ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERREICHISCHEN K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Unter Mitwirkung der Herren:

Prof. J. ADAMCZIK in Prag, Obergeometer I. Kl. J. BERAN in Mödling bei Wien, Dozent, Evidenzhaltungs-Direktor E. ENGEL in Wien, Prof. Dipl. Ing. A. KLINGATSCH in Graz, Prof. Dr. W. LÁSKA in Prag, Hofrat Prof. Dr. F. LORBER in Wien, Prof. Dr. H. LÖSCHNER in Brünn, Hofrat Prof. Dr. G. v. NIESSL in Wien, Obergeometer I. Kl. M. REINISCH in Wien, Hofrat Prof. Dr. R. SCHUMANN in Wien,

redigiert von

Hofrat E. Doležal, o. ö. Professor an der k. k. Technischen Hochschule in Wien.

und

Ing. S. Wellisch, Bauinspektor des Wiener Stadtbauamtes.

Nr. 3. Wien, 1. März 1916. XIV. Jahrgang.

INHALT:

Nachricht! In den nächsten Heften kommen zur Veröffentlichung Arbeiten der Herren: Dr. H. Barvík, Dr. A. Basch, E. Doležal, Dr. Th. Dokulil, Dr. J. Frischauf, G. Grigercsik, Dr. E. v. Hammer, Dipl.-Ing. A. Klingatsch, K. Kolbe, K. Linsbauer, E. v. Nickerl, Dr. A. Tichy, S. Wellisch.

Alle Zuschriften für die Redaktion sind ausnahmslos an Hofrat Prof. E. Doležal, Wien, k. k. Technische Hochschule, zu richten.

Sämtliche für die Administration bestimmte Zuschriften: Abonnement-Bestellung, Domizil- und Adressenänderung, Inserierung etc., sind ausnahmslos an die Druckerei Joh. Wladarz, Baden N.-Ö., Pfarrgasse 3, zu schicken

Jahresabonnement für Mitglieder 12 Kronen, für Nichtmitglieder 15 Kronen. — Redaktionsschluß am 20. des Monates.

Oesterreichisches Postsparkassa-Konto Nr. 24.175. (Clearing.)

Wien 1916.

Herausgeber und Verleger: Verein der österr. k. k. Vermessungsbeamten.

Druck von Johann Wladarz, Baden.

ÖSTERREICHISCHE
ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.
ORGAN
DES
VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.
Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 3. Wien, 1. März 1916. XIV. Jahrgang.

Messtechnik und Fehlertheorie.

Von Ing. Dr. Alfred Basch, k. k. Adjunkt der Normal-Eichungs-Kommission in Wien.

(Nach einem am 28. Jänner 1913 im Oesterreichischen Verbande des Vereines deutscher Ingenieure gehaltenen Vortrage.)

(Fortsetzung.)

Es mögen nun an einem einfachen Beispiel die Gesetze des Zufalls studiert und dann durch eine Analogie versucht werden, dieselben auf das Entstehen der zufälligen Fehler anzuwenden. Wir denken uns eine Urne, in der sich in gleicher Anzahl weiße und schwarze Kugeln befinden, die sich weder durch ihr Gewicht noch durch die Oberflächenbeschaffenheit, also durch nichts anderes als durch ihre Farbe unterscheiden. Wird aus dieser Urne eine Ziehung vorgenommen, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß das Ereignis »Weiß« eintritt, d. h. daß eine weiße Kugel gezogen wird $^1/_2$. Die gleiche Wahrscheinlichkeit besteht für das Ziehen einer schwarzen Kugel. Es mögen nun nach einander s Ziehungen vorgenommen werden, wobei jede gezogene Kugel vor der nächsten Ziehung wieder in die Urne zurückgelegt wird. Es sind im ganzen $s+1$ verschiedene Erfolge möglich, je nachdem das Ereignis »Weiß« $0, 1, 2, \ldots m \ldots s$ mal eintritt. Allgemein werde die Zahl der gezogenen weißen Kugeln m, die Zahl der gezogenen schwarzen Kugeln n genannt. Es ist dann $m+n=s$. Ein bestimmter durch die Wiederholungszahl m der weißen Ziehungen charakterisierter Erfolg kann durch so viele von einander verschiedene Anordnungen herbeigeführt werden, als man aus s verschiedenen Elementen Gruppen von m verschiedenen Elementen bilden kann. Die Zahl dieser Möglichkeiten ist demnach durch die Kombinationszahl von s Elementen zur Klasse m

$$C_s^{(m)} = \frac{s\,(s-1)\,(s-2)\,\ldots\,(s-m+1)}{1.\,2.\,3.\,\ldots\,m} = \frac{s!}{m!\,n!} = C_s^{(n)} \quad \ldots . \quad (1)$$

gegeben. Die Wahrscheinlichkeit einer jeden beliebigen aber von vorneherein bestimmten Anordnung ist, wie sich aus dem multiplikativen Prinzip der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergibt,

$$\frac{1}{2^s},$$

dem additiven Prinzip der Wahrscheinlichkeitsrechnung zufolge ist die Wahrscheinlichkeit des durch die Wiederholungszahl m charakterisierten Erfolges gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten der diesen Erfolg herbeiführenden Anordnungen, also

$$P_{m,s} = \frac{s!}{m!\ n!}\ \frac{1}{2^s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Bei gerader Versuchszahl besitzt der Erfolg $\frac{s}{2}$, d. h. das Ziehen von gleich viel weißen und schwarzen Kugeln die größte Wahrscheinlichkeit, nämlich

$$P_{\frac{s}{2},\, s} = \frac{s!}{\left(\frac{s}{2}!\right)^2}\ \frac{1}{2^s}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

bei ungerader Versuchszahl sind die durch die Wiederholungszahlen $\frac{s+1}{2}$ und $\frac{s-1}{2}$ charakterisierten Erfolge gleich wahrscheinlich und wahrscheinlicher als alle anderen Erfolge. Bei ein und derselben Versuchszahl (s) stehen die Wahrscheinlichkeiten der verschiedenen möglichen aufeinanderfolgenden Wiederholungszahlen im Verhältnis der zum Exponenten s gehörigen Binomial-Koeffizienten.

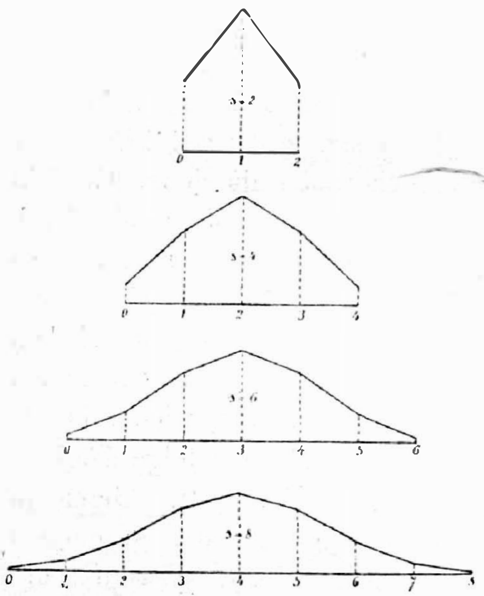

Abb. 1 a.

