtigten Einwände müssen wir also zur Berechnung der Verbesserungen in Dreiecken, die über 90° -gradige Winkel haben, ein solches

¹⁾ Die in den Vereinigten Staaten (Coast and Geodetic Survey) gebrauchten, von J. H. Agar-Baugh (London) gelieferten drei Invarbänder werden beispielsweise für den Transport auf eine Aluminiumtrommel von rund 40 cm Durchmesser aufgerollt. Eine merkliche Längenänderung hat sich nicht gezeigt, obwohl z. B. das eine Invarband mehrere hundertmal auf- und abgerollt worden ist.

Verfahren suchen, welches diese Mängel vermeidet und dabei die Berechnung nicht erschwert, sondern ebenso einfach macht, wie es in den vorhergehenden Kapiteln bezüglich der spitzwinkligen Dreiecke beschrieben war.

Um zu einer solchen Lösung zu gelangen, nehmen wir ein theoretisches gleichschenkliges Dreieck an, dessen Spitze in das Unendliche fällt, der dort befindliche Winkel also 0 Grad beträgt, die beiden anderen aber je 90°, bzw. auf Grund den an diesen anstellbaren Messungen nahezu 90°, der Winkelabschlußfehler sei δ .

$$\begin{aligned} \text{Da nun} \quad \sin \alpha &= \sin 0^\circ = 0 \\ \sin \beta &= \sin \gamma = \sin 90^\circ = 1.000000 \text{ sind,} \end{aligned}$$

werden die Verbesserungen der einzelnen Winkel laut Formel 16 folgende sein:

$$\begin{aligned} v\alpha &= \frac{\delta}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma} \cdot \sin \alpha = \frac{\delta \cdot 0}{0 + 1.0 + 1.0} = 0 \\ v\beta &= \frac{\delta}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma} \cdot \sin \beta = \frac{\delta \cdot 1.0}{0 + 1.0 + 1.0} = \frac{\delta}{2} \\ v\gamma &= \frac{\delta}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma} \cdot \sin \gamma = \frac{\delta \cdot 1.0}{0 + 1.0 + 1.0} = \frac{\delta}{2} \end{aligned}$$

d. h. bei dem 0° großen Winkel wird der Verbesserungswert das Minimum, bzw. 0, bei den beiden anderen 90-gradigen Winkeln aber je die Hälfte des unverändert bleibenden Abschlußfehlers betragen. Bei den Berechnungen dieser Verbesserungen kommt bezüglich des 0 Grade großen Winkels das Minimum der Sinusfunktion, bei den rechten Winkeln aber das Maximum dieser Funktion, d. h. 1.000000 in Rechnung.

Stellen wir uns jetzt die beiden, sich im Unendlichen kreuzenden Schenkel mit gleichem Winkel nach einer Seite verschwenkt vor, so daß

$$\beta' < 90^\circ \quad \text{und} \quad \gamma' > 90^\circ \quad \text{sei.}$$

Infolge des Umstandes, daß die Größe der Verbesserungen sich mit der Größe der Sinusfunktion der Winkel und damit auch mit der Größe der Winkel ändert und bei einem 0-gradigen Winkel auch auf 0 sinken kann, muß die auf den früheren 90-gradigen Winkel β entfallende Verbesserung $\frac{\delta}{2}$ jetzt sinken und ergibt die auf β' entfallende Verbesserung $v\beta'$, dagegen wird die auf den früheren rechten Winkel γ entfallende Verbesserung $\frac{\delta}{2}$ um denselben Wert steigen, um die dem Winkel γ' entsprechende Verbesserung $v\gamma'$ ergeben zu können. Diese Abweichungen von $\frac{\delta}{2}$ müssen, da ja beim dritten Winkel keine Verbesserung eintritt, bei unverändertem Abschlußfehler unter einander gleich sein, damit die Summe der Verbesserungen in beiden Fällen den unveränderten Abschlußfehler ergeben könne, also:

$$v\beta + v\gamma = \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{2} = \delta$$

$$v\beta' + v\gamma' = \left(\frac{\delta}{2} - x\right) + \left(\frac{\delta}{2} + x\right) = \delta.$$

Diese mit x bezeichnete Veränderung der Verbesserungen können wir nach Figur 2 mit Hilfe des Sinus jenes Winkels in unsere Berechnungen einstellen,

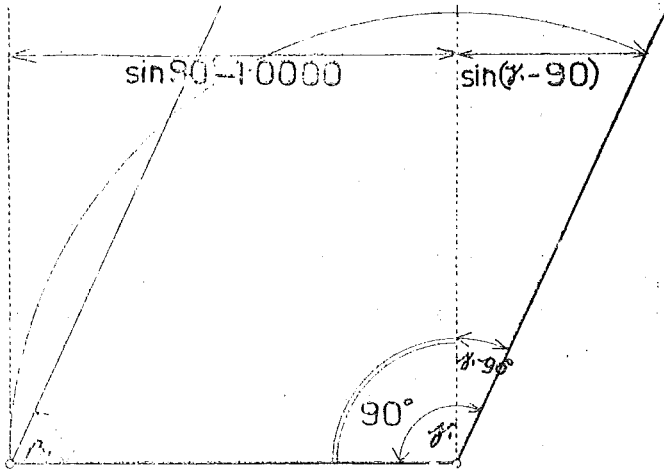


Fig. 2.

mit welchem Winkel wir die früheren Winkel $\beta \doteq \gamma \doteq 90^\circ$ verändert haben, also mit Hilfe des Sinus $(\gamma' - 90^\circ)$, und zwar auf folgender Grundlage: Wenn wir früher zur Bestimmung der Verbesserung $v\gamma = \frac{\delta}{2}$ die Winkelfunktion $\sin 90^\circ = 1.000000$ gebraucht haben, brauchen wir jetzt zur Bestimmung der Verbesserung $v\gamma'$ die Funktion: $\sin 90^\circ + \sin(\gamma' - 90^\circ) = 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)$, wo die Funktion $\sin(\gamma' - 90^\circ)$ die Grundlage der infolge der Winkelveränderung eintretenden Veränderung der Verbesserung des x bildet. Diese Folgerung entspricht der schon früher bewiesenen Gesetzmäßigkeit, wonach die Größe der Verbesserung im geraden Verhältnisse mit den Sinusfunktionen der dazu gehörigen Winkel steht; die über 90° habenden Winkel können diesem Gesetze nur auf diesem Wege entsprechen.

Und daß die Veränderungen der auf diesem Wege gewonnenen Verbesserungen sowohl bei Winkel β' wie auch bei Winkel γ' unter einander tatsächlich gleich sind, ist mit der Bildung der auf Winkel β' und γ' entfallenden Verbesserungen und mit der Gegenüberstellung der auf die Winkel β bzw. γ entfallenden Verbesserungen zu bestätigen; es wird also (laut Formel 20):

$$\begin{aligned}
 v\beta' &= \frac{\delta \cdot \sin \beta'}{\sin \alpha' + \sin \beta' + \sin 90^\circ + \sin(\gamma' - 90^\circ)} = \\
 &= \frac{\delta \cdot \sin \beta'}{\sin \beta' + 1.000000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)} \\
 v\gamma' &= \frac{\delta \cdot [1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)]}{\sin \alpha' + \sin \beta' + \sin 90^\circ + \sin(\gamma' - 90^\circ)} = \\
 &= \frac{\delta \cdot [1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)]}{\sin \beta' + 1.000000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)}.
 \end{aligned}$$

