

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERREICHISCHEN K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Unter Mitwirkung der Herren:

Prof. J. ADAMCZIK in Prag, Obergemeter I. Kl. J. BERAN in Mödling bei Wien,
Dozent, Evidenzhaltungs-Direktor E. ENGEL in Wien, Prof. Dipl. Ing. A. KLINGATSCH in Graz,
Prof. D^r. W. LÁSKA in Prag, Hofrat Prof. D^r. F. LORBER in Wien, Prof. D^r. H. LÖSCHNER in Brünn,
Hofrat Prof. D^r. G. v. NIESSL in Wien, Obergemeter I. Kl. M. REINISCH in Wien,
Hofrat Prof. D^r. R. SCHUMANN in Wien,

redigiert von

Hofrat **E. Doležal**;
o. ö. Professor
an der k. k. Technischen Hochschule in Wien.

und

Ing. **S. Wellisch**,
Baurat
des Wiener Stadtbauamtes.

Nr. 2.

Wien, 1. Februar 1917.

XV. Jahrgang.

INHALT :

Seite

Abhandlungen: Graphische Ausgleichung der Punktkoordinaten beim Einschneiden. Von Dr. techn. Alois Tichý, Professor an der landwirtschaftlichen Mittelschule in Prerau, derzeit k. k. Oberleutnant. (Schluß) 17

Literaturbericht: Bücherbesprechungen. — Zeitschriftenschau. — Neue Bücher.

Vereins- und Personalnachrichten: Bibliothek des Vereines. — Personalien.

Nachricht! In den nächsten Heften kommen zur Veröffentlichung Arbeiten der Herren: Dr. H. Barvik, Dr. A. Basch, Dr. G. Dimmer, E. Doležal, Dr. Th. Dokulil, Dr. L. Grabowski, Dipl.-Ing. A. Klingatsch, Dr. E. Liebitzky, J. Liznar, E. v. Nickerl, Dr. R. Schumann, S. Wellisch.

Für den Inhalt ihrer Beiträge sind die Verfasser verantwortlich.

Original-Artikel können anderwärts nur mit Bewilligung der Redaktion veröffentlicht werden.

Alle Zuschriften für die Redaktion sind ausnahmslos an Hofrat Prof. E. Doležal, Wien, k. k. Technische Hochschule, zu richten.

Sämtliche für die Administration bestimmte Zuschriften: Abonnement-Bestellung, Domizil- und Adressenänderung, Inserierung etc., sind ausnahmslos an die Druckerei Joh. Wladarz, Baden N.-Ö., Pfarrgasse 3, zu schicken.

Jahresabonnement für Mitglieder 12 Kronen, für Nichtmitglieder 15 Kronen. — Redaktionsschluß am 20. des Monats.
Oesterreichisches Postsparkassa-Konto Nr. 24.175. (Clearing.)

Wien 1917.

Herausgeber und Verleger: Verein der österr. k. k. Vermessungsbeamten.

Druck von Johann Wladarz, Baden.

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Baurat S. Wellisch.

Nr. 2.

Wien, 1. Februar 1917.

XV. Jahrgang.

Graphische Ausgleichung der Punktkoordinaten beim Einschneiden.

Von Dr. techn. Alois Tichý, Professor an der landwirtschaftlichen Mittelschule in Prerau, derzeit
k. k. Oberleutnant.

(Schluß.)

3. Genauigkeitsbestimmung.

Mittlere Koordinatenfehler μ_x, μ_y .

Bezeichnet man:

$$\begin{array}{ll} \xi_{1,2} = dx - dx_{1,2} & \eta_{1,2} = dy - dy_{1,2} \\ \xi_{1,3} = dx - dx_{1,3} & \eta_{1,3} = dy - dy_{1,3} \\ \dots & \dots \\ \xi_{1,n} = dx - dx_{1,n} & \eta_{1,n} = dy - dy_{1,n} \\ \xi_{2,3} = dx - dx_{2,3} & \eta_{2,3} = dy - dy_{2,3} \\ \dots & \dots \end{array}$$

u. s. w.,

so sind die mittleren Fehler der Gewichtseinheit:

$$\mu_{\xi_0}^2 = \frac{[\rho_{i,k} \xi_{i,k} \xi_{i,k}]}{\binom{n}{2} - 1} \quad \text{und} \quad \mu_{\eta_0}^2 = \frac{[\rho_{i,k} \eta_{i,k} \eta_{i,k}]}{\binom{n}{2} - 1} \dots \dots \dots 6)$$

 n ist die Anzahl der Geraden in der fehlerzeigenden Figur, $\binom{n}{2}$ die Anzahl der Schnittpunkte (bezw. Schnittpunktkoordinaten).

Die Ausdrücke $[\rho_{i,k} \xi_{i,k} \xi_{i,k}]$ und $[\rho_{i,k} \eta_{i,k} \eta_{i,k}]$ sind jedoch in der Figur 1 teilweise enthalten. Bezeichnet man dort die Fläche zwischen dem Seilpolygon und der verlängerten ersten und letzten Polygonseite bei den vertikalen Richtungslinien der Kräfte, das ist die Fläche A_y I II III IV $B_y C_y$, mit F_y und analog die Fläche A_x I II III IV $B_x C_x$ mit F_x , so ist:

$$[\rho_{i,k} \xi_{i,k} \xi_{i,k}] = [\rho_{i,k}] F_x \quad \text{und} \quad [\rho_{i,k} \eta_{i,k} \eta_{i,k}] = [\rho_{i,k}] F_y.^1)$$

Infolge dessen gehen die Formeln 6) in folgende über:

$$\mu_{\xi_0}^2 = \frac{[\rho_{i,k}] F_x}{\binom{n}{2} - 1}, \quad \mu_{\eta_0}^2 = \frac{[\rho_{i,k}] F_y}{\binom{n}{2} - 1} \dots \dots \dots 7)$$

¹⁾ Vergl. Dr. Tichý: „Beitrag zur Konstruktion des arithmetischen Mittels und der mittleren Fehler“, Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen 1910, Heft 6.

Auf Grund der mittleren Gewichtseinheitsfehler werden schließlich die mittleren Koordinatenfehler μ_x und μ_y aus den Formeln

$$\mu_x = \frac{\mu_0}{\sqrt{p}}, \quad \mu_y = \frac{\mu_0}{\sqrt{p}} \dots \dots \dots 8)$$

berechnet, wobei p als Punktgewicht des Neupunktes P bezeichnet wird.

Es handelt sich weiters um Bestimmung dieses Punktgewichtes p .

Nach der Theorie der vermittelnden Beobachtungen ist

$$\left. \begin{aligned} \mu_x^2 &= \frac{\mu_0^2}{[aa][bb] - [ab]^2} [bb] \\ \mu_y^2 &= \frac{\mu_0^2}{[aa][bb] - [ab]^2} [aa] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 9)$$

wobei $\mu_0^2 = \frac{[\delta\delta]}{n-2}$ den mittleren Fehler eines der durch Beobachtung gleich genau bestimmten Richtungswinkel vorstellt.