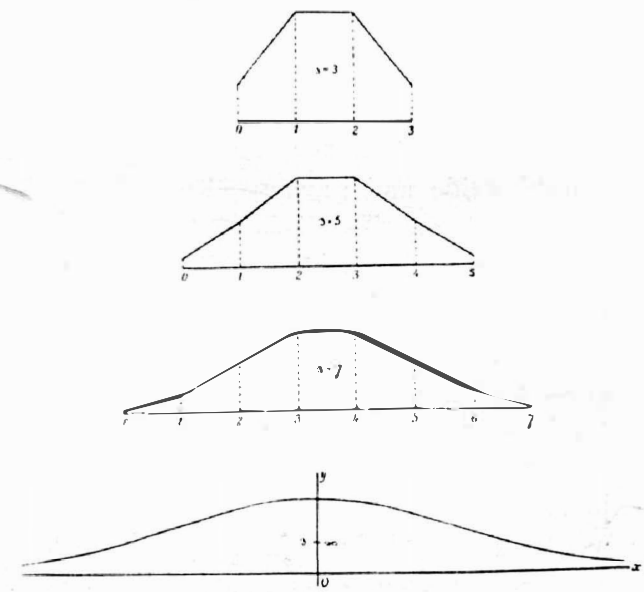

Abb. 1 b.

In Abb. 1 *a* und *b* sind in den ersten 7 Figuren die Wahrscheinlichkeiten der verschiedenen möglichen Erfolge $P_{m,s}$ für die Versuchszahlen 2 bis 8 durch Lote versinnlicht. Die betreffenden Wiederholungszahlen (m) sind bei den Fußpunkten dieser Lote angeschrieben. Die äußersten Fälle, nämlich daß gar keine oder daß lauter weiße Kugeln gezogen werden, besitzen immer die kleinste Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{2^s}$. Die Endpunkte der Lote sind durch Gerade verbunden, die einen Linienzug bilden, der mit größer werdender Versuchszahl immer mehr den Charakter einer Kurve annimmt, die in der letzten Figur dargestellt ist. Die Summe der Lote ist in allen Figuren naturgemäß die Einheit, der wahrscheinlichkeitstheoretische Ausdruck für die Sicherheit eines Ereignisses.

Nun denke man sich den Fehler einer Beobachtung durch eine unendlich große Anzahl von Elementarfehlerursachen hervorgerufen. Es sei gleich wahrscheinlich, daß jede dieser einzelnen Fehlerursachen einen positiven oder negativen Elementarfehler von der Größe k hervorruft, wobei unter k eine beliebig kleine Größe zu verstehen ist. Die Beziehung zu der früher behandelten Urnenaufgabe ist dadurch gegeben, daß man sich nun an Stelle jeder Ziehung eine Fehlerursache und an Stelle jeder schwarzen Kugel einen negativen Elementarfehler zu denken hat. Der resultierende Fehler der Beobachtung wird dann

$$\varepsilon = (m - n)\, k. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Die Frage nach der Wahrscheinlichkeit eines Fehlers von bestimmter Größe hätte keinen Sinn. Dagegen könnte man die Frage aufwerfen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß der Fehler in dem Intervall zwischen ε und $\varepsilon + d\,\varepsilon$ liegt. Jedenfalls ist diese Wahrscheinlichkeit geringer als die, daß der Fehler zwischen o und $d\,\varepsilon$ liegt. Bei der früher behandelten Urnenaufgabe war ja auch das Verhältnis

$$V = \frac{P_{m,s}}{P_{\frac{s}{2},s}} = \frac{\left(\frac{s}{2}!\right)^2}{m!\; n!} < 1\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

soferne m und n von $\frac{s}{2}$ verschieden waren. In diesem Ausdruck könnte man die Zahl der positiven Elementarfehler m und die Zahl der negativen Elementarfehler n durch die Größe des resultierenden Fehlers ε ausdrücken. Will man aber das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler in einem bestimmten sehr kleinen Intervall um den Wert ε liegt, zu der Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler in dem gleichen sehr kleinen Intervall um den Wert Null liegt, als Funktion des Fehlers ε ausdrücken, der ja jeden beliebigen Wert annehmen kann, so stößt man auf eine mathematische Schwierigkeit, da in dem Ausdrucke für V Permutationszahlen, also Funktionen ganzer Zahlen vorkommen. Diese Schwierigkeit wird mit Hilfe der von John Stirling aufgestellten Formel

$$z! = \Pi(z) = 1.\,2.\,3.\,\ldots\, z \doteq z^z\, e^{-z} \sqrt{2\pi z} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

überwunden, die eine praktische Methode für die Berechnung der Permutationszahlen großer Argumente liefert und dadurch ermöglicht die Infinitesimalrechnung den Wahrscheinlichkeitsproblemen dienstbar zu machen. Durch Einsetzen der Stirling'schen Formel ergibt sich, wenn man s, das ist die Gesamtzahl der Elementarfehler, als sehr groß ansieht,

$$V = e^{-h^2 \varepsilon^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Hiebei bedeutet h eine in ihrer Bedeutung noch zu erörternde Konstante.

Zeichnet man die Kurve

$$y = y_0\, e^{-h^2 \varepsilon^2}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

so stellen die Ordinaten Dichtemaße für das Auftreten von Beobachtungsfehlern bei einer sehr großen Zahl von Beobachtungen dar, keineswegs aber Wahrscheinlichkeiten. Die Kurve wird »Fehlerverteilungskurve« genannt. Erst der Flächenstreifen $y\, d\varepsilon$ stellt die Wahrscheinlichkeit dar, daß ein Beobachtungsfehler zwischen die Beträge ε und $\varepsilon + d\,\varepsilon$ fällt. Die Gleichung (8) der Fehlerverteilungskurve wird heute allgemein als das Gauß'sche Fehlerverteilungsgesetz bezeichnet. Es ist dies eine Gleichung, die in der Wahrscheinlichkeitsrechnung und in deren Sonderzweigen der mathematischen Statistik, der Kollektivmaßlehre, der Fehlertheorie und deren Anwendung im Schießwesen die größte Rolle spielt, die ferner als Maxwell'sches Geschwindigkeitsverteilungsgesetz eines der Fundamente der kinetischen Gastheorie bildet.

Die hier angedeutete Ableitung des Fehlerverteilungsgesetzes wird als die Herleitung aus der »Hypothese der Elementarfehler« bezeichnet und rührt von Hagen*) her. Es wurde vorausgesetzt, daß positive und negative Elementarfehler gleich wahrscheinlich sind. Schon Bessel hat auf Fälle aufmerksam gemacht, in denen diese Voraussetzung nicht zutrifft und in denen daher das Fehlerverteilungsgesetz keineswegs kritiklos hingenommen werden darf. Hier sei nur ein in der technischen Praxis wichtiger Fall erwähnt, bei dem positive und negative Fehler als von wesentlich anderen Ursachen herrührend anderen Gesetzen gehorchen: die Bestimmung von Außen- oder Innendurchmessern von Zylindern.