Doch anderseits:

$$v\beta' = v\beta - x$$

$$v\gamma' = v\gamma + x, \text{ woraus}$$

$$x = v\beta - v\beta' = \frac{\delta \cdot \sin \beta'}{2 \sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)} = \frac{\delta \cdot \sin \beta'}{2 \sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)} \text{ und ebenso}$$

$$x = v' - v = \frac{\delta \cdot [1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)]}{\sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)} - \frac{\delta}{2} = \frac{\delta \cdot [1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ) - \sin \beta']}{2 \sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)}$$

d. h. bei den hier angenommenen theoretischen Dreiecken ist die Veränderung der Verbesserungen bei beiden Winkeln unter einander gleich und ist die Lösung als richtig zu bezeichnen. —

Auf dieser Grundlage ist bei den schiefwinkligen Dreiecken zwischen den Verbesserungen und den Sinusfunktionen der dazu gehörigen Winkel laut Formel 13 folgendes Verhältnis aufzustellen:

$$(13) \quad \frac{v\alpha'}{\sin \alpha'} = \frac{v\beta'}{\sin \beta'} = \frac{v\gamma'}{\sin 90^\circ + \sin(\gamma' - 90^\circ)} = \frac{v\gamma'}{1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)}$$

Und weil die Summe der Verbesserungen auch in diesem Falle mit dem Abschlußfehler gleich sein muß,

$$15) \quad v\alpha' + v\beta' + v\gamma' = \delta,$$

werden die Verbesserungen bei schiefwinkligen Dreiecken folgende sein:

$$20) \quad v\alpha' = \frac{\delta \cdot \sin \alpha'}{\sin \alpha' + \sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)}$$

$$v\beta' = \frac{\delta \cdot \sin \beta'}{\sin \alpha' + \sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)}$$

$$v\gamma' = \frac{\delta \cdot [1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)]}{\sin \alpha' + \sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)}$$

In dem früher erwähnten Dreiecke also, in welchem $\alpha' = 0^\circ$, folglich $\sin \alpha = 0$, werden die Verbesserungen sein:

$$v\alpha' = \frac{\delta \cdot \sin \alpha'}{\sin \alpha' + \sin \beta' + \sin 90^\circ + \sin(\gamma' - 90^\circ)} = \frac{\delta \cdot 0}{\sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)} = 0$$

$$v\beta' = \frac{\delta \cdot \sin \beta'}{\sin \alpha' + \sin \beta' + \sin 90^\circ + \sin(\gamma' - 90^\circ)} = \frac{\delta \cdot \sin \beta'}{\sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)}$$

$$v\gamma' = \frac{\delta \cdot [1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)]}{\sin \alpha' + \sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)} = \frac{\delta \cdot [1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)]}{\sin \beta' + 1.000 + \sin(\gamma' - 90^\circ)}$$

Die auf die spitzwinkligen Dreiecke bezügliche I. Regel entsprechend ergänzt, wird also die

III. Regel lauten: *Bei schiefwinkligen und im allgemeinen bei jedem Dreiecke erhalten wir die Verbesserung der einzelnen Winkel, wenn wir den zulässigen Abschlußfehler durch die Summe der den gemessenen Winkeln entsprechenden Sinusfunktion teilen und das Ergebnis mit der den gemessenen Winkeln entsprechenden Sinusfunktion multiplizieren. Vom Standpunkte der Winkelverbesserung aus sind unter den der Winkelgröße entsprechenden Sinusfunktionen bei spitzen Winkeln die aus der Sinustabelle unmittelbar zu entnehmenden Zahlenwerte zu verstehen, bei schiefen (über 90gradigen) Winkeln aber die Summe von $\sin 90^\circ = 1.000$ und der Sinusfunktion des um 90 Grad verminderten Winkels.*

Zum Beweise dieser Theorie und der daraus abgeleiteten Ergebnisse nehmen wir ein Dreieck an, dessen zwei Winkel $\alpha = \beta = 0^\circ$ haben, der dritte aber $\gamma = 180^\circ$; es werden also nach der für spitzwinklige Dreiecke aufgestellten Formel 16 die auf die einzelnen Winkel entfallenden Verbesserungen unbestimmbar sein, weil: $\sin \alpha = \sin \beta = \sin 0^\circ = 0$, sowie auch $\sin \gamma = \sin 180^\circ = 0$, die Verbesserungen also:

$$v\alpha = \delta \cdot \frac{0}{0} \quad v\beta = \delta \cdot \frac{0}{0} \quad v\gamma = \delta \cdot \frac{0}{0};$$

nach der für über 90gradige Winkel enthaltende Dreiecke gültigen Formel 20 dagegen werden die Verbesserungen sein:

$$v\alpha = v\beta = \frac{\delta \cdot 0}{0 + 0 + 1.000 + \sin(180^\circ - 90^\circ)} = \frac{0}{1.000 + \sin 90^\circ} = 0$$

$$v\gamma = \frac{\delta \cdot [1.000 + \sin(180^\circ - 90^\circ)]}{0 + 0 + 1.000 + \sin(180^\circ - 90^\circ)} = \frac{\delta \cdot (1 + 1)}{1 + 1} = \delta.$$

Die Verbesserungen werden also bestimmte Größe haben, u. zw. bei den beiden 0-gradigen Winkeln 0, in folgedessen entfällt auf den nahezu 180-gradigen Winkel der ganze Abschlußfehler als Verbesserung.

Und wenn wir ein gleichschenkeliges Dreieck nehmen, dessen gemessene Winkel $\alpha = \beta = 4^\circ 59' 58''$, $\gamma = 169^\circ 59' 04''$, der Abschlußfehler also gleich $\delta = 1' = 60''$ ist, dann würden die Verbesserungswerte der einzelnen Winkel laut der auf spitzwinklige Dreiecke bezüglichen Formel 16 berechnet folgende: $v\alpha = v\beta = 15''$ und $v\gamma = 30''$, während bei Anwendung der auf schiefwinklige Dreiecke bezüglichen Formel 20 die Verbesserungswerte folgende sind:

$$v\alpha = v\beta = 2.5'' \quad v\gamma = 55''.$$

Der Unterschied zwischen den Ergebnissen der beiden Verfahren ist auffallend, da im ersten Falle die Verbesserung des im Verhältnisse zu den beiden spitzen Winkeln sehr großen Winkels γ nur das Zweifache der Verbesserung der spitzen Winkel beträgt, hingegen bei Anwendung der auf die schiefwinkligen Dreiecke bezüglichen Formel 20 erhalten wir eine entsprechende Abweichung zwischen den auf die spitzen Winkel und auf den erheblich größeren schiefen Winkel entfallenden Verbesserungen.

Zur Bestätigung der Richtigkeit der auf die schiefwinkligen Dreiecke bezüglichen Formel 20 ist auch noch der Umstand anzuführen, daß aus dieser Formel auch die auf die spitzwinkligen Dreiecke bezügliche Formel abgeleitet werden kann, wenn wir z. B. als Uebergang ein rechtwinkliges Dreieck als schiefwinkliges wählen und den größten Winkel in diesem Falle mit $\gamma = 90^\circ$ bezeichnen; die in der Formel 20 benützte Sinusfunktion desselben wird:

$$\sin 90^\circ + \sin(\gamma - 90^\circ) = \sin 90^\circ + \sin 0^\circ = \sin \gamma;$$

dessen Wert an Stelle von $\sin 90^\circ + \sin(\gamma - 90^\circ)$ in die Formel 20 eingesetzt, erhalten wir die Formel 16.

Im Verfolge des Gesagten ist also bei den über 90 Grade große Winkel enthaltenden schiefwinkligen Dreiecken bei der Berechnung der Winkelverbesserungen die Formel 20, bei spitzwinkligen Dreiecken dagegen die Formel 16 anzuwenden.

IV. Die Bestimmung des zulässigen maximalen Abschlußfehlers in schiefwinkligen Dreiecken.

Der zulässige maximale Abschlußfehler wird auch in den schiefwinkligen Dreiecken nach denselben Grundsätzen bestimmt, welche im Kapitel II angeführt waren: Der Abschlußfehler darf maximal nur so groß sein, daß seine Verbesserung an den entsprechenden Seiten nur eine innerhalb der zulässigen Grenzen bleibende Längenveränderung hervorrufe.

