

# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERREICHISCHEN K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Unter Mitwirkung der Herren:

Prof. J. ADAMCZIK in Prag, Obergemeter I. Kl. J. BERAN in Mödling bei Wien,  
Dozent, Evidenzhaltungs-Direktor E. ENGEL in Wien, Prof. Dipl. Ing. A. KLINGATSCH in Graz,  
Prof. D<sup>a</sup>. W. LÁSKA in Prag, Hofrat Prof. D<sup>a</sup>. F. LORBER in Wien, Prof. D<sup>a</sup>. H. LÖSCHNER in Brünn,  
Hofrat Prof. D<sup>a</sup>. G. v. NIESSL in Wien, Obergemeter I. Kl. M. REINISCH in Wien,  
Hofrat Prof. D<sup>a</sup>. R. SCHUMANN in Wien,

redigiert von

Hofrat E. Doležal,

o. ö. Professor

an der k. k. Technischen Hochschule in Wien.

und

Ing. S. Wellisch,

Baurat

des Wiener Stadtbauamtes.

---

Nr. 6.

Wien, 1. Juni 1917.

XV. Jahrgang.

---

## INHALT:

Seite

<b>Abhandlungen:</b> Hofrat Prof. Dr. Weiß † . . . . .	81
Eine einfache Rechenkontrolle für gewisse Fälle der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate und der Ivory'sche Beweis dieser Methode. Von Dr. Gottfried Dimmer, Inspektor der k. k. Normal-Eichungs-Kommission in Wien. . . . .	84
Ueber eine Lösung des Rückwärtseinscheidens. Von Dr. techn. Erich Liebitzky, k. k. Bauadjunkt in Prag. (Fortsetzung und Schluß.) . . . . .	89
Ueber die böhmische Elle. Von Baurat Ing. S. Wellisch. . . . .	92

**Literaturbericht:** Zeitschriftenschau. — Neue Bücher.

**Vereins- und Personalmeldungen:** Personalien.

---

**Nachricht!** In den nächsten Heften kommen zur Veröffentlichung Arbeiten der Herren: Dr. H. Barvik, Dr. A. Basch, E. Doležal, Dr. L. Grabowski, Dr. E. v. Hammer, Dipl.-Ing. A. Klingatsch, Dr. G. Kowalewski, E. v. Nickerl, L. Rauch, Dr. R. Schumann, S. Wellisch.

---

**Für den Inhalt ihrer Beiträge sind die Verfasser verantwortlich.**

Original-Artikel können anderwärts nur mit Bewilligung der Redaktion veröffentlicht werden.

---

Alle Zuschriften für die Redaktion sind ausnahmslos an Hofrat Prof. E. Doležal, Wien, k. k. Technische Hochschule, zu richten.

---

Sämtliche für die Administration bestimmte Zuschriften: Abonnement-Bestellung, Domizil- und Adressenänderung, Inserierung etc., sind ausnahmslos an die Druckerei Joh. Wladarz, Baden N.-Ö., Pfarrgasse 3, zu schicken.

Jahresabonnement für Mitglieder 12 Kronen, für Nichtmitglieder 15 Kronen. — Redaktionsschluss am 20. des Monats.

Oesterreichisches Postsparkassa-Konto Nr. 24.175. (Clearing.)

---

Wien 1917.

Herausgeber und Verleger: Verein der österr. k. k. Vermessungsbeamten.

Druck von Johann Wladarz, Baden.

# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Baurat Ing. S. Wellisch.

Nr. 6.

Wien, 1. Juni 1917.

XV. Jahrgang.

## Hofrat Prof. Dr. E. Weiß †.

Am Morgen des 21. Juni d. J. starb zu Wien der ehemalige Direktor der Wiener Sternwarte, der einstige o. ö. Professor der Astronomie der Wiener Universität Dr. Edmund Weiß.

E. Weiß wurde am 26. August 1837 zu Freiwaldau in österr. Schlesien geboren, wo sein Vater als angesehenener Arzt wirkte. Es verdient bemerkt zu werden, daß der Vater des Prof. Weiß Leibarzt des Prinzen Albert, des Gemahls der Königin Viktoria von England, war. Den Elementarunterricht genoß er in seinem Heimatsorte, machte seine Gymnasialstudien in Troppau, wo sich das einzige Gymnasium Oberschlesiens befand, bezog dann die Wiener Universität, an welcher er an der philosophischen Fakultät Mathematik und Astronomie mit großer Liebe und regem Eifer pflegte.

Im jugendlichen Alter von 22 Jahren war er schon Doktor der Philosophie und wurde bereits im Jahre 1859 zum Assistenten der Wiener Sternwarte ernannt, welche unter Leitung Karl v. Littrows stand. Nach vier Jahren, als nämlich Hornstein an die Universität nach Prag berufen wurde, rückte im Jahre 1863 Weiß zum Adjunkten vor, habilitierte sich dann als Privatdozent für Mathematik an der Wiener Universität und wurde 1869 zum a. o. Universitätsprofessor ernannt. Im Alter von 38 Jahren war er bereits Ordinarius an der ersten Universität des Reiches.

Zu jener Zeit war die Wiener Universitätssternwarte wohl sehr ärmlich auf dem Dache der Aula untergebracht. Der von Jahr zu Jahr stärker werdende Rauch der Großstadt, der störende Dunst über Wien, der stetig wachsende Fuhrwerksverkehr in den Straßen, der die Instrumente des Observatoriums nicht zur Ruhe bringen ließ, forderten eine Remedur, die Verlegung und ein Neubau der Sternwarte wurde vom Professorenkollegium im Interesse der Wissenschaft und des Ansehens der Universität als dringend gefordert.

Die Türkenschanze wurde als der geeignetste Punkt für ihre Plazierung bezeichnet und es gelang in den siebziger Jahren, das schöne und langersehnte Werk durchzuführen. Prof. Weiß wurde die ehrende Mission zuteil, eine Studienreise nach Amerika zu machen, um an Ort und Stelle die dortigen modern-

sten Einrichtungen kennen zu lernen und bei den geplanten Neubaue nützlich zu verwerten.

Als in Wirklichkeit an den Bau geschritten wurde, war der Direktor Littrow schon kränklich und Prof. Weiß hatte die ganze Last der verantwortungsvollen Arbeiten, die bei einem so großen Institutsbaue unvermeidlich sind, zu tragen. Aber es gelang, auf der Höhe der Türkenschanze erhob sich ein prächtiger Bau, geweiht der Königin der Wissenschaften. Freilich hat damals niemand geahnt, daß Wien eine so rasche Ausdehnung und bauliche Entwicklung in der Richtung nach dem Wiener Walde nehmen, daß die Stadt Wien der Sternwarte so rasch an den Leib rücken, schließlich sie einschließen wird, wodurch die Observationsverhältnisse der Sternwarte von Jahr zu Jahr langsam aber stetig verschlechtert werden. In richtiger Erkenntnis der bösen Folgen, welche durch die Einkreisung der Sternwarte drohten, hat Weiß mit jugendlichem Feuer den Plan des Oberlandesrates Dr. K o s t e r s i t z , ein Höhenobservatorium in Oesterreich zu schaffen, unterstützt.

Im Jahre 1876 starb Littrow und Weiß wurde zu seinem Nachfolger in der Direktion der Universitäts-Sternwarte vorgeschlagen und auch ernannt.

Durch volle dreißig Jahre blieb Weiß Direktor der ersten Sternwarte der Monarchie, wirkte als akademischer Lehrer in ersprießlichster Weise und wurde Ende der 90er Jahre mit dem Titel und Charakter eines Hofrates ausgezeichnet. Als er im Jahre 1908 das 71. Lebensjahr erreicht und das Ehrenjahr als akademischer Lehrer vollendet hatte, trat er in den Ruhestand und damit auch von der Leitung der Sternwarte zurück.

Hofrat Weiß beschloß ein langes, arbeitsreiches Leben, weit sind die Gebiete, in welchen er geforscht hatte, und groß ist die Zahl der Arbeiten, die seiner nie erlahmenden Arbeitsfreude zu danken sind.