A. von Obermayer hat einen Apparat zur Veranschaulichung des Fehler-

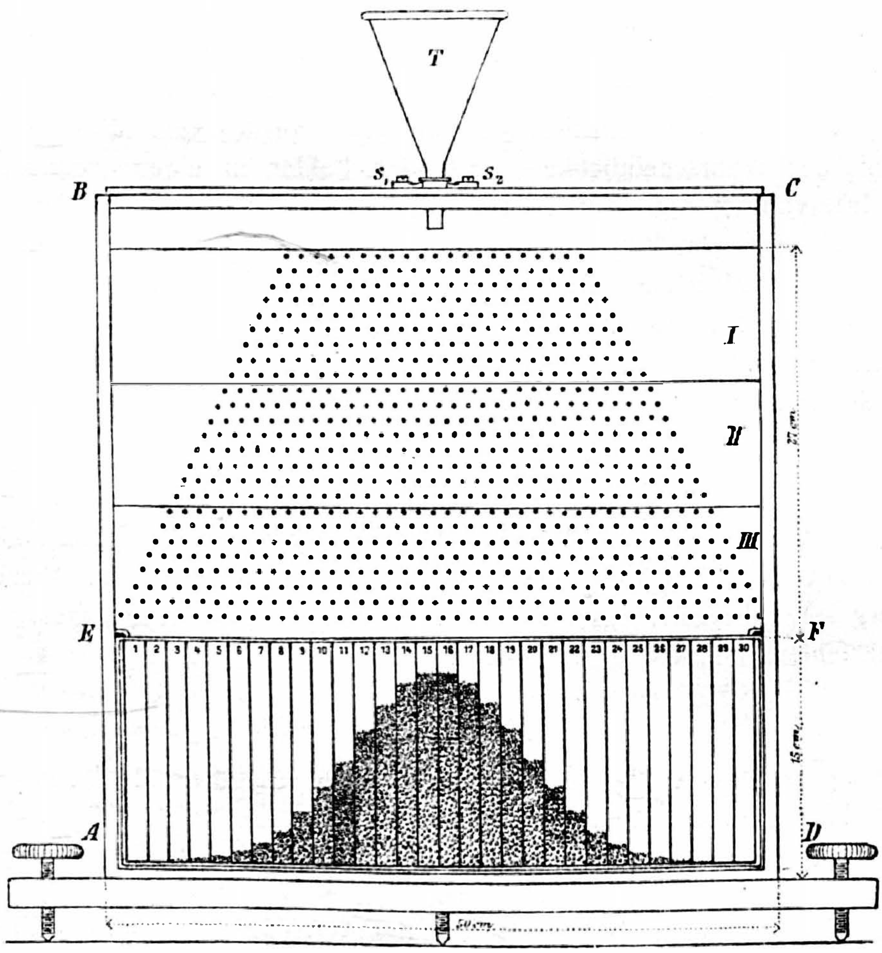

Abb. 2.

*) Hagen, Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 1. Aufl. 1837, 3. Aufl. 1882. Vergl. auch Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler. Leipzig 1891.

verteilungsgesetzes konstruiert.**) Dieser Apparat (Abb. 2) besteht im Wesentlichen aus einem Rahmen *A B C D*, der als Rückwand im untern Teile eine feste Metallplatte besitzt, während dieselbe im oberen Teile aus drei aufgeschraubten Zinkplatten *I*, *II* und *III* gebildet wird, in welche 825 gleich lange Zinkdrahtstifte in 25 Reihen eingesetzt sind. Die Anordnung ist symetrisch zur Mitte. Im unteren Teile des Apparates läßt sich ein durch dünne Querwände in 30 Zellen geteiltes Kästchen *E F D A* einschieben, das ebenso wie der obere Teil des Apparates vorne durch eine Glaswand geschlossen ist. Durch eine Öffnung der oberen Rahmenleiste *B C* ist ein Trichter *T* eingeschoben. In diesen Trichter werden Hirsekörner eingegossen, die beim Herabfallen an den Stiften abprallen, dadurch mehr oder minder große Seitenabweichungen erlangen und je nach deren Größe in eine der Zellen des Kästchens fallen. Durch die Drahtstifte sind hier die Elementarfehlerursachen, durch die Abweichungen die Fehler materialisiert. Die größte Zahl von Körnern wird sich in den mittleren Zellen ansammeln; es sind das jene Körner, die angenähert ebenso oft nach der einen wie nach der anderen Seite reflektiert worden sind. In den von der Mitte entfernteren Zellen nimmt die Zahl der angesammelten Körner gleichmäßig ab; in den äußersten Zellen liegen nur mehr einzelne Körner, diejenigen, welche zumeist nach einer Seite reflektiert worden sind. Die Höhen der in den einzelnen Zellen angesammelten Körnergruppen sind den Wahrscheinlichkeiten der in die verschiedenen Zellen fallenden Seitenabweichungen proportional. Das von den niedergefallenen Körnern in ihrer Gesamtheit gebotene Bild (vergl. Abb. 2) ähnelt der Fehlerverteilungskurve.

Es mögen nun in Kürze einige geometrische Eigenschaften der Fehlerverteilungskurve abgeleitet werden, da sich aus ihnen mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen in einfacher Weise für die Fehlertheorie wichtige Folgerungen ziehen lassen. Durch Differentiation der Gl. 8 nach ε erhält man die für die Kurvenneigung charakteristische Funktion

$$y' = -2\,h^2\,\varepsilon\,y\,e^{-h^2\varepsilon^2} = -2\,h^2\,\varepsilon\,y \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Die durch nochmalige Differentiation sich ergebende Gleichung

$$y'' = -2\,h^2\,(y + \varepsilon\,y') = -2\,h^2\,(1 - 2\,h^2\,\varepsilon^2) \quad \ldots \quad (10)$$

läßt erkennen, daß die Kurve in den Abszissen

$$\varepsilon_w = \pm \frac{1}{h\sqrt{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

(in Abb. 3: OA_0 bezh. OA_0') Wendepunkte besitzt, (W_1 und W_1') in denen die Neigung der Kurve die durch die Tangente des Neigungswinkels

$$y'_w = -2\,h^2\,\varepsilon_w\,y_w = -\frac{y_w}{\varepsilon_w} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

gegebenen Extremwerte annimmt. Mit Hilfe der Gleichung (12) läßt sich in einfacher Weise zeigen, daß das zwischen den beiden Koordinatenachsen liegende

**) A. v. Obermayer, Ein Apparat zur Veranschaulichung des Fehlerverteilungsgesetzes. Mitteilungen über Gegenstände des Artillerie- und Genie-Wesens. 1899.

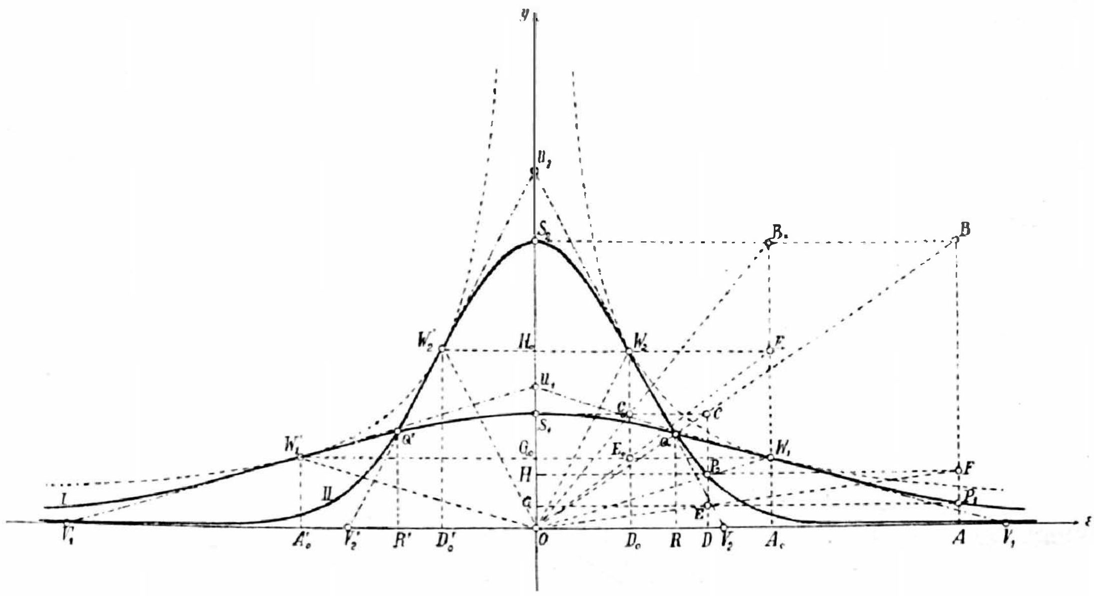

Abb. 3.