Zur Berechnung der scheinbaren Fehler $\delta_1, \delta_2 \dots \delta_n$ mißt man in der fehlerzeigenden Figur die Abstände $v_1, v_2 \dots v_n$ des plausibelsten Punktes P von den Geraden $G_1, G_2 \dots G_n$ ab. Es ist dann

$$\delta_1 = \frac{v_1}{s_1} \varrho, \quad \delta_2 = \frac{v_2}{s_2} \varrho \dots \delta_n = \frac{v_n}{s_n} \varrho$$

und
$$\mu_0^2 = \frac{\varrho^2 \left[\frac{vv}{s^2} \right]}{n-2},$$

oder wenn man $\frac{1}{s^2} = g$ setzt

$$\mu_0^2 = \frac{\varrho^2 [g_i v_i v_i]}{n-2} \dots \dots \dots 10)$$

Setzt man diese Formel in die Gleichungen 9) ein, so erhält man:

$$\mu_x^2 = \frac{\varrho^2 \left[\frac{g_i v_i v_i}{n-2} \right] [bb]}{[aa][bb] - [ab]^2}, \quad \mu_y^2 = \frac{\varrho^2 \left[\frac{g_i v_i v_i}{n-2} \right] [aa]}{[aa][bb] - [ab]^2}.$$

Löst man noch die Summenklammern der Koeffizienten a, b auf und setzt man nach den Gleichungen 3) ein, so ist nach Ausmultiplizierung, Reduzierung und Vereinigung in Faktoren-zuerst für

$$\mu_x^2 = \frac{\varrho^2 \left[\frac{g_i v_i v_i}{n-2} \right] \cdot \varrho^2 (g_1 \cos^2 \alpha_1 + g_2 \cos^2 \alpha_2 + \dots)}{(a_1 b_2 - a_2 b_1)^2 + (a_1 b_3 - a_3 b_1)^2 + \dots}$$

Mit Rücksicht auf die Gleichungen 2), 4) und 5) resultiert schließlich

$$\left. \begin{aligned} \mu_x^2 &= \frac{[g_i v_i v_i] [g_i \cos^2 \alpha_i]}{(n-2) [p_{i,k}]} \\ \mu_y^2 &= \frac{[g_i v_i v_i] [g_i \sin^2 \alpha_i]}{(n-2) [p_{i,k}]} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 11)$$

In ähnlicher Weise:

Da aber nach den Formeln 8) und 7) auch

$$\mu_x^2 = \frac{[\rho_{i,k}] F_x}{\left\{ \binom{n}{2} - 1 \right\} \rho} \quad \text{und} \quad \mu_y^2 = \frac{[\rho_{i,k}] F_y}{\left\{ \binom{n}{2} - 1 \right\} \rho}$$

ist, kann man schreiben:

$$\frac{[g_1 v_1 v_1] [g_1 \cos^2 \alpha_1]}{(n-2) [\rho_{i,k}]} = \frac{[\rho_{i,k}] F_x}{\left\{ \binom{n}{2} - 1 \right\} \rho}$$

und

$$\frac{[g_1 v_1 v_1] [g_1 \sin^2 \alpha_1]}{(n-2) [\rho_{i,k}]} = \frac{[\rho_{i,k}] F_y}{\left\{ \binom{n}{2} - 1 \right\} \rho}$$

woraus

$$\rho = \frac{n-2}{\left\{ \binom{n}{2} - 1 \right\}} [\rho_{i,k}] \cdot \frac{[\rho_{i,k}] F_x}{[g_1 v_1 v_1] [g_1 \cos^2 \alpha_1]} = \left. \begin{aligned} &= \frac{n-2}{\left\{ \binom{n}{2} - 1 \right\}} [\rho_{i,k}] \cdot \frac{[\rho_{i,k}] F_y}{[g_1 v_1 v_1] [g_1 \sin^2 \alpha_1]} \end{aligned} \right\} \dots \dots 12)$$

Hieraus folgt weiter:

$$\left. \frac{[\rho_{i,k}] F_x}{[g_1 v_1 v_1] [g_1 \cos^2 \alpha_1]} = \frac{[\rho_{i,k}] F_y}{[g_1 v_1 v_1] [g_1 \sin^2 \alpha_1]} \right\} \dots \dots 13)$$

Außerdem haben die praktischen Berechnungen gezeigt, daß jeder von diesen Ausdrücken ungefähr gleich eins sein muß.

Z. B. in unserem Falle:

$\rho_{i,k}^1)$	v_1	$v_1 v_1$	$g_1 v_1 v_1^1)$	$g_1 \cos \alpha_1^1)$	$g_1 \sin \alpha_1^1)$
0·65					
0·51	2·15	4·62	1·9404	0·014	0·396
0·70	0·20	0·04	0·0968	1·212	1·208
3·31	0·60	0·36	0·6552	1·594	0·226
0·27	0·30	0·09	0·1863	1·523	0·547
2·06					
7·50			2·8787	4·343	2·377
$= [\rho_{i,k}]$			$= [g_1 v_1 v_1]$	$= [g_1 \cos^2 \alpha_1]$	$= [g_1 \sin^2 \alpha_1]$

$$[\rho_{i,k}] F_x = 12·7785 \text{ cm}^2, \quad [g_1 v_1 v_1] [g_1 \cos^2 \alpha_1] = 12·5022 \text{ cm}^2$$

$$[\rho_{i,k}] F_y = 6·8978 \text{ cm}^2, \quad [g_1 v_1 v_1] [g_1 \sin^2 \alpha_1] = 6·8427 \text{ cm}^2.$$

$$\frac{[\rho_{i,k}] F_x}{[g_1 v_1 v_1] [g_1 \cos^2 \alpha_1]} = \frac{12·7785}{12·5022} = 1·022.$$

$$\frac{[\rho_{i,k}] F_y}{[g_1 v_1 v_1] [g_1 \sin^2 \alpha_1]} = \frac{6·8978}{6·8427} = 1·008.$$

(Diff. 0·014).

Aus diesen Gründen kann für die Praxis hinreichend genau genommen werden:

¹⁾ Nachdem die Punktgewichte $\rho_{i,k}$ im Verhältnis zu den Geradengewichten g_1 100mal vergrößert wurden, erscheint es notwendig, auch den Nenner der Formel 13) 100mal zu vergrößern. Das wird geschehen, wenn man g_1 10mal größer nimmt.

$$p = \frac{n-2}{\binom{n}{2}-1} [p_{i,k}] \dots \dots \dots 14)$$

Setzt man dieses Resultat sowie auch die Gleichungen 7) in die Gleichungen 8), so ergibt sich schließlich:

$$\left. \begin{aligned} \mu_x &= \sqrt{\frac{F_x}{n-2}} \\ \mu_y &= \sqrt{\frac{F_y}{n-2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 15)$$

In unserem Beispiel 1 ermittelt man aus der Figur 1:

$$F_x = 1.7038 \text{ cm}^2, \quad F_y = 0.9197 \text{ cm}^2,$$

deshalb

$$\mu_x = \sqrt{\frac{1.7038}{4-2}} = \sqrt{0.8519} = \pm 0.92 \text{ cm},$$

$$\mu_y = \sqrt{\frac{0.9197}{4-2}} = \sqrt{0.4599} = \pm 0.67 \text{ cm}.$$

Nach der strengen Ausgleichung: $\mu_x = \pm 0.92 \text{ cm}$, $\mu_y = \pm 0.6 \text{ cm}$, nach Werkmeisters Methode: $\mu_x = \pm 1.0 \text{ cm}$, $\mu_y = \pm 0.7 \text{ cm}$.

Anmerkung: Wie diese Formeln zeigen, braucht man in dem Falle, daß die Richtungslinien der Kräfte $p_{i,k}$ zu den Achsen X, Y parallel genommen werden, die mittleren Fehler der Gewichtseinheit nicht zu berechnen, nachdem die mittleren Koordinatenfehler direkt und einfach aus den Flächen F_x und F_y sowie aus der Anzahl der Geraden der fehlerzeigenden Figur ermittelt werden können.