In der ersten Zeit beschäftigte sich Weiß vielfach mit den Beobachtungen der neuen Kometen und Planeten, den Meridianbeobachtungen und beteiligte sich auch an einzelnen Längenbestimmungen. Als in den Sechzigerjahren ein Zusammenhang zwischen einzelnen Kometen und Sternschnuppenschwärmen als wahrscheinlich erkannt worden war, führte Weiß den strengen Beweis durch, daß die Sternschnuppenschwärme, die von einem Kometen auf seinem Wege abgestoßenen Teilchen sind, wohl auch wieder den Weg des Kometen verfolgen. Es ist klar, daß diese wichtige Erkenntnis großes Interesse für die Sternschnuppen erweckte und zu eifrigen Sternschnuppenbeobachtungen nicht nur auf der Wiener Sternwarte, sondern auch auf andern Orten führte.

Weiß widmete sich mit Vorliebe den Arbeiten für die Erkenntnis der Eigenbewegungen der Fixsterne und so wurde mehrfach die zu diesem Zwecke notwendige Herstellung von Sternkatalogen unternommen. Seine ganze Arbeitskraft stellte er in den Dienst der Neuausgabe des seinerzeit von O e l t z e n herausgegebenen und ganz vergriffenen südlichen Sternkataloges, nachdem alle darin enthaltenen Sterne teils durch Vergleichung mit den anderen Katalogen, teils durch Revision am Himmel auf ihre richtige Stellung geprüft worden waren. In seinem Ruhestande gönnte er sich keine Erholung, sondern führte ganz allein dieselbe Riesenarbeit für den nördlichen O e l t z e n -Katalog durch.

Groß ist die Zahl der Arbeiten, welche von Weiß in den Sitzungsberichten und Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Astronomischen Nachrichten, Annalen der Wiener Sternwarte, im Astronomischen Kalender, herausgegeben von der k. k. Wiener Sternwarte, usw., veröffentlicht wurden.

Eine besondere Hervorhebung verdient die Tätigkeit des Hofrates Weiß im Dienste der «Oesterreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung». Nach dem Tode des Astronomen Dr. Th. v. Oppolzer wurde er im Jahre 1887 zum Kommissär ernannt und mit der Oberleitung des «Bureaus der österr. Gradmessung» betraut. Ihm fiel die große und mühsame Arbeit zu, die Reduktionen sämtlicher von dem Bureau ausgeführten astronomischen und Pendelbeobachtungen zu Ende zu führen, zu bearbeiten und die Resultate zu publizieren. Dreizehn Bände, enthaltend: «Astronomische Arbeiten des k. k. Gradmessungsbureaus» und zwar vom Hofrate «Längenbestimmungen», und Band vierzehn, den «Pendelbeobachtungen» gewidmet, wurden in der Zeit von 1889 bis 1907 vom Hofrate Weiß und dem Regierungsrate Schram, Leiter des Gradmessungsbureaus, als «Publikation für die Internationale Erdmessung» herausgegeben. Weitere zwei Bände sind von Weiß teils im Satze, teils im Manuskripte fertiggestellt.

In Würdigung der Verdienste um die Bestrebungen der österr. Gradmessungsarbeiten wurde Hofrat Weiß nach dem Ableben des Ministerialrates v. Tinter zum Präsidenten der Kommission gewählt.

Was Prof. Weiß durch 30 Jahre in seiner Eigenschaft als Mitglied und seit dem Tode des Hofrates von Tinter als Präsident der «Oesterr. Kommission für die Internationale Erdmessung» geleistet hat, welche Opfer an Zeit und Arbeitskraft er in selbstlosester Weise dieser Körperschaft gebracht hat, können wohl nur jene ermessen, welche die wenig gekannten und leider viel zu wenig beachteten und gewürdigten Arbeiten unseres Gradmessungs-Bureaus verfolgen und genau kennen.

Weiß war wirkliches Mitglied der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien, Vizepräsident der k. k. Oesterreichischen Meteorologischen Gesellschaft, der Internationalen Astronomischen Gesellschaft, hatte die große Freude, zum Ehrenmitgliede der k. k. Geographischen Gesellschaft im verflommenen Jahre ernannt zu werden, wirkte im Vorstande bei den Versammlungen der hoch angesehenen «Internationalen Astronomischen Gesellschaft», war Delegierter Oesterreichs bei den Zusammenkünften der «Internationalen Kommission für Internationale Erdmessung», die ihn in freundschaftlichen Verkehr mit den bedeutendsten Vertretern der astronomischen und geodätischen Wissenschaft der Welt brachten.

Das ehrliche Streben und das fruchtbare Wirken des Hofrates Weiß fanden mehrseitige, ehrende Anerkennung. Ihm wurde die Ehrenmedaille für 40jährige treue Dienste, das Komturkreuz des Franz-Joseph-Ordens verliehen und er war Offizier der französischen Ehrenlegion und des tunesischen Nischanel Ihtikar-Ordens.

Weiß war ein ausgezeichnete Lehrer, der es verstand, sein Auditorium zu fesseln. Sein Vortrag, auch über die schwierigsten Materien, war stets klar deutlich und niemals zu schnell, so daß ihm jeder seiner Zuhörer folgen konnte.

Der Schreiber dieser Zeilen, der zu seinen ehemaligen Hörern zählt, gedenkt mit Vergnügen der schönen Vorlesungen, welche eine erfrischende Abwechslung den Kandidaten des Lehramtes an der Wiener Universität boten.

Bedeutende Männer: Bidschhof, Herz, Hillebrand, Oppenheim, Prey, Spitaler usw. sind Schüler des Hofrates Weiß.

Weiß war ein seelensguter, im wahren Sinne des Wortes edler Mensch, der nur seiner Wissenschaft und seiner Familie lebte.

An seiner Bahre trauern seine hochbetagte Gemahlin *Adeline*, die Tochter des bekannten Botanikers Prof. *Fenzl*, ein Sohn und mehrere Töchter, von denen eine an den Universitätsprofessor Dr. *Hillebrand* in Graz verheiratet ist.

Ehre seinem Andenken!

*D.*

## Eine einfache Rechenkontrolle für gewisse Fälle der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate u. der Ivory'sche Beweis dieser Methode.

Von Dr. Gottfried Dimmer, Inspektor der k. k. Normal-Eichungs-Kommission in Wien.

### I.

Bei der Durchführung von Ausgleichsrechnungen nach der Methode der kleinsten Quadrate sind Rechenkontrollen von großer Bedeutung. Als solche sind die Kontrollen der Normalgleichungen durch Summengleichungen und durch Quersummen, die Schlusskontrolle durch doppelte Berechnung der Summe der Fehlerquadrate und die summarische Kontrolle mit Hilfe der Minimumsbedingungen bekannt.\*) Für gewisse Fälle läßt sich nun aus den Minimumsbedingungen eine besonders einfache und augenfällige Kontrolle ableiten, die meines Wissens nirgends erwähnt ist. Der Versuch einer geometrischen Darstellung an dem einfachen Beispiele der Geraden in der Ebene führt zu einer Erweiterung des sogenannten Beweises der Methode der kleinsten Quadrate von Ivory,\*\*) gegen den die Kritik\*\*\*) so scharf Stellung genommen hat.

### 2

Ist ein auf der  $m$ -gliedrigen Funktion †)

$$u = ax + by + cz + \dots \dots \dots 1)$$

fußendes, für  $a, b, c \dots \dots \dots$  lineares Gleichungssystem (Bedingungsgleichungen)

$$u_i = ax_i + by_i + cz_i + \dots \dots \dots 2)$$

gegeben, bei dem  $i$  die Werte  $1, 2, 3 \dots \dots n$  annimmt, die Größen  $u_i$  einerseits und  $x_i, y_i, z_i \dots \dots$  andererseits durch Beobachtung erhalten sind und die

\*) Helmert: Die Ausgleichsrechnung nach der M. d. Kl. Qu., 2. Aufl. 1907, B. G. Teubner, Leipzig, Seite 131.

