

Verlagspostamt: Baden bei Wien 1  
Erscheinungsort: Baden bei Wien

P. b. b.

Photogrammetrieheft  
Österreichische Zeitschrift  
für  
**Vermessungswesen**

REDAKTION:

Hochschuldozent w. Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn.

**Josef Mitter**

Vorstand der Abteilung Erdmessung  
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

Hofrat Dr. phil., Dr. techn. h. c., Dr.-Ing. E. h.

**Karl Ledersteger**

em. o. Professor  
der Technischen Hochschule Wien

Dipl.-Ing. Dr. techn.

**Hans Schmid**

o. Professor der Technischen Hochschule Wien

---

Nr. 2

Ende Mai 1972

60. Jg.

---

INHALT:

**Abhandlungen:**

Was könnte eine Trilateration in der Luft leisten? . . . . . K. Killian

On Model Formation With Remote Sensing Imagery . . . . . F. Leberl

A Theoretical Random-Error Propagation Law for Anblock-Networks With  
Constrained Boundary . . . . . P. Meissl

Analytische Behandlung einiger Grundaufgaben der Zweimedien-Photogrammetrie . U. Girndt

---



Herausgegeben vom

**ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN**

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

**Baden bei Wien 1972**

# Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

## Redakteure:

*Hochschuldozent w. Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter*, A 1080 Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

*em. o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. Karl Ledersteger*, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule

*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Schmid*, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule

## Redaktionsbeirat:

*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Alois Barvir*, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule

*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Hauer*, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule

*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny*, A 8020 Graz, Techn. Hochschule, Rechbauerstraße 12

*Prof. Ing. Dr. techn. eh. Karl Neumaier*, Präsident i. R. des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes und Annoncenteeiles bestimmte Zuschriften sind an *Dipl.-Ing. Friedrich Blaschitz*, A 1082 Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken. Bei Vorlage von Rasterklischees: Umschlag 42er Raster, Text 54er Raster

Die Zeitschrift erscheint viermal jährlich, u. zw. Ende März, Juni, September und Dezember.

**Redaktionsschluß** für das Mitteilungsblatt und den Annoncenteeil:  
jeweils am Ende des Vormonats.

Auflage: 1570 Stück

## Bezugsbedingungen: pro Jahr

Mitgliedsbeitrag für den Österr. Verein für Vermessungswesen S 100,—  
Konto 119093

Mitgliedsbeitrag für die Österr. Gesellschaft für Photogrammetrie S 100,—  
Konto 131994

Abonnementgebühr für das Inland ..... S 160,— und Porto

Abonnementgebühr für Deutschland ..... DM 30,— und Porto

Abonnementgebühr für das übrige Ausland S 210,— od. sfr 35,— und Porto

Einzelheft .... S 45,— Inland bzw. DM 8,— oder ö. S 60,— Ausland

Anzeigenpreis pro  $\frac{1}{4}$  Seite 125 × 205 mm S 1650,— einschl. Anzeigensteuer

Anzeigenpreis pro  $\frac{1}{2}$  Seite 125 × 100 mm S 990,— einschl. Anzeigensteuer

Anzeigenpreis pro  $\frac{1}{4}$  Seite 125 × 50 mm S 550,— einschl. Anzeigensteuer

Anzeigenpreis pro  $\frac{1}{8}$  Seite 125 × 25 mm S 440,— einschl. Anzeigensteuer

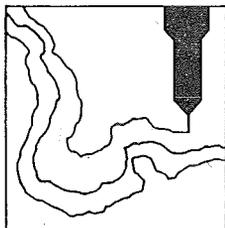
Prospektbeilagen bis 4 Seiten ..... S 990,— einschl. Anzeigensteuer

Postcheck-Konto Nr. 119.093

Telephon: 42 92 83

# SSPO

## SCHWEIZERISCHE SCHULE FÜR PHOTOGRAMMETRIE - OPERATEURE



Nächster Operateur-Kurs: 4. September 1972 bis 30. März 1973

Sprachen: deutsch, französisch, englisch, spanisch

Anmeldungen: bis 30. Juni 1972

Prospekte und Anmeldeformulare sind zu beziehen durch:  
Schweizerische Schule für Photogrammetrie-Operateure

Rosenbergstraße 16  
CH-9000 St. GALLEN

### SONDERHEFT 25

der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen  
PROCEEDINGS

of the International Symposium

Figure of the Earth and Refraction

Vienna, March 14<sup>th</sup> — 17<sup>th</sup> 1967

By Order of the Austrian Geodetic Commission published by

Karl Ledersteger

Under the Joint Sponsorship of Gimrada, AfcrI  
and Geodetic Institute, Uppsåla University

**First Conference (SSG 16): The Normal Spheroid and the Figure of the Earth**

Part I: The Normal Spheroid and the Regularization of the Earth's Crust

Part II: The Figure of the Earth and the External Gravity Field

Part III: Gravity Anomalies, Deviations of the Vertical,  
Observations (Methods and Results)

**Second Conference (SSG 23): Recent Research on Atmospherical  
Refraction for Geodetic Purposes**

Part I: Problems of Atmospherical Refractive Index and its Influence upon Electro-  
optical Distance Measurements

A: Refraction Effect on Optical Distance Measurements

B: Refraction Effect on Distance Measurements, Using Radio Wave Propa-  
gation

Part II: Refraction Effect on the Determination of Directions

A: Use of Relationships Between Different Effects of Refractive Index

B: Errors and Sources of Errors

C: Refraction in Connection with Spatial Geodesy

Part III: Elimination of Refraction from Geodetic Angular Measurements Nivellitic  
Refraction. Conformal Theory of Refraction

Insgesamt 55 Referate; Umfang 342 Seiten mit Abbildungen und Tabellen.

Preis öS 370,— bzw. DM 64,—.

Herausgeber: Österreichische Kommission für Internationale Erdmessung

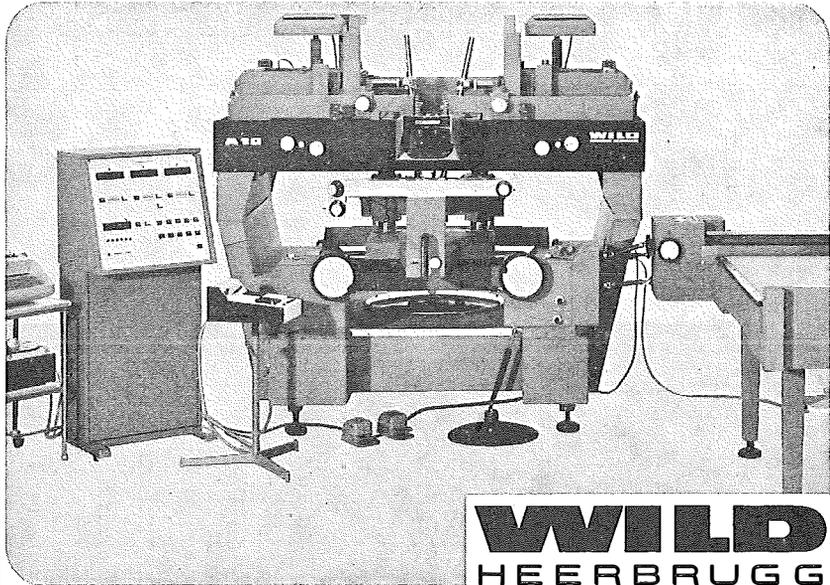
Verleger: Österreichischer Verein für Vermessungswesen

# Wild A10 Ein Präzisions-Auswertegerät hoher Leistung

zur Kartierung in allen Maßstäben und zur Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen

*Bemerkenswerte technische Eigenschaften:*

- Einstellung der Bildweiten ohne Umbau stufenlos von 85 bis 308 mm für alle Bildformate bis 23 cm x 23 cm (9 in. x 9 in.)
- Bildpaare aller Formate und Bildwinkel mit Längsüberdeckungen von mehr als 80% auswertbar
- Feste, von den Kammerneigungen unabhängige Projektionszentren steigern die Triangulationsgenauigkeit
- Automatische Korrektur von Erdkrümmung und Refraktion für alle gebräuchlichen Modellmaßstäbe
- Stabile Bauweise mit 1000fach bewährten Konstruktionselementen
- Koordinatenregistrierung mit dem EK8
- Hohe Justierhaltung
- Ausbaufähig



Wir senden Ihnen gerne unsern  
Prospekt  
Wild Heerbrugg AG  
CH-9435 Heerbrugg/Schweiz

Verlangen Sie Prospekte und Angebote von der  
ALLEINVERTRETUNG FÜR ÖSTERREICH

## RUDOLF & AUGUST ROST

1151 WIEN XV, MÄRZSTRASSE 7 (Nähe Westbahnhof und Stadthalle)  
TELEFON: (02 22) 92 32 31, 92 53 53, TELEGRAMME: GEOROST-WIEN

WIENER MESSE: Messegelände, jetzt Halle M, Stand 1272  
(Eingang Südseite links)

# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom  
**Österreichischen Verein für Vermessungswesen**

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

Hochschuldozent w. Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter  
em. o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. h. c., Dr.-Ing. E. h. Karl Ledersteger und  
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Schmid

Nr. 2

Baden bei Wien, Ende Mai 1972

60. Jg.

---

## Zum XII. Kongreß der Internat. Gesellschaft für Photogrammetrie in Ottawa vom 23. Juli bis 5. August 1972

Der Österreichische Verein für Vermessungswesen und die Österreichische Gesellschaft für Photogrammetrie widmen den Inhalt der vorliegenden Nummer der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen dem XII. Kongreß der Intern. Gesellschaft für Photogrammetrie (ISP), dem sie ein volles Gelingen und einen harmonischen Verlauf wünschen.

Die im Heft aufgenommenen Beiträge, die aus einer größeren Anzahl von jüngsten österreichischen Arbeiten zu photogrammetrischen Problemen und Entwicklungen ausgewählt wurden, sind nach Meinung der Redaktion als am meisten richtungsweisend und weiterführend anzusehen. An Österreichs initiativer Stellung in der Entwicklung der Photogrammetrie seit ihrer Begründung sei verpflichtend erinnert.

Der Österreichische Verein für Vermessungswesen  
Die Österreichische Gesellschaft für Photogrammetrie

### Aus der Redaktion

Durch das Ableben des bisherigen langjährigen Hauptschriftleiters der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen em. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. ROHRER wurde es notwendig, die Redaktion vorläufig bis zur Neubestellung durch die nächste Hauptversammlung des Österr. Vereines für Vermessungswesen neu zu besetzen. Aufgrund eines Vorstandsbeschlusses wurde mit der Hauptschriftleitung

Hochschuldozent  
w. Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef MITTER,

mit der Stelle des zweiten und dritten Redakteurs

em. o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. h. c., Dr.-Ing. E. h.  
Karl LEDERSTEGER und  
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans SCHMID

betraut.