Die relative Aenderung der Seitenlängen wird im schiefwinkligen Dreiecke nach den Formeln 12, 12 a und 12 b sein:

$$\begin{aligned} \frac{da}{a} &= \frac{v\alpha}{q \cdot \sin \alpha} \\ \frac{db}{b} &= \frac{v\beta}{q \cdot \sin \beta} \\ \frac{dc}{c} &= \frac{v\gamma}{q \cdot [1.00 + \sin(\gamma - 90^\circ)]}; \end{aligned}$$

in diese Formeln die unter 20) enthaltenen Verbesserungswerte eingesetzt, werden:

$$\begin{aligned} \frac{da}{a} &= \frac{\delta}{q \cdot [\sin \alpha + \sin \beta + 1.00 + \sin(\gamma - 90^\circ)]} \\ \frac{db}{b} &= \frac{\delta}{q \cdot [\sin \alpha + \sin \beta + 1.00 + \sin(\gamma - 90^\circ)]} \\ \frac{dc}{c} &= \frac{\delta}{q \cdot [\sin \alpha + \sin \beta + 1.00 + \sin(\gamma - 90^\circ)]}; \end{aligned}$$

dies sind also unter sich gleiche Werte. Und wenn wir die relativen Aenderungen der Seitenlängen mit dem zulässigen maximalen Fehler der Seitenlängen, mit $1q$, gleich annehmen, wo der Wert q gleich 1000, 2000, 5000, 10000, 50000 oder 100000 ist, je nachdem wir größere oder geringere Genauigkeit anstreben, an Stelle des Abschlußfehlers δ aber das Zeichen δ_{\max} des zulässigen maximalen Abschlußfehlers setzen, werden wir folgende Formeln erhalten:

$$\frac{da}{a} = \frac{db}{b} = \frac{dc}{c} = \frac{1}{q} = \frac{\delta_{\max}}{q \cdot [\sin \alpha + \sin \beta + 1.00 + \sin(\gamma - 90^\circ)]};$$

hieraus folgt die Formel des zulässigen maximalen Abschlußfehlers in schiefwinkligen Dreiecken:

$$\delta_{\max} = \frac{q}{q} \cdot [\sin \alpha + \sin \beta + 1,00 + \sin (\gamma - 90^\circ)].$$

Nach Berechnung dieses Fehlers vergleichen wir denselben mit dem Abschlußfehler der gemessenen Winkel und vollführen die Ausgleichsrechnung nur in dem Falle, wenn der letztere kleiner als der erstere ist.

Auf Grund der Formel 21 können wir die

IV. Regel aufstellen: *Wir erhalten den zulässigen maximalen Abschlußfehler in schiefwinkligen und im allgemeinen in allen Dreiecken, wenn wir 206265" durch die Verhältniszahl des für die Seitenlängen zulässigen Fehlers teilen und das Ergebnis nach Regel III mit der Summe der den gemessenen Winkeln entsprechenden Sinusfunktionen multiplizieren.*

Beispiel.

Nehmen wir die gemessenen Winkel eines schiefwinkligen Dreiecks folgend an:

$$\alpha = 12^\circ 28' 45''$$

$$\beta = 53^\circ 16' 25''$$

$$\gamma = 114^\circ 13' 50'', \text{ deren Summe}$$

$$\underline{179^\circ 59' 00''}; \text{ der Abschlußfehler beträgt also}$$

$$\delta = 1' = 60''.$$

Die zur Bestimmung der Verbesserungen notwendigen Sinusfunktionen der Winkel

$$\sin \alpha = 0,216085$$

$$\sin \beta = 0,801500$$

$$\sin 90^\circ = 1,000000$$

$$\sin (\gamma - 90^\circ) = 0,410409 \left. \vphantom{\sin (\gamma - 90^\circ)} \right\} 1,410400 \text{ deren Summe}$$

$$\langle \sin \rangle = 2,427994.$$

Die verlangte Genauigkeit der Seitenlängen sei

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{8000}$$

dann wird der maximale Abschlußfehler laut Formel 21 sein:

$$\delta_{\max} = \frac{206265''}{8000} \cdot 2,427994 = 62,6'';$$

da der Abschlußfehler der gemessenen Winkel (60") kleiner ist, kann die Ausgleichung erfolgen.

Die Verbesserung der einzelnen Winkel wird also nach Formel 20 sein:

$$v\alpha = \frac{60'' \cdot 0,216085}{2,427994} = 5,3398'' = 5,3''$$

$$v\beta = \frac{60'' \cdot 0,801500}{2,427994} = 19,8065'' = 19,8''$$

$$v\gamma = \frac{60'' \cdot 1,410409}{2,427994} = 34,8537'' = 34,9''$$

$$\text{Summe der Verbesserungen} = 60,0000'' = 60,0'' = \delta.$$

Bei Anwendung dieser Verbesserungen werden die Seitenlängen folgende relative Veränderungen erleiden:

$$\begin{aligned}\frac{da}{a} &= \frac{5.3398''}{206265'' \cdot 0.216085} = 0.0001198 = \frac{1}{8346.8} \\ \frac{db}{b} &= \frac{19.8065''}{206265'' \cdot 0.801500} = 0.0001198 = \frac{1}{8346.8} \\ \frac{dc}{c} &= \frac{34.8537''}{206265'' \cdot 1.410409} = 0.0001198 = \frac{1}{8346.8}\end{aligned}$$

sind also unter sich alle gleich.

Die Länge der Seite \underline{b} und \underline{c} , wenn wir \underline{a} als bekannt annehmen:

$$\begin{aligned}b &= a \cdot \frac{\sin(\beta + v\beta)}{\sin(\alpha + v\alpha)} = \frac{0.801558}{0.216109} \cdot a = \underline{3.7090317 \cdot a} \\ c &= a \cdot \frac{\sin(\gamma + v\gamma)}{\sin(\alpha + v\alpha)} = \frac{0.911832}{0.216109} \cdot a = \underline{4.2193012 \cdot a}\end{aligned}$$

Die Koordinaten des Spitzpunktes des Winkels α , wenn die Spitze des Winkels β im Mittelpunkt des Axensystems, Seite \underline{a} dagegen in der $+$ X-Axe liegt, werden:

$$\begin{aligned}Y_A &= c \cdot \sin(\beta + v\beta) = 4.2193012 \cdot a \cdot 0.801558 = \underline{3.3820135 \cdot a} \\ X_A &= c \cdot \cos(\beta + v\beta) = 4.2193012 \cdot a \cdot 0.597916 = \underline{2.5227937 \cdot a}\end{aligned}$$

Bei den Verbesserungen der Winkel mit $\frac{1}{3}$ des Abschlußfehlers dagegen, mit je $20''$, werden die relativen Veränderungen der Seitenlängen folgende:

$$\begin{aligned}\frac{da'}{a} &= \frac{20''}{206265'' \cdot 0.216085} = 0.0004487 = \frac{1}{2228.5} \\ \frac{db'}{b} &= \frac{20''}{206265'' \cdot 0.801500} = 0.0001210 = \frac{1}{8266.1} \\ \frac{dc'}{c} &= \frac{20''}{206265'' \cdot 1.410409} = 0.0000687 = \frac{1}{14545.6}\end{aligned}$$

Die Länge der Seiten \underline{b} und \underline{c} :

$$\begin{aligned}b' &= a \cdot \frac{\sin(\beta + 20'')}{\sin(\alpha + 20'')} = \underline{3.7078406 \cdot a} \\ c' &= a \cdot \frac{\sin(\gamma + 20'')}{\sin(\alpha + 20'')} = \underline{4.2180805 \cdot a}\end{aligned}$$