\*\*\*) Tillochs Philos. Mag. vol. 65 (1825) u. vol. 68 (1826).

\*\*) Ellis: Cambridge Phil. Trans. VIII.

Glaisher: Mem. of the R. Astron. Soc. XXXIX.

†) Ich halte es weder für notwendig noch für zweckmäßig, die übliche mathematische Bezeichnungsweise zu ändern. Sie bildet nicht nur keine Belastung für den Leser, sondern hebt gerade die Eigenart der Methode, die Bestimmung der Konstanten, hervor.

Größen  $a, b, c \dots$  (die Konstanten der Funktion) bestimmt werden sollen, so ist das entsprechende System von  $n$  Fehlergleichungen dargestellt durch

$$\Delta_i = -u_i + ax_i + by_i + cz_i + \dots \dots \dots 3)$$

Die bekannten Minimumsbedingungen

$$\frac{\partial \Sigma \Delta^2}{\partial a} = \frac{\partial \Sigma \Delta^2}{\partial b} = \frac{\partial \Sigma \Delta^2}{\partial c} = \dots \dots \dots = 0 \dots \dots 4)$$

führen zu den Beziehungen

$$\Sigma \Delta x = \Sigma \Delta y = \Sigma \Delta z = \dots \dots \dots = 0 \dots \dots 5)$$

und weiterhin zu den  $m$  Normalgleichungen, die durch

$$a \Sigma xk + b \Sigma yk + c \Sigma zk + \dots \dots \dots = \Sigma ku \dots \dots 6)$$

dargestellt seien, worin  $k$  die Werte  $x, y, z \dots$  annimmt.

Aus ihnen erhält man die gesuchten Konstanten in der Form

$$a = \frac{D_a}{D}, b = \frac{D_b}{D}, c = \frac{D_c}{D} \text{ usw. } \dots \dots \dots 7)$$

wenn  $D$  die Determinante des Systems und  $D_a, D_b, D_c \dots$  diejenigen Determinanten bedeuten, die entstehen, wenn jeweils die den Konstanten  $a, b, c \dots$  entsprechenden Vertikalreihen der Determinante  $D$  durch die die rechten Seiten des Systemes  $\Sigma ku$  umfassende Vertikalreihe der  $\Sigma ku$  ersetzt werden.

Sind auf diesem Wege die Werte von  $a, b, c \dots$  bestimmt und nach Einsetzung dieser Werte in die Fehlergleichungen 3 die Größen  $\Delta$  ermittelt, so können die Beziehungen 5 zu einer summarischen Kontrolle dienen. Führt man ein System von Ausdrücken

$$s_i = x_i + y_i + z_i + \dots \dots \dots 8)$$

ein, so kann auch die aus 5 folgende Beziehung

$$\Sigma \Delta s = 0 \dots \dots \dots 9)$$

zu einer Kontrolle Verwendung finden.

3.

Hat die Grundfunktion die Form

$$u = ax + by + cz + \dots \dots \dots + p \dots \dots \dots 1a)$$

ist also ein von den unabhängigen Variablen freies Glied vorhanden, so tritt, entsprechend den nunmehrigen Formen der Bedingungsgleichungen

$$u_i = ax_i + by_i + cz_i + \dots \dots \dots + p \dots \dots \dots 2a)$$

und Fehlergleichungen

$$\Delta_i = -u_i + ax_i + by_i + cz_i + \dots \dots \dots + p \dots \dots 3a)$$

zu den Minimumsbedingungen 4 eine weitere

$$\frac{\partial \Sigma \Delta^2}{\partial p} = 0 \dots \dots \dots 4a)$$

hinzu, aus der, da  $p$  den Faktor 1 hat, als Ergänzung zu den Beziehungen 5, die Beziehung

$$\Sigma \Delta = 0 \dots \dots \dots 5a)$$

folgt. Die Normalgleichungen erhalten, jetzt in extenso geschrieben, die Form

$$\left. \begin{aligned} a \Sigma x^2 + b \Sigma yx + c \Sigma zx + \dots \dots \dots + p \Sigma x &= \Sigma ux \\ a \Sigma xy + b \Sigma y^2 + c \Sigma zy + \dots \dots \dots + p \Sigma y &= \Sigma uy \\ a \Sigma xz + b \Sigma yz + c \Sigma z^2 + \dots \dots \dots + p \Sigma z &= \Sigma uz \\ \dots &= \dots \dots \dots \\ a \Sigma x + b \Sigma y + c \Sigma z + \dots \dots \dots + p \cdot n &= \Sigma u \end{aligned} \right\} \dots 6a)$$

Die Beziehung 5a besagt, daß für den Fall des Vorhandenseins eines von den unabhängigen Variablen freien Gliedes die Summe der übrigbleibenden Fehler gleich Null ist, die Fehler sich also gegenseitig aufheben. Dies bildet für diese Fälle eine ebenso einfache, wie augenfällige Kontrolle, einfacher noch als die durch die Beziehung 8. Ferner bietet die letzte Gleichung des Systems 6a, die in diesen und nur in diesen Fällen gilt, ebenfalls eine sehr bequeme Rechenkontrolle.

4.

Die Gleichung  $y = ax \dots\dots\dots 10)$

stellt eine durch den Koordinatenanfangspunkt gehende Gerade in der Ebene dar. Soll diese durch ein auf Beobachtung beruhendes System

$y_i = ax_i \dots\dots\dots 11)$

festgelegt werden, so lauten die Fehlergleichungen

$\Delta_i = -y_i + ax_i \dots\dots\dots 12)$

woraus folgt

$\Sigma \Delta = -\Sigma y + a \Sigma x \dots\dots\dots 13)$

bezw

$\Sigma \Delta = -\Sigma y + \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} \Sigma x, \dots\dots\dots 14)$

wenn man den in diesem Falle sich ergebenden Wert von  $a$  einsetzt. Man erkennt aus der rechten Seite der Gleichung 13, daß  $\Sigma \Delta$  hier nicht gleich 0 ist.

Eine nicht durch den Koordinatenanfangspunkt gehende Gerade hat die Gleichung

$y = ax + b \dots\dots\dots 10a)$

Aus dem ihr entsprechenden System

$y_i = ax_i + b \dots\dots\dots 11a)$

ergeben sich die Fehlergleichungen

$\Delta_i = -y_i + ax_i + b \dots\dots\dots 12a)$

und aus ihnen

$\Sigma \Delta = -\Sigma y + a \Sigma x + n \cdot b \dots\dots\dots 13a)$

bezw.

$\Sigma \Delta = -\Sigma y + \frac{n \cdot \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n \cdot \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} + n \cdot \frac{\Sigma x^2 \Sigma y - \Sigma x \Sigma xy}{n \cdot \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \dots\dots\dots 14a)$

für die hier gültigen Werte von  $a$  und  $b$ . Die rechte Seite der Gleichung 13a ist, wie man nach Wegschaffung der beiden Brüche sofort sieht, tatsächlich gleich Null, die Forderung  $\Sigma \Delta = 0$  also hier erfüllt.

Um auch ein Zahlenbeispiel zu geben, seien 4 Messungen an einem Meterstab bei verschiedenen Temperaturen angeführt. Die Ergebnisse sind, wenn  $t$  die Temperatur und  $L_t$  die zugehörige Länge bezeichnet,

$t$	$L_t$
20°	1000·22 mm
40°	1000·65 „
50°	1000·90 „
60°	1001·05 „

Der Einfluß der Temperatur auf die Länge wäre zu ermitteln, d. h. der Temperatureausdehnungskoeffizient  $\alpha$  zu bestimmen.