Stück einer jeden der beiden Wendepunktstangenten ($U_1\ V_1$ bezh. $U_1\ V_1'$) durch den betreffenden Wendepunkt W_1 bezh. W_1' halbiert wird. — Die Fehlerverteilungskurve besitzt in der Abszisse $\varepsilon = o$ die größte Ordinate $y_0 = O S_1$ und nähert sich für $\varepsilon = \pm \infty$ asymptotisch der Abszissenachse.

Die beiden Konstanten in der Gleichung (8) der Fehlerverteilungskurve h und y_0 sind von einander keineswegs unabhängig. Es ist $y\, d\, \varepsilon$ die Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler einer Beobachtung zwischen ε und $\varepsilon + d\,\varepsilon$ liegt, $\int_a^b y\ d\,\varepsilon$, die Wahrscheinlichkeit, daß er zwischen $\varepsilon = a$ und $\varepsilon = b$ liegt. Für das sichere Ereignis, daß der Beobachtungsfehler zwischen $-\infty$ und $+\infty$ liegt, ergibt sich

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y\ d\,\varepsilon = y_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h^2\varepsilon^2} d\,\varepsilon = \frac{y_0}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(h\,\varepsilon)^2} d\,(h\,\varepsilon) = \frac{y_0}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} d\,t = 1. \qquad (13)$$

Laplace hat zuerst gezeigt, daß das bestimmte Intergral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} d\,t = \sqrt{\pi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Somit erhält man

$$y_0 = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

und als Gleichung sämtlicher Fehlerverteilungskurven

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2\varepsilon^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

also die Gleichung einer einfach unendlichen Schar mit dem variablen Parameter h, der für die Genauigkeit der Beobachtungen charakteristisch ist. Liegen zwei verschiedene Fehlerverteilungen

$$y_1 = \frac{h_1}{\sqrt{\pi}} e^{-h_1^2 \varepsilon^2},$$

$$y_2 = \frac{h_2}{\sqrt{\pi}} e^{-h_2^2 \varepsilon^2}$$

vor, (wobei $h_2 > h_1$) so besitzen die ihnen entsprechenden Kurven (I und II in Abb. 3) zwei Schnittpunkte (Q und Q^1) mit den Abszissen

$$\varepsilon_Q = \pm \sqrt{\frac{l\, h_2 - l\, h_1}{h_2^2 - h_1^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (17)$$

Fehler vom Absolutbetrage $\varepsilon_Q = \overline{OR}$ sind bei beiden Verteilungen gleich wahrscheinlich. Fehler mit kleineren Absolutbeträgen sind bei der Verteilung II, Fehler mit größeren Absolutbeträgen bei der Verteilung I wahrscheinlicher. Fehlerverteilungen, die durch den größeren Parameter h charakterisiert sind, bei denen, wie gezeigt, den kleineren Fehlern die größeren Wahrscheinlichkeiten zukommen, entsprechen den genaueren Beobachtungen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Beobachtungsfehler unterhalb einer bestimmten, beliebig kleinen Grenze liegt ist dem Parameter h direkt proportional. Gauß hat h als das »Genauigkeits- oder Präzisionsmaß« der Beobachtungen bezeichnet.

Es läßt sich leicht eine geometrische Beziehung zwischen allen Fehlerverteilungskurven nachweisen. Ist P_1 (ε_1, y_1) in Abb. 3 ein beliebiger Punkt der Fehlerverteilungskurve I, also

$$y_1 = \frac{h_1}{\sqrt{\pi}} e^{-h_1^2 \varepsilon_1^2},$$

und verkleinert man seine Abszisse im Verhältnis

$$\lambda = \frac{h_2}{h_1},$$

während man seine Ordinaten im selben Verhältnis vergrößert, so gelangt man zu einem Punkt P_2 der Fehlerverteilungskurve II, denn es ist

$$y_2 = \lambda\, y_1 = \frac{\lambda\, h_1}{\sqrt{\pi}} e^{-(\lambda h_1)^2 \left(\frac{\varepsilon_1}{\lambda}\right)^2} = \frac{h_2}{\sqrt{\pi}} e^{-h_2^2 \varepsilon_2^2}.$$

Man kann demnach durch eine affine Transformationen um eine der beiden Koordinatenachsen als Affinitätsachse und darauffolgende affine Transformation mit dem reziproken Umwandlungsverhältnis um die andere Koordinatenachse als Affinitätsachse von einer gegebenen Fehlerverteilungskurve zu einer beliebigen anderen gelangen. Aus dieser geometrischen Beziehung folgt auch die ebenfalls wahrscheinlichkeitstheoretisch begründete Flächengleichheit aller Fehlerverteilungskurven.

In Abb. 3 sind $\overline{OS_1}$ und $\overline{OS_2}$ die den Parametern h_1 und h_2 proportionalen Scheitelordinaten der Fehlerverteilungskurven I und II. Die Kurve I liege gezeichnet vor. Ihr beliebiger Punkt P_1 hat die Koordinaten $\varepsilon_1 = \overline{OA}, y_1 = \overline{AP_1}$.

Zunächst wird durch Ähnlichkeit der Dreiecke OAB und ODC die Abszisse des P_1 entsprechenden Punktes P_2 die Kurve II $\varepsilon_2 = \overline{OD}$ gewonnen. Die Ordinate $y_2 = \overline{DP_2}$ ergibt sich mit Hilfe der durch die Beziehung $\varepsilon_1 y_1 = \varepsilon_2 y_2$ vorgeschriebenen Rechteckumwandlung, ($OAP_1G = ODP_2H$, konstruktiv als eine Folge der Ähnlichkeit der Dreiecke ODE und OAF). In analoger Weise gelangt man von dem Wendepunkte W_1 der Kurve I zum Wendepunkte W_2 der Kurve II durch die Konstruktion A_0 bis H_0.

Unter Berücksichtigung der Gleichung (11) ergibt sich

$$\varepsilon_w y_w = \varepsilon_w \cdot \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \varepsilon_w^2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2\pi e}} \quad \ldots \ldots (18)$$

Die Rechteckfläche $\varepsilon_w y_w$ ist somit vom Parameter h unabhängig und für sämtliche Fehlerverteilungskurven von gleicher Größe. Die beiden Wendepunkte sämtlicher Fehlerverteilungskurven liegen daher auf den oberhalb der Abszissenachse befindlichen Ästen von zwei gleichseitigen, in Abb. 3 gestrichelt eingezeichneten Hyperbeln, die gleichzeitig die einhüllende Kurve der gesamten Schar bilden.