Die Koordinaten des Spitzpunktes A des Winkels α , auf dasselbe Axensystems bezogen:

$$Y_A' = \underline{3.3810374 \cdot a} \quad \text{und} \quad X_A' = \underline{2.5220605 \cdot a},$$

die Abweichungen, die sich infolge der beiden verschiedenen Verfahren ergeben, sind also, wenn $a = 10(0 \frac{1}{2}$ Einheiten ist:

$$\begin{aligned}b - b' &= +1.191 \text{ Einheiten} & c - c' &= +1.221 \text{ Einheiten} \\ Y_A - Y_A' &= +0.976 \text{ Einheiten} & X_A - X_A' &= +0.773 \text{ Einheiten.}\end{aligned}$$

Die Abweichungen sind also noch größer, als bei dem früheren Beispiel, außerdem zeigen auch die Verbesserungen der Winkel, besonders beim kleinsten und beim größten Winkel erhebliche Abweichungen von dem Drittel des Abschlußfehlers, die relativen Veränderungen der Seitenlängen aber, wenn wir ein Drittel des Abschlußfehlers zur Verbesserung benützen, zeigen sich bei der dem kleineren Winkel gegenüberliegenden kleineren Dreiecksseite als viel größer (im angegebenen Beispiel fast 7-mal größer) als bei der dem größeren Winkel gegenüberliegenden längeren Seite.

V. Kritische Betrachtungen über die besprochenen Verbesserungsverfahren.

Dem besprochenen Berechnungsverfahren gegenüber kann eingewendet werden, daß dasselbe nicht so einfach und bequem ist, wie die Zuhilfenahme eines Drittels des Abschlußfehlers; wenn wir aber die Richtigkeit des Satzes, daß die Verbesserung des Abschlußfehlers an den Dreiecksseiten unter sich gleiche relative Längenänderungen hervorrufen soll, anerkennen, müssen wir von dem einfachen und bequemen Verfahren abweichen und ein anderes, weniger bequemes wählen, um der an die Vermessungsarbeiten anschließenden Forderung zu entsprechen, daß die Genauigkeit der Ergebnisse möglichst zu steigern ist. Wenn wir übrigens bedenken, daß ja die Sinuswerte der Winkel zur Berechnung der Dreiecksseiten ohnedies unerlässlich sind, dann auch in Betracht ziehen, daß bei genaueren Messungen die Abschlußfehler nur gering sind und auf je einen Winkel nur einige Sekunden Verbesserung entfällt, können wir die Arbeit vereinfachen, indem wir beim Aufsuchen der Sinuswerte auch die dazugehörigen partes proportionales herausschreiben, um diese, mit der entsprechenden Verbesserung multiplizierend, mit dem Resultat die Sinuswerte zur Berechnung der Dreiecksseiten abändern zu können, so daß das neuerliche Heraussuchen der Sinuswerte der ausgeglichenen Winkel unterbleiben kann. Für die überdies verbleibende Mehrarbeit bietet das genauere, verlässlichere Ergebnis genügende Entschädigung.

Jedenfalls besitzt das besprochene Verbesserungsverfahren den Vorteil, daß es auf einem positiven Grundsatz, auf der Sicherung der Gleichheit der relativen Seitenlängenveränderung, fußt; dieses Ergebnis ist auf dem Wege des Minimums der Quadratsumme der Verbesserungen nicht sicherzustellen.

Natürlich kann das Verfahren nur bei einzelnen Dreiecken (einfache Punkteinschaltung, einfacher Vorwärtseinschnitt) zur Anwendung kommen, sowie auch bei Netzeinschaltung, wenn wir die Winkel mit Satzbeobachtung gemessen haben, und in jedem Falle nur dann, wenn die Winkelmessung mit gleicher Genauigkeit erfolgte; wenn jedoch die Winkel desselben Dreieckes mit verschiedener Genauigkeit gemessen wurden (der eine mehrmals, der andere weniger oft, der eine mit einem genaueren, empfindlicheren Instrument, als der andere), wenn wir bei den Verbesserungen auch anderen Ansprüchen genügen müssen, wie z. B. im Falle eines vollständigen Netzes der um einen Punkt gelagerten Dreiecke dem Polygon-Winkelabschluß und den Seitengleichungen, wo auf die Verbesserung der Winkel schon auch andere Faktoren Einfluß haben und auch diese

Faktoren in Rechnung zu ziehen sind, kann das Verfahren in der vorgeführten einfachen Form schon nicht mehr entsprechen, doch haben wir keine Ursache, das Bestreben, auch in diesen Fällen mit den anzuwendenden Winkelverbesserungen an den Seitenlängen möglichst gleiche relative Veränderungen zu erreichen, als unbegründet zu betrachten, also mit Rücksicht auf die Größen der auszugleichenden Winkel den behandelten Regeln nach Möglichkeit Genüge zu tun.

VI. Die Ausgleichung der Winkel im geschlossenen Polygon.

Das in den vorhergehenden Kapiteln besprochene Ausgleichungsverfahren läßt sich ohne weitere Schwierigkeiten auch auf die Ausgleichung der Abschlußfehler im geschlossenen Polygon ausdehnen, wenn die Winkel alle mit gleicher Genauigkeit gemessen waren.

Auch bei der Verbesserung der Polygonwinkel ist von jenem Grundsatz auszugehen, daß die Verbesserungen, als Winkelveränderungen an den entsprechenden Seitenlängen unter sich gleiche relative Veränderungen hervorrufen müssen; dabei muß natürlich die Summe der Verbesserungen gleich dem Abschlußfehler des Polygons sein, welchen wir erhalten, wenn wir die Summe der gemessenen Polygonwinkel von der theoretischen Winkelsumme des Polygons abziehen:

$$\begin{aligned} 22) \quad \Delta &= (n - 2) \cdot 180^\circ - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \dots + \omega_n) = \\ &= (n - 2) \cdot 180^\circ - [\omega], \end{aligned}$$

worin n die Zahl der gemessenen Polygonwinkel, bzw. der Seiten des Polygons ist.

Zur Bestimmung der Verbesserungen des Polygons nehmen wir laut Figur 3 gegenüber den gemessenen Winkeln zwischen den Winkelschenkeln, bzw. den

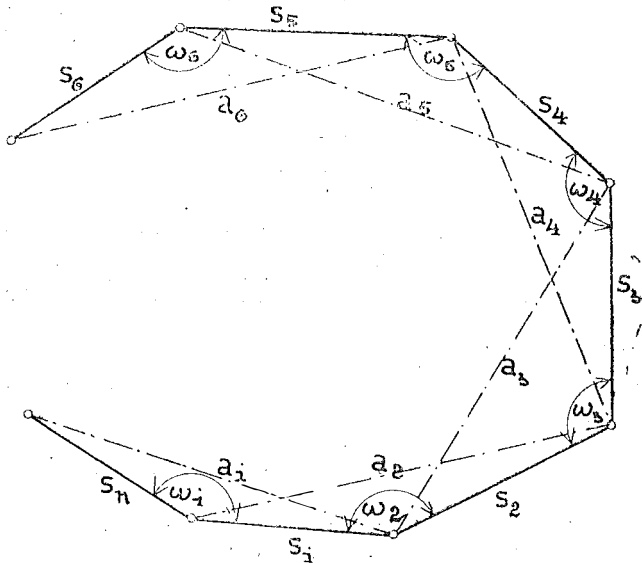


Fig. 3.

Endpunkten der benachbarten Seiten verbindende Diagonalen an, deren Länge wir der Reihe nach mit $a_1, a_2, a_3, a_4 \dots a_n$ etc. bezeichnen, die diesen gegenüberliegenden gemessenen Polygonwinkel dagegen mit $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4 \dots \omega_n$, die Länge der die Winkel begrenzenden Polygonseiten mit $s_1, s_2, s_3, s_4 \dots s_n$.