Schließlich ist es noch notwendig, folgendes über Maßstäbe in Bezug auf die Flächen F_x, F_y zu bemerken. Der Maßstab der Kräfte in Kräftepolygonen hat keinen Einfluß auf die Größe der Flächen F_x, F_y , wohl aber der Maßstab der fehlerzeigenden Figur. Ist die fehlerzeigende Figur im Maßstabe $1:\lambda$ gezeichnet worden, so sind die Flächen zwischen den Seilpolygonen und ihren verlängerten äußersten Seiten F_x', F_y' , folglich

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \lambda^2 \cdot F_x' \\ F_y &= \lambda^2 \cdot F_y' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 16)$$

Beispiel 2¹⁾, hiezu Figur 2.

Zur Bestimmung der Koordinatenverbesserungen eines Neupunktes P sind folgende gleichgewichtige Vermittlungsgleichungen gegeben:

$$\begin{aligned} + 51.2 \, dx - 10.3 \, dy + 1.3 &= 0 \\ + 70.4 \, dx + 23.6 \, dy - 1.7 &= 0 \\ + 53.8 \, dx + 61.5 \, dy + 0.8 &= 0 \\ - 41.3 \, dx + 63.5 \, dy - 2.5 &= 0 \\ - 114.2 \, dx - 182.1 \, dy - 0.7 &= 0 \end{aligned}$$

¹⁾ Wellisch, Ausgleichungsrechnung, II, Seite 44 (Schnittfigur S. 42, Fig. 9), Beispiel für Vorwärtseinschnelden.

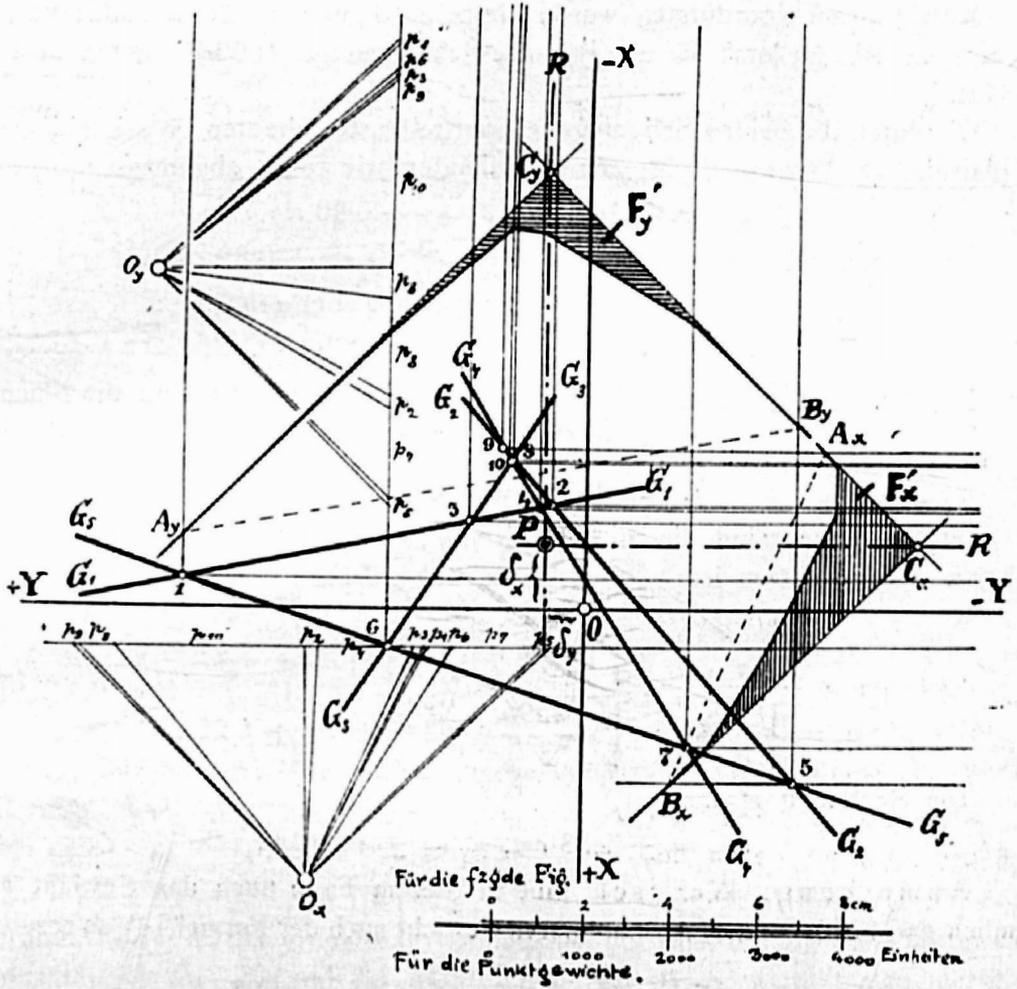


Fig. 2.

Durch Auflösung dieser Gleichungen, wobei immer die 1., sodann die 2., 3. etc. mit allen nachfolgenden kombiniert wird, bekommt man folgende Koordinaten der 10 Schnittpunkte:

Schnittpunkt	dx_{ik}	dy_{ik}	P_{ik}	P_{ikv}
1	- 0.68 cm	+ 9.24 cm	37	0.04 cm
2	- 2.38 „	+ 0.78 „	137	0.14 „
3	- 2.00 „	+ 2.63 „	80	0.08 „
4	- 2.32 „	+ 1.07 „	1102	1.10 „
5	+ 4.03 „	- 4.83 „	94	0.09 „
6	+ 0.90 „	+ 4.52 „	296	0.30 „
7	+ 3.22 „	- 2.40 „	1025	1.03 „
8	- 3.43 „	+ 1.70 „	355	0.36 „
9	- 3.70 „	+ 1.94 „	77	0.08 „
10	- 3.38 „	+ 1.74 „	2182	2.18 „
			$[P_{i,k}] = 5385$	5.40 cm.

Mittels dieser Koordinaten wurde die Schnittfigur (Fig. 2) im Maßstabe 1 : 2 aufgetragen. Als Maßstab für die Punktgewichte wurden 1000 Einheiten = 1 cm gewählt.

Die durch die beiden Seilpolygone ermittelten Resultanten K schneiden sich im plausibelsten Punkte P , dessen Koordinaten wie folgt abgemessen wurden:

$$dx = -1.44 \text{ cm}, \quad dy = +0.90 \text{ cm}.$$

(Die Rechnung ergibt: $dx = -1.49 \text{ cm}, \quad dy = +0.89 \text{ cm}.$)

Genauigkeit: Aus der Figur 2 wurden weiter ermittelt:

$$F_x' = 1.6978 \text{ cm}^2, \quad F_y' = 1.1099 \text{ cm}^2.$$

Mit Rücksicht auf den Maßstab der fehlerzeigenden Figur sind die Flächen:

$$F_x = 2^2 \cdot F_x' = 6.7912 \text{ cm}^2$$

$$F_y = 2^2 \cdot F_y' = 4.4396 \text{ cm}^2.$$

Infolge dessen sind die mittleren Koordinatenfehler nach den Formeln 15), wobei $n = 5$ zu setzen ist:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{F_x}{n-2}} = \sqrt{\frac{6.7912}{3}} = \sqrt{2.2637} = \pm 1.51 \text{ cm}.$$

$$\mu_y = \sqrt{\frac{F_y}{n-2}} = \sqrt{\frac{4.4396}{3}} = \sqrt{1.4799} = \pm 1.22 \text{ cm}.$$

Die Rechnung ergibt:

$$\mu_x = \pm 1.53 \text{ cm}, \quad \mu_y = \pm 1.19 \text{ cm}.$$

Anmerkung: Wellisch gibt in diesem Falle auch das Gewicht p an, nämlich $p = 1790$. Berechnet man dieses Gewicht nach der Formel 14), so resultiert:

$$p = \frac{n-2}{\binom{n}{2} - 1} \cdot [p_{i,k}] = \frac{3}{9} \cdot 5385 = 1795.$$

B) Rückwärtseinschneiden.