Die Redaktion der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen

## Was könnte eine Trilateration in der Luft leisten?

Von *Karl Killian*, Wien

### *Zusammenfassung*

In Ergänzung zu einer vorangegangenen Arbeit wird in dieser Arbeit ein Vorschlag über die Trilateration in der Luft gemacht, bei der Seitenlängen bis zu 40 km vorkommen. Die aerologischen Verhältnisse in den vorkommenden Flughöhen werden beschrieben und ein Gerät zur Messung des vertikalen Temperaturgradienten wird vorgeschlagen. Die Möglichkeit mit Hilfe der Kenntnis des geostrophischen Windes den Isobarenverlauf zu finden und die Möglichkeit, den geostrophischen Wind zu messen, wird erwähnt. Die astronomische Azimutbestimmung in Luftstandpunkten wird fehlertheoretisch untersucht. Die Lichtkurve wird durch ein entsprechendes Stück einer logarithmischen Spirale ersetzt.

### *Summary*

In continuation of an earlier paper a proposal is made to perform airborne trilateration with distances up to 40 km. This trilateration serves to substantially reduce error propagation in Aerophotogrammetry under lack of ground control. The aerological conditions encountered at the relevant flight altitudes are outlined, and an instrument capable to measure the vertical temperature gradient is described. The possibility to find the isobaric surfaces from a knowledge of the geostrophic wind is mentioned. A method for measuring the geostrophic wind is stressed. Astronomical azimuth determination in airplanes is error-theoretically investigated. The light trajectory is approximated by a portion of a logarithmic spiral.

In einer vorangegangenen Arbeit [4] hat der Verfasser ein Verfahren angegeben, das zunächst kurz wiederholt wird.

Ein Verband von drei Vermessungsflugzeugen 1, 2, 3 (Abb. 1) bildet ein gleichseitiges Dreieck von ca. 10 km Seitenlänge. Jedes der drei Flugzeuge ist mit modernen Autopiloten und photogrammetrischen Reihenbildkammern ausgerüstet. Liegen Weitwinkelkammern  $18 \times 18$ ,  $f = 12,5$  cm vor und ist die Flughöhe 4 km, so ist die aufgenommene Geländefläche etwa  $6 \times 6$  km. Die Weitwinkelkammern weisen Zusatzeinrichtungen auf, die, ähnlich dem zur Horizontabbildung bestimmten Verfahren von *Nenonen*, die Flugzeuge gegenseitig abbilden. Die Verschlüsse der drei Vermessungskammern werden hinreichend gleichzeitig elektronisch ausgelöst. Ferner besitzt jedes der drei Flugzeuge ein *Registrierstoskop und eine Einrichtung zur Entfernungsmessung* (mit zeitlicher Registrierung) zu den beiden anderen Flugzeugen.

Es entspricht dem heutigen Stande der Technik, wenn man die Forderung stellt, diese Entfernungen auf einen Dezimeter genau mit *Laser* zu messen. Die Entfernungsmessung mit *Laser* an Stelle von Zentimeter- und Dezimeter-Wellen hätte auch den Vorteil, daß die *Anziehung von Tripelspiegeln erfolgen könnte und daß eine automatische Nachführung des Laserstrahles auf verhältnismäßig einfache Weise durchführbar wäre*.

Die gemessenen Entfernungen sind exzentrische Beobachtungen in bezug auf die Objektivmittelpunkte und werden daher auf letztere reduziert. Diese reduzierten Entfernungen ergeben mit den Höhendifferenzen (gemessen mit Registrierstosko-

pen) für jedes der drei Flugzeuge zwei Vertikalwinkel. Diese dienen zur Bestimmung der Bildnadire.

Den genannten hohen technischen Erfordernissen wurden folgende Vorteile gegenübergestellt:

1. In jedem Luftbild kann der Bildnadir bestimmt werden, der mittlere Fehler beträgt etwa  $\pm 0,5'$ . Damit wird die zur gegenseitigen und absoluten Orientierung von Luftbildern erforderliche Zeit wesentlich verkürzt und ferner wird erreicht, daß sich die Fehler der Höhen nur nach dem  $\sqrt[n]{n}$ -Gesetz fortpflanzen.

2. Das räumliche Rückwärtseinschneiden des Bildverbandes ist bei einem vorgegebenen Festpunktnetz erheblich öfter möglich als das räumliche Rückwärtseinschneiden eines Luftbildes. Setzt man z. B. ein Festpunktnetz voraus, das aus aneinandergereihten gleichseitigen Dreiecken besteht, deren Seitenlängen 5,2 km betragen, so kann unter obigen Aufnahmebedingungen der Bildverband immer, jedoch ein Luftbild niemals durch Rückwärtseinschneiden bestimmt werden.

3. Bei einem vorgegebenen Festpunktnetz ist die Anzahl der auf einem Bildverbandstreifen abgebildeten Festpunkte erheblich größer als jene, die auf einem Bildstreifen abgebildet werden.

4. Die Fehlerfortpflanzungen des *Bildverbandstreifens* folgen in der Längsrichtung sowie in der Höhe dem  $\sqrt[n]{n}$ -Gesetz, während sie für den *Bildstreifen* dem  $n^{3/2}$ -Gesetz folgen. Dazu kommt noch, daß für die Längsrichtung der vor  $\sqrt[n]{n}$  zu setzende Faktor aus Lasermessungen stammt und daher verhältnismäßig sehr klein ist. Hingegen ist der Querverschwenkungsfehler für den Bildverbandstreifen und für den Bildstreifen nicht wesentlich verschieden.

#### a) Grundlegendes

In dieser Arbeit werden obige Vorschläge weiter untersucht und ergänzt. Das Hauptthema ist die Trilateration in der Luft, mit Seitenlängen bis zu 40 km.

*Diese Trilateration wird ebenfalls mit den drei oben beschriebenen Vermessungsflugzeugen ausgeführt, und zwar nach Vollendung der Aufnahme des Gebietes nach dem Bildverbandstreifenverfahren.*

Zunächst wird folgende anscheinend gut brauchbare Trilateration in der Luft beschrieben und dann werden ihre Nachteile hervorgehoben.

Die drei Vermessungsflugzeuge 1, 2, 3 (Abb. 2) haben Entfernungen von etwa 30 bis 40 km und machen von den schraffierten Gebieten  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  Vermessungsaufnahmen. Die Längsrichtungen dieser Gebiete sind ungefähr parallel zu den Richtungen der Bildverbandstreifen und ihre Länge entspricht z. B. vier Luftaufnahmen. Die Entfernungen zwischen den drei Flugzeugen 1, 2, 3 werden wieder mit Laser gemessen, und die gegenseitige Abbildung der Flugzeuge erfolgt wieder in der oben beschriebenen Weise.

Sind die Aufnahmen durchgeführt, so nimmt eines der drei Flugzeuge, z. B. Flugzeug 1, Kurs auf ein gewünschtes Gebiet  $G_4$ . In der Zwischenzeit fliegen die Flugzeuge 2, 3 die Schleifen  $S_2$ ,  $S_3$  ab. Das Gebiet  $G_4$  übernimmt nun die Rolle des

Gebietes  $G_1$ . Nun nimmt eines der beiden Flugzeuge 2, 3 Kurs auf ein weiteres gewünschtes Gebiet usw.

Vor Beginn der Trilateration in der Luft werden auf Grund der Verbandstreifen-Bilder die Gebiete  $G_1, G_2, G_3 \dots$  gewählt. Aus den Bildern dieser Trilateration werden viele Paßpunkte und ev. Kartennadire ausgewertet. Die Basen zur Auswertung dieser Paßpunktfelder werden zunächst aus Radar-Höhenprofilenschreibern oder Lasermessungen zu Bodenpunkten bestimmt. Da die Fehlerfortpflanzung eines Bildverbandstreifens in der Längsrichtung sehr klein ist (siehe oben unter 4.), kann die Transformation der Paßpunktfelder auf den Maßstab der Bildverbandauswertung erfolgen.

*Die Nachteile dieses Verfahrens sind:*

1. Flugtechnische Schwierigkeiten,
2. die Refraktion des Lichtes in der Atmosphäre, verursacht durch die Abgase der Flugmotoren beim Fliegen der Schleifen, ist undefinierbar.

*Beide Nachteile verschwinden*, wenn die drei Flugzeuge in einem Verband fliegen und ein gleichseitiges Dreieck von etwa 30 bis 40 km Seitenlänge bilden.

Diese Verbandflüge können längs, quer oder schräg zur Richtung der durchgeführten Bildverbandstreifen geflogen werden und ergeben *durchgreifende Kontrollen bzw. wertvolle Bedingungen für die Ausgleichung und können zur astronomischen Azimutbestimmung benützt werden*. Das Verfahren ermöglicht ferner *Paßpunktfelder auszuwerten und ihre gegenseitige Lage durch Trilateration in der Luft zu bestimmen*. *Luftsichtbare Festpunkte können dabei unmittelbar mitverwendet bzw. kontrolliert werden*. Bei diesen Verbandflügen können dauernde oder unterbrochene Reihen-aufnahmen durchgeführt werden. Auch die *Seitenlängen einzelner Geländedreiecke*, deren Punkte signalisiert sind, können bestimmt werden.

Ferner können *Bildverbandstreifen mit großen Standpunktdreiecken* aufgenommen werden. Der Flugverband (Abb. 1) kann z. B. ein gleichseitiges Dreieck von etwa 25 km Seitenlänge bilden. Die zwischen den drei zuerst aufgenommenen Streifen liegenden, nicht aufgenommenen Streifen werden dann der Reihe nach immer mit dem Flugverband mit 25-km-Entfernungen aufgenommen. Analog der bekannten Blocktriangulation mit Bildstreifen könnte eine Blocktriangulation mit Bildverbandstreifen (z. B. 50% Überdeckung) durchgeführt werden.

#### b) Verwendung der Neon-Kamera

In Abb. 3 ist eine *Neon-Kamera* schematisch dargestellt. Diese Abbildung zeigt nur eine der in unserem Fall notwendigen vier Horizontkammern. Für die nachfolgenden Berechnungen denken wir uns die Aufnahmeachse der Horizontkammer um  $90^\circ$  gedreht (siehe punktierte Linie) und erhalten dann das zum wirklichen Objektiv fingierte Objektiv. Nur zur Vereinfachung der Berechnungen machen wir die Annahme, daß die Mitte des fingierten Objektivs in die Kammerhauptachse  $AA$  fällt. Dasselbe möge auch für die drei anderen fingierten Objektive gelten. Die vier zu  $AA$  normalen fingierten Achsen der Horizontkammern mögen rechte Winkel untereinander einschließen.

In Abb. 4 sind  $B_1$  und  $B_2$  zwei der vier Bildebenen, deren Kammerkonstanten  $f$  gleich groß angenommen werden.  $p_1$  und  $p_2$  sind die aus den abgebildeten Flugzeugen 1, 2 (Größe einige Zehntel mm) bestimmten Lagen „der Objektivmittelpunkte“.