Auf diese Weise erhalten wir bei jedem Polygonwinkel ein Dreieck, in welchem die Schenkel und der gemessene Winkel zugleich elementare Bestandteile des Polygons sind, nicht nur des Dreieckes.

Ausgehend von dem Grundsatz der Verbesserung, daß die Werte der infolge derselben als Winkelveränderung hervorgerufenen relativen Seitenveränderung unter sich gleich bleiben sollen, können wir bezüglich jedes einzelnen Dreiecks laut Formeln 4 und 12 folgende Verhältnisse aufstellen:

$$\begin{aligned}
 23) \dots \dots \dots & \frac{da_1}{a_1} = \frac{ds_n}{s_n} = \frac{ds_1}{s_1} = \frac{v \omega_1}{\rho \cdot \sin \omega_1} \\
 & \frac{da_2}{a_2} = \frac{ds_1}{s_1} = \frac{ds_2}{s_2} = \frac{v \omega_2}{\rho \cdot \sin \omega_2} \\
 & \frac{da_3}{a_3} = \frac{ds_2}{s_2} = \frac{ds_3}{s_3} = \frac{v \omega_3}{\rho \cdot \sin \omega_3} \\
 & \frac{da_4}{a_4} = \frac{ds_3}{s_3} = \frac{ds_4}{s_4} = \frac{v \omega_4}{\rho \cdot \sin \omega_4} \quad \text{u. s. w.}
 \end{aligned}$$

Auf Grund des zwischen diesen Gleichungen bestehenden Zusammenhanges ($\frac{ds_1}{s_1}$ kommt in der ersten und zweiten, $\frac{ds_2}{s_2}$ in der zweiten und dritten Gleichung vor u. s. f.) sehen wir laut der Formel 13, daß

$$\frac{v \omega_1}{\rho \cdot \sin \omega_1} = \frac{v \omega_2}{\rho \cdot \sin \omega_2} = \frac{v \omega_3}{\rho \cdot \sin \omega_3} = \frac{v \omega_4}{\rho \cdot \sin \omega_4} = \dots$$

Weil aber die Summe der Verbesserungen bzw. Winkelveränderungen $v \omega_1, v \omega_2, v \omega_3, v \omega_4 \dots$ mit dem Abschlußfehler Δ gleich ist, wird die Größe der einzelnen Verbesserungen auf Grund der Formeln 14, 15 und 16 folgende sein:

$$\begin{aligned}
 v \omega_1 &= \frac{\Delta \cdot \sin \omega_1}{\sin \omega_1 + \sin \omega_2 + \sin \omega_3 + \sin \omega_4 + \dots} = \frac{\Delta \cdot \sin \omega_1}{\langle \sin \omega \rangle} \\
 v \omega_2 &= \frac{\Delta \cdot \sin \omega_2}{\sin \omega_1 + \sin \omega_2 + \sin \omega_3 + \sin \omega_4 + \dots} = \frac{\Delta \cdot \sin \omega_2}{\langle \sin \omega \rangle} \\
 v \omega_3 &= \frac{\Delta \cdot \sin \omega_3}{\sin \omega_1 + \sin \omega_2 + \sin \omega_3 + \sin \omega_4 + \dots} = \frac{\Delta \cdot \sin \omega_3}{\langle \sin \omega \rangle} \\
 v \omega_4 &= \frac{\Delta \cdot \sin \omega_4}{\langle \sin \omega \rangle} \\
 v \omega_5 &= \frac{\Delta \cdot \sin \omega_5}{\langle \sin \omega \rangle} \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

Wie also aus diesen Erörterungen ersichtlich, kommen bei der Bestimmung der zur Ausgleichung des Abschlußfehlers dienenden Verbesserungen auch bei den mehr als drei Seiten besitzenden Figuren alle jene Schlußfolgerungen zur

Geltung, die wir beim einfachsten Polygon, beim Dreieck, gefunden haben, vorausgesetzt, daß wir gelegentlich der Verbesserungen eine gleiche relative Aenderung der Seitenlängen anstreben.

Die obigen Ergebnisse zeigen, daß zwischen der Verbesserung und der Sinusfunktion auch im Polygon ein direktes Verhältnis besteht; mit der Aufstellung dieser Proportion haben wir den ersten Schritt zur Bestimmung der Verbesserungen getan.

In den Polygonen kommen jedoch nicht nur spitze Winkel, sondern auch zwischen 90 und 180 Grad liegende schiefe (konkave), dann zwischen 180 und 270 Grad liegende stumpfe und zwischen 270 und 360 Grad liegende konvexe Winkel vor, weshalb vor der Bestimmung der Verbesserungen noch festzustellen ist, wie die Sinusfunktion der über 90-gradigen Winkel in Rechnung zu ziehen sei.

Bezüglich der zwischen 90 und 180 Grad liegenden Winkel kamen wir schon bei der Besprechung der schiefwinkligen Dreiecke im Kapitel III zu dem Schlusse, daß bei solchen Winkeln der 90-gradige Teil von dem über 90 Grad verbleibenden Teile abgetrennt werden muß und die Summe der Sinusfunktionen beider Teile in Rechnung zu ziehen ist bei der Bestimmung des auf den Winkel entfallenden Verbesserungswertes.

Aus den die Begründung dieses Verfahrens begleitenden Erörterungen (siehe Seite 36 und 37) ist ersichtlich, daß die Sinusfunktion des größten Winkels im Dreiecke, wenn dieser Winkel 180 Grad hat, aus den der Summe der Funktionen zweier rechter Winkel zusammengesetzt wird und so in Rechnung kommt; wenn also der Polygonwinkel über 180 Grade hat, wird der Winkel, um zu einer der Größe des Winkels entsprechenden Sinusfunktion zu gelangen, auf zwei rechte Winkel und den noch verbleibenden Teil ($\omega - 180^\circ$) gespalten und die Summe der Sinusfunktionen der beiden rechten Winkel und des verbleibenden Restes gebildet; es wird also:

$$25) \quad \sin 90^\circ + \sin 90^\circ + \sin (\omega - 180^\circ) = 2 + \sin (\omega - 180^\circ).$$

Aehnlich verfahren wir mit den Winkeln von 270 bis 360 Grad, nur wird hier natürlich die Sinusfunktion des rechten Winkels dreimal genommen und dann noch der Sinus des verbleibenden restlichen Winkels hinzugegeben; also wird die Sinusfunktion des über 270-gradigen Winkels:

$$26) \quad \sin 90^\circ + \sin 90^\circ + \sin 90^\circ + \sin (\omega - 270^\circ) = 3 + \sin (\omega - 270^\circ).$$

Auf Grund des Gesagten läßt sich die allgemeine Regel aufstellen, daß bei den Bestimmungen der Verbesserungen von über 90-gradigen Winkeln die entsprechende Sinusfunktion derart gebildet wird, daß wir die Sinusfunktion so vieler rechter Winkel nehmen, als 90 in der fraglichen Winkelgröße enthalten ist, dann noch die Sinusfunktion des verbleibenden restlichen Winkels hinzugeben; die allgemeine Form dieser Sinusfunktionabildung ist:

$$27) \quad m \cdot \sin 90^\circ + \sin (\omega - m \cdot 90^\circ),$$

wo der Wert m zwischen 0 und 3 wechselt, je nachdem die Sinusfunktion von spitzen, konkaven, stumpfen oder konvexen Winkeln bestimmt werden soll,