1. Fall: Rückwärtseinschneiden mit Winkelmessungen.

Die fehlerzeigende Figur (Schnittfigur) wird durch Kreisbögen gebildet, welche durch Tangenten ersetzt werden können, weil die Ausdehnung der Schnittfigur in der Regel klein ist.

Z. B. für den Winkel $\varphi = P_1 P_0 P_2$ (Fig. 3) ist der Kreisbogen K_1 , welcher durch die Tangente T_1 ersetzt werden kann. Die Tangente läuft senkrecht zum Radius r im Punkte P_0^1)

Vergrößert oder verkleinert sich der Winkel φ um $d\varphi$, so verschiebt sich die Tangente T_1 nach T_2 , wobei die parallele Verschiebung

$$e = \frac{d\varphi}{\varphi} \cdot \frac{s_a s_b}{a} \dots \dots \dots 17)$$

ist. Hierbei ist $s_a = P_0 P_1$, $s_b = P_0 P_2$ und $a = P_1 P_2$.

1) Ist der Winkel φ groß, kann bei verschiedener Länge der Seiten $P_0 P_1$, $P_0 P_2$ der Fall eintreten, daß sich die Symmetralen der letzteren auf der Zeichenfläche nicht schneiden. Um den Radius r doch zeichnen zu können, hilft man sich durch die Ähnlichkeit der Dreiecke $P_1 P_0 P_2$ und $P_1 P_0^1 P_2$, deren Scheitel P_0 , P_0^1 auf dem Radius liegen und deshalb nur verbunden werden können.

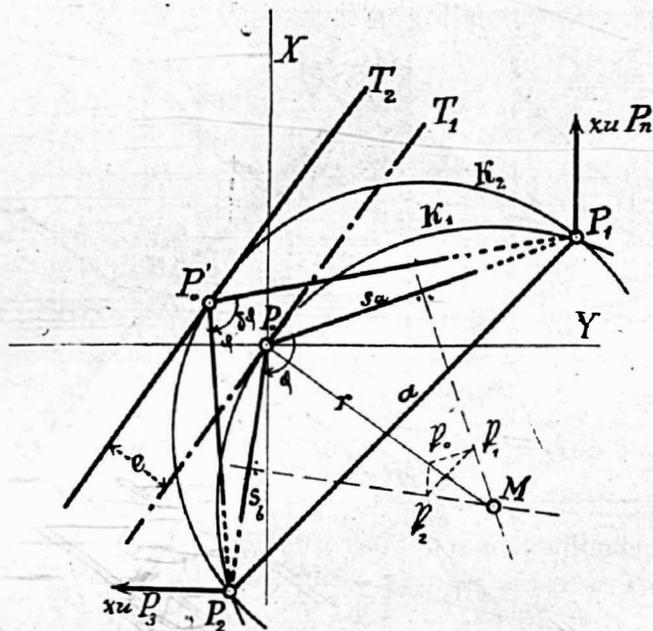


Fig. 3.

Die Gewichte der Tangenten, welche dann die Schnittfigur bilden, werden nach der Formel

$$g = \left(\frac{a}{s_a s_b} \right)^2 \dots \dots \dots 18)$$

berechnet. Sonst ist der graphische Vorgang bei der Bestimmung der Koordinatenverbesserungen dx , dy und der mittleren Fehler μ_x , μ_y ganz genau derselbe, wie beim Vorwärtseinschneiden.

Beispiel 3¹⁾, hiezu Figur 4.

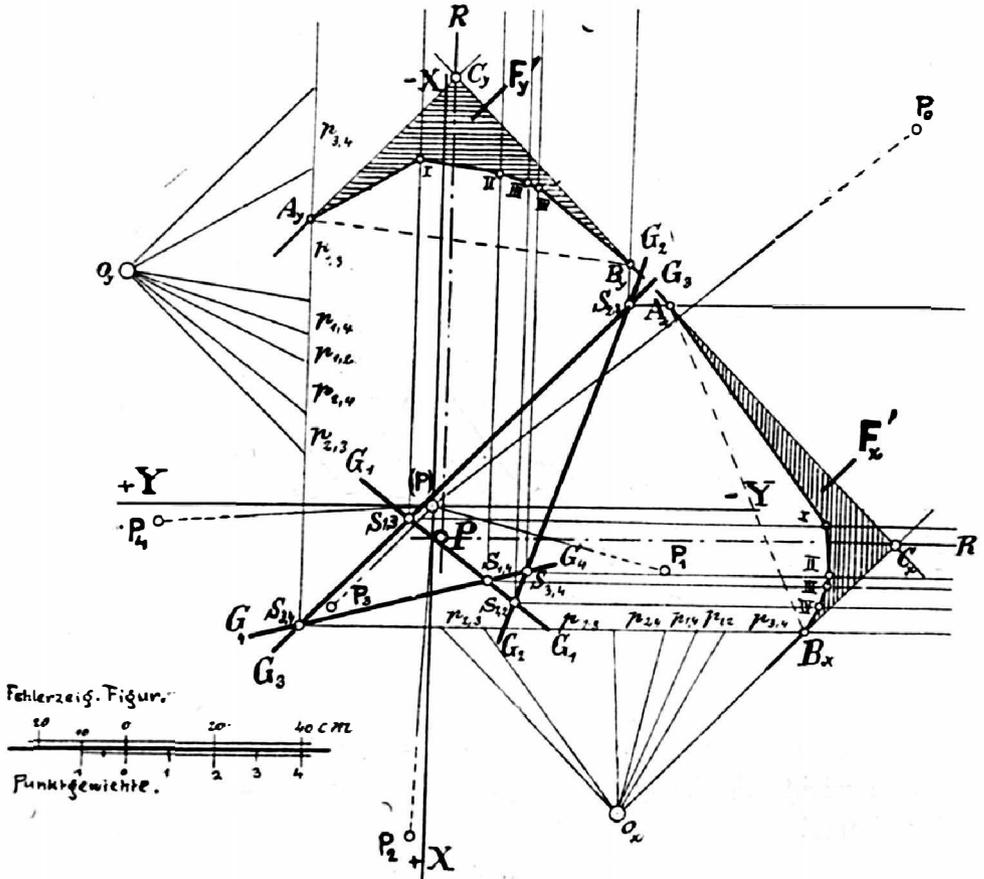


Fig. 4.

Beobachtete			Berechnete (genäherte)			$d\varphi_l =$ $\varphi_{0,l} - \varphi_l$		Seiten		$e_l =$ $\frac{d\varphi_l}{\rho} \cdot \frac{s_a s_b}{a_{0,l}}$	
Winkel								$s_l = (P)P_l$	$a_{0,l} = P_0 P_l$		
φ_l		$\varphi_{0,l}$									
0	'	''	0	'	''	+	-	km	km		cm
53	11	21.0	53	11	22.8	+	1.8	s_0 13.97	$a_{0,1}$ 11.52	$e_{0,1}$	+ 5.9
130	48	05.0	130	47	55.3	-	9.7	s_1 5.58	$a_{0,2}$ 19.70	$e_{0,2}$	- 25.2
172	39	17.5	172	39	19.1	+	1.6	s_2 7.56	$a_{0,3}$ 17.24	$e_{0,3}$	+ 20.6
214	43	17.8	214	43	08.6	-	9.2	s_3 3.27	$a_{0,4}$ 19.60	$e_{0,4}$	- 19.4
								s_4 6.24			

Die Verschiebungen $e_{0,i}$ wurden bei der Konstruktion der fehlerzeigenden Figur im Maßstabe 1:20 aufgetragen und wurde jedesmal die Tangente gezeichnet. Alle Tangenten bilden die Schnittfigur, welche auch im Maßstabe 1:20 erscheint.