Zur vektoriellen Berechnung des Bildnadir gehen wir folgendermaßen vor: Die in  $x, y, z$  gelegenen Einheitsvektoren heißen  $i, j, k$ ; die von 0 nach  $p_1$  und von 0 nach  $p_2$  reichenden Vektoren können aus  $f$  und aus den Koordinaten der Bildebenen  $B_1, B_2$  angeschrieben werden. Die Divisionen durch ihre Absolutbeträge ergeben ihre Einheitsvektoren:

$$\begin{aligned} e_1 &= \cos \alpha_1 i + \cos \beta_1 j + \cos \gamma_1 k \\ e_2 &= \cos \alpha_2 i + \cos \beta_2 j + \cos \gamma_2 k \end{aligned}$$

Ist  $\alpha$  der Winkel zwischen  $e_1$  und  $e_2$ , so folgt:

$$e_1 \cdot e_2 = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 = \cos \alpha \quad \dots (1)$$

*Kontrolle:* Aus den gemessenen Seiten des Standpunktedreiecks  $0_1, 0_2, 0_3$  kann ebenfalls  $\alpha$  berechnet werden. Der photogrammetrisch bestimmte Winkel  $\alpha$  muß unter Beachtung seines mittleren Fehlers mit ersterem übereinstimmen.

Die Zenitdistanzen  $z_1$  und  $z_2$  zu den beiden Flugzeugen 1, 2 werden aus den Entfernungsmessungen und den zugeordneten Stoskop-Differenzen berechnet. Der gesuchte Einheitsvektor der Lotrichtung ist

$$e_3 = \cos \alpha_3 i + \cos \beta_3 j + \cos \gamma_3 k$$

Wir verwenden jetzt die abgekürzte Schreibweise, indem wir bei allen Richtungswinkeln „cos“ weglassen. Wir bilden

$$\begin{aligned} e_1 \cdot e_3 &= \alpha_1 \alpha_3 + \beta_1 \beta_3 + \gamma_1 \gamma_3 = \cos z_1 \\ e_2 \cdot e_3 &= \alpha_2 \alpha_3 + \beta_2 \beta_3 + \gamma_2 \gamma_3 = \cos z_2 \end{aligned}$$

Ferner ist  $\alpha_3^2 + \beta_3^2 + \gamma_3^2 = 1$

Aus diesen drei Gln. kann  $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$  berechnet werden:  $\gamma_3$  aus der letzten Gl. in die beiden anderen eingesetzt, ergibt

$$\begin{aligned} \alpha_1 \alpha_3 + \beta_1 \beta_3 + \gamma_1 \sqrt{1 - \alpha_3^2 - \beta_3^2} &= \cos z_1 \\ \alpha_2 \alpha_3 + \beta_2 \beta_3 + \gamma_2 \sqrt{1 - \alpha_3^2 - \beta_3^2} &= \cos z_2 \end{aligned}$$

Multipliziert man die erste Gl. mit  $\gamma_2$ , die zweite mit  $\gamma_1$  und subtrahiert man die beiden Gln., so ergibt sich eine lineare Gl. mit den Unbekannten  $\alpha_3, \beta_3$ . Kombiniert man sie mit einer der beiden Gln., so ergibt sich eine quadratische Gl. für  $\alpha_3$  bzw.  $\beta_3$ . Infolge der Refraktion erfahren  $p_1$  und  $p_2$  eine zu bestimmende Verschiebung. (Siehe unter c) u. d.)

### c) *Eigenschaften der Flächen gleichen Druckes und aerologische Messungen*

In der Aerologie erfolgt die Darstellung der Flächen gleichen Druckes (= Iso-barenflächen) auf zwei Arten:

1. Flächen bestimmten Druckes, sog. *Hauptisobarenflächen* (Luftdruckwerte 1000, 850, 700, 500, 300, 200 und 100 mb) werden je in Schichtenlinien dargestellt. Die Schichtenebenen (genauer Niveauflächen) haben gleiche geopotentielle Abstände. Man nennt diese Darstellung *absolute Topographien der Hauptisobarenflächen*. Von besonderem Interesse für uns sind die Hauptisobarenflächen 700 mb und 500 mb, sie entsprechen nämlich Höhen von etwa 3,0 km und 5,5 km.

2. Einige Flächen gleichen Druckes, deren Drücke jedoch untereinander verschieden sind, werden mit einer horizontalen Ebene (genauer Niveaufläche) geschnitten. Das Ergebnis ist eine *Isobarenkarte*.

Jenes Teilgebiet der Meteorologie, das sich mit dem Zustand und insbesondere den Windverhältnissen in der Atmosphäre bis zu einer Höhe von etwa 30 km befaßt, wird bekanntlich als *Aerologie* bezeichnet (als *Aeronomie* wird seit 1954 die Physik der oberen Atmosphäre bezeichnet); und diese Bezeichnung wird auch in den folgenden Zeilen beibehalten.

Auf der Nordhalbkugel liefern 450 aerologische Stationen aus Höhen bis zu 20 bis 30 km, täglich um 0 und 12 Uhr Weltzeit gemessen, Luftdruck, Temperatur und Feuchtigkeit. Die Meßgeräte werden mittels Radiosonden mitgeführt und liefern ihre Informationen auf Kurzwellen den Bodenstationen. Ein mitgeführter Metallfolien-Reflektor dient zur Höhenwindbestimmung mittels Radarpeilung.

*Das deutsche aerologische Stationsnetz* besteht aus den Stationen: Berlin, Emden, Schleswig, Köln, Hannover, München und Stuttgart.

Einen ersten Einblick über die Abweichung der Isobarenflächen von den Niveauflächen gewinnt man aus Wetterkarten z. B. des Deutschen Wetterdienstes, Teil C (aerologische Beobachtungen): Die dargestellten *absoluten Topographien der Isobarenflächen* beantworten diese Frage direkt.

*Eine genauere Antwort auf diese Frage* wurde auf folgende Weise erreicht: Aus Teil C wurde ein Sommermonat gewählt, der etwa eine durchschnittliche Zahl von Schlechtwetter-Tagen aufweist: Juli 1964. Die in jeder der sieben Stationen bestimmten absoluten Höhen der Isobarenflächen 500, 700 und 850 mb wurden für jeden Tag des Monats herausgeschrieben. Zwischen den sieben Stationen sind 21 Verbindungslinien möglich, deren Längen auf der Sphäre gemessen etwa 200 bis 730 km betragen. Dividiert man für eine Isobarenfläche die Differenz ihrer absoluten Höhen je zweier Stationen durch die Entfernung der auf die Isobarenflächen projizierten Stationen, so bekommt man die Neigung der Isobarenfläche in der Richtung der beiden Stationen. Es zeigte sich ein guter proportionaler Verlauf der Höhenabweichung mit der Entfernung. Pro 10 km Entfernung war in 56 % der Fälle die Höhenabweichung  $< 1$  m. In 38 % war sie 1 bis 2 m und in 6 % war sie 2 bis 3 m. Scheidet man die Schlechtwettertage aus, so kann man annehmen, daß in unserem Fall pro 10 km Entfernung die Höhenabweichung der Isobarenflächen  $< 1,5$  m war.

Die Höhenbestimmung mit Radiosonden weist einen mittleren Fehler von etwa  $\pm 20$  m auf. Das entspricht bei 200 km Stationsentfernung auf 10 km reduziert, einem mittleren Fehler von  $\pm 1,0$  m. Für eine Stationsentfernung von 730 km ist dieser Betrag  $\pm 0,3$  m.

Die globalen Eigenschaften der Isobarenflächen sind z. B. in [11], Seite 70 und 71 aufgezeigt. Die nördliche Halbkugel ist in stereographischer Projektion mit den mittleren absoluten Topographien der 500 mb-Flächen für die Monate Jänner und Juli dargestellt. Man erkennt daraus, daß der engste Teil der „Schichtenlinien“ für den Monat Juli im östlichen Teil Nordamerikas liegt. Die Abweichung pro 10 km ist in diesem ungünstigsten Fall ebenfalls  $< 1,5$  m. In den weitaus meisten Teilen der Erdoberfläche ist diese Abweichung pro 10 km  $< 0,5$  m.

Während heute das gesamte aerologische Beobachtungsmaterial fast nur von Radiosonden stammt, lieferte dieses im großen Ausmaß noch vor zwanzig Jahren der Wetterflug. Die immer größer werdenden Anforderungen, die der Luftverkehr in immer größeren Höhen stellt (insbesondere Auskunft über Höhenwinde und Strahlströmungen) und die großen Kosten des Wetterfluges gegenüber den Kosten der Radiosonden hatten zur Folge, daß das Wetterflugzeug nur noch für spezielle Aufgaben verwendet wird. Mit Meßflügen können in beliebigen Punkten der Atmosphäre Beobachtungen ausgeführt werden, und mit Abwurfsonden (Meßgeräte und Sender auf Fallschirm) werden große Gebiete (z. B. Pazifik) untersucht.

Für unsere Überlegungen ist es bedeutungsvoll, daß für den Flugwetterdienst Geräte zur Messung von Temperatur, Druck und Feuchtigkeit weitgehend entwickelt wurden [3] [8]. Zur Berechnung der Korrekturen der Refraktion und der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Laserstrahles müssen wir nämlich voraussetzen, daß mit jedem der drei Flugzeuge Temperatur, Druck und Feuchtigkeit registriert werden.

Wie unter d) beschrieben wird, ist auch noch eine Messung des vertikalen Temperaturgradienten laufend erforderlich, die auf folgende Weise geschehen kann: Die Thermoelemente *A*, *B* (Abb. 5a) hängen an Kabeln, und zwar so, daß *A* etwa 20 m unterhalb des Flugzeugrumpfes zu liegen kommt und *B* 10 m unter *A* liegt.

Die Entfernung von 20 m dürfte genügen, um Messungen zu gewinnen, die frei von aerodynamischen Einflüssen sind. Die Temperaturdifferenzmessung (Abb. 5b) soll auf  $0,01^{\circ}\text{C}$  genau erfolgen. Das entspricht einem Thermospannungswert von  $10^{-6}$  Volt. Dieser kann mit handelsüblichen Gleichstrommeßverstärkern hinreichend leistungsverstärkt werden.

Bei Beginn der Arbeit werden die Thermoelemente *A*, *B* auf gleiche Höhe gebracht und der Zeiger wird auf 0 gestellt. Zur Ausschaltung der Wirkung von Unsymmetrien (z. B. verschiedene Klemmung) werden gelegentlich die Höhen von *A* und *B* vertauscht.

Zur Verhinderung der Drehung der Meßstellen und zum Schutz gegen Strahlungen werden die Thermoelemente je mit einem Stromlinienkörper umgeben. Über Stromlinienkörper, die an Flugzeugen angehängt werden, bestehen große fliegerische Erfahrungen, z. B. auf Kabel angehängtes Flugmagnetometer für Erdölsuche.

Betrachten wir nochmals die Bestimmung des Bildnadirs nach der oben beschriebenen Art, so kann festgestellt werden, daß die Wirkung systematischer und zufälliger Fehler der Statoskopregistrierungen umso kleiner wird, je größer die Entfernungen der Vermessungsflugzeuge sind. Dasselbe gilt auch hinsichtlich der Abweichung der Isobarenflächen von den Niveauflächen. Hingegen wird die Wirkung

der Refraktion des Lichtes (= Verschiebung von  $p_1$  und  $p_2$ , Abb. 4) umso bedenklicher, je größer diese Entfernungen sind.