Es tritt nun die Frage auf, wie bei wirklich vorgenommenen Beobachtungen die praktische Bestimmung des Präzisionsmaßes h vor sich zu gehen hätte. Es möge zunächst angenommen werden, daß der wahre Wert der zu messenden Größe bereits bekannt ist. Die Messung hätte in diesem Falle nur den Zweck die Genauigkeit der Apparate oder der Meßmethode zu prüfen. (Die Winkelsumme in einem Dreieck stellt eine in aller Strenge bekannte Größe dar, die Summe der drei durch Messung erhaltenen Winkelgrößen wird aber von 180° abweichen. Der Flächeninhalt der kreisförmigen Eichfläche eines Polarplanimeters kann aus dem mit großer Genauigkeit gemessenen Durchmesser gerechnet und dann als bekannt angesehen werden, die Angaben des Planimeters bei mehreren Umfahrungen werden aber in der Regel unter einander und von dem errechneten Werte abweichen.) Naturgemäß kann nur eine endliche Anzahl (n) von Beobachtungen gemacht werden und es wird angestrebt, aus der Verteilung der n Fehler $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_i \ldots \varepsilon_n$ der gemachten Beobachtungen auf jene Fehlerverteilung zu schließen, die vorhanden wäre, wenn unendlich viele Beobachtungen angestellt worden wären. Daß bei der i-ten Beobachtung sich ein Fehler ergab, der zwischen $\varepsilon_i - \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ und $\varepsilon_i + \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ liegt, (wobei $\Delta\varepsilon$ einen beliebig kleinen Wert bedeutet) ist ein Ereignis von der kleinen Wahrscheinlichkeit

$$\Delta\omega_i = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \varepsilon_i^2} \cdot \Delta\varepsilon \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (19)$$

Für jede andere Beobachtung läßt sich eine analoge Gleichung aufstellen. Daß die tatsächliche Fehlerverteilung eingetreten ist, kann als Zusammentreffen von n von einander unabhängigen Ereignissen angesehen werden und hat darum dem multiplikativen Prinzip zufolge die Wahrscheinlichkeit

$$\Omega = \triangle\omega_1 \cdot \triangle\omega_2 \ldots \triangle\omega_i \ldots \triangle\omega_n = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\ldots\varepsilon_i^2+\ldots\varepsilon_n^2)} (\triangle\varepsilon)_n =$$

$$= \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\triangle\varepsilon\right)^n e^{-h^2[\varepsilon\varepsilon]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Das Präzisionsmaß h ist die unbekannte konstante Ursache der Ereignisse. Ist uns aber die Ursache eines eingetretenen Ereignisses unbekannt, so sind wir geneigt unter den verschiedenen möglichen Ursachen, diejenige als die wahrscheinlichste anzusehen, welche dem tatsächlich eingetretenen Ereignis die größte Wahrscheinlichkeit verleiht. Es ist daher h derart zu bestimmen, daß die Wahrscheinlichkeit Ω zu einem Maximum wird, folglich

$$\frac{d}{dh}\left[h^n e^{-h^2[\varepsilon\varepsilon]}\right] = h^{n-1}(n - 2h^2[\varepsilon\varepsilon])\, e^{-h^2[\varepsilon\varepsilon]} = o \quad \ldots \quad (21)$$

Da $h = o$ keinen Sinn hätte, ergibt sich bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Gleichung (11)

$$\frac{1}{2h^2} = \varepsilon_w^2 = \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n} = \mu^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

und

$$h = \sqrt{\frac{n}{2[\varepsilon\varepsilon]}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Das mittlere Fehlerquadrat, das mit dem Präzisionsmaß in so einfachem Zusammenhange steht, ist demnach gleich dem Quadrat der Wendepunktsabzisse. Die Wurzel aus dem mittleren Fehlerquadrat, also jenen Fehler, der durch die Wendepunksabzisse dargestellt ist, hat Gauß als den »mittleren Fehler« bezeichnet. Er kann ebenso wie das »Präzisionsmaß« h die Genauigkeit der Beobachtungen charakterisieren; er ist ein »charakteristisches Fehlermaß«, das direkt aus den Fehlern gewonnen werden kann und selbst eine Fehlergröße ist.

Ein anderes bei Empirikern der überaus einfachen Errechnungsmöglichkeit wegen beliebtes »charakteristisches Fehlermaß« ist der sogenannte »durchschnittliche Fehler« (δ), das ist der Durchschnitt aus den Absolutwerten aller Fehler

$$\delta = \frac{1}{n}[|\varepsilon_1| + |\varepsilon_2| + \ldots + |\varepsilon_n|] = \frac{[|\varepsilon|]}{n} \quad \ldots\ldots \quad (24)$$

Bei einer sehr großen Anzahl von Beobachtungen würde dieser Durchschnitt gegen

$$\delta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon y\, d\varepsilon}{\int_{-\infty}^{+\infty} y\, d\varepsilon} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h^2\varepsilon^2}\, \varepsilon\, d\varepsilon = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\mu \quad \ldots \quad (25)$$

konvergieren. Ein drittes »charakteristisches Fehlermaß« ist der »wahrscheinliche Fehler« (ρ), das ist jener Betrag, der von der gleichen Anzahl von Beobachtungsfehlern dem Absolutwerte nach unter- wie überschritten wird. Bei einer unendlich großen Zahl von Beobachtungen, deren Fehler nach dem Gauß'schen Gesetz verteilt sind, wäre

$$\frac{1}{2} = \int_{-\varrho}^{+\varrho} y \, d\varepsilon = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\varrho} e^{-h^2\varepsilon^2} d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\varrho h} e^{-t^2} dt \quad \ldots \quad (26)$$

Hiebei ist

$$h\,\varepsilon = t \quad \ldots \ldots \quad (27)$$

gesetzt. Die numerische Auflösung der Gleichung (26) ergibt

$$\varrho\, h = 0{\cdot}47694 \ldots \quad \ldots \ldots \quad (28)$$

und daher als »wahrscheinlichen Fehler«

$$\varrho = \frac{0.47694\ldots}{h} \quad \ldots \ldots \quad (29)$$

In Abb. 4 stellt

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2} \quad \ldots \ldots \quad (30)$$

die Fehlerverteilungskurve für das «Präzisionsmaß« $h = 1$ dar. Gezeichnet ist nur der positive Ast der Kurve. Die Wendepunktsabszisse, die gleichzeitig den »mittleren Fehler« darstellt ist $\varepsilon_w = \mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \doteq 0{\cdot}70711$ und ergibt sich konstruktiv als halbe Diagonale des Quadrats, dessen Seite die Einheit ist, die Ordinate ist $\frac{1}{\sqrt{\pi\, \varepsilon}} \doteq 0{\cdot}34220$. Mechanisch interpretiert ist der mittlere Fehler der Trägheitsradius der zwischen der Kurve $\varphi(t)$ und der Abszissenachse eingeschlossenen Fläche in Bezug auf die Ordinatenachse. Der durchschnittliche Fehler (δ) ist die Abszisse des Schwerpunktes S des rechts von der Ordinatenachse liegenden Teiles dieser Fläche. Es ist für $h = 1$, $\delta = y_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \doteq 0{\cdot}56419$.

(Schluß folgt.)

Das Aufforderungsverfahren
zur grundbücherlichen Darstellung von für das öffentliche Gut erworbenen Grundteilen (Straßen, Wasserlaufanlagen . . .).

Von **Emil Nickerl von Ragenfeld**, k. k. Obergeometer in Graz.

(Schluß.)

Damit sind auch die amtswegigen Ergänzungsarbeiten beschrieben, welche die im zweiten Kapitel besprochenen großmaßstabigen Vertragspläne zur Einzeichnung in die Grundbuchsmappe bringen, soweit solche von Bauämtern oder Zivilgeometern als Urkundenbeilagen zu den Grundbuchsgesuchen in den Fällen verfaßt werden mußten, in welchen die Grundbuchsmappen für die genaue Darstellung kleiner Vertragsobjekte nicht ausreichten.