Die restlichen, in der folgenden Tabelle zusammengestellten Daten wurden teilweise berechnet, teilweise aus der Schnittfigur ermittelt.

	$g_i =$ $\left(\frac{a_i}{s_a s_b}\right)^2$	$\sin \alpha_{i,k}^1)$	$\sin^2 \alpha_{i,k}$	$p_{i,k} =$ $g_i g_k \sin^2 \alpha_{i,k}$			
1	0.022	1,2	0.93	1,2	0.86	1,2	0.66
2	0.035	1,3	0.98	1,3	0.96	1,3	3.00
3	0.143	1,4	0.82	1,4	0.67	1,4	0.75
4	0.051	2,3	0.43	2,3	0.18	2,3	0.93
		2,4	0.82	2,4	0.67	2,4	1.18
		3,4	0.50	3,4	0.25	3,4	1.82
							$[p_{i,k}] = 8.34$

Nach der graphischen Ausgleichung wurden die Koordinate des plausibelsten Punktes P in Bezug auf den Ursprung (P) aus der Figur 4 wie folgt ermittelt:

$$dx = 0.075 \text{ m}, dy = -0.018 \text{ m}.$$

Nach Werkmeister: $dx = +0.09 \text{ m}, dy = -0.01 \text{ m}.$

Nach der strengen Ausgleichung: $dx = +0.075 \text{ m}, dy = -0.016 \text{ m}.$

Aus der Figur. 4 folgt weiter:

$$F_x' = 1.1913 \text{ cm}^2, F_y' = 1.2938 \text{ cm}^2.$$

Nachdem der Maßstab der fehlerzeigenden Figur 1 : 20 ist, ergibt sich nach den Formeln 16):

$$F_x = 20^2 \times 1.1913 = 476.52 \text{ cm}^2$$

$$F_y = 20^2 \times 1.2938 = 517.52 \text{ cm}^2.$$

Die mittleren Koordinatenfehler μ_x, μ_y werden schließlich auch nach den Formeln 15) berechnet, wobei $n = 4$ zu setzen ist:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{F_x}{n-2}} = \sqrt{238.26} = \pm 15.4 \text{ cm} = \pm 0.154 \text{ m}$$

$$\mu_y = \sqrt{\frac{F_y}{n-2}} = \sqrt{258.76} = \pm 16.1 \text{ cm} = \pm 0.161 \text{ m}$$

Nach Werkmeister: $\mu_x = \pm 0.155 \text{ m}, \mu_y = \pm 0.165 \text{ m}.$

Nach der strengen Ausgleichung: $\mu_x = \pm 0.150 \text{ m}, \mu_y = \pm 0.166 \text{ m}.$

Es resultieren also folgende ausgeglichene Punktkoordinaten:

$$x = + 53046.095 \text{ m} \pm 0.154 \text{ m}$$

$$y = + 3508.362 \text{ m} \pm 0.161 \text{ m}.$$

¹⁾ Die Zeiger bedeuten jene Tangenten der Schnittfigur, welche den betreffenden Winkel einschließen.

2. Fall: Das Rückwärtseinschneiden mit Richtungsmessungen.

In diesem Falle zeichnet man die fehlerzeigende Figur wie beim Vorwärtseinschneiden und ermittelt die Punktgewichte genau auf dieselbe Art und Weise, wie dort. Infolgedessen ist auch der Vorgang bei der graphischen Ausgleichung derselbe, wie beim Vorwärtseinschneiden.

Nur die mittleren Koordinatenfehler werden nach folgenden Formeln berechnet, welche man ähnlich wie die Formeln 15) ableiten kann.

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \sqrt{\frac{F_x}{n-3}} \\ u_y &= \sqrt{\frac{F_y}{n-3}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 19)$$

Beispiel 4¹⁾, hiez u Figur 5.

Von vier Festpunkten P_1 bis P_4 wurde ein Neupunkt P durch Rückwärtseinschneiden mit Richtungsmessungen festgelegt.

Festpunkt	x	y
P_1	— 9273·710 m	+ 544·210 m
P_2	— 7621·093 m	+ 2576·849 m
P_3	— 8335·019 m	+ 4902·644 m
P_4	— 10155·493 m	+ 3613·630 m

Die Koordinaten des Näherungspunktes P_0 sind:

$$x_0 = - 8791·800 \text{ m}, \quad y_0 = + 3289·200 \text{ m}.$$

Die restlichen Daten, welche für die graphische Ausgleichung notwendig sind, werden in folgenden Tabellen zusammengestellt:

Punkt	Beobachtete			Berechnete «genäherte»			Orientierungs- konstante			$d v_i =$	
	Richtungswinkel						$z_i = v_{0,i} - v_i$			$z_i - z_0$	
	v_i			$v_{0,i}$			v_i			z_i	z_0
	0	'	''	0	'	''	0	'	''		''
P_1	0	00	00·0	260	02	33·4	260	02	33·4	+	0·15
P_2	68	38	14·5	328	40	49·3	260	02	34·8	+	1·55
P_3	174	68	53·5	74	11	33·7	260	02	40·2	+	6·95
P_4	266	34	39·5	116	37	04·1	260	02	24·6	—	8·65
$ z_i = 133·0$											

$$z_0 = \frac{|z_i|}{n} = 260^\circ 02' \frac{133}{4}'' = 260^\circ 02' 33·25''.$$

¹⁾ Dr. O. Eggert: Einführung in die Geodäsie. Leipzig 1907, Seite 415.