Zunächst werde angenommen, die Länge des Stabes bei  $0^\circ$  ( $L_0$ ) sei bekannt und betrage genau 1 m. Man hat es dann bloß mit den Verlängerungen ( $l_t$ ) zu tun und die Rechnung beruht auf der Gleichung

$$l_t = L_0 \alpha t \dots\dots\dots 10b)$$

Dementsprechend erhält man das System

$$\left. \begin{array}{l} 0.22 = L_0 \alpha .20 \\ 0.65 = \text{,,} .40 \\ 0.90 = \text{,,} .50 \\ 1.05 = \text{,,} .60 \end{array} \right\} \dots\dots\dots 11b)$$

Daraus ergibt sich  $L_0 \alpha$  zu 0.0171 und somit  $\alpha$  zu 0.0000171. Die Fehlergleichungen sind

$$\left. \begin{array}{l} + 0.122 = - 0.22 + 0.0171 .20 \\ + 0.033 = - 0.65 + \text{,,} .40 \\ - 0.045 = - 0.90 + \text{,,} .50 \\ - 0.024 = - 1.05 + \text{,,} .60 \end{array} \right\} \dots\dots\dots 12b)$$

und  $\Sigma \Delta = 0.087$ .

Wird die Länge  $L_0$  nicht als bekannt angenommen, sondern soll sie aus den Beobachtungen zugleich mit  $\alpha$  ermittelt werden, so lautet die Grundgleichung jetzt

$$L_t = L_0 + L_0 \alpha t \dots\dots\dots 10c)$$

und die Bedingungsgleichungen sind

$$\left. \begin{array}{l} 1000.22 = L_0 + L_0 \alpha .20 \\ 1000.65 = \text{,,} + \text{,,} .40 \\ 1000.90 = \text{,,} + \text{,,} .50 \\ 1001.05 = \text{,,} + \text{,,} .60 \end{array} \right\} \dots\dots\dots 12c)$$

Man erhält  $L_0 = 999.804$  und  $L_0 \alpha = 0.0212$ , sonach  $\alpha = 0.0000212$ . Die Fehlergleichungen sind jetzt

$$\left. \begin{array}{l} + 0.008 = - 1000.22 + 999.804 + 0.0212 .20 \\ + 0.002 = - 1000.65 + \text{,,} + \text{,,} .40 \\ - 0.036 = - 1000.90 + \text{,,} + \text{,,} .50 \\ + 0.026 = - 1001.05 + \text{,,} + \text{,,} .60 \end{array} \right\} \dots\dots\dots 12c)$$

und  $\Sigma \Delta = 0$ .

Die der Gleichung 6a entsprechende Gleichung, die, wie erwähnt, ebenfalls zur Kontrolle dienen kann, lautet im letzteren Falle

$$L_0 \alpha \cdot \Sigma t + n \cdot L_0 = \Sigma L t \dots\dots\dots 6c)$$

bezw.  $0.012 \cdot 170 + 4 \times 999.804 = 4002.82$

und ist, wie man nach Auswertung der Produkte sofort sieht, erfüllt.

### 5.

Ivory hat den Versuch gemacht, ohne Anwendung wahrscheinlichkeitstheoretischer Ueberlegungen, jedoch unter Heranziehung mechanischer Vorstellungen einen Beweis für die Methode der kleinsten Quadrate zu geben. Ausgehend von der Wahrnehmung, daß in dem Ausdruck

$$\Delta = -y + ax \dots\dots\dots 15)$$

der Einfluß des  $\Delta$  auf das  $a$  mit wachsendem  $x$  abnimmt und umgekehrt, hat er die durch den Koordinatenanfangspunkt gehende Gerade als einen um diesen Punkt drehbaren Hebel aufgefaßt, an dem die Fehler als Kräfte wirksam sind.

Die zu ermittelnde Lage der Geraden wird dann übereinstimmen mit der Gleichgewichtslage des Hebels, derjenigen Lage also, bei der keine Drehung, die einzige hier mögliche Bewegung, eintritt. Diese Lage wird dann vorhanden sein, wenn die Momentensumme gleich Null ist, d. h. für

$$\Sigma \Delta x = 0 \quad \dots \dots \dots 16)$$

Dies ist aber dieselbe Bedingung, die die Methode der kleinsten Quadrate stellt.

Die Kritik hat den Beweis Ivorys als einen vagen Analogieschluß bezeichnet, der auf der willkürlichen Annahme beruhe, daß der Einfluß des Fehlers auf die Größe  $a$  dem  $x$  umgekehrt proportional sei.

Schon hier wäre m. E. zu bemerken, daß die letztere Annahme nicht als so völlig unberechtigt erscheint, wie sie bezeichnet wird, denn betrachtet man — was wohl nicht als unerlaubt gelten kann — die Größe  $\frac{\partial a}{\partial \Delta}$  als Maß des Einflusses des Fehlers auf  $a$ , so folgt aus 14

$$a = \frac{\Delta - y}{x} \quad \dots \dots \dots 17)$$

und daraus

$$\frac{\partial a}{\partial \Delta} = \frac{1}{x} \quad \dots \dots \dots 18)$$

Vor allem läßt sich jedoch die mechanische Analogie noch wesentlich weiter verfolgen.

Wird die nicht durch den Koordinatenanfangspunkt gehende Gerade als Angriffsobjekt von Kräften aufgefaßt, so sind bei ihr zwei Bewegungen möglich, eine drehende und eine fortschreitende, und Gleichgewicht wird dann herrschen, wenn keine der beiden Bewegungen eintritt.

Eine Drehung wird dann nicht stattfinden, wenn die Momentensumme in bezug auf den Mittelpunkt dieser Drehung gleich Null ist. Betrachtet man wieder die Fehler  $\Delta$  als parallel der  $y$ -Achse wirkende Kräfte und bezeichnet die horizontalen Abstände der Angriffspunkte dieser Kräfte von der durch den Drehungspunkt gehenden Vertikalen mit  $\xi_i$ ; so muß die Beziehung

$$\Sigma \Delta \xi = 0 \quad \dots \dots \dots 19)$$

gelten. Hat der Drehpunkt die Abszisse  $X$ , so ist allgemein

$$\xi_i = X - x_i \quad \dots \dots \dots 20)$$

woraus nach Multiplikation mit  $\Delta$  und Summierung folgt

$$\Sigma \Delta \xi = X \Sigma \Delta - \Sigma \Delta x \quad \dots \dots \dots 21)$$

Soll auch keine fortschreitende Bewegung stattfinden, so muß die Resultierende der als parallele Kräfte aufgefaßten Fehler, die gleich ihrer Summe ist, gleich Null sein, also

$$\Sigma \Delta = 0, \quad \dots \dots \dots 22)$$

die oben besprochene Kontrollgleichung. Aus 19, 21 und 22 folgt

$$\Sigma \Delta x = 0 \quad \dots \dots \dots 23)$$

22 und 23 stellen die von der Methode der kleinsten Quadrate gestellten Bedingungen für die Gleichung

$$y = ax + b \quad \dots \dots \dots 24)$$

dar. Aus ihnen folgt

$$\left. \begin{aligned} a \Sigma x^2 + b \Sigma x &= \Sigma xy \\ a \Sigma x + b \cdot n &= \Sigma y \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots 25)$$

die zu 22 gehörigen Normalgleichungen, die zu den in 13a enthaltenen Werten von  $a$  und  $b$  führen.

Es hat den Anschein, als ob dem Ivory'schen Gedankengang vielleicht doch mehr Inhalt zukommt, als die Kritik ihm zugesteht.

6.

Der Beziehung

$$\Sigma \Delta = 0$$

die hier nur als Rechenkontrolle für gewisse Fälle gewertet wird, wurde früher eine weit größere Bedeutung zugeschrieben. Laplace\*) hat vor Einführung der Methode der kleinsten Quadrate gelegentlich einer bestimmten Aufgabe ein Rechenprinzip aufgestellt (ohne Begründung), das auf den beiden Forderungen beruhte, daß einerseits die Summe der Fehler gleich Null und andererseits die Summe der Absolutwerte der Fehler ein Minimum sei. Er ist in seinem speziellen Falle zu einem Ergebnis gelangt und hat dieses als „wahrscheinlichste“ bezeichnet. Estienne\*\*) ist bei Aufstellung seiner Regel zur Bestimmung des wahrscheinlichsten Wertes einer direkt beobachteten Größe auf dieses Prinzip, das er die Methode der kleinsten arithmetischen Summe nennt, zurückgekommen. Ferner hat Lamont\*\*\*) den Umstand, daß  $\Sigma \Delta$  nicht notwendig gleich Null wird, als einen Mangel der Methode der kleinsten Quadrate bezeichnet.