Die Behandlung solcher Fälle in zwei Anmeldungsbogen, diese Scheidung, ist durchaus nicht im Gegensatze zum Erlaß der Generaldirektion des Grundbuchskatasters vom 28. November 1911; Z. 2400. Dieser und die Justiz-Ministerial-Verordnung vom 11. Jänner 1912; Bl. 6; besprechen nur die infolge der Herrichtungsbauten öffentlichen Gutes notwendigen Besitzveränderungen; und haben keinen Anlaß das bereits festgelegte Verfahren bei Mappenkorrektionen auch zu behandeln. Und daß notgedrungen in den einzelnen Fällen, in welchen die Grundbuchsmappe als zu klein und roh für die genaue und deutliche Darstellung kleiner Vertragsobjekte versagt, statt »Handskizzen« größeren Maßstabes gleich vollkommen genaue großmaßstabige Pläne (außer den nachfolgenden genauen Amtskopien der Evidenzhaltungen des Grundbuchkatasters) vorgelegt werden, kann wohl auch nicht als zu den genannten Verordnungen im Gegensatze stehend angesehen werden.

Erwünschte Vereinfachungen.

Die Grundbuchsgesetze fußen auf der Auffassung, die Abgrenzungen zwischen den Realitäten und den öffentlichen Gütern seien auch in der Natur starr und gleichbleibend und werden nur durch leicht faßbare Übertragungen von Grundtrennstücken ordnungsgemäß geändert. Etwas übertrieben, kann man sich am besten diese vielen Millionen Kilometer Straßen- und Gewässerabgrenzungslinien förmlich in fluktuierender Bewegung vorstellen, um die tatsächlichen Verhältnisse richtig und übersichtlich zu erfassen. Das geometrische, auf dem Papier gleich bleibende Gestänge der Grundbuchsmappen und die diesbezüglichen Gesetze kommen diesen tausendtältig im kleinen sich vollziehenden Umfangsverschiebungen nicht nach. Diese Kluft zwischen Natur und Gesetz ist nicht genügend erkannt; sie ist unüberbrückt und führt stets zu unbehaglichen kleinen Differenzen, welche die Darstellungs- und Grundbuchsarbeiten wie geschildert, fort und fort stören.

Die Tabulargläubiger empfinden Schuld und Belastung durch den Komplex der Realität auch dann gedeckt, wenn die kleinen unvermeidlichen Umfangsänderungen nach der einen oder anderen Richtung an dem Umfangsbestand der Realität etwas rütteln; sie beachten diese kaum.

Das Gesetz ist strenger als stark. Unvermögend diese bedeutungsloseren Umfangsänderungen in der Natur aufzuhalten, möchte es gleichwohl den Gläubigern die Realität als etwas unverändert Erhaltenes sichern und den guten Glauben daran schützen; während in Wahrheit, in der Natur, der Realität kleine Umfangsabfälle entschlüpfen oder Zuwächse ihr zufallen.

Die grundbücherliche Führung, die Evidenzhaltung dieser unvermeidlichen durch Natur- oder Verkehrsverhältnisse meist sich selbst einstellenden Umfangsänderungen sollte ebenso von der Zustimmung oder Absage der Tabulargläubiger unabhängig sein, und einfach vollzogen werden können.

Es wurde schon an früherer Stelle erwähnt, daß ein Rechtstitel zur grundbücherlichen Eintragung solcher Änderungen im Gesetze nicht besprochen erscheint, und dies besonders bei der Darstellungsdurchführung des jeweiligen Standes des öffentlichen Gutes störend empfunden wird. Diesem Mangel könnte eine Verordnung ungefähr folgenden Inhaltes abhelfen:

»Durch natürliche oder sonstige Einflüsse, keineswegs durch bewußte Handlungen der Realitätenbesitzer oder sonstiger Interessenten vollziehen sich, in den einzelnen Jahren kaum merklich, oder durch Elementarereignisse, rascher eintretende unvermeidliche Änderungen am Umfange der Realitäten, der öffentlichen Gewässer und sonstiger öffentlicher Güter, für die niemand verantwortlich ist, und für die Tabulargläubigern gegenüber allenfalls auch niemand aufkommen könnte. Der Wert der Realitäten wird durch Umfangsänderungen solcher Art beinahe nie in einer Weise berührt, der für die Tabulargläubiger bedenklich wäre; besonders in Inundationsgebieten gelegene Grundkomplexe konnten wohl überhaupt nie hoch bewertet worden sein.

Die grundbücherliche Darstellung von Änderungen am Umfange der Realitäten und der öffentlichen Güter erwähnter Art können daher von Amts wegen ohne weitere Einvernahme der Tabulargläubiger nach den in der Natur gegenwärtig vorliegenden und von den Eigentümern bestätigten Verhältnissen vorgenommen werden. Es ist dabei noch immer dem Ermessen der Grundbuchsrichter überlassen, in besonderen Fällen die Tabulargläubiger von der Darstellungsänderung zu verständigen, und allenfalls erhobene Ansprüche bei gefährdeter Sicherheit ihrer Interessen zu unterstützen. Z. B. die durch Bach- oder Flußbettumlegung geschädigte Realität kann durch verlassene Betteile entschädigt werden (§ 409 des Allgem. bürgerl. Gesetzbuches).

Es haben sich jedoch erfahrungsgemäß Tabulargläubiger um solche unvermeidliche Realitätenumfangsänderungen nie gekümmert.«

* * *

Aber auch andere Klarstellungen und Erleichterungen zum Vorteile einfacherer Darstellungseintragungen von b e w u ß t vorgenommenen Änderungen am Umfange des öffentlichen Gutes sind erwägenswert.

Wie oft hört man alte Landleute darüber klagen, daß diese oder jene Straße (besonders Dorfstraßen) einmal so breit war, daß auch zwei bis drei Heufuhren nebeneinander leicht Platz hatten, während jetzt zwei kaum ausweichen können. Tatsächlich zeigen auch die alten Origanalmappen ganz bedeutende Korrektionen zu Ungunsten der öffentlichen Dorfstraßen und Ortsräume. Die sogenannten Gemeindetratten, weite Straßenraine sind im Laufe der Jahre beinahe alle nach und nach dem anrainenden Grundbesitz verfallen. Aber auch umgekehrt, wie oft geben diese anrainenden Grundbesitzer willig und kostenlos kleine Grundstreifen wieder behufs Herrichtung und Neubaues der Straße dem öffentlichen Gute zurück. Gilt es doch einer gemeinnützigen Sache, einer Bauherstellung, die trotz der kleinen Grundabgabe den Wert der Realität dennoch durch die bedeutend verbesserte Straßen- oder gesicherte Uferverhältnisse erhöht. So sehen wir das öffentliche Gut zum anrainenden Grundbesitze in einem gegenseitig sich stützenden Verhältnisse: die Realität gibt oder tauscht kleine Grundstreifen (vielleicht nur einen Teil von jenen einst vom öffentlichen Gute einbezogenen), und die neue Straße erleichert dafür den Verkehr. Steht zu diesen sich ausgleichenden Kleinigkeiten das strenge Verfahren durch schriftliche Urkundenausfertigungen mit dem reichen Anhang von Aufforderungen, Bestätigungen, nicht zu reden von den kleinen Gebühren und komplizierten Stempelpflichtüberlegungen . . . steht dieser Verwaltungsaufwand trotz der Erleichterungen des Aufforderungsgesetzes vom