In Flughöhen von 3 bis 6 km beträgt zwar die Refraktion im Mittel nur 50% von der Refraktion der etwa 10 m über dem Boden gelegenen Schichten, aber die Entfernungen bis zu 40 km sind doch erheblich. Die Größe der dabei auftretenden Refraktionskorrektur schätzen wir mit der bekannten Gl.: Winkelfehler =  $2''$ ,  $1 \cdot e$  ( $e$  in km) ab und erhalten  $84''$ . Dieser Mittelwert ist groß und sagt überdies über den Einzelfall nur wenig aus.

*Obige Messungen ermöglichen jedoch die gewünschten aerologischen Daten als Funktion des Raumes und der Zeit festzulegen. Zur Messung dieser Daten ist es besonders günstig, daß die Vermessungsflugzeuge verhältnismäßig kleine Fluggeschwindigkeiten aufweisen.* Da die Seitenlängen der Verbanddreiecke  $\leq 40$  km sind, werden die aerologischen Messungen in parallelen Geraden von je  $\leq 20$  km Abstand ausgeführt. Zwischen zwei Standpunkten dürfte (schönes Wetter ist vorausgesetzt) mit genügender Genauigkeit, linearer Verlauf der aerologischen Daten angenommen bzw. approximiert werden können.

#### d) Die Refraktion

Einen guten Einblick in die Refraktion des Lichtes in der Atmosphäre gewinnen wir, wenn wir den Erdradius unendlich groß annehmen. Die Atmosphäre besteht sodann aus beliebig dünnen horizontalen Schichten mit dem Brechungsexponenten  $n_1, n_2, n_3 \dots n_b$ .

Vom Gegenstand  $G$  gehe ein monochromatischer Lichtstrahl aus, dessen Weg wir verfolgen. Nach dem Gesetz von Snellius (Abb. 6) ist

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = \dots = n_b \sin \alpha_b = \text{const.} \quad \dots (2)$$

Wir nehmen jetzt an, der Gegenstand  $G$  liegt in der durch den Beobachtungsort  $B$  gehenden horizontalen Ebene. Dann ist für einen in dieser Ebene liegenden Lichtstrahl  $\alpha_1 = 90^\circ$  und  $n_1 = n_e$  (= der dieser Ebene zugeordnete Brechungsindex). Wenn wir nun  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_b = 90^\circ$  und  $n_1 = n_2 = \dots = n_b = n_e$  setzen, so sind die Gln. (2) befriedigt.

Daraus könnte man schließen, daß ein Lichtstrahl, der in der horizontalen Ebene liegt, auch in dieser Ebene bleibt. Es ist jedoch bekannt, daß in unserem Fall (also bei Erdradius =  $\infty$ ) die tatsächliche Refraktion des Lichtes nicht 0 ist, sondern sogar ein Maximum aufweist.

Es sieht so aus, wie wenn in diesem Fall die geometrische Behandlung des Lichtes versagen würde. Das ist nicht ganz richtig; es gibt nämlich eine *zweite Lösung*: Die Krümmung des Lichtstrahls nach unten. Setzt man nämlich  $\alpha_1 = 90^\circ$  und  $n_1 = n_e$ , so können die Gln. (2) auch erfüllt werden, wenn man  $n_2 > n_e$  und  $\alpha_2 < 90^\circ$  usw. annimmt.

Die Gln. (2) in allgemeiner Form

$$n \cdot \sin \alpha = c$$

differentiiert

$$dn \sin \alpha + n \cos \alpha d\alpha = 0$$

Ist  $dh$  die Breite einer Schichte und  $\rho$  der Krümmungsradius des Lichtkurvenstückes, so kann aus der Abb. 7 abgelesen werden

$$\cos \alpha = \frac{dh}{ds}; \quad -d\alpha = \frac{ds}{\rho}$$

In die vorhergehende Gl. eingesetzt und vereinfacht ergibt die bekannte Gl.:

$$\rho = \frac{n}{\left(\frac{dn}{dh}\right) \sin \alpha} \quad \dots (3)$$

ist  $\alpha = 90^\circ$ , so folgt

$$\rho = \frac{n}{n'} \quad \dots (3a)$$

Von vornherein ist klar, daß die Wellenoptik zur zweiten Lösung führen wird: Es gibt keinen Lichtstrahl, sondern nur einen Lichtstrom. Dieser muß naturgemäß eine bestimmte Breite aufweisen.

Die Luft zerlegen wir wieder in dünne Schichten (Breite  $dh$ ) mit dem Brechungs-exponenten  $n_1, n_2, n_3$ . Die Lichtgeschwindigkeiten eines horizontal eintretenden Lichtstromes sind sodann in den einzelnen Schichten verschieden. Definitionsgemäß ist

$$n_1 = \frac{c}{c_1}, \quad n_2 = \frac{c}{c_2} \quad \dots (4)$$

wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und  $c_1, c_2, \dots$  die Lichtgeschwindigkeiten im jeweiligen Medium bezeichnen. Die Breite des Lichtstromes nehmen wir so klein an, daß innerhalb dieser die Änderung der Lichtgeschwindigkeit linear verläuft. Der ursprünglich horizontal eintretende Lichtstrom wird nach der Zeit  $dt$  die in Abb. 8 ersichtlichen *Elementarwellenflächen* erzeugt haben. Die *Wellenfläche des gesamten Lichtstromes* ist die Tangentialebene an die *Elementarwellenflächen* und die Richtung des Lichtstromes nach der Zeit  $dt$  ist somit geneigt. Der Krümmungsradius der Lichtkurve ergibt sich, wenn man von der Ähnlichkeit zweier Dreiecke ausgeht (Abb. 8).

$$\rho: c_1 dt = dh:(c_1 - c_2) dt$$

Aus Gl. (4)  $c_1$  und  $c_2$  eingesetzt, ergibt

$$\rho = \frac{\frac{n_2}{n_2 - n_1}}{dh} = \frac{n}{n'}$$

Wie unter c) im vorletzten Absatz erwähnt wurde, ist die Wirkung der Refraktion groß. Die wirkliche Lichtkurve durch einen Kreis zu ersetzen reicht in unserem Fall

kaum aus. Der Kreis ist nur eine einparametrische Kurve und ergibt in beiden Endpunkten die gleiche Refraktion, was nicht immer befriedigen wird. Aus den unter c) angeführten aerologischen Daten können bekanntlich  $n$  und  $n'$  berechnet werden und nach Gl. (3a) ergeben sich die Krümmungsradien  $\rho$  der Lichtkurven. Zur Berechnung der Lichtkurven und insbesondere der Tangentenrichtungen in ihren Endpunkten gehen wir von der *natürlichen Gleichung* einer Kurve aus [1]:

$$f(s, \rho) = 0 \quad \dots (5)$$

In dieser Gl. wird der Krümmungsradius  $\rho$  einer Kurve als Funktion der Bogenlänge  $s$  dargestellt. Damit wird die Gestalt einer Kurve bestimmt, ohne ihre Lage in bezug auf ein Koordinatensystem anzugeben.

In den meisten Fällen wird es genügen, zwischen zwei Luftstandpunkten eine lineare Änderung von  $\rho$  anzunehmen. Diese Annahme entspricht der logarithmischen Spirale, deren natürliche Gl. lautet:

$$\rho = ks \quad \dots (6)$$

Betrachten wir noch allgemeinere Kurven dieser Art, u. zw. solche, deren  $\rho$  einer Potenz von  $s$  proportional ist

$$\rho = ks^n \quad \dots (7)$$

so findet man für  $n = +1$  eine *logarithmische Spirale*, für  $n = 1/2$  eine *Kreisevolvente*, für  $n = 0$  einen *Kreis*, für  $n = -1$  eine *Klothoide*. Von diesen Kurven ist die logarithmische Spirale die einzige, die sich ins Unendliche ausdehnt, und dort wird auch  $\rho$  unendlich groß. Die logarithmische Spirale hat zwar nur einen Parameter, aber die Lichtkurve wird durch ein entsprechendes Stück einer logarithmischen Spirale ersetzt.

Sind die Entfernungen von zwei Punkten 1, 2 und die diesen Punkten zugeordneten Krümmungsradien  $\rho_1, \rho_2$  gegeben, so ist damit eine logarithmische Spirale bestimmt und der Winkel  $\varphi_{1,2}$  der Tangenten in den beiden Punkten kann berechnet werden (Abb. 9).

Die natürliche Gleichung der logarithmischen Spirale mit dem Anfangsradius  $\rho_1$  ist

$$\rho = ks + \rho_1$$

somit ist

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{s_{1,2}}$$

Ferner ist

$$ds = \rho d\varphi \text{ daher } \varphi = \int \frac{ds}{\rho}$$

somit ist

$$\varphi_{1,2} = \int_0^{s_{1,2}} \frac{ds}{ks + \rho_1} = \frac{1}{k} \int_0^{s_{1,2}} \frac{d(ks + \rho_1)}{ks + \rho_1}$$

$$\varphi_{1,2} = 206265'' \frac{s_{1,2}}{\rho_2 - \rho_1} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad \dots (8)$$

Für  $\rho_2$  ist immer der größere Radius der beiden Krümmungsradien einzusetzen. Ist  $\rho_2 - \rho_1$  klein, so folgt nach Reihenentwicklung, wenn  $a_1 = \rho_1:R$ ,  $a_2 = \rho_2:R$ ,

$$\Delta = a_2 - a_1 \text{ ist: } \varphi_{1,2} = 32'',38 \frac{s_{1,2}}{a_1} \left(1 - \frac{\Delta}{2a_1}\right) \quad \dots (8a)$$

$\varphi_{1,2}$  ist die Gesamtrefraktion. Die Refraktionen in den Punkten 1, 2 sind die Winkel der genannten Tangenten mit der Sehne 1, 2. Ihre Summe ist immer  $\varphi_{1,2}$ . Auch diese Winkel könnten unter der Annahme, daß die Lichtkurve eine logarithmische Spirale ist, exakt berechnet werden. Es wird jedoch genügen, die Aufteilung der Gesamtrefraktion  $\varphi_{1,2}$  entsprechend den Krümmungsradien  $\rho_1, \rho_2$  vorzunehmen.

Beispiel:  $\rho_1 = 8R$ ,  $\rho_2 = 9R$  ( $R = \text{Erdradius}$ ),  $s_{1,2} = 30 \text{ km}$   
somit ist:

$$\begin{aligned} \varphi_{1,2} &= 206265'' \frac{30}{R} \cdot \ln \frac{9}{8} \\ \varphi_{1,2} &= 114'' \\ (114:17) \cdot 8 &= 54'' \quad \dots \text{ Refraktion im Punkt 2} \\ (114:17) \cdot 9 &= 60'' \quad \dots \text{ Refraktion im Punkt 1} \end{aligned}$$

Berechnet man  $\varphi_{1,2}$  nach Gl. (8a), so ergeben sich ebenfalls  $114''$ . Berechnet man  $\varphi_{1,2}$  für einen mittleren Radius  $= 8,5R$  ( $\Delta = 0$ ) nach Gl. (8a), so kommt man zu dem gleichen Wert. Daraus erkennt man, daß Gl. (8a) im allgemeinen ausreichen wird.