Tatsache ist, daß die Bedingung  $\Sigma \Delta = 0$  als Prinzip einer Ausgleichungsmethode nicht hinreicht, und überdies gibt die Methode der kleinsten Quadrate in jedem Falle die größten Gewichte.

## Über eine Lösung des Rückwärtseinschneidens.

Von Dr. techn. Erich Liebitzky, k. k. Bauadjunkt in Prag.

(Fortsetzung und Schluß.)

Sind in Figur 3  $A, B, C$  die drei gegebenen Punkte und zieht man durch  $A$  eine Parallele  $\overline{A3}$  zu  $\overline{CB}$  und durch  $C$  eine Parallele  $\overline{C2'}$  zu  $\overline{BA}$ , so hat man, um den Punkt  $S$  der «mittleren Visur» zu erhalten, einfach durch  $C$  einen Strahl unter dem Winkel  $\beta$  gegen  $\overline{C2'}$  und durch dessen Schnittpunkt  $S_0$  mit  $\overline{AB}$  einen zweiten Strahl unter dem Winkel  $\alpha$  gegen  $\overline{AB}$  zu ziehen, welcher im Schnitte  $S$  mit  $\overline{A3}$  den gesuchten Punkt der «mittleren Visur»  $CS$  ergibt. Zieht man durch  $A$  bzw.  $B$  je einen Strahl unter dem Winkel  $\alpha$  bzw.  $\beta$  gegen die mittlere Visur, so müssen sich beide auf  $\overline{CS}$  in dem Punkte  $P$  schneiden, der zu bestimmen war.

Die eben entwickelte Konstruktion hat eine gewisse Ähnlichkeit mit der bekannten Methode von Collins. Nach dieser ergibt sich der «Collins'sche Hilfspunkt»  $Z$  als Schnitt zweier Strahlen, welche durch  $A$  und  $B$  unter dem Winkel  $\beta$  bzw.  $\alpha$  gegen  $\overline{AB}$  gezogen werden. An die Stelle des «Collins'schen Hilfspunktes»

\*) Mécanique céleste, II, art. 39—42.

\*\*) Étude sur les erreurs d'observ., p. 9 und 23 ff (C. R. CX, p. 512).

\*\*\*) Meteorolog. Wochenbericht Nr. 203—210, 1869

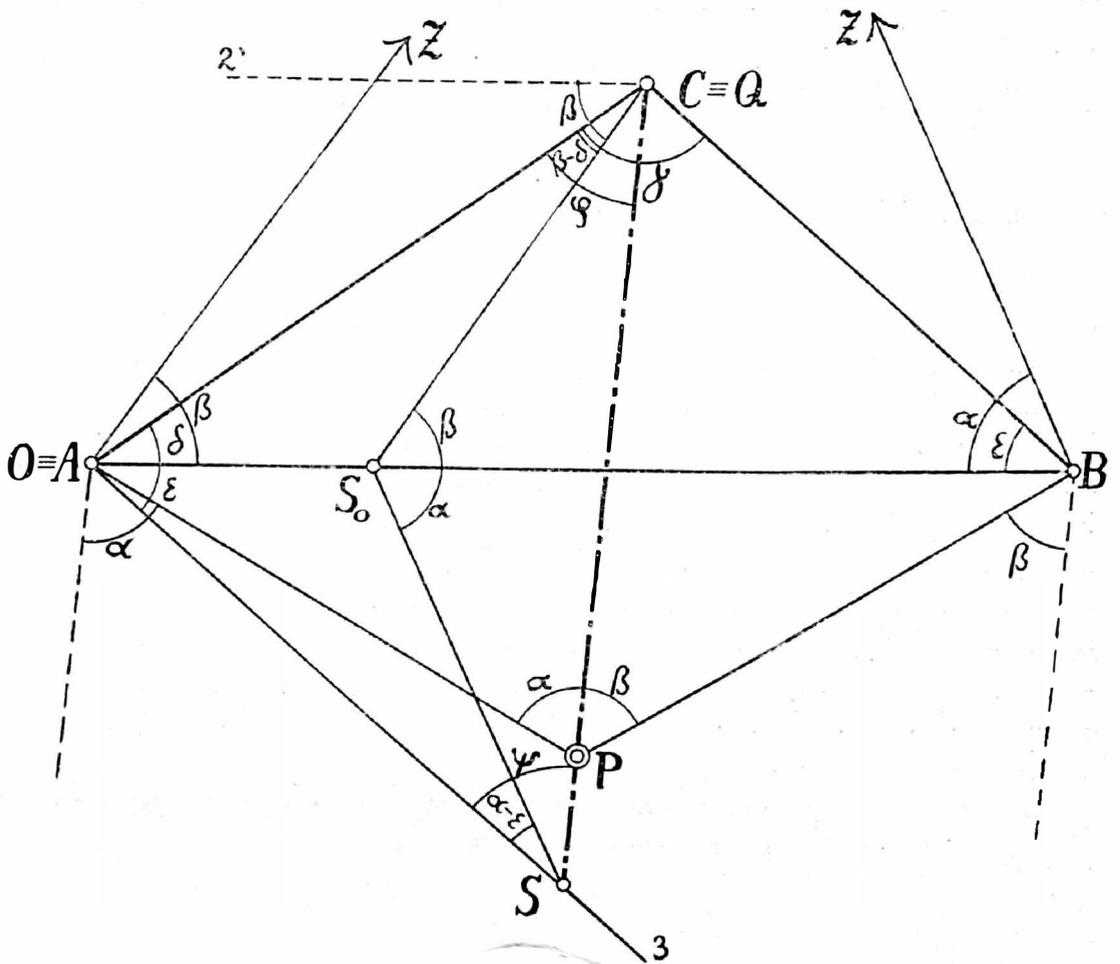


Fig. 3.

tritt unser Hilfspunkt  $S$  und die Mehrarbeit, die unsere Konstruktion gegenüber dem Verfahren von Collins erfordert, besteht im Zeichnen der zwei Strahlen  $\overline{A3} \parallel \overline{BC}$  und  $\overline{C2'} \parallel \overline{AB}$ . Das Collins'sche Verfahren ist also einfacher als das unsere, weshalb man im allgemeinen bei demselben bleiben wird. Häufig aber versagt die Collins'sche Methode bei ihrer Anwendung auf dem Meßtisch, indem der Collins'sche Hilfspunkt  $Z$  außerhalb der Zeichnung fällt, wie in unserer Fig. 3 angedeutet; und in diesem Falle wird man vielleicht unsere Methode mit Vorteil verwenden können.

Unsere Konstruktion wird unbrauchbar, wenn der Hilfspunkt  $S$  außerhalb der Zeichnung fällt oder wenn der Winkel  $ASS_0$  zu spitz und dadurch die Bestimmung von  $S$  zu unscharf wird. Letzteres wird dann eintreten, wenn der Punkt  $P$  in der Nähe des «gefährlichen Kreises» liegt. Fällt  $P$  auf den «gefährlichen», d. h. den durch die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  hindurchgehenden Kreis, so wird die Konstruktion natürlich unbestimmt, indem bei  $\beta = \delta$  und  $\alpha = \epsilon$  der Punkt  $S_0$  mit  $A$  und die Gerade  $\overline{S_0S}$  mit  $\overline{A3}$  zusammenfällt. ( $\delta$  ist der Winkel  $BAC$  und  $\epsilon$  der Winkel  $ABC$  in Figur 3).