11. Mai 1894; Bl. 126; dazu noch in einem guten Verhältnisse? Es liegt auch hier nahe durch eine vielleicht wie folgend lautende Verordnung zu vereinfachen, zu ersparen:

»Grundabgrenzungsverschiebungen zwischen öffentlichem und privatem Gute zu Gunsten der Herrichtung und Pflege öffentlichen Gutes, deren Gesamtwirkung bei einer Realität nach Schätzung des Amtsgeometers und des Grundbuchsrichters eine Grundwertvermehrung oder -Verminderung von 50 *K* nicht übersteigt oder auch wenn sie überhaupt ohne Entschädigungsansprüche in der Natur bereits vollzogen wurden, sind bei Zustimmung der beteiligten Eigentümer im Grundbuch gebühren- und stempelfrei auf Grund des Anmeldungsbogens und dessen Amtskopie der k. k. Evidenzhaltung des Grundsteuerkatasters von Amts wegen ohne weiteres darzustellen.«

Weiters wäre in Erwägung, daß die Grundpreise seit dem Jahre 1894 sich nahezu verdoppelt haben, zu verfügen:

»Um die Anwendung der Wohltat des Gesetzes vom 11. Mai 1894; Bl. 126; wieder auf das Maß der Preisverhältnisse vom Jahre 1894 zurückzubringen, anderseits auch um einen Einklang bezüglich der Wertabgrenzung von Liegenschaften oder Trennstücken geringen Wertes mit dem Parzellenteilungsgesetz, kaiserl. Verordnung vom 1. Juni 1914; Bl. 116; herzustellen, wird die Wertgrenze (bisher 100 *K*) der Trennstücke, bis zu welcher das Gesetz vom 11. Mai 1894; Bl. 126; Anwendung finden kann, bis zum Wert von 200 *K* erhöht.«

* * *

Nach Erreichung dieser Verfügungen wird sich dann die grundbücherliche Darstellung geänderten oder neu erworbenen öffentlichen Gutes kurz gefaßt wie folgt gestalten:

Die allmählich, oder durch kleinere Elementarereignisse sich vollziehenden, ferner die bewußt bis zu einer Grundwertverschiebung von 50 *K* bei einer Realität, oder überhaupt ohne Entschädigungsansprüche vorgenommenen Änderungen an der Abgrenzung des öffentlichen Gutes gegen den anrainenden Privatbesitz werden von Amts wegen gebühren- und stempelfrei bei Zustimmung der berührten Grundeigentümer ohne weiteres im Grundbuch dargestellt.

Bei Werten der Grundtrennstücke zu Gunsten des öffentlichen Gutes von 50 bis 200 *K* käme das Aufforderungsgesetz vom 11. Mai 1894; Bl. 126; und bei solchen von über 200 *K* das vom 6. Februar 1869; Bl. 18; zur Anwendung.

Die hier angeregten Vereinfachungen und Klarstellungen in den grundbücherlichen Darstellungsarbeiten der am öffentlichen Gute sich vollziehenden Änderungen bedeuten einschneidende Erleichterungen.

Hat doch das Straßennetz des österr. Staatsgebietes nach den »Statistischen Mitteilungen« mit Ende 1913 eine Gesamtlänge von 124,343.756 Kilometer; und unabschätzbar sind die täglichen und jährlichen natürlich und künstlich geschaffenen Änderungen an den Ufergrenzen der Gewässer.

Literaturbericht.

1. Bücherbesprechungen.

Zur Rezension gelangen nur Bücher, welche der Redaktion der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen zugesendet werden.

Bibliotheks-Nr. 571. Dr. K. Graff, Observator der Hamburger Sternwarte: Grundriß der geographischen Ortsbestimmung aus astronomischen Beobachtungen. Mit 64 Figuren. B. J. Göschen'sche Verlagsbuchhandlung, G. m. b. H., Berlin und Leipzig 1914. Preis brosch. M. 8·—, geb. M. 8·80.

In der deutschen Literatur herrscht kein Mangel an Lehrbüchern über geographische Ortsbestimmungen; wir haben die Werke von Jordan 1885, Wislizenus 1891, Güßfeldt 1902, Gelcich 1904, Marcuse 1905 etc. sowie das treffliche «Lehrbuch der Navigation» II. Teil 1906, welche die geographische Ortsbestimmung mehr oder minder ausführlich behandeln und instruktive Beispiele bringen. Das Graff'sche Werk stellt sich die scharf begrenzte Aufgabe: Ein Lehrbuch zu liefern, das in erster Linie auf die praktische Verwendung seines Inhaltes abzielt und hiebei dem Interessenten für ein tieferes Eindringen in die Sätze und Regeln der sphärischen Astronomie die erforderlichen Erläuterungen in äußerst klarer und einfacher Sprache bietet. Da nur kleine Instrumente, welche günstigenfalls etwa Winkel von 0·1 Bogenminuten abzulesen gestatten, in den Kreis der Betrachtungen gezogen werden, ist es möglich geworden, so manche Vereinfachungen in der Behandlung der Materie zu erreichen. Dies war aus dem Grunde nötig, um nicht von vornherein durch viele mathematische Deduktionen abzuschrecken, was insbesondere bei Geographen und Forschungsreisenden, die ihr Interesse nahezu ausschließlich der praktischen Ortsbestimmung zuwenden, eintreten müßte. Eine unbedingte Anziehungskraft und ein Vorzug des Werkes besteht darin, daß das mathematische Gerüst mit Rücksicht auf die Zwecke des Buches auf ein Minimum reduziert wurde und sämtliche verwandten Formeln und mathematischen Ausdrücke elementar abgeleitet wurden.

Aus dem Inhalte seien die sechs Abschnitte, behandelnd:

1. Die Grundlagen für die Ausführung von Ortsbestimmungsaufgaben,
2. Die Instrumente für Zeit- und Ortsbestimmungen,
3. Ermittlung genäherter Werte von Polhöhe, Zeit, Länge und Azimut,
4. Strengere Methoden zur Bestimmung der Uhrkorrektion und der Polhöhe,
5. Methoden zur Bestimmung von geographischen Längen und Azimuten und
6. Besondere Methoden der nautischen Ortsbestimmung

zur Orientierung angeführt. Die vollständig ausgeführten Beispiele zur Zeit-, Breiten- und Längenbestimmung sind sehr wertvoll und bilden den Anhang I, dem sich noch ein Anhang II mit «Tafeln zur geographischen Ortsbestimmung» anschließt.

Die zahlreichen Figuren sind übersichtlich und die Darstellungen der Himmelskugel sowie die erklärenden Einzelheiten kommen der geometrischen Anschauung des Lehrers in hohem Maße entgegen.

Der Satz ist korrekt, die Ausstattung sehr nett, und wir zweifeln nicht, daß dieses verdienstvolle Werk nicht nur in den Kreisen von Geographen und Forschungsreisenden anerkannt und beliebt, sondern auch in Fachkreisen volle Beachtung und Würdigung finden wird. *D.*

2. Referate

über Fachartikel in wissenschaftlichen Veröffentlichungen.

F. R. Helmert: Neue Formeln für den Verlauf der Schwerkraft im Meeresniveau beim Festlande. (Sitzungsber. d. Kgl. Preuß Akad. d. Wissensch. 1915, XLI, S. 676—685.)