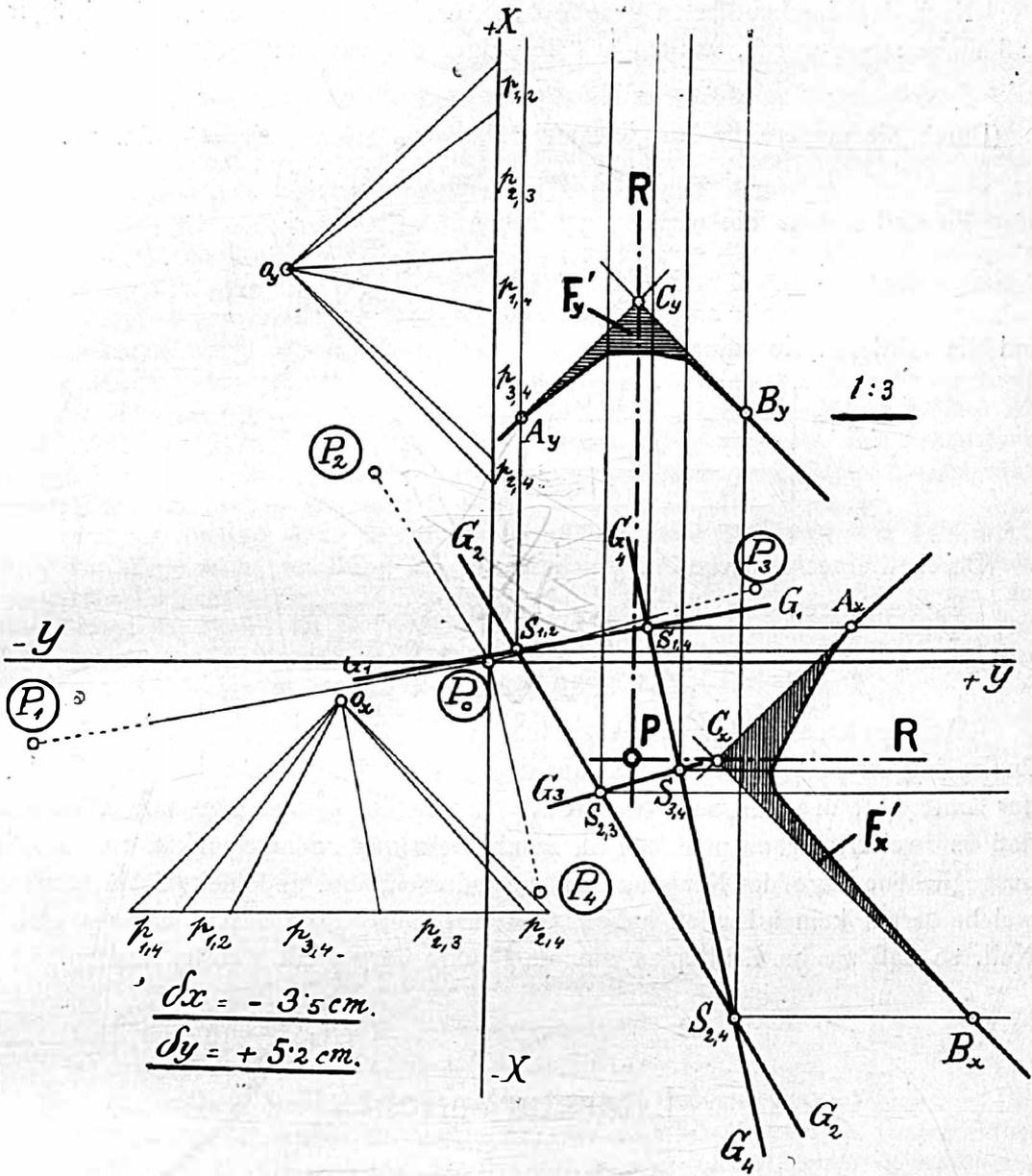


Fig. 5.

$s_i = P_0 P_i$		$g_i = \frac{1}{s_i^2}$	$q_i = \frac{dv_i \cdot s_i}{\rho}$	$\sin^2(\alpha_i - \alpha_k)$	$p_{i,k} = g_i g_k \sin^2(\alpha_i - \alpha_k)$
1	km 2.79	0.128	+	cm 0.203	1,2 0.85
2	1.37	0.533	+	1.027	1,3 0.02
3	1.68	0.353	+	5.670	1,4 1.00
4	1.40	0.509	-	5.870	2,3 0.94
					2,4 0.09
					3,4 1.00
					2,1 0.177
					2,2 0.024
					3,1 0.180

Nach der durchgeführten graphischen Ausgleichung, wobei die Schnittfigur 1:3 aufgetragen wurde, werden aus der Figur 5 ermittelt:

$$dx = -3.5 \text{ cm}, dy = +5.2 \text{ cm}.$$

(Durch die numerische Ausgleichung: $dx = -3.4 \text{ cm}$, $dy = +5.2 \text{ cm}$.)

$$F_x' = 1.1190 \text{ cm}^2, F_y' = 0.6521 \text{ cm}^2.$$

Es sind sodann die wirklichen Flächen

$$F_x = 3^2 \times 1.1190 = 10.0710 \text{ cm}^2$$

$$F_y = 3^2 \times 0.6521 = 5.8689 \text{ cm}^2$$

und die mittleren Koordinatenfehler

$$\mu_x = \sqrt{\frac{F_x}{n-3}} = \sqrt{\frac{10.0710}{4-3}} = \pm 3.18 \text{ cm} = \pm 3.2 \text{ cm}.$$

$$\mu_y = \sqrt{\frac{F_y}{n-3}} = \sqrt{\frac{5.8689}{4-3}} = \pm 2.42 \text{ cm} = \pm 2.4 \text{ cm}.$$

(Durch die rechnerische Ausgleichung: $\mu_x = \pm 3.3 \text{ cm}$, $\mu_y = \pm 2.7 \text{ cm}$.)

Es resultieren also die ausgeglichenen Koordinaten:

$$x = -8791.834 \text{ m} \pm 0.032 \text{ m}$$

$$y = +3289.252 \text{ m} \pm 0.024 \text{ m}.$$

Anmerkung: Das Punktgewicht $p_{1,3}$ ist derart klein, daß es nur als Punkt dargestellt werden konnte. Aus dem Grunde konnte man den Angriffspunkt der Kraft $p_{1,3}$, d. i. den Schnittpunkt $S_{1,3}$, auslassen. Daraus kann man schließen, daß es zweierlei Schnittpunkte gibt, nämlich einerseits Schnittpunkte, welche die ausgeglichene Lage des Neupunktes P beeinflussen, und andererseits Schnittpunkte, welche darauf keinen Einfluß haben. Gewichte dieser Punkte sind beinahe gleich Null, so daß sie im Kräfteplan nur als Punkte dargestellt werden können.

Literaturbericht.

1. Bücherbesprechungen.

Zur Rezension gelangen nur Bücher, welche der Redaktion der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen zugesendet werden.

Gustav Clauß, Obergeometer des k. Landesvermessungsamtes in München: Das Verhältnis der Gauß'schen und der Soldner'schen Bildkugel zum Bessel'schen Erdellipsoid. München 1916, VIII und 14 Seiten im Format $27 \times 20 \text{ cm}$. Akad. Buchdruckerei von F. Straub.

Bei dem für kleinere Stücke der Erdoberfläche gebotenen Uebergang von der sphäroidischen Dreiecksberechnung auf die rein sphärische kommen für die Wahl einer an Stelle des Erdellipsoides zu setzenden Bildkugel in Betracht: Die Soldner'sche Kugel, welche das Ellipsoid längs des durch die Mitte des Vermessungsgebietes gehenden Normalparallelkreises berührt, und die Gauß'sche Kugel, die in der Mitte des Vermessungsgebietes mit dem Erdellipsoid gleiches Krümmungsmaß besitzt.

In der vorliegenden, von der Technischen Hochschule in München zur Erlangung der Würde eines Doktors der Technischen Wissenschaften genehmigten Dissertation

werden die Beziehungen dieser beiden Bildkugeln zum Besselschen Erdellipsoid durch Gegenüberstellung von Ur- und Abbild von mathematisch-geodätischem Standpunkte beleuchtet, und zwar zunächst unter Zugrundelegung eines Flächenstückes von der Größe und geographischen Lage des Königreiches Bayern, sodann unter Zugrundelegung eines dem Umfange und der Lage des Deutschen Reiches entsprechenden Flächenstückes. Das Ergebnis dieser mit großer Anschaulichkeit durchgeführten Untersuchungen lautet dahin, daß die Soldner'sche Kugel der auftretenden Verzerrungen wegen als einheitliche Abbildungsfläche für ein Land von der Erstreckung Deutschlands nicht in Betracht kommen kann und daß ihr die Gauß'sche Kugel selbst als Bildfläche für Gebiete von geringerer Ausdehnung überlegen ist. Vervollständigt werden diese mehr praktischen Untersuchungen durch einige dem theoretischen Interesse Rechnung tragende Kapitel über das Verhalten der Gauß'schen Kugel zum Erdellipsoid als Ganzes. Bei der Erörterung der Schnittkurve dieser beiden Rotationskörper wird rechnerisch festgestellt, wo der Schnitt der Kugel mit der Meridianellipse nordwärts des Berührungspunktes erfolgt, welchen größten Abstand die Oberflächen beider Drehkörper zwischen Berührungspunkt und Schnittpunkt erreichen und welchen Winkel die Tangenten der Schnittkurve in ihrem Doppelpunkte miteinander einschließen.