Wir kommen nochmals auf Gl. (3) zurück und erkennen, daß zur Bestimmung von  $\rho$  das Gefälle senkrecht zur Richtung des Lichtstrahles gemessen werden müßte. Da in unserem Fall die vorkommenden Zenitdistanzen nahe  $90^\circ$  sind, begehen wir nur einen Fehler von zweiter Kleinheitsordnung, wenn wir G. (3a) verwenden.

Ferner schreiben wir noch die bekannte *Invariantenbeziehung* auf, die für kugelförmig gekrümmte Luftschichten gilt und ebenfalls nach dem Gesetz von Snellius abgeleitet wird.

$$r_1 n_1 \sin \alpha_1 = r_2 n_2 \sin \alpha_2 = \dots r_b n_b \sin \alpha_b = \text{const.} \quad \dots (9)$$

$r_1, r_2 \dots$  sind die Kugelradien der Luftschichten. Analog den mit den Gln. (2) angestellten Überlegungen erkennen wir, daß diese *Invariantenbeziehung* mit  $r_1 = r_2 = \dots r_b$ ;  $n_1 = n_2 = \dots n_b$  und  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_b = 90^\circ$  befriedigt wird. Das Brechungsgesetz von Snellius liefert also auch in diesem Fall ein unbrauchbares Resultat. Denn aus terrestrischen Messungen ist bekannt, daß in diesem Fall der Krümmungsradius des Lichtes etwa  $8R$  ist. Auch in diesem Fall gibt es noch eine *zweite Lösung*, die geometrisch und wellenoptisch abgeleitet werden kann und mit unserem Ergebnis praktisch übereinstimmt.

e) *Messung des geostrophischen Windes*

Wie unter c) beschrieben wurde, werden in den aerologischen Stationen die absoluten Topographien der Isobarenflächen, die ganze Erde umspannend, täglich hergestellt. Hinsichtlich der Abweichung der Isobarenflächen von den Niveauflächen geben diese absoluten Topographien natürlich auch für jedes Vermessungsgebiet mindestens generelle Informationen.

Eine Verfeinerung dieser Topographien etwa durch Radiosonden erreichen zu wollen, die ihre Informationen kleinen im Vermessungsgebiet errichteten aerologischen Stationen senden, wäre nicht nur sehr kostspielig, sondern kaum möglich; denn die Höhenfehler der Radiosonden wären zu groß im Vergleich zu den verhältnismäßig kleinen Dimensionen des Vermessungsgebietes. Ferner müßten die absoluten Höhen der Stationen terrestrisch bestimmt werden.

Es entsteht die Frage, ob man mit den Geräten, die die drei Flugzeuge mitführen, diese Verfeinerung erreichen kann.

Wir gehen von bekannten Tatsachen aus: Orte hohen und tiefen Druckes der Atmosphäre bestehen oft tagelange nebeneinander. Daß nicht ein sofortiger Ausgleich dieser Druckunterschiede stattfindet, wird nur durch die Rotation der Erde um ihre Achse bewirkt. Würde die Erde nicht rotieren, dann müßte der sofortige Ausgleich der Druckunterschiede senkrecht zu den Richtungen der Isobaren einer Isobarenkarte erfolgen. Bekanntlich bewirkt aber die infolge der Erdrotation entstehende *Coriolisbeschleunigung*

$$b = 2 \omega v \sin \varphi \quad \dots (10)$$

( $\omega$  = Winkelgeschwindigkeit der Erde,  $v$  = Geschwindigkeit des Luftteilchens,  $\varphi$  = Breite), daß Winde über 1000 m Höhe (sie sind frei von Reibungen mit dem Boden) immer nahezu in Richtung der Isobaren verlaufen und daß enge Isobaren großen Windgeschwindigkeiten entsprechen müssen.

Diese Tatsache führte zu einer sehr bewährten Methode der Aerologie: Bestimmung der Richtung und Stärke des Windes aus Isobarenkarten. Es gibt Tabellen und Nomogramme [6] [9] [11] zur Bestimmung des geostrophischen Windes (Isobaren verlaufen geradlinig und parallel) und des Gradientwindes (Isobaren verlaufen gekrümmt).

*Wenn es umgekehrt gelänge, Richtung und Stärke des Windes zu messen, könnte man daraus den Isobarenverlauf ermitteln.*

Folgender Vorschlag dürfte brauchbar sein: In Abb. 10 ist  $v_r$  die relative Geschwindigkeit eines Flugzeugs gegenüber der Atmosphäre. Diese relative Geschwindigkeit heißt auch Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs und wird mit sogenannten Fahrtmessern [2] bestimmt. Die Geschwindigkeit über Grund  $v_g$  ergibt sich aus photogrammetrischen Daten verhältnismäßig sehr genau. Der Abtriftwinkel  $\alpha$  kann mit dem Abtriftmesser bestimmt werden. Daraus folgt die Windgeschwindigkeit  $v_w$ . Fliegen die Flugzeuge nicht zu lange Schleifen, so ergibt sich beim Rückflug eine gute Kontrolle (strichliertes Dreieck).

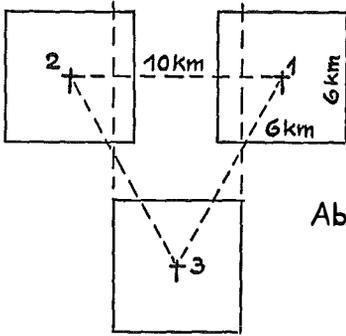


Abb.1

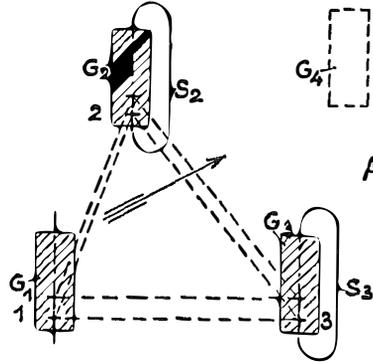


Abb.2

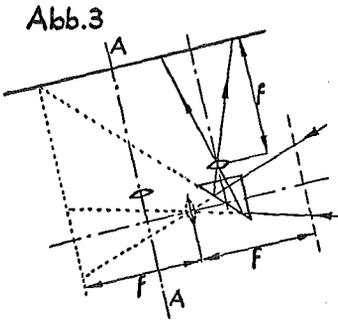


Abb.3

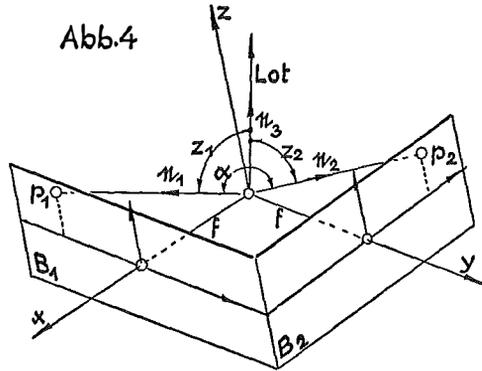


Abb.4

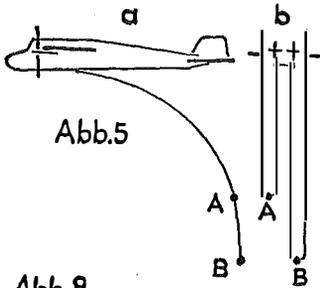


Abb.5

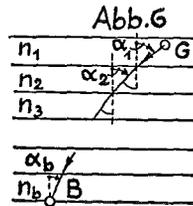


Abb.6

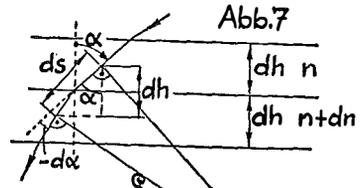


Abb.7

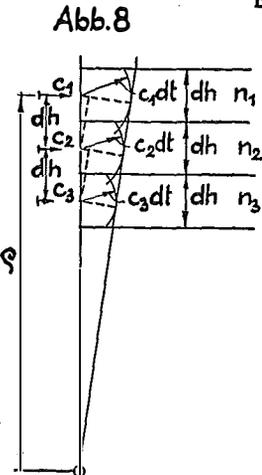


Abb.8

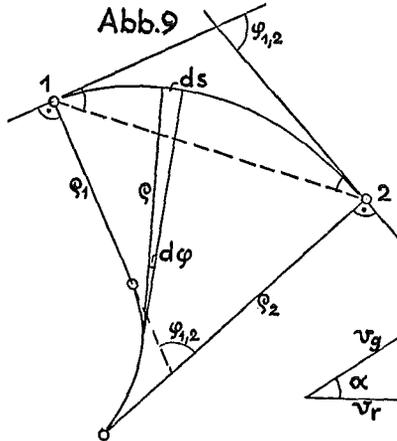


Abb.9

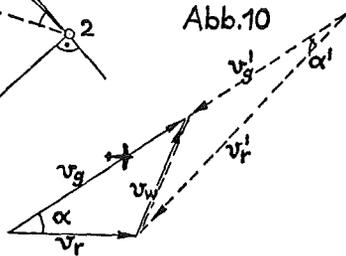


Abb.10

Wie aus Gl. (10) ersichtlich ist, verschwindet die *Coriolisbeschleunigung* in Äquaturnähe. Dort entstehen daher keine geostrophischen bzw. Gradient-Winde, dort können aber auch keine dauernden Tiefs und Hochs bestehen.

f) *Astronomische Azimutbestimmung der Seiten eines Luftstandpunktdreiecks*

Wenn wir voraussetzen, daß zur Aufnahme der Sonne keine speziellen Einrichtungen vorliegen, daß also dazu nur die beschriebenen Horizontkammern verwendet werden, so ist damit auch die Methode der Azimutbestimmung festgelegt: Bestimmung des Azimuts aus der Kenntnis der genäherten geographischen Breite, Deklination der Sonne und Stundenwinkel. Zur Abschätzung der entstehenden Fehler gehen wir von der bekannten Differential-Formel aus (siehe z. B. [7]):

$$da = \frac{\sin q}{\sin z} d\delta + \frac{\cos q \cos \delta}{\sin z} dt + \sin a \cot z d\varphi \quad \dots (11)$$

In dieser Gl. bedeutet  $a$  = Azimut,  $z$  = Zenitdistanz,  $q$  = parallaktischer Winkel an der Sonne,  $\delta$  = Deklination der Sonne,  $t$  = Stundenwinkel und  $\varphi$  = geographische Breite.

Die ungünstigsten Werte der Koeffizienten von  $d\delta$ ,  $dt$  und  $d\varphi$  kann man folgendermaßen erkennen: Entsprechend dem Aufnahmewinkel der Horizontkammern ist  $z > 80^\circ$ , somit ist  $\sin z > 0,985$ ,  $\cot z < 0,176$ .  $\delta$  kann alle Werte zwischen  $\pm 23,5^\circ$  annehmen, somit ist  $|\cos \delta| < 0,920$ .  $\sin q$  und  $\cos q$  sowie  $|\sin a|$  sind  $\leq 1$ .

$d\delta$  kann aus Ephemeriden auch bei größten Änderungen von  $\delta$  etwa auf  $1''$  interpoliert werden. Somit beträgt die Wirkung von  $\delta$  etwa  $1''$  bis  $2''$ .