Bei der Anwendung der beschriebenen Konstruktion auf dem Meßtisch wäre eine zweimalige Zentrierung, nämlich von  $C$  und  $S_0$  über  $P$  notwendig. Man wird sich daher in der Praxis mit einer genäherten Lösung begnügen, bei welcher

auch das Zeichnen der Geraden  $C2'$  entfällt. Werden die den Feldpunkten  $A, B, C$  und  $P$  entsprechenden Punkte auf dem Meßtischblatt mit  $a, b, c$  und  $p$  bezeichnet, so ergibt sich folgendes Näherungsverfahren:

Zentrierung von  $c$  über  $P$ <sup>1)</sup>. Die Kippregel an  $\overline{ab}$  angeschoben und  $\overline{ab}$  nach  $\overline{PB}$  orientiert, so daß der Punkt  $a$  gegen  $B$  zu liegen kommt. Kippregel an  $c$  anlegen, den Punkt  $C$  anzielen, rayonnieren und  $\overline{ab}$  in  $S_0$  schneiden. Dadurch, daß die Gerade  $\overline{ab}$  statt  $\overline{C2'}$  zur Orientierung benützt wird, entsteht eine Parallaxe, die aber infolge der Kleinheit der Zeichnung gegenüber der Natur nur gering ist und daher vernachlässigt werden kann. Der weitere Vorgang besteht in der Orientierung von  $\overline{ab}$  nach  $\overline{PA}$  und zwar so, daß  $b$  gegen  $A$  liegt. Dann Kippregel an  $S_0$  anlegen, zielen und rayonnieren nach  $C$ , schneiden von  $\overline{ab}$  in  $S$ . Dadurch, daß die Zentrierung von  $c$  über  $P$  beibehalten und eine neue Zentrierung von  $S_0$  über  $P$ , wie es der genaue Vorgang erheischen würde, unterbleibt, entsteht natürlich wieder eine Parallaxe, welche wieder vernachlässigt wird. Wird nun die Kippregel an  $\overline{cS}$  angeschoben und  $\overline{cS}$  nach  $\overline{cC}$  orientiert, wobei  $c$  gegen  $C$  zu richten ist, so ist der Meßtisch in «orientierter Lage», das heißt, die einander entsprechenden Seiten in der Natur und auf der Zeichnung sind parallel. Zur Bestimmung des Punktes  $P$  hat man dann bloß die Kippregel in  $a$  bzw.  $b$  anzulegen,  $A$  bzw.  $B$  anzuziehen, zu rayonnieren und mit der mittleren Visur  $cS$  zu schneiden. Statt des Punktes  $P$  wird sich aber in der Regel ein Fehlerdreieck ergeben und man kann dann weiter nach Lehmann und Netto vorgehen.

Aus der Figur 3 ergibt sich folgende trigonometrische Lösung.

Aus dem Dreiecke  $ACS_0$  folgt

$$AS_0 = AC \cdot \frac{\sin(\beta - \delta)}{\sin \beta}$$

und aus dem Dreiecke  $ASS_0$ :

$$AS = AS_0 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - \epsilon)} = AC \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \sin(\beta - \delta)}{\sin \beta \cdot \sin(\alpha - \epsilon)}$$

Im Dreiecke  $ACS$  sind nun die zwei Seiten  $\overline{AC}$  und  $\overline{AS}$  und der von ihnen eingeschlossene Winkel  $(\delta + \epsilon) = 180 - \gamma$  bekannt. Es ergeben sich daher die zwei Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  nach dem Tangentensatze wie folgt:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \frac{\overline{AS} - \overline{AC}}{\overline{AS} + \overline{AC}}$$

Dividiert man in dem Bruche auf der rechten Seite Zähler und Nenner durch  $AS$  und berücksichtigt, daß  $\varphi + \psi = \gamma$ , so ergibt sich:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{1 - \frac{AC}{AS}}{1 + \frac{AC}{AS}} \dots \dots \dots 1)$$

Wird

$$\frac{AC}{AS} = \frac{\sin \beta \cdot \sin(\alpha - \epsilon)}{\sin \alpha \cdot \sin(\beta - \delta)} = \operatorname{tg} \mu$$

<sup>1)</sup> Da es sich nur um eine Näherungsmethode handelt, genügt wohl auch nur eine näherungsweise Zentrierung.

gesetzt, wo  $\mu$  ein Hilfswinkel ist, so geht 1) in

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \mu}{1 + \operatorname{tg} \mu} = \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \cdot \operatorname{cotg} (\mu + 45^\circ) \dots 2)$$

über. Da  $\frac{\varphi + \psi}{2}$  bekannt ist, so ist die Aufgabe hiemit im wesentlichen gelöst.

Die Berechnung der Entfernungen  $\overline{AP}$ ,  $\overline{CP}$  und  $\overline{BP}$  kann nach dem Sinussatz erfolgen.

Man sieht, daß dieser Rechnungsvorgang seinem Wesen nach der bekannten Burckhardt'schen Lösung verwandt ist. In der Praxis sind die drei Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  in der Regel durch ihre Koordinaten gegeben und da ist, wie man sich durch Vergleich der beiden Methoden leicht überzeugen kann, die Berechnung unseres Hilfswinkels etwas umständlicher als des Burckhardt'schen. Es ist also kein Grund vorhanden von der Verwendung der Burckhardt'schen Methode in der Praxis abzugehen. Die hier entwickelte trigonometrische Lösung ist nur von theoretischem Interesse, insoferne, als die zu berechnenden Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  Winkel eines Dreieckes sind und sich als solche nach dem Tangentensatze berechnen lassen, während die Bestimmung der entsprechenden Winkel bei Burckhardt nur auf analytischem Wege möglich ist.

Zur Ableitung des geometrischen Satzes, auf welchen sich die im vorstehenden Aufsätze behandelte Konstruktion stützt, wurde eine Tangenteneigenschaft der Parabel benützt. Da die Parabel selbst nicht weiter verwendet wird, dürfte die folgende Ableitung, die sich unmittelbar aus der Figur 2b ergibt, zweckmäßiger sein.

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke  $(QRS)$ ,  $(QR_x S_x)$  und  $(QR_o S_o)$  folgt die Proportion  $QR : QR_x : QR_o = QS : QS_x : QS_o$ . Da die Strahlen von  $Q$  nach den Punkten  $R$ ,  $R_x$  und  $R_o$  miteinander dieselben Winkel einschließen wie die Strahlen von  $Q$  nach den entsprechenden Punkten  $S$ ,  $S_x$  und  $S_o$  und da die Punkte  $R$ ,  $R_x$  und  $R_o$  auf einer Geraden liegen, so müssen nach einem elementaren Satze der Planimetrie auch die Punkte  $S$ ,  $S_x$  und  $S_o$  auf einer Geraden liegen. Da ferner je zwei entsprechende Strahlen mit einander immer den Winkel  $\alpha$  bilden, so folgt überdies, daß auch die Gerade  $s$  mit dem Strahle  $\overline{O2}$  den Winkel  $\alpha$  einschließt.

Daß sich an der Hand der Figur 2b auch interessante projektive Betrachtungen anstellen lassen, sei noch erwähnt, ohne daß hierauf näher eingegangen werden soll.

## Ueber die böhmische Elle.

Von Baurat Ing. S. Wellisch.

Unter der Regierung der Kaiserin Maria Theresia wurde mit dem Patente vom 14. Juli 1756 eine Untersuchung der nieder-österreichischen Maße zum Zwecke der Feststellung neuer Urmaße angeordnet und mit dem Patente vom 30. Juli 1764 das damit festgesetzte Wienermaß eingeführt. Hiebei wurden folgende Umrechnungsverhältnisse gesetzlich vorgeschrieben:

a) Für gewöhnliche Verwandlungen

$$15 \text{ Wiener Klafter} = 16 \text{ böhmische Klafter}$$

$$16 \text{ Wiener Ellen} = 21 \text{ böhmische Ellen.}$$

b) Für genauere Verwandlungen

$$5626 \text{ Wiener Klafter} = 6000 \text{ böhmische Klafter}$$

$$1879 \text{ Wiener Ellen} = 2465 \text{ böhmische Ellen.}$$

Für die Wahl der Verhältniszahlen 5626, 6000, 1879 und 2465 war offenbar der Umstand maßgebend, daß folgende Beziehungen als bestehend angenommen wurden:

$$1000 \text{ Wr. Klfr.} = 6000 \text{ Wr. Fuß}$$

$$6000 \text{ böhm. Klfr.} = 5626 \text{ Wr. Klfr.}$$

$$5626 \text{ Wr. Fuß} = 1000 \text{ böhm. Klfr.}$$

$$2465 \text{ böhm. Ellen} = 1879 \text{ Wr. Ellen}$$

Gegenwärtig sind

$$1000 \text{ Wr. Ellen} = 2460 \text{ Wr. Fuß} = 410 \text{ Wr. Klfr.}$$

Auf Grund der im Gesetze vom 23. Juli 1871 endgültig festgesetzten Verhältniszahlen