Die allgemeine Form der Verbesserung der Polygonwinkel wird also:

$$\begin{aligned}
 28) \quad v^{\omega_1} &= \frac{\Delta \cdot [m_1 + \sin(\omega_1 - m_1 \cdot 90^\circ)]}{m_1 + \sin(\omega_1 - m_1 \cdot 90^\circ) + m_2 + \sin(\omega_2 - m_2 \cdot 90^\circ) + m_3 + \sin(\omega_3 - m_3 \cdot 90^\circ)} \\
 &= \frac{\Delta \cdot [m_1 + \sin(\omega_1 - m_1 \cdot 90^\circ)]}{\langle m + \sin(\omega - m \cdot 90^\circ) \rangle} \\
 v^{\omega_2} &= \frac{\Delta \cdot [m_2 + \sin(\omega_2 - m_2 \cdot 90^\circ)]}{\langle m + \sin(\omega - m \cdot 90^\circ) \rangle} \\
 v^{\omega_3} &= \frac{\Delta \cdot [m_3 + \sin(\omega_3 - m_3 \cdot 90^\circ)]}{\langle m + \sin(\omega - m \cdot 90^\circ) \rangle} \\
 v^{\omega_4} &= \frac{\Delta \cdot [m_4 + \sin(\omega_4 - m_4 \cdot 90^\circ)]}{\langle m + \sin(\omega - m \cdot 90^\circ) \rangle} \\
 &\dots \dots \dots \\
 v^{\omega_n} &= \frac{\Delta \cdot [m_n + \sin(\omega_n - m_n \cdot 90^\circ)]}{\langle m + \sin(\omega - m \cdot 90^\circ) \rangle}
 \end{aligned}$$

Es läßt sich also folgende Regel aufstellen:

V. Regel. *In geschlossenen Polygonen erhalten wir die Verbesserung einzelner Winkel, wenn wir den zulässigen Abschlußfehler durch die Summe der Größen der gemessenen Polygonwinkel entsprechenden Sinusfunktionen teilen und dieses Ergebnis mit der der Größe der zu verbessernden Polygonwinkel entsprechenden Sinusfunktion multiplizieren. Unter der der Größe der Polygonwinkel entsprechenden Sinusfunktion ist vom Standpunkte der Verbesserung bei spitzen Winkeln der aus den Sinus-Tabellen unmittelbar zu entnehmende Wert, bei Winkeln über 90 Grad aber stets so oft $\sin 90^\circ = 1.000000$ zu verstehen, als 90 in dem gemessenen Polygonwinkel enthalten ist und dazu noch der Sinuswert des verbleibenden spitzen Winkels.*

VII. Die Bestimmung des zulässigen maximalen Abschlußfehlers im geschlossenen Polygon.

Auf Grund des Vorhergehenden kann auch der zulässige maximale Abschlußfehler im Polygon bestimmt werden, wenn wir die Verbesserungswerte nach Formel 28 in die Werte der relativen Aenderungen der Seitenlängen nach Formel 23 einsetzen und dann die Gleichung ordnen, die Größe der relativen Veränderungen der Seitenlängen mit der bei den Längen geforderten Genauigkeit ($\frac{1}{q'}$) gleich nehmend, in welchem Falle der zulässige Abschlußfehler im Polygon wird:

$$29) \dots \dots \dots \Delta_{\max} = \frac{q}{q'} \cdot \langle m + \sin(\omega - m \cdot 90^\circ) \rangle.$$

Infolgedessen wird also:

VI. Regel. *In geschlossenen Polygonen erhalten wir den zulässigen maximalen Abschlußfehler, wenn wir $q' = 206265''$ durch die Verhältniszahl des bei den Seitenlängen zulässigen Fehlers teilen und das Resultat mit der Summe der Größe der den gemessenen Polygonwinkeln nach Regel V entsprechenden Sinusfunktionen multiplizieren.*

Auf Grund dieser Regel und auf Grund der Formel 29 berechnen wir in erster Reihe den zulässigen Abschlußfehler und gehen nur dann zur Berechnung

der Verbesserungen über, wenn der Abschlußfehler der gemessenen Winkel kleiner ist, als der festgestellte maximale Fehler.

Beispiel.

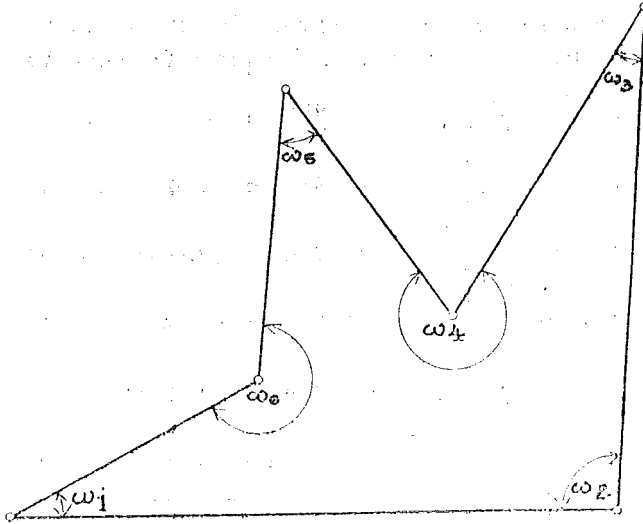


Fig. 4.

Nehmen wir die Winkel des in Figur 4 dargestellten Polygons folgend an:

$$\omega_1 = 29^\circ 55' 10''$$

$$\omega_2 = 95^\circ 01' 40''$$

$$\omega_3 = 42^\circ 14' 30''$$

$$\omega_4 = 292^\circ 35' 50''$$

$$\omega_5 = 36^\circ 28' 10''$$

$$\omega_6 = 223^\circ 41' 40'';$$

die Winkelsumme also ist:

$$[\omega] = 719^\circ 57' 00'' \text{ und der Abschlußfehler:}$$

$$\Delta = 720^\circ - 719^\circ 57' 00'' = +3' = +180''.$$

Die zu den Winkeln gehörigen Sinusfunktionen sind folgende:

zu dem Winkel ω_1 : $\sin 29^\circ 55' 10'' = 0.498782$

» » » ω_2 : 1. $\sin 90^\circ 00' 00'' = 1.000000$
 $\sin 5^\circ 01' 40'' = 0.087638$ } 1.087638

» » » ω_3 : $\sin 42^\circ 14' 30'' = 0.672260$

» » » ω_4 : 3. $\sin 90^\circ 00' 00'' = 3.000000$
 $\sin 22^\circ 35' 50'' = 0.384250$ } 3.384250

» » » ω_5 : $\sin 36^\circ 28' 10'' = 0.594394$

» » » ω_6 : 2. $\sin 90^\circ 00' 00'' = 2.000000$
 $\sin 43^\circ 41' 40'' = 0.690812$ } 2.690812

zusammen: $m + \sin(\omega - m \cdot 90^\circ) = 8.928136$

Nehmen wir an, daß wir bei den Seitenlängen eine Genauigkeit von

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{10000}$$

anstreben müssen, dann kann der zulässige maximale Abschlußfehler sein:

$$\Delta_{\max} = \frac{206265''}{10000} \cdot 8.928136 = 184.1562''.$$

Da der Abschlußfehler der gemessenen Winkel ($-180''$) kleiner ist, sind die Verbesserungen zu berechnen und ergeben folgende Werte:

$$\begin{aligned} v\omega_1 &= \frac{180''}{8.928136} \cdot 0.498782 = 10.0559'' \doteq 10'' \\ v\omega_2 &= \frac{180''}{8.928136} \cdot 1.087638 = 21.9279'' \doteq 22'' \\ v\omega_3 &= \frac{180''}{8.928136} \cdot 0.672260 = 13.5534'' \doteq 14'' \\ v\omega_4 &= \frac{180''}{8.928136} \cdot 3.384250 = 68.2298'' \doteq 68'' \\ v\omega_5 &= \frac{180''}{8.928136} \cdot 0.594394 = 11.9836'' \doteq 12'' \\ v\omega_6 &= \frac{180''}{8.928136} \cdot 2.690812 = 54.2494'' \doteq 54'' \text{ und} \\ [v\omega] &= \dots = 180.0000'' = 180'' = \Delta. \end{aligned}$$