$dt$  nehmen wir mit  $0,1^s$  an, das sind  $1,5''$ . Der Einfluß von  $dt$  ist somit ebenfalls  $1''$  bis  $2''$ .

$d\varphi$  ist der Fehler der geographischen Breite; er setzt sich zusammen aus den Fehlern im Bildnadir (etwa  $30$  bis  $50''$ ), aus Fehlern der Lotabweichung (im Gebirge etwa  $10$  bis  $15''$ ), aus Lotstörungen (etwa  $5''$  pro  $10$  km), und aus Lagefehlern der vorläufigen Luftbildauswertung des Stationsdreiecks. Wir nehmen diese Lagefehler etwa  $100$  m an, das entspricht  $3''$  genau. Somit wird  $d\varphi$  etwa  $80''$  betragen.

Erfolgt die Beobachtung der Sonne im ersten Vertikal ( $\sin a = 1$ ), dann erreicht der Einfluß von  $d\varphi$  seinen Höchstwert:  $14''$ . Erfolgt die Beobachtung der Sonne im Meridian, so hat  $d\varphi$  auf das Azimut keinen Einfluß. Setzt man voraus, daß die Beobachtung der Sonne nur im Bereich  $\pm 50^\circ$  vom Meridian erfolgt, so ist der Einfluß von  $d\varphi < 10''$ .

Man erkennt daraus, daß der gesamte Fehler der Azimutbestimmung vorherrschend vom Fehler der photogrammetrischen Winkelmessung zur Sonne und den beiden anderen Flugzeugen abhängen wird.

Die Sonne bildet sich im allgemeinen als Ellipse ab (zentrale Projektion einer Kugel). Bei der Auswertung der Sonnenbilder ist zu beachten, daß der Mittelpunkt des Sonnenbildes nicht gleich ist dem Bild des Sonnenmittelpunktes. Um letzteren Punkt aus dem Sonnenbild zu bestimmen, sind kleine Korrekturen zu berechnen. Gelegentlich wurde diese Tatsache bei photogrammetrischen Azimutbestimmungen mit der Sonne übersehen.

Nehmen wir an, der mittlere Fehler des Winkels zwischen Sonne und einem Flugzeug wäre  $\pm 15''$  und der mittlere Fehler nach Gl. (11) abgeschätzt wäre  $\pm 10''$ , dann wäre der Fehler einer Azimutmessung

$$\sqrt{15^2 + 10^2} = \pm 18''$$

Beachtet man noch, daß in jedem der drei Standpunkte die Azimutmessung erfolgt, d. h. für jede der drei Seiten zweimal die Azimute fast unabhängig voneinander bestimmt werden, so folgt der mittlere azimutale Fehler des Standpunktdreiecks mit  $\pm 18''$ :  $\sqrt{6} \doteq \pm 10''$ .

Abschließend vergleichen wir noch eine terrestrische Trilateration bzw. Triangulation mit dem beschriebenen Verfahren. Wir können feststellen, daß die terrestrischen Verfahren zwar höchste Genauigkeit erreichen, daß sie aber einen gewaltigen Aufwand von Zeit und Arbeit für die Erkundung, für den Signalbau, für die Durchführung der Vermessung, für die Stabilisierung und für die Luftsichtbarmachung beanspruchen. Die Trilateration in der Luft erfordert zwar einen ungewöhnlich hohen technischen Aufwand, aber in vielen Fällen wird dieser Aufwand im Vergleich zur erreichbaren Leistung nur sehr gering zu bewerten sein.

#### *Literatur*

- [1] *Cesàro, E.*: Vorlesungen über natürliche Geometrie, Verlag Teubner, 1901
- [2] *Duda, Th.*: Flugzeuggeräte Bd. 1, 2 VED Verlag Technik Berlin 1959
- [3] *Hesse, W.*: Handbuch der Aerologie, Akademische Verlagsgesellschaft 1961
- [4] *Killian, K.*: Vorschläge zur räumlichen Aeorotriangulation, Ö.Z.f.V., 56. Jahrgang, Nr. 3 (1968)
- [5] *Koschmieder, H.*: Dynamische Meteorologie, 3. Aufl., Akademische Verlagsgesellschaft, 1951
- [6] *Linke, F.*: Meteorologisches Taschenbuch IV, Akademische Verlagsgesellschaft, 1943.
- [7] *Mühlig, F.*: Astronomisch-geodätische Ortsbestimmung, Verlag Herbert Wichmann, 1960.
- [8] *Müller, G.* u. *Reinhardt, M.*: Zur Bestimmung atmosphärischer Parameter bei Flugzeugmessungen, Z. Flugwissenschaft 14 (1966), Heft 2.
- [9] *Philipps, H.*: Gradientwind-Nomogramm, Z. f. Meteorologie, 1, 1947.
- [10] *Raethjen, P.*: Physik der Atmosphäre, 1. u. 2. Bd., Verlag Teubner, 1942.
- [11] *Scherhag, R.*: Wetteranalyse und Wetterprognose, Verlag Springer, 1948.

## **On Model Formation With Remote Sensing Imagery**

By *F. Leberl*, Enschede (The Netherlands)

### 1. *Introduction*

The imaging remote sensing systems on which the photogrammetric interest is presently focused, are enumerated in table 1. Not considering the conventional frame camera, the number of contributions in the open literature to the problem of deriving object-space coordinates from remote sensing imagery is rather small.

However, for a number of systems of table 1, model formation with remote sensing imagery has been discussed. An excellent review of the state of the art was

given by Konecny in [5]. As concerns panoramic and continuous strip photography, a basis was established by Case [1]. Derenyi's study [2], which concerns the relative orientation of continuous strip photography, can be generalized to imagery obtained from the recti-linearly scanning optical-mechanical sensor, as it is presently applied for Multispectral Sensing (MSS) and Infrared Linescanning (IRLS). With regard to imagery from the Plan Position Indicator (PPI), reference has to be made to the book of D. Levine on radargrammetry [8], in which the concept of a PPI-stereoplotter is described.

Model formation with Side-Looking Airborne Radar (SLAR) imagery has been tried by Laprade, using the visually perceived parallax in a analogue manner [7], [8]. Based on this, Goodyear developed an automatic analogue stereoplotter [12], [15]. Recently it has been reported, that also the AS-11A Analytical Plotter could be successfully applied to the mapping from overlapping SLAR-imagery (Norvelle [13]). A numerical investigation on the propagation of error of the measured slant range into the model coordinates was performed by Rosenfield in [14]. The concept

I	Conventional Frame Camera
II	Panoramic Camera <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Scanning in a plane perpendicular to the flight direction (vertical mode, rectilinear scan)</li> <li>2. Scanning in a plane forming an angle <math>\varphi_0 \neq 90^\circ</math> with the flight direction (oblique mode)</li> </ol>
III	Continuous Strip Photography <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Imaging in a plane perpendicular to flight direction (vertical mode)</li> <li>2. Imaging in a plane forming an angle <math>\varphi_0 \neq 90^\circ</math> with the flight direction (oblique mode)</li> </ol>
IV	Optical-Mechanical Scanning <ol style="list-style-type: none"> <li>1. In a plane perpendicular to flight direction (vertical mode)</li> <li>2. In a plane not perpendicular to flight direction (oblique mode, rectilinear scan)</li> <li>3. In a cone with flight direction as axis (oblique mode, hyperbolic scan)</li> <li>4. In a cone with vertical axis (circular scanning)</li> </ol>
V	Echotime Measurement with Plan Position Indicator
VI	Side-Looking Echotime Measurement <ol style="list-style-type: none"> <li>1. In a plane perpendicular to flight direction</li> <li>2. In a plane not perpendicular to flight direction (oblique mode, rectilinear scan)</li> <li>3. In a cone with flight direction as axis (oblique mode, hyperbolic scan)</li> </ol>

Table 1: Imaging remote sensing systems of prime photogrammetric interest

of combining simultaneous SLAR- and IRLS-imagery for model-formation has been published by Moore [10].

Except for Rosenfield's paper [14], no contribution is known to the author regarding the effect of an erroneous set of imaging parameters and of flight configurations onto the accuracy of model coordinates. In this paper, therefore, we will deal to a limited extent with the cofactors of model coordinates as derived from overlapping remote sensing imagery.

But first, the projection equations for the systems of table 1 are given in the following. After this, various flight configurations to obtain overlapping imagery and problems with the acquisition of imaging parameters are briefly discussed. Finally, the description and discussion of the results of a numerical investigation of the error propagation into the projection equations serves to evaluate qualitatively and quantitatively a number of various flight configurations proposed.

## 2. Projection equation for remote-sensing-imagery

It is possible to give a general projection equation for remote-sensing imagery, and to specialize this equation for the various cases of table 1 such as to get the formulae as given in [5].

The general projection equation is

$$\mathbf{X}_p = \mathbf{X}_0 + \mathbf{C}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{u} + \Delta \bar{\mathbf{X}}) \quad \dots (1a)$$

or explicitly:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_p = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_0 + \mathbf{C} \left\{ \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \bar{X} \\ \Delta \bar{Y} \\ \Delta \bar{Z} \end{bmatrix} \right\} \quad \dots (1b)$$

In this equation the vector  $\mathbf{X}_p$  defines the model point and  $\mathbf{X}_0$  the origin of the coordinate-system of the sensor platform, i. e. of the aircraft, satellite or ship, with respect to a cartesian terrain or model system.  $\mathbf{u}$  is the vector of the modelpoint in the sensor's coordinate system, and  $\Delta \bar{\mathbf{X}}$  the vector between the origin of the platform and the sensor systems, but in the platform-system (see figure 1).

$\mathbf{A}$  is the orthogonal matrix, which rotates the sensor system into the one of the sensor's mounting.  $\mathbf{B}$  rotates the mounting system into the platform-system, and  $\mathbf{C}$  is the exterior orientation of the platform (in particular the aircraft) in the model coordinate system.

In table 2 the specialisations of the general projection equation for the various imaging systems are summarized. In this,  $\lambda$  represents a scale factor,  $\mathbf{E}$  the unit matrix,  $x, y$  the image coordinates,  $c$  the camera principal distance,  $\Phi_0$  the "squint", i. e. the complement to  $90^\circ$  of half the vertex angle of the cone, in which scanning is done.  $s$  is the slant range and also the length of the vector  $\mathbf{u}$ .  $\bar{\Omega}$  is the depression angle as measured from the  $uv$ -plane to the "line of sight" between the sensor and the object.  $\Omega^*$  is the depression angle formed between the projection of the line of sight into the  $vw$ -plane and the  $v$ -coordinate axis.