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1.896.484 \text{ } m$$

$$1 \text{ Wiener Fuß} = 0.316.080 \text{ } m$$

$$1 \text{ Wiener Elle} = 0.777.558 \text{ } m$$

erhält man aus den gewöhnlichen Verwandlungszahlen:

$$\frac{1.896.484 \times 15}{16 \times 3} = 0.592.651$$

$$\frac{0.777.558 \times 16}{21} = 0.592.425$$

$$\text{Mittel} = 0.592.538 \text{ } m = 592.54 \pm 0.16 \text{ } mm,$$

ans den genaueren Verwandlungszahlen:

$$\frac{1.896.484 \times 5626}{6000 \times 3} = 0.592.757$$

$$\frac{0.777.558 \times 1879}{2465} = 0.592.711$$

$$\text{Mittel} = 0.592.734 \text{ } m = 592.73 \pm 0.03 \text{ } mm.$$

Das mit Berücksichtigung der mittleren Fehler abgeleitete allgemeine arithmetische Mittel aus diesen beiden Mittelwerten würde den aus den genaueren Verwandlungszahlen gewonnenen Wert bloß um 0.007 *mm* vermindern.

Bei Zugrundelegung der Liesganigschen Klafter = 1.896.614 *m*

oder der Stampferschen Klafter = 1.896.666 *m*

ergäbe sich ein nur um 0.04, bzw. 0.06 *mm* größerer Wert.

Als wahrscheinlichstes Ergebnis kann daher der aus den genaueren Verwandlungszahlen allein gewonnene Wert

$$1 \text{ böhmische Elle} = 592.73 \text{ } mm$$

festgehalten werden. Damit erhält man die Gleichungen:

$$1000 \text{ böhm. Ellen} = 592.73 \text{ } m = 1875.26 \text{ Wr. Fuß}$$

$$1000 \text{ böhm. Klfr.} = 1778.20 \text{ } m = 5625.80 \text{ Wr. Fuß.}$$

Für die genaue Verwandlung von Wiener Maß in böhmisches Maß hat man daher die Gleichungen:

$$6000 \text{ böhm. Klfr.} = 5625 \cdot 80 \text{ Wr. Klfr.}$$

$$2460 \text{ böhm. Ellen} = 1875 \cdot 26 \text{ Wr. Ellen,}$$

$$\text{sohin sind } 2465 \text{ böhm. Ellen} = 1879 \cdot 08 \text{ Wr. Ellen,}$$

und es bestehen die genaueren Beziehungen:

$$1000 \text{ Wr. Ellen} = 6000 \text{ Wr. Fuß}$$

$$6000 \text{ böhm. Klfr.} = 5625 \cdot 80 \text{ Wr. Klfr.}$$

$$5625 \cdot 80 \text{ Wr. Fuß} = 1000 \text{ böhm. Klfr}$$

$$1000 \text{ Wr. Ellen} = 2460 \text{ Wr. Fuß}$$

$$2460 \text{ böhm. Ellen} = 1875 \cdot 26 \text{ Wr. Ellen}$$

$$1875 \cdot 26 \text{ Wr. Fuß} = 1000 \text{ böhm. Ellen.}$$

Die Verhältniszahlen 5625·80 und 1879·08 erscheinen im Patente vom Jahre 1756 auf ganze Zahlen abgerundet. Die Umwandlung der Verhältniszahl 2460 in 2465 hat wahrscheinlich darin ihre Ursache, daß das ganzzahlige Verhältnis 1879:2465 genauer ist als 1875:2460, denn es ist, wie oben berechnet, 1879 nur um 0·08, 1875 aber um 0·26 fehlerhaft.\*)

Die am Neustädter Rathause zu Prag angebrachte Elle mißt nach Prof. Novotný\*\*) 591·40 *mm*. Unter Zugrundelegung der Ellenlänge von 592·734 *mm* erhält man für die älteren böhmischen Längenmaße\*\*\*) folgende Längen im Metermaße:

Ein Gerstenkorn†) oder Gran	=	4·939 <i>mm</i>
Ein Querfinger oder Finger	= 4 Gran =	19·758 <i>mm</i>
Ein Zoll oder Daumen	= 5 Gran =	24·697 <i>mm</i>
Eine Querhand oder Handbreite	= 4 Finger =	79·031 <i>mm</i>
Eine böhm. Spanne	= 8 Zoll =	197·578 <i>mm</i>
Ein böhm. Schuh oder Fuß	= 12 Zoll =	296·367 <i>mm</i>
Eine böhm. Elle = 2 Fuß	= 3 Spannen =	592·734 <i>mm</i>
Eine böhm. Klafter = 6 Fuß	= 3 Ellen =	1·77820 <i>m</i>
Ein böhm. Lachter = 8 Fuß	= 4 Ellen =	2·37094 <i>m</i>
Eine böhm. Rute oder Gerte	= 8 Ellen =	4·74187 <i>m</i>
Ein Teichgräberseil	= 22 Ellen =	13·04015 <i>m</i>
Ein Landseil = 13 Lachter	= 52 Ellen =	30·82217 <i>m</i>
Ein Weingartenseil = 8 Ruten	= 64 Ellen =	37·93498 <i>m</i>
Ein Waldgarn = 40 Klafter	= 120 Ellen =	71·12808 <i>m</i>
Ein Gewende = 3 Landseile	= 156 Ellen =	92·46650 <i>m</i>
Eine böhm. Meile = 365 Landseile	= 18980 Ellen =	11·25009 <i>km</i> .

\*) Vergl. die Fußnote zu der Abhandlung von A. Broch: Das Normalmaß der österreichischen Katastralvermessung vom Jahre 1817 (diese „Zeitschrift“, 1913, S. 6).

\*\*) F. Nowotny: Die Prager Elle (diese „Zeitschrift“, 1917, S. 36 und 49).

\*\*\*) Vergl. A. Winkler: Ueber das alte böhmische Maß (diese „Zeitschrift“, 1915, S. 174 u. 193).

†) Nach W. Snellius ist eine Gerstenkornbreite = 3·526 *mm*, nach W. Wolf ist eine Gerstenkornbreite = 1·904 *mm*.

## Literaturbericht.

### 1. Zeitschriftenschau.

#### a) Zeitschriften vermessungstechnischen Inhaltes:

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten:

- Nr. 10. Blumenberg: Vermessungskarteien. Ein Vorschlag für die Ueberwachung des Arbeitsganges von Vermessungen, im besonderen in der Liegenschaftsabteilung Königlicher Eisenbahndirektionen. — Strehlow: Die Siedlungsfrage nach dem Kriege.

Schweizerische Geometer-Zeitung:

- Nr. 5. Baltensberger: Eidgenössische Geometerprüfungen im Frühjahr 1917. — Point de vue du Bureau fédéral du Registre foncier en ce qui concerne la question de la taxation. — Leemann: Theoretische Fehlerbetrachtungen an Hand eines praktischen Beispiels. — Die Fehlergrenzen der sächsischen Landmesserordnung vom 1. Oktober 1915.

Zeitschrift der beh. aut. Zivil-Geometer in Österreich:

- Nr. 5—6. Fail: Quadratura circuli. (Schluss.)

Zeitschrift für Feinmechanik:

- Nr. 9. Dokulil: Ein neuer Distanzmesser.

Zeitschrift für Vermessungswesen:

- Nr. 5. Tichy: Genauigkeitsbestimmung bei graphischer Ausgleichung der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden. — Wolff: Das Erdellipsoid Helmert-Hayford. — Wolff: Die Verteilung der Moore auf der Erde. — A mann: Regierungsrat beim bayer. Landesvermessungsamt Dr. Bischoff †.