Da der Abstand dieser beiden Flächen in der Ost-Westrichtung sehr bald erhebliche Beträge erreicht, so nimmt der Verfasser zum Zwecke einer innigeren Anschmiegung eine Verbiegung des Erdellipsoides vor und stellt die für die Berechnung der Koordinaten der Punkte für das verbogene Ellipsoid nötigen Grundformeln auf. Schließlich werden alle rechnerischen Untersuchungen auch auf ein Flächenstück, das sich beiderseits des Aequators erstreckt, ausgedehnt.

Die in der vorliegenden Studie gebotenen Abbildungen gehören — was Klarheit und Anschaulichkeit betrifft — zu dem Besten, was die geodätische Literatur auf diesem Gebiete bisher aufzuweisen hat, und auch die rechnerische Darstellung der Untersuchungen läßt an Einfachheit nichts zu wünschen übrig. Die von Obergeometer Dr. Clauß vorzüglich gelöste Aufgabe kann allen Freunden der höheren Geodäsie zum gründlichen Studium bestens empfohlen werden.

Wellisch.

2. Zeitschriftenschau.

a) Zeitschriften vermessungstechnischen Inhaltes:

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten:

- Nr. 23. Ein weiterer Beitrag zur Bemessung der Sachverständigen-Gebühren. — Die Gebühren für Zeugen und Sachverständige nach Inkrafttreten des Gesetzes vom 10. Juni 1914. — Hammer: Didaktische und rechentechnische Bemerkungen zur Ausgleichung des Triangulierungsvierecks. (3. Fortsetzung.) — Geländezeichenkursus Berlin 1916.
- Nr. 26. Hammer: Didaktische und rechentechnische Bemerkungen zur Ausgleichung des Triangulierungsvierecks. (4. Fortsetzung.) — Theorie und Praxis. — Zentralanstalt für Witterungskunde in Konstantinopel.
- Nr. 1. Wolff: Kriegsgeologie und Kriegskulturtechnik. — Hammer: Legendre'scher Satz und Soldner'sche Additamentenmethode. — Gerichtliche Entscheidungen.

Der Landmesser:

- Nr. 12. Plähn: 50 Jahre preußischer Landmesser. — Lambrecht: Moderner Geldverkehr und Realkredit. — Drolshagen: Tertialgüter in Neuvorpommern. — Der Entwurf eines Schätzungsamts-Gesetzes.

Schweizerische Geometer-Zeitung:

- Nr. 1. Baltensperger: Die Aufstellung des allgemeinen Planes über die Durchführung der schweizerischen Grundbuchvermessungen. — Bebauungspläne.

Zeitschrift für Feinmechanik:

Nr. 24. Kollatz: Die lebende Photographie.

Nr. 1. Ries: Die Selenzelle im Dienste der Photographie. — Hufschmidt: Verfahren, um Blinden das Erkennen von Lichteindrücken zu ermöglichen.

Zeitschrift für Instrumentenkunde:

Nr. 12. Baeschlin: Untersuchung über den Einfluß elliptischer Form der Horizontalachszapfen eines Theodoliten mit γ -förmigen Lagern auf die Horizontalwinkelmessungen. — Hoecken: Mechanismus zur automatischen Einstellung konjugierter Objekt- und Bildpunkte. — Hnatek: Eine automatische Aufziehvorrichtung für die Triebwerke astronomischer Fernrohre.

Zeitschrift des Vereines der Höheren Bayerischen Verm.-Beamten:

Nr. 7 u. 8. Müller: Nochmals das kommende «Neue bayerische Projektionssystem» — Weyh: Zum Vollzuge des Güterzertrümmerungsgezetzes.

Zeitschrift für Vermessungswesen:

1. Heft. Hoßdorf: Teilung von unregelmäßigen Vierecken nach gegebenem Seitenverhältnis durch Zeichnung. — Mittelstaedt: Entwurf zu einer graphischen Rechentafel. — Wolff: Ergebnis der Landmesserprüfungen in den Jahren 1904—1914. — Linkenheil: Bebauungsplanwettbewerb Soest i. Westfalen.

b) Fachliche Artikel aus verschiedenen Zeitschriften:

Adamczik J.: «Zur Studienreform an den technischen Hochschulen» in «Rundschau für Technik und Wirtschaft». Wien, Prag, Berlin 1916.

Angström A.: «Über die Gegenstrahlung der Atmosphäre» in «Meteorologische Zeitschrift», Braunschweig 1916.

Bartack H.: «Volk und Boden» in «Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereines» 1917.

Brückner E.: «Die k. k. Geographische Gesellschaft und die Entwicklung der Geographie in Österreich in den letzten 10 Jahren» in «Mitteilungen der k. k. Geographischen Gesellschaft», Wien 1917.

Brückner E.: «Nachruf für den Vizepräsidenten der k. k. Geographischen Gesellschaft k. u. k. Feldzeugmeister Otto Frank» in «Mitteilungen der k. k. Geographischen Gesellschaft in Wien» 1917.

Grosse W.: «Das Schätzen und Messen von Entfernungen im Felde» in «Österreichische Flugzeitschrift», Wien 1916.

Hammer E.: «Die Bahn des Nordpols der Erde auf der Erdoberfläche seit 1900» in «Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes Geographischer Anstalt», Gotha 1916.

Kusminsky L.: «Das Bureau International des Poids et Mesures» in «Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst» 1917.

«Messung von Sterngrößen durch Photographie» in «Zeitschrift des Zentralverbandes der Bergbau-Betriebsleiter Österreichs», Dux 1917.

Oelwein A.: «Stand der Wasserstraßenfrage» in «Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architektenvereines» 1917.

Peucker K.: «Das Lithographische Institut des Grundsteuerkatasters in Wien» in «Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes Geographischer Anstalt», Gotha 1916.

Pollack V.: «Unmittelbare Absteckung der Achse langer Gebirgstunnel für technisch-geologische Zwecke» in «Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architektenvereines» 1917.

Przybyllok E.: «Beiträge zur Kenntnis der Polbewegung» in «Astronomische Nachrichten», Kiel 1916.

Ritschard A. und Renck H.: «Verfahren zur Herstellung von durchsichtigem Lichtpausleinen» in «Chemische Zeitung» 1916.

Weber H.: «Über das Polarplanimeter» in «Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst» 1916.

«Wirtschaftliche Erfolge der Zusammenlegungen in Mähren» in «Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst» 1916.

*Sämtliche hier besprochenen Bücher und Zeitschriften sind stets erhältlich bei
L. W. Seidel & Sohn, Buchhandlung, Wien I., Graben 13.*

3. Neue Bücher.

Adamczik J.: Stereophotogrammetrische Punktbestimmung bei überschüssigen Messungen durch Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen. Hölder, Wien 1916.

Dietzius R.: Ausdehnung der Korrelationsmethode und der Methode der kleinsten Quadrate auf Vektoren. Hölder, Wien 1916.

Gruder O.: Über die Potenzsummen komplexer Zahlen und die entsprechende Bernoulli'sche Funktion. Hölder, Wien 1916.

Henn: Altes und neues Kataster von Essen-Borbeck. Hergt, Essen 1916.