Die relative Veränderung der Seitenlängen wird im Falle der Durchführung der berechneten Verbesserungen folgende werden:

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{a_1} &= \frac{10.0559''}{206265'' \cdot 0.498782} = 0.0000977 = \frac{1}{10230.9} \\ \frac{da_2}{a_2} &= \frac{21.9279''}{206265'' \cdot 1.087638} = 0.0000977 = \frac{1}{10230.9} \\ \frac{da_3}{a_3} &= \frac{13.5534''}{206265'' \cdot 0.672260} = 0.0000977 = \frac{1}{10230.9} \\ \frac{da_4}{a_4} &= \frac{68.2298''}{206265'' \cdot 3.384250} = 0.0000977 = \frac{1}{10230.9} \text{ u. s. f.} \end{aligned}$$

oder auch

$$\begin{aligned} \frac{ds_1}{s_1} &= \frac{ds_2}{s_2} = \frac{ds_3}{s_3} = \frac{ds_4}{s_4} = \dots = \frac{ds_n}{s_n} = \\ &= \frac{180''}{206265'' \cdot 8.928136} = 0.0000977 = \frac{1}{10230.9}. \end{aligned}$$

Demgegenüber würde — den zulässigen bzw. maximalen Abschlußfehler des Polygons nach der gebräuchlichen Formel mit

$$\Delta'_{\max} = 1.5' \cdot \sqrt{n} = 90'' \cdot \sqrt{6} = 220.45408''$$

angenommen — der maximale Abschlußfehler der Seitenlängenveränderung bzw. dem Seitenlängenfehler

$$\frac{1}{q'} = \frac{220.45408''}{206265'' \cdot 8.928136} = 0.0001197 = \frac{1}{8353.5}$$

entsprechen, welcher bedeutend größer ist, als der dem berechneten maximalen

Abschlußfehler $184.1562''$ entsprechende Seitenfehler $\frac{1}{10000} = 0.0001$.

Wenn wir den Abschlußfehler unter den Winkeln gleichmäßig verteilt hätten, so entfiel auf je einen Winkel 30" Verbesserung, während in dem angenommenen Beispiele, welches Winkel aus allen Quadranten enthält, auf die einzelnen Winkel je nach ihrer Größe bzw. nach der Größe der entsprechenden Sinusfunktionen Verbesserungen von 10" bis 68" enthalten sind, also von einem Drittel der 30"-igen bis zur 2·3-maligen Größe derselben, mit welchen in dem gegebenen Falle die einzelnen Winkel zu vergrößern sind, um eine richtige, der gleichen relativen Veränderung der Seitenlängen entsprechende Winkelgröße zu erhalten.

Beim gleichmäßig verteilten Abschlußfehler werden die mit der Verbesserung zusammenhängenden relativen Änderungen der Seitenlängen folgende Werte geben:

$$\begin{aligned} q'_1 &= \frac{1}{206265'' \cdot 0.498782} = 0.0002916 = \frac{1}{3429.4} \\ q'_2 &= \frac{1}{206265'' \cdot 1.087638} = 0.0001337 = \frac{1}{7478.1} \\ q'_3 &= \frac{1}{206265'' \cdot 0.672260} = 0.0002164 = \frac{1}{4622.1} \\ q'_4 &= \frac{1}{206265'' \cdot 3.384250} = 0.0000430 = \frac{1}{23268.4} \\ q'_5 &= \frac{1}{206265'' \cdot 0.594394} = 0.0002447 = \frac{1}{4086.7} \\ q'_6 &= \frac{1}{206265'' \cdot 2.690812} = 0.0000541 = \frac{1}{18506.8} \end{aligned}$$

Es erscheinen also so erhebliche Abweichungen unter einander ebenso wie gegenüber der richtigen relativen Änderung, die nicht zu begründen sind und die Richtigkeit dieses Verbesserungsverfahrens umstoßen.

Ebenso kann auch die zur Bestimmung des zulässigen oder maximalen Abschlußfehlers im Gebrauch befindliche Formel $\Delta'_{\max} = 1.5' \cdot \sqrt{n}$ nicht als richtig anerkannt werden, da diese keine Rücksicht auf die bei den Seitenlängen geforderte Genauigkeit nimmt und nur die Anzahl der gemessenen Winkel in Betracht zieht, weshalb sie in den gleiche gemessene Winkelanzahl besitzenden Polygonen stets denselben zulässigen Abschlußfehler ergibt, ganz gleich, ob wir größere Genauigkeit der Seitenlängen verlangen oder mit geringerer vorlieb nehmen; dies bedeutet aber, daß wir — ohne Rücksicht auf die angestrebte Genauigkeit — uns mit solchem Messungsverfahren oder solchem Meßinstrumente begnügen können, welches einen kleineren maximalen Abschlußfehler sichert, als der nach der erwähnten gebräuchlichen Formel berechnete ist.

Demgegenüber aber erfordert der nach Formel 29 zu berechnende maximale Abschlußfehler beim Streben nach größerer Genauigkeit präzisere, empfindlichere Meßinstrumente und ein genaueres Messungsverfahren, was mit der allgemeinen Forderung genauer Messungen im innigsten, harmonischen Zusammenhange steht.

Vereins- und Personalnachrichten.

1. Vereinsangelegenheiten.

Mitteilungen der Gewerkschaft der Geometer im österreich. Staatsdienste.

Landesgruppe Niederösterreich. Am 25. März l. J. fand die Vollversammlung der Landesgruppe Niederösterreich der Gewerkschaft der Geometer im österreich. Staatsdienste statt. Der Landesgruppen-Obmann eröffnete die Versammlung mit Begrüßungsworten an die zahlreich erschienenen Mitglieder und beglückwünschte Herrn Hofrat Engel namens der Landesgruppe zu seiner Ernennung.

Die Neuwahlen in die Gruppenleitung ergaben: Obmann: Ing. Hermann, Horn; Schriftführer: Geometer Duma, Wien; Säckelwart: Geometer Swoboda, Amstetten; Beisitzer: Ing. Matzner, Wien.

In lebhafter Debatte wurden die für den Gewerkschaftstag in Linz vorbereiteten drei Fragen über die Diäten beantwortet.

Die Anträge des Ing. Grill, daß kein Geometer in einem fremden Vermessungsbezirke ohne Zustimmung des betreffenden Bezirksleiters eine Privatvermessung vornehmen dürfe, und daß man in allen Standes- und persönlichen Streitfragen nur die Gewerkschaft in Anspruch nehmen dürfe, wurden einstimmig angenommen.

Ferner wurde einstimmig die Resolution an die Agrartechniker beschlossen, daß die Gewerkschaft dagegen Verwahrung einlege, daß Feldmesser Pläne verfassen, und daß die Gewerkschaftsmitglieder angewiesen seien, solche Pläne zurückzuweisen.

In Vertretung des Schriftführers:
Schiffmann, Evidenzh.-Geom.

Ing. Emil Hermann,
Landesgruppen-Obmann.

Auszug aus der Verhandlungsschrift der I. ordentlichen Gewerkschaftstagung. Am 4. und 5. April 1920 fand in Linz die erste Tagung der Gewerkschaft der Geometer im ö. Staatsdienste statt. Dieselbe war mit Ausnahme von Kärnten von allen Kronländern mit Delegierten besickt.

Obmann Winter hob gelegentlich seines Berichtes über die Tätigkeit der Gewerkschaft seit der Gründung am 20. April 1919 besonders hervor:

1. die Denkschrift über die Vereinheitlichung des Vermessungswesens;
2. die Arbeiten am Entwurfe der Organisation des Staatsvermessungsamtes;
3. Maßnahmen zur Förderung der Standesfragen: Verbesserung der Vorrückungsverhältnisse, Einreihung der Geometer in die Gruppe A der Dienstpragmatik, Erhöhung der Reisekosten, Diäten und Pauschalien, Pensionsbegünstigungsgesetz und Studienreform, definitive Uebernahme der aus den Nationalstaaten vertriebenen Evidenzhaltungsbeamten deutscher Volkszugehörigkeit u. v. a.