Zeměměřičský věstník:

- Nr. 3. Memorandum Svazu českých poslanců na říšské radě. — Tichy: Grafick vyrovnání souřadnic trigonometrických bodu, stanovených jednoduchým protínáním

#### b) Fachliche Artikel aus verschiedenen Zeitschriften:

«Die reichsgesetzliche Schaffung von Ingenieurkammern» in Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architektenvereines» Wien 1917.

Doležal: «Leben und technisches Wirken des verstorbenen Feldzeugmeisters Otto Frank, Kommandanten des k. u. k. Militärgeographischen Institutes.» in «Oesterr. Wochenschrift für den öffentlichen Raudienst.» Wien 1917.

*Sämtliche hier besprochenen Bücher und Zeitschriften sind stets erhältlich bei L. W. Seidel & Sohn, Buchhandlung, Wien I., Graben 13.*

### 2. Neue Bücher.

Arwin A.: «Ueber die geodätischen Linien.» (Arkiv för matematik, astronomi och fysik. 11. Bd.) Almqvist & Wiksells boktryckeri-A.-B. Stokholm 1917. R. Friedländer & Sohn, Berlin.

Gyllenberg W.: Justierungsmethode für parallaktische Instrumente. (Arkiv för matematik, astronomie och fysik. 11. Bd. Nr. 6.) Almqvist & Wiksells boktryckeri-A.-B. Stokholm 1916. R. Friedländer & Sohn, Berlin.

Hille E.: Ueber die Variation d. Bogenlänge bei konformer Abbildung von Kreisbereichen. (Arkiv för matematik, astronomi och fysik. 11. Bd. Nr. 27.) Almqvist & Wiksells boktryckeri-A.-B., Stokholm 1917. R. Friedländer & Sohn, Berlin.

Mintrop L.: Beobachtungsbuch für markscheiderische Messungen. 3. verb. u. verm. Aufl., Julius Springer, Berlin 1916.

Nickerl v. E.: Grundsteuerreform, Graz 1917.

Rulf W.: Lehrbuch der Mathematik für höhere Gewerbeschulen, verwandte Lehranstalten und zum Selbstunterrichte. Deuticke, Wien 1916.

Schiele G. W.: Politik der Vermehrung des kleinen Grundeigentums. J. F. Lehmann, München 1917.

Schubert H.: Arithmetik und Algebra. 2. durchges. Aufl. Göschen, Berlin.

Schwiedland E.: Anfänge und Wesen der Wirtschaft. Manz, Wien 1917.

Wasserab K.: Soziologische Nationalökonomie. Dunker & Humblot, München 1917.

Wolff H.: Karte und Kroki. Teubner, Leipzig 1917.

## Vereins- und Personalnachrichten.

### Personalien.

#### † Prof. Dr. F. R. Helmert.

Am Morgen des 15. Juni 1917 starb zu Potsdam nach langer, schwerer Krankheit im 74. Lebensjahre der Geheime Ober-Regierungsrat Prof. Dr. Ing. h. c. Friedrich Robert Helmert, Direktor des Königl. Preußischen Geodätischen Institutes und des Zentralbureaus der Internationalen Erdmessung. Montag, den 18. Juni d. J., fand nachmittags 3 Uhr im Sitzungssaale des Geodätischen Instituts die Trauerfeier statt und im Anschlusse hieran erfolgte die Beisetzung auf dem Potsdamer Friedhofe.

(In einer der nächsten Nummern werden wir von einem berufenen Fachmann ein Lebensbild dieses Bahnbrechers in der Geodäsie bringen.)

#### Ehrenpromotionen an der k. k. Techn. Hochschule in Wien.

Aus Anlaß des hundertjährigen Bestehens der Wiener Technischen Hochschule wurden hervorragende Männer der Wissenschaft und der technischen Praxis zu Ehrendoktoren ernannt und am 23. Juni d. J. promoviert.

Zwei Männer, die sich um die Fortschritte im Vermessungswesen verdient gemacht haben: der Geheime Hofrat Professor der Königl. Techn. Hochschule in München Dr. Sebastian Finsterwalder in Würdigung seiner Verdienste um die Entwicklung der Photogrammetrie und der in Zürich in der Schweiz lebende Begründer des math.-mech. Institutes Starke & Kammerer in Wien Gustav Starke, dessen Name mit dem Weltrufe der Präzisionsmechanik unseres Vaterlandes unlösbar verbunden ist.

#### Ernennung an der k. k. Montanistischen Hochschule in Leoben.

Mit Allerhöchster Entschliebung vom 10. April 1917 wurde der a. o. Professor der Geodäsie und Markscheidekunde an der k. k. Montanistischen Hochschule in Leoben Dr. Franz Aubell zum o. ö. Professor an derselben Hochschule ernannt.

#### Veränderung im Stande der k. k. Vermessungsbeamten.

**Beförderungen:** Zu Evidenzhaltungs-Geometern II. Klasse (XI. Rangklasse): Die Eleven: Kajo Bašković (Rang vom 21. November 1916), Roman Kostórkiewicz (Rang vom 12. Feber 1917), Felix Hawliczek (Rang vom 20. April 1917), Friedrich Peschka (Rang vom 21. April 1917).

**Pensionierungen:** Evidenzhaltungs-Obergeometer I. Klasse und Archivar in Prag Albert Teufel (30. April 1917).

**Uebersetzungen:** Evidenzhaltungs-Geometer II. Klasse Teofil Baumann von Przeworsk nach Ropczyce; Evidenzhaltungseleve Wlodzimierz Zebrauski von Nowy Sacz nach Krakau I.

**Todesfälle:** Die Evidenzhaltungs-Obergeometer II. Klasse Matthäus von Eccher in Mezolombardo am 14. März 1917 und Ludwig Hlaváč in Friedek am 7. März 1917; Evidenzhaltungs-Geometer I. Klasse Anton Zagórski in Mýslenice am 13. November 1916.

Goldene Medaille Pariser Weltausstellung 1900.

# NEUHÖFER & SOHN

Telephon Nr. 55.595 **k. u. k. Hofmechaniker** Telephon Nr. 55.595

k. k. handelsgerichtlich beedeter Sachverständiger  
Lieferanten des k. k. Katasters, der k. k. Ministerien etc.

## WIEN, V., Hartmannngasse 5

(zwischen Wiedener Hauptstrasse Nr. 86 und 88)

empfehlen

### Theodolite

Nivellier-Instrumente

### Universal Boussolen- Instrumente

mit

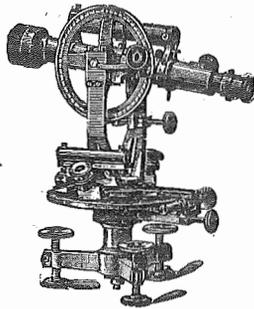
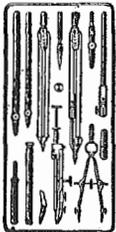
optischem Distanzmesser

### Messtische

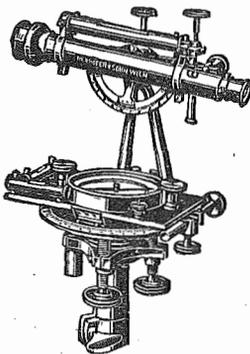
### Perspektivlineale

etc. etc.

unter Garantie bester  
Ausführung und  
genauester Rektifi-  
kation.



Den Herren k. k. Vermeasungs-Beamten besondere Bonifikationen beim Bezuge.



### Planimeter

### Auftrag-Apparate

Maßstäbe  
und Meßbänder

### Präzisions-Reisszeuge

und

alle geodätischen Instrumente

und

### Meßrequisiten

etc. etc.

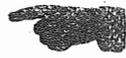
Alle gangbaren  
Instrumente stets  
**vorrätig.**



## Illustrierte Kataloge gratis und umgehend.

## Reparaturen

bestens und schnellstens,  
(auch an Instrumenten fremder Provenienz).



Bei Bestellungen und Korrespondenzen an die hier inserierenden Firmen bitten wir, sich immer auch auf unsere Zeitschrift berufen zu wollen.