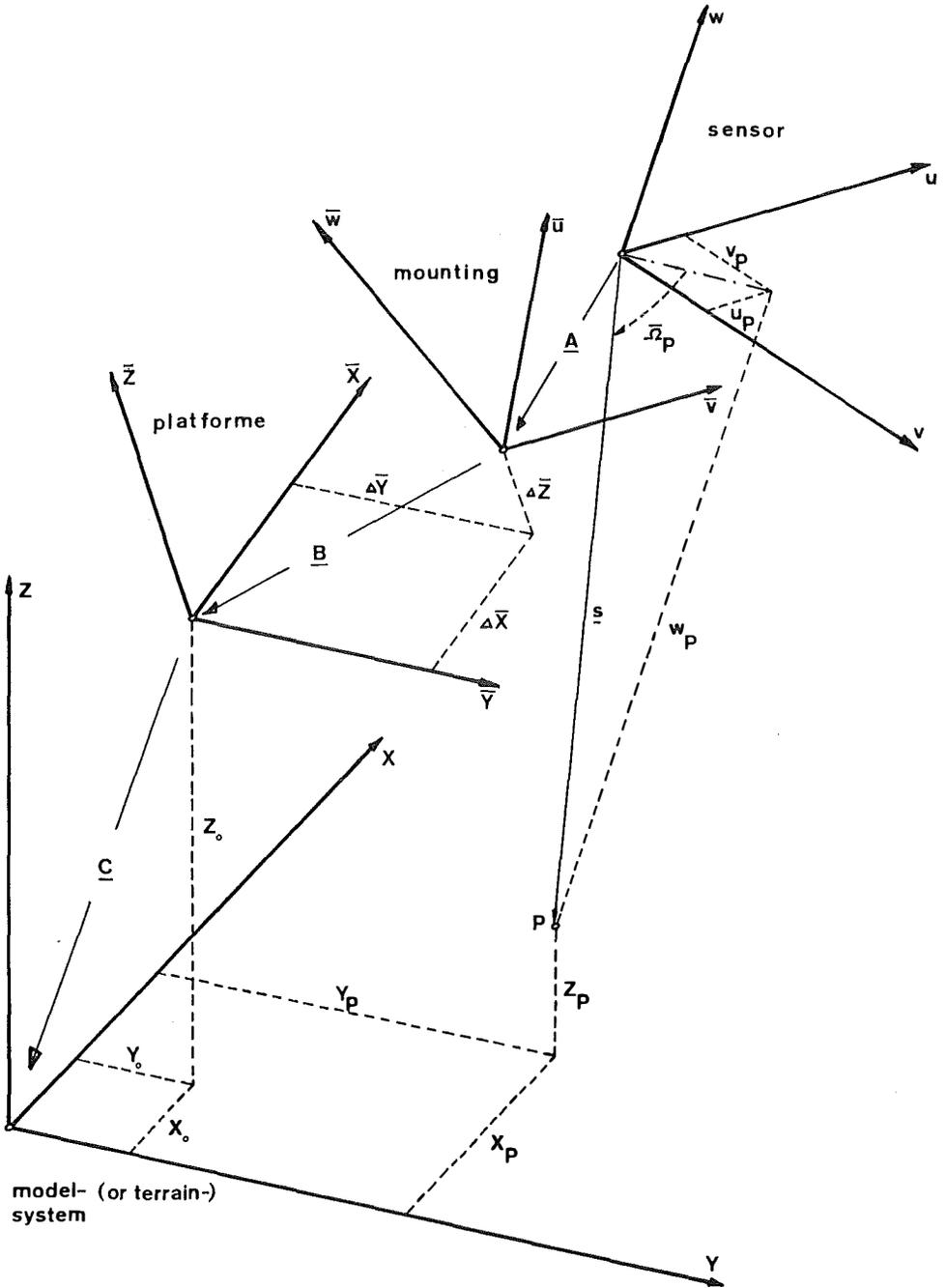


Figure 1: Coordinate systems used in equation (1)

Whereas the matrix **C** has the conventional appearance and represents the photogrammetric rotations  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\kappa$ , one has to write for **B**:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 & 0 & -\sin \varphi_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_0 & 0 & \cos \varphi_0 \end{bmatrix}$$

So **B** allows for "stereosystems" with an angle of convergence of  $2 \cdot \varphi_0$ .

I	$\mathbf{u} = \lambda (x, y, -c)^T$	$\mathbf{A} = \mathbf{E}$
II	$\mathbf{u} = \lambda (x, +c \cdot \cos \bar{\Omega}^*, -c \cdot \sin \bar{\Omega}^*)^T$	$\Omega^* = \bar{90}^\circ - y/c$
1.	$\mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{E}$	$\mathbf{E} = \text{identity or unit matrix}$
2.	$\mathbf{A} = \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} \neq \mathbf{E}$	
III	$\mathbf{u} = (o, y, -c)^T \cdot \lambda$	
1.	$\mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{E}$	
2.	$\mathbf{A} = \mathbf{E} \quad \mathbf{B} \neq \mathbf{E}$	
IV	$\mathbf{u} = \lambda (\sin \Phi_0, \cos \Phi_0 \cdot \cos \bar{\Omega}^*, \cos \Phi_0 \cdot \sin \bar{\Omega}^*)^T \cdot c$	$\mathbf{A} = \mathbf{E}$
		$\Omega^* = \bar{90}^\circ - y/c$
1.	$\Phi_0 = o \quad \mathbf{B} = \mathbf{E}$	
2.	$\Phi_0 = o \quad \mathbf{B} \neq \mathbf{E}$	
3.	$\Phi_0 \neq o \quad \mathbf{B} = \mathbf{E}$	
4.	$\Phi_0 \neq o \quad \mathbf{B} \neq \mathbf{E}$ (corresponds to $\varphi_0 = -\pi/2$ )	
V	$\mathbf{u} = s \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \bar{\Omega}, \sin \alpha \cdot \cos \bar{\Omega}, \sin \bar{\Omega})^T$	$\mathbf{A} = \mathbf{E}$
VI	$\mathbf{u} = s \cdot (\sin \Phi_0, (\cos^2 \bar{\Omega} - \sin^2 \Phi_0)^{1/2}, \sin \bar{\Omega})^T$	$\mathbf{A} \neq \mathbf{E}$
1.	$\Phi_0 = o \quad \mathbf{B} = \mathbf{E}$	
2.	$\Phi_0 = o \quad \mathbf{B} \neq \mathbf{E}$	
3.	$\Phi_0 \neq o$ (formulation of Hockeborn [4])	

Table 2: Special cases as derived from general projection equation (1) for the sensing systems given in table 1

For system IV/4 in table 1, i. e. the circular scanning,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

For the side-looking echotime measurement (case VI), thus for SLAR (or SONAR), it can be shown, that for  $\Delta \bar{\mathbf{X}} = (0, 0, 0)$ :

$$u^2 + v^2 + w^2 = s^2 = (X_p - X_0)^2 + (Y_p - Y_0)^2 + (Z_p - Z_0)^2 \quad \dots (2a)$$

and

$$\tan \Phi_0 = \frac{d_{11} \cdot (X_p - X_0) + d_{12} \cdot (Y_p - Y_0) + d_{13} \cdot (Z_p - Z_0)}{\left( \sum_{i=2}^3 [d_{i,1} \cdot (X_p - X_0) + d_{i,2} \cdot (Y_p - Y_0) + d_{i,3} \cdot (Z_p - Z_0)]^2 \right)^{1/2}} \dots (2b)$$

with

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C}^T$$

This is the formulation as used in e. g. [14].

### 3. Model formation

In the projection equation (1), two groups of parameters occur: one can be measured before the flight (pre-flight calibration), and the second depends on the exterior orientation of the sensor and location of the object point. In another way the parameters of equation (1) are for each sensor to be classified as given (observed) or as to be derived from the imagery.

There is a main difference between the direction-measuring and the echotime-measuring systems. This is because there is in the first group of systems (I–IV) an unknown scale factor  $\lambda$ , and in the second group (V–VI) the unknown depression angle  $\bar{\Omega}$  to be determined, in addition to the inner and exterior orientation as well as the object space — or model coordinates.

#### 3.1 On the determination of the elements of exterior orientation

The question arises as to how to determine the exterior orientation, which is variable within the imagery taken by systems of type II to VI. There are the following possibilities:

- relative orientation
- measurement
- estimation with the help of control points
- assuming an ideal path and orientation of the sensor.

The photogrammetric method of relative orientation to obtain data of exterior orientation by a triangulation in space is to be applied in the first instance to overlapping images of category I and II only. In an extensive investigation on continuous strip photography, however, Derenyi concludes in [2], that a somewhat satisfactory relative orientation for the purpose of triangulation is only possible with this type of imagery if two convergent (type III/2) strip cameras are combined with one of type III/1 (see for this also Konecny [5] and Masry [9]).

The continuous strip of imagery is thereby cut in pieces along the flight line, so that the random functions of the elements of exterior orientation can be approximated within a piece by simple polynomials of first or second order. The procedure of relatively orienting on piece of imagery to the previous one produces the exterior orientation as group of joint polynomials.

Generalizing the experimental results as obtained by Derenyi for the case of strip-photography in such a way that they are also valid for other imaging systems

with comparatively severely reduced geometric resolution, one must conclude that the method of relative orientation cannot produce better but rather inferior results as compared to the direct measurement during flight. This is due to the mean square error of unit weight,  $\sigma_0$ , which is large in systems IV—VI as compared to strip photography.

The method of relative orientation cannot be applied to overlapping imagery taken in different flight-lines to obtain exterior orientation, because there is no possibility to perform a (numerical) “triangulation” by means of pieces of imagery, so that measurement is a good though expensive alternative.

The use of control points in a plotting procedure is better not tried for the determination of the elements of exterior orientation, since the number of unknowns is impractically large (matrix  $C$  and vector  $X_0$  in (1)). In the case that control points are given it is considered to be more practical to compute model coordinates under the assumption of an idealized exterior orientation and to improve these preliminary model coordinates with an interpolation method. In this last procedure, only three entities are interpolated, namely the errors in the three model coordinates. This seems more favourable than interpolation of the 12 elements of exterior orientation.

The unknowns of the exterior orientation could also be derived from simultaneous exposures with a frame camera, by applying aerial triangulation. This auxiliary photography would first give values for the exterior orientation at discrete points along the flight line. It could also be applied for an orientation of the continuous imagery using areas of common overlap between the frame and continuous imagery. This concept may seem contradictory, since frame photography should make continuous imagery unnecessary, at least from a photogrammetric point of view. But there is the case, as in the SLAR-Project RADAM in Brasil [11], that frame photography is taken anyway together with SLAR. Due to cloud cover, the frame photography may then just be used to improve the data of exterior orientation. Plotting, however, would have to be done from SLAR.

### 3.2 *Flight configurations*

The standard input for conventional photogrammetric model formation consists of overlapping photographs taken along one flight line. This is generally not possible with systems of the categories III to VI, but only in a special case of convergent sensors with  $\Phi_0 \neq 0$  and/or  $B \neq E$ . Mostly, however, the imagery to be used for plotting will be produced along separate flight lines. It is therefore necessary to consider the possibilities and alternatives to obtain overlaps and to study their consequences.