Die Neuwahlen hatten folgendes Ergebnis: Obmann: Ing. Franz Winter; Obmann-Stellvertreter: Ing. Franz Martinz; 1. Schriftführer: Ing. Franz Melanscheg; 2. Schriftführer: Ing. Hans Rohrer; 1. Zahlmeister: Ing. Franz Praxmaier; 2. Zahlmeister: Josef Bock.

Der Mitgliedsbeitrag wurde auf 96 Kronen jährlich erhöht.

Die folgenden Beratungen erstreckten sich auf Diäten und Reisegebühren pro 1920, auf innere Gewerkschaftsangelegenheiten, Behandlung von Situationsplänen, die von Agrartechnikern in privater Eigenschaft verfaßt worden sind, Anschluß von außenstehenden Körperschaften an obige Gewerkschaft, definitive Uebernahme der aus den Nationalstaaten vertriebenen Evidenzhaltungsbeamten deutscher Volkszugehörigkeit, Schreib- und Zeichenspauschale, Beförderungen, Abkürzung der Vorrückungsfristen, Titelfänderungen, Privatvermessungen, Tarifreform u. a.

Die Tagung wurde am 5. April 1920 um 1/2 1 Uhr mittags geschlossen. Der eingehende Bericht über die Tagung wurde am 11. Mai 1920 an jeden Verneßungsbezirk zugesendet.

Der Schriftführer:

Ing. Franz Melanscheg e. h.

Der Obmann:

Ing. Franz Winter e. h.

2. Personalnachrichten.

Alexander Swoboda

Oberoffizial i. R. des Reproduktionstechnischen Institutes.

Am 27. April l. J. starb nach langem Siechtum der Oberoffizial des Reproduktionstechnischen Institutes Alexander Swoboda im Alter von 60 Jahren.

Mit ihm scheid ein hervorragender Reproduktionstechniker, der sich um die Ausbildung des jugendlichen Nachwuchses im Institute und durch seine eigenen musterhaften Arbeiten große und bleibende Verdienste erworben hat.

Infolge seines pädagogischen Talentes, der tiefen Bildung, besonders in den Naturwissenschaften, und der gründlichen Kenntnisse in den graphischen Fächern erschien er zum Lehrer der reproduktionstechnischen Jugend geradezu prädestiniert, was von Hofrat Hunna richtig erkannt und durch die Befraung Swobodas mit der Leitung der neugeschaffenen Zöglingsteilung im Interesse des Dienstes verwertet wurde.

Swoboda war ein typischer Vertreter jenes österreichischen Beamtentums, das sich durch Rechtschaffenheit, Gediegenheit des Könnens und der Leistungen auszeichnete.

Kurze Zeit vor seinem Tode wurde ihm im 60. Lebensjahre nach mehr als dreißig Dienstjahren der Charakter der VIII. Rangklasse verliehen.

Sein Andenken wird im Institute und unter allen, die ihn kannten, als das eines wertvollen, redlichen Menschen und vorbildlichen Reproduktionstechnikers fortleben.

L.

Auszeichnung. Verliehen wurde dem Evidenzhaltungs-Oberinspektor i. R. Ing. Adolf Ströbl taxfrei der Titel eines Regierungsrates.

Einberufung zur Dienstleistung. Zur Zahl 1302/1919 vom 5. März 1920 wurden Geometer I. Klasse Emil Duma von Wiener-Neustadt und Geometer I. Klasse Gustav Kotzian zur Dienstleistung in das Lithographische Institut des Grundsteuerkatasters in Wien einberufen.

Autorisation. Auf Grund des § 15 der Verordnung des Ministerium für öffentl. Arbeiten vom 7. Mai 1913, R.-G.-Bl. Nr. 77, erhielten nachfolgende Herren die Autorisation als beh. aut. Zivilgeometer für Niederösterreich: Regierungsrat Ing. Adolf Ströbl für den Gerichtsbezirk Haag, Bezirkshauptmannschaft Amstetten; Oberinspektor i. R. Hugo Fleischmann für den Gerichtsbezirk Stockerau bei Wien; Obergeometer i. R. Ing. Friedrich Goethe für den Gerichtsbezirk Melk a. d. Donau; Obergeometer i. R. Raimund Mittendorfer für den Gerichtsbezirk Matzen, Bezirkshauptmannschaft Gänserndorf.

OTTO FENNEL SÖHNE
CASSEL, KÖNIGSTOR 16
WERKSTÄTTE FÜR GEODÄTISCHE INSTRUMENTE

SONDER-ERZEUGNISSE SEIT 1851:
NIVELLIER-INSTRUMENTE
THEODOLITE ::
:: TACHYMETER

————— KATALOG KOSTENFREI —————

Die Jahrgänge 1915, 1916, 1917 u. 1919 der
Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen

sind noch in geringer Anzahl zum Preise von je **15 Kronen** gegen Einsendung des Betrages an den Zahlmeister des Vereines **Ing. Hans Rohrer, Wien VIII., Friedr. Schmidtplatz Nr. 3**, oder an die Druckerei **Joh. Wladarz in Baden** erhältlich.

 **Einbanddecken** 

für **alle** Jahrgänge können zum Preise von **K 1.20** nur durch die **Druckerei Joh. Wladarz, Baden, Pfarrgasse 3**, bezogen werden.

Goldene Medaille Pariser Weltausstellung 1900.

NEUHÖFER & SOHN

Mechaniker

handelsgerichtlich beedeter Sachverständiger

Lieferanten der deutschösterreichischen Staatsämter, des Grundsteuerkatasters etc.

WIEN, V., Hartmannngasse 5

Telephon Nr. 55.595

(zwischen Wiedener Hauptstrasse Nr. 86 und 88)

empfehlen

Theodolite

Tachymeter

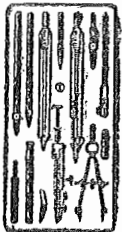
Nivellier-Instrumente

Universal Boussolen-Instrumente

mit
optischem Distanzmesser

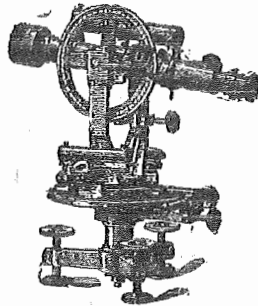
Messtische

Perspektivlineale

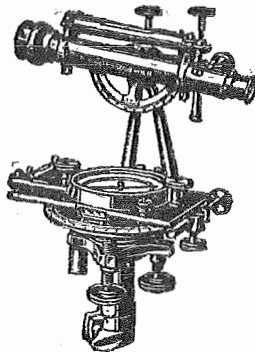


etc. etc.

unter Garantie bester
Ausführung und
genauester Rektifi-
kation.



Den Herren Vermessungs-
beamten besondere Bonifi-
kationen beim Bezuge.



Planimeter

Auftrag-Apparate

Maßstäbe und Meßbänder

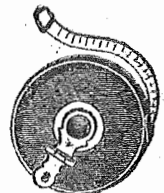
Präzisions-Reisszeuge

und
alle geodätischen Instrumente

Meßrequisiten

etc. etc.

Infolge unveränderter
Aufrechterhaltung des
Betriebes alle gang-
baren Instrumente
vorrätig.



Illustrierte Kataloge gratis und umgebend.

Reparaturen

bestens und schnellstens,
(auch an Instrumenten fremder Provenienz).

Bei Bestellungen und Korrespondenzen an die hier inserierenden Firmen bitten wir, sich immer auch auf unsere Zeitschrift berufen zu wollen.