Die den älteren Interpolationsrechnungen entsprechende Formel für den normalen Teil der Schwerebeschleunigung im Meeresniveau unter der geographischen Breite φ:

$$\gamma = 978{\cdot}06\,(1 + 0{\cdot}0052 \sin^2 \varphi)$$

mit der zugehörigen Abplattungszahl $\alpha = 289{\cdot}76$ hat Helmert im zweiten Teile seiner »Höheren Geodäsie«, 1884, durch die Formel

$$\gamma = 978{\cdot}00\,(1 + 0{\cdot}005310 \sin^2 \varphi)$$

mit $\alpha = 299{\cdot}26$ ersetzt. In den Sitzungsberichten von 1901 hat er hiefür die Normalformel im Potsdamer System

$$\gamma = 978{\cdot}030\,(1 + 0{\cdot}005302 \sin^2 \varphi - 0{\cdot}000007 \sin^2 2\,\varphi)$$

erhalten, wozu $\alpha = 298.3$ gehört. (Im ursprünglichen Wiener System wäre die Äquatorkonstante um $0{\cdot}016$ *cm* zu erhöhen.) Durch das in diesem Jahrhundert erfolgte Anwachsen des Schwerematerials und die günstige Verteilung der Schwerestationen nach geographischer Länge und Breite bot sich ihm die Möglichkeit, die Normalformel von 1901 zu überprüfen. Nach seinen Rechnungsergebnissen von 1915 wäre nunmehr als neue Formel für Festland anzunehmen

$$\gamma = 978{\cdot}052\,(1 + 0{\cdot}005285 \sin^2 \varphi - 0{\cdot}000007 \sin^2 \varphi)$$

mit der Abplattungszahl $\alpha = 296{\cdot}7 \pm 0{\cdot}6$ und mit den Nebenergebnissen, daß der Äquator angenähert als eine Ellipse mit den Halbachsen

$a_1 = a_0 + 115\,m$ in 17^0 westl. Länge von Greenwich

$a_2 = a_0 - 115\,m$ in 73^0 östl. » » »

und die Erdachse in die nördliche und südliche Halbachse des Geoids

$$b_{\text{Nord}} = b_0 - 65m, \qquad b_{\text{Süd}} = b_0 + 65\,m$$

geteilt erscheint. *W.*

* * *

Dr. Franz Joh. Müller in Augsburg: Das kommende »Neue Bayerische« Projektionssystem. (Zeitschr. des Vereines der Höheren Bayer. Vermessungsbeamten, Bd. XIX, Nr. 7 und 8).

Veranlaßt durch die bevorstehende Neutriangulierung und Neukoordinierung des bayerischen Hauptdreiecksnetzes werden die hiefür zu unternehmenden Vorarbeiten einer kritischen Erörterung unterzogen und erfahren hiebei folgende Punkte eine nähere Beleuchtung: Die Einwendungen gegen die zur Verbesserung des Soldner'schen Projektionssystems eingeführten Lokalsysteme; die Gründe gegen die unveränderte Übernahme der preußischen Doppelprojektion auf bayerische Verhältnisse; die bei Einführung der winkeltreuen Abbildungsart vom Verfasser gemachten Vorschläge in Betreff der Wahl des Normalparallelkreises und des Meridians als Hauptachse, bei der Aufgabe der Bessel'schen und Einführung neuer Grundzahlen des Erdsphäroids, bei Anwendung der Krüger'schen Formeln für die Koordinatenübertragungen, sowie bei Einfügung der Katasterblätter in das neue System. Die große und einschneidende Bedeutung, welche Neutriangulierungen innewohnen, sichern dem Aufsatz von Dr. Müller das weitestgehende Interesse in den berufenen Kreisen. *W.*

---

3. Neue Bücher.

Backes Wilh.: Ein Nachtrag zu den Beweisen für den Fermat'schen Satz $x^n + y^n = z^n$. Mainz 1915, Druckerei Lehrlingshaus. M. 3·—.

Berg- und Hüttenkalender, Österr.-ungar.; für 1916 42. Jahrg. Red. von Bergrat Franz Kieslinger. Wien, M. Perles. M. 3·50.

Encyclopédie des sciences mathematiques pures et appliquées. Tome VII, 1. vol. Astronomie spherique. Réd. dans l'éd. allemande sous la direction de K. Schwarzschild. Fasc. 2. Paris, Leipzig 1916. B. G. Teubner. M. 3·60.

Kalender, Astronomischer, für 1916. Hrsg. von der k. k. Sternwarte zu Wien. 3. Folge. 6. Jahrg. Wien, C. Gerold's Sohn. M. 3·—.

Königsberger Leo.: Über die algebraischen Integrale der erweiterten Riccatischen Differentialgleichungen.

Müller C.: Einiges über Beobachtungsfehler bei Abschätzen an Teilungen geodätischer Instrumente. Sonderabzug aus «Fortschritte der Psychologie und ihrer Anwendungen», IV. Bd., Teubner, Leipzig 1916.

4. Zeitschriftenschau.

Zeitschriften vermessungstechnischen Inhalts:

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten:

Nr. 3. Möllenhoff: Der Gesetzentwurf betr. die öffentlichen Schätzungsämter. — Ministerialerlaß betr. Feldbuchführung und Niederschrift der Grenzverhandlung vom 14. XII. 15. — Pfeiffer: Die trigonometrischen Punkte in Rußland.

Nr. 4. Georg: Wirtschaftliche und steuerliche Verhältnisse Belgiens. — Realkredit und Wohnungswesen.

Der Landmesser:

Nr. 1 v. J. 1916. Moritz Max: Recht und Praxis der inneren Kolonisation in Preußen. — Klempau: Standesvertretung der technischen freien Berufe. — Jerrentrup: Der Ruf nach dem Schuldigen. — Schuster: Die Aufstellung der Fortschreibungsprotokolle und die Aufbewahrung der katastralamtlichen Fortschreibungsakten.

Schweizerische Geometer-Zeitung:

Nr. 2. Baschler O.: Die Grundbuchvermessung der Stadt Chur. — Allenspach: Les propositions de modifications aux instructions fédérales. — Säuberle: Un nouveau coordinatométre. — Helmerking E.: Vereinfachungen in den Koordinatenberechnungen der Grenzpunkte und den Flächenberechnungen aus Koordinaten.

Zeitschrift für Feinmechanik (früher «Der Mechaniker»):

Nr. 3. Krebs: Verfahren zur Bestimmung des Flächeninhaltes ebener Figuren.

Vereins- und Personalnachrichten.

Personalien.

Auszeichnungen:

An Technischen Hochschulen: Taxfrei den Titel und Charakter eines Hofrates dem o. ö. Professor der Technischen Hochschule in Wien Dr. R. Schumann.

Den Orden der Eisernen Krone III. Klasse Dipl.-Ing. Adolf Klingatsch, Professor an der Technischen Hochschule in Graz.

Im Katastraldienste: Das Ritterkreuz des Franz Josef-Ordens: Den Oberinspektoren Eduard Demmer, Wien; Anton Došel, Prag; Josef Leipert, Wien; dem Agrarinspektor Johann Pressel, Laibach.

Das Goldene Verdienstkreuz mit der Krone: Obergeom. Joh. Hochwallner, Linz.

Den Titel und Charakter eines Evidenzhaltungsdirektors: Oberinspektor Rudolf Lux, Bukowina.

Eigentum und Verlag des Vereines. — Verantwortlicher Redakteur: Johann Wladarz in Baden.
Druck von Joh. Wladarz in Baden

Bei Bestellungen und Korrespondenzen an die hier inserierenden Firmen bitten wir, sich immer auch auf unsere Zeitschrift berufen zu wollen.

Eigentum und Verlag des Vereines. — Verantwortlicher Redakteur: Johann Wladarz in Baden.