Henseling R.: Sternweiser für alle Naturfreunde. Franckh, Stuttgart 1916.

Holetschek J.: Untersuchungen über die Größe und Helligkeit der Kometen und ihrer Schweife. 4. Teil: Die helleren periodischen Kometen. Hölder, Wien 1916.

Jahrbuch der hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten. 4. Beiheft: Meteorologische Beobachtungen auf der Hamburger Sternwarte in Bergedorf im Jahre 1915. Meißner, Hamburg 1916.

Lübsen H. B.: Einleitung in die Infinitesimal-Rechnung (Differential- und Integral-Rechnung) zum Selbstunterricht. 9. Auflage. Brandstetter, Leipzig 1916.

Mittlere Örter von 925 Sternen für das Jahr 1918. Dümmler, Berlin 1916.

Mittlere und scheinbare Örter von 573 Sternen nebst Reduktionstabellen für das Jahr 1918. Dümmler, Berlin 1916.

Sand M. J.: Nye basismaaling i Danmark, den Danske Gradmaaling Nr. 15. Kopenhagen 1916.

Schmidt A.: Ergebnisse der magnetischen Beobachtungen in Potsdam u. Seddin in den Jahren 1900—1910. (Veröffentlichungen des kgl. preußischen meteorologischen Institutes. Nr. 289.) Behrend & Co., Berlin 1916.

Ulrich G.: Ausführliches Lehrbuch der Geometrie f. d. Selbstunterricht. Enth.: Planimetrie, Ebene Trigonometrie, Stereometrie, Sphärische Trigonometrie. Schultze, Berlin 1916.

Venske O.: Die mondtäg. Periodizität der horizontalen Komponenten der erdmagnetischen Kraft nach den Aufzeichnungen der Potsdamer Magnetographen in den Jahren 1891—1905. (Veröffentlichungen des kgl. preußischen meteorologischen Institutes. Nr. 291.) Behrend & Co., Berlin 1916.

Vermessungswesen der Königl. Haupt- und Residenzstadt Dresden — Verzeichnis der Höhenfestpunkte. v. Baensch, Dresden 1915.

Vereins- und Personalnachrichten.

1. Bibliothek des Vereines.

Der Bibliothek des Vereines sind zugekommen:

Hammer E.: Lehr- und Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie. 4. Auflage. Verlag Metzler, Stuttgart 1916.

Jordan W.: Handbuch der Vermessungskunde. II. Band, 8. Auflage. Verlag Metzler, Stuttgart 1914.

Jordan W.: Handbuch der Vermessungskunde. III. Band, 6. Auflage. Verlag Metzler, Stuttgart 1916.

Kerst B.: Methoden zur Lösung geometrischer Aufgaben. Verlag Teubner, Leipzig und Berlin 1916.

2. Personalien.

Sterbefall. Am 19. Jänner d. J. starb unser langjähriges Vereinsmitglied Adolt Keßler, k. k. Evidenzhaltungs-Obergeometer I. Kl. i. R. der VII. Rangsklasse, Ritter des Franz Josef-Ordens, Besitzer der Kriegsmedaille, der Zivil- und Militär-Jubiläums-Medaille und des Jubiläums-Kreuzes, im 75. Lebensjahre in Klagenfurt. Friede seiner Asche!

Beförderungen. Zu Evidenzhaltungs-Oberinspektoren: Die Evidenzhaltungs-Inspektoren: Peter Rizzi, Rupert Hartig, Wenzel Machaček und Mieczislaw Kottig (22. Jänner 1917).

Zu Obergeometern I. Klasse: Die Obergeometer II. Klasse: Wilhelm Baßler, Franz Mocek, Hamilkar Boskovich, Franz Pasini, Ottokar Kluch, Wenzel Šedivý, Josef Doškář, Josef Novák, Johann Orel, Karl Langmayer, Maximilian Mudra, Hipolit Signio, Anton Bellinger, Karl Lindinger, Franz Šetina, Hugo Deutsch, Rudolf Pitschak, Kasimir Sadowy, Michael Siedmiograi, Johann Pelczarski, Rudolf Jaitner, Johann Pohl, Thaddäus Sumski, Anton Čepelka, Jakob Berne, Gustav Polzer, Julius Ballek, Alois Krejcar, Johann Chiesa, Karl Köberle, Ernst Chicco und Wladimir Krašček (22. Jänner 1917).

Zu Evidenzhaltungs-Geometern II. Klasse (XI. Rangsklasse): Die Eleven: Alois Winkler (14. September 1916), Simon Warzel (2. Oktober 1916), Franz Weinzettel (20. Oktober 1916), Rudolf Hanák, Karl Jelínek, Josef Bartůnek und Wladimir Pencin (alle vier 9. November 1916), Franz Osolé (21. November 1916), Peter Stompor (15. Dezember 1916), Robert Matulić (21. Dezember 1916), Karl Czejka (22. Dezember 1916), Maier Podhorzer (24. Dezember 1916), Aleksy Komarzyński (25. Dezember 1916), Ferdinand Löwenberg (28. Dezember 1916), Heinrich Garliński, Moses Starer, Jakob Steinberg und Marian Bisset (alle vier 29. Dezember 1916), Erhardt Renner (30. Dezember 1916), Karl Malý und Maximilian Griebel (beide 5. Jänner 1917), Roman Wesolowski (13. Jänner 1917), Marius Vadujak (22. Jänner 1917), Ernst Kaschke (10. Jänner 1917) und Leopold Patz (12. Jänner 1917).

Goldene Medaille Pariser Weltausstellung 1900.

NEUHÖFER & SOHN

Telephon Nr. 55.595 **k. u. k. Hofmechaniker** Telephon Nr. 55.596

k. k. handelsgerichtlich beeideter Sachverständiger
Lieferanten des k.k. Katasters, der k.k. Ministerien etc.

WIEN, V., Hartmannngasse 5

(zwischen Wiedener Hauptstrasse Nr. 86 und 88)

empfehlen

Theodolite

Nivellier-Instrumente

Universal Boussolen- Instrumente

mit

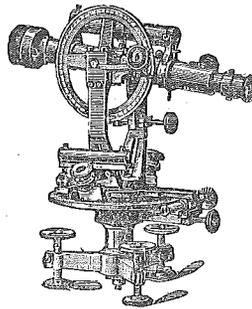
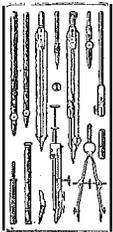
optischem Distanzmesser

Messtische

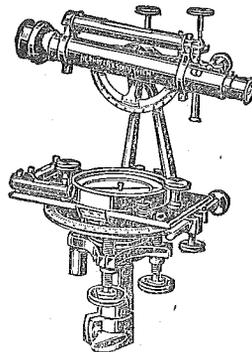
Perspektivlineale

etc. etc.

unter Garantie bester
Ausführung und
genauester Rektifi-
kation.



Den Herren k. k. Vermessungs-Beamten besondere Bonifikationen beim Bezuge.



Planimeter

Auftrag-App

Maßstäbe
und Meßbänder

Präzisions-Reisszeuge

und

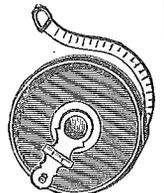
alle geodätischen Instrumente

und

Meßrequisiten

etc. etc.

Alle gangbaren
Instrumente stets
vorrätig.



Illustrierte Kataloge gratis und umgehend.

Reparaturen

bestens und schnellstens,
(auch an Instrumenten fremder Provenienz).

Bei Bestellungen und Korrespondenzen an die hier inserierenden Firmen bitten wir, sich immer auch auf unsere Zeitschrift berufen zu wollen.