Figure 2 shows the idealized sketches of a number of flight configurations allowing for producing overlapping imagery. The most interesting is variant (a), since it can (under certain restrictions, see 3.1) enable a triangulation to be carried out. With the systems III, IV and VI, which in a very short period of time only image a line of the object space, this scheme (a) is only possible with convergent sensors, thus with optical axes that are directed forward and backward. There is one exception: the side-looking echotime measurement with forward and backward directed conical

impulses does not allow the derivation of model-coordinates. This is because the imagery from each impulse defines a circle which is concentric with respect to the flight line. The two circles will by necessity be coincident (having same center and equal radii) and would define no specific points of intersection. Therefore, a "stereo-SLAR-system" with alternately emitting conical impulses in forward and backward directions does not fulfill its purpose. Only plane convergent impulses could make up a meaningful stereo-SLAR-system. (The two circles will in this case be in two inclined planes, thus intersecting in unique point(s).)

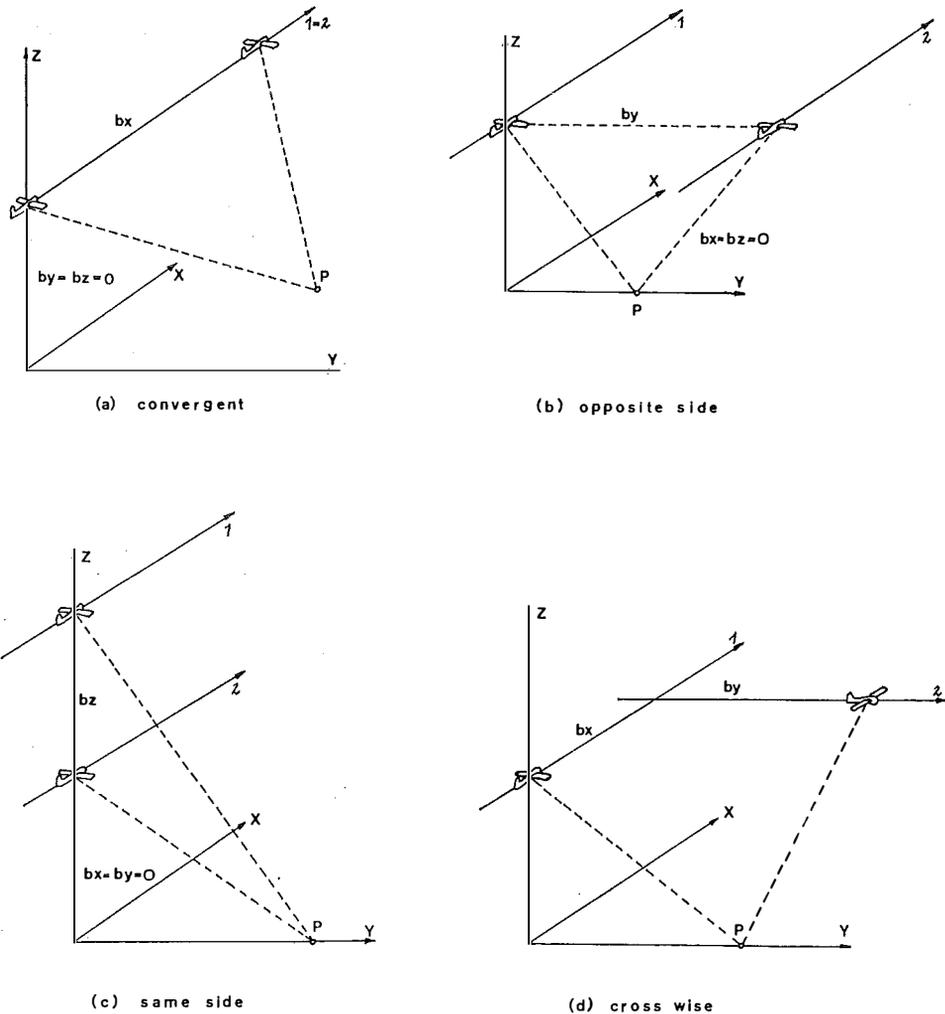


Figure 2: Idealized flight configurations to obtain overlapping imagery

With reference to optical-mechanical scanning both concepts of convergence (conical and plane) define a model point(s). The hyperbolic scan, however, produces more accurate heights, as can be found from the propagation of the mean error of measurement of image coordinates,  $\sigma_0$ .

Two convergent plane scans produce a height error:

$$m'_H = \frac{H \cdot (\cos^2 \varphi_0 \cdot \tan^2 \Omega_B / 2 + 1)^{1/3} \cdot \sigma_0}{c \cdot \sin \varphi_0} \quad H \dots \text{flight height}$$

whereas two convergent scanning cones give:

$$m''_H = \frac{H \cdot (\cos^2 \Omega + 1)^{1/3} \cdot \sigma_0}{\sqrt{2} \cdot \sin \Phi_0 \cdot c} \quad (\text{for derivation see Appendix})$$

In other words: the hyperbolic scan (= scanning cone) allows for a better base-height ratio with increasing distance from the flight line, so that  $m''_H < m'_H$  for  $\Omega > 0$ .

### 3.3 Computation of model coordinates

Assuming that the parameters for the inner and exterior orientation are known, then each image point  $P'$  is producing one set of three equations (type (1)) with four unknowns:  $X, Y, Z, \lambda'$  for direction measuring systems, and  $X, Y, Z, \bar{\Omega}'$  for echotime measuring systems. If the point  $P$  is imaged another time also, then once again three equations are produced, in which only  $\lambda''$  or  $\bar{\Omega}''$  is added as new unknown. So the computation of model coordinates represents an overdetermined problem.

Formulation of the computation of the model coordinates by means of the two sets of equations of type (1) gives thus 6 equations with 5 unknowns. Elimination of the model coordinates results in the coplanarity condition:

$$C'(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}' + \Delta \bar{\mathbf{X}}) - (\mathbf{X}'_0 - \mathbf{X}''_0) - C''(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}'' + \Delta \bar{\mathbf{X}}) = 0.$$

This is a set of three equations in two unknowns  $\lambda', \lambda''$  or  $\bar{\Omega}', \bar{\Omega}''$ , respectively. To obtain the model coordinates, it would be required to first compute corrections to the entities considered as observations and subsequently determine the unknown.

Eliminating from the original 6 equations with 5 unknowns the  $\lambda', \lambda''$  or  $\bar{\Omega}', \bar{\Omega}''$ , respectively a more effective procedure would result, since the solution of the remaining system of 4 equations in three unknowns gives directly the three model coordinates. For angle measuring sensors, this procedure would be analogous to the photogrammetric formulation by means of the collinearity conditions. For echotime measuring sensors, however, the reduced equations are the non-linear ones given as formula (2).

Another way of computing model coordinates is to choose three out of the four equations in the three unknown model coordinates and to solve the three equations without overdetermination. The selection of the three equations must be such that the determinant of the coefficient matrix is possibly large. For the case of echotime measurement, the equations are non-linear, so that more than one solution will result. Replacing one of the three selected equations by the remaining fourth (again such that the coefficient matrix does not approach singularity), another (group of) solution(s) will be provided. For the example of echotime measurements, this can be geometrically interpreted in the following way (see also Konecny [5]): Two spheres (formula (2a)) are intersected, producing a circle. This circle is intersected

first with one cone (formula (2b)) having its vertex at one sensor position and producing (in the general case) four points of intersection. Intersecting it then with the other cone (vertex at other sensor position), again four points will be defined. Only one point will coincide in both solutions, being the proper one. Taking the arithmetic mean of both will improve the final accuracy.

#### 4. Cofactors of model coordinates

The quality of model coordinates as derived from remote sensing imagery, can be judged by means of the matrix of cofactors,  $\mathbf{Q}_x$ . For this purpose a limited numerical investigation has been performed, in which  $\mathbf{Q}_x$  was determined with the law of error propagation. As input was given the matrix of weight coefficients of the measured entities,  $\mathbf{Q}_e$ . The investigation was limited to the 4 schematical flight configurations of figure 2 and continuous imagery of the direction and echotime-measuring type.

##### 4.1 The computation method

A large number of possibilities is available to compute the vector  $\mathbf{X}$  from a pair of groups of equations of type (1).

For the present numerical investigation, the original two groups of equations (1) were reduced to only 4 equations in the three unknown model-coordinates. This was interpreted then as an adjustment problem according to Standard Problem IV:

$${}_4\mathbf{A}_{14} \cdot {}_1\mathbf{v}_{14} + {}_4\mathbf{B}_{3 \cdot 1} \mathbf{X}_3 + {}_1\mathbf{w}_4 = 0$$

with  $\mathbf{v}$  being the corrections to the observed quantities,  $\mathbf{X}$  the unknowns,  $\mathbf{w}$  the contradictions and  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{B}$  as coefficient matrices.

Thus the matrix of cofactors of  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Q}_x$ , results as:

$$\mathbf{Q}_x = (\mathbf{B}^T (\mathbf{A} \mathbf{Q}_e \mathbf{A}^T) - {}_1\mathbf{B})^{-1}$$

This rigorous method can be compared with the simplifying procedure as described in section 3.3, which gives the unknown model coordinates as the arithmetic mean of the two determined solutions:

$$(\mathbf{X}) = 1/2 (\mathbf{X}_1' + \mathbf{X}_2')$$

$\mathbf{X}_1'$ ,  $\mathbf{X}_2'$  result each from solving only three out of the four equations, in the way as mentioned in section 3.3. The cofactors of  $(\mathbf{X})$  then are

$$(\mathbf{Q}_x) = 1/4 (\mathbf{Q}_{x1} + \mathbf{Q}_{x2} + \mathbf{Q}_{x1x2} + \mathbf{Q}_{x2x1})$$

It can be shown that  $\mathbf{Q}_x$  and  $(\mathbf{Q}_x)$  are identical for certain flight configurations. This is explained for the example of SLAR, scheme (b): The left strip of imagery defines, as the locus of each imaged point, the intersection of a sphere (see equation (2a)) with a cone (2b).

Assuming the vertex angle of the cone to be  $180^\circ$ , this degenerates to a plane. The right strip of imagery is defining another sphere and plane. For the scheme (b) now, the two planes coincide, so that two of the 4 equations in the unknowns  $X$ ,  $Y$  and  $Z$  are identical. Obviously then  $Q_x$  and  $(Q_x)$  are identical too.

$\phi_0^\circ$		Y=0	Y=.75	Y=1.5
2.5	Qx	0.6	0.6	0.8
	Qy	0.7	185	899
	Qz	304	328	399
10	Qx	0.6	0.6	0.8
	Qy	0.7	12.2	568
	Qz	19.0	20.5	25.0
30	Qx	0.7	0.7	0.9
	Qy	0.7	2.0	6.9
	Qz	2.1	2.3	2.8

Scheme (a)  
plane scan

$\phi_0^\circ$		Y=0	Y=.75	Y=1.5
2.5	Qx	0.6	0.6	0.8
	Qy	0.7	119	277
	Qz	304	210	123
10	Qx	0.6	0.6	0.8
	Qy	0.7	8.0	18.0
	Qz	19.0	13.3	8.2
30	Qx	0.7	0.8	1.1
	Qy	0.7	1.5	2.7
	Qz	2.1	1.7	1.5

Scheme (a)  
conical scan

by		Y=0	Y=.75	Y=1.5
0.5	Qx	0.6	0.6	0.7
	Qy	1.3	3.6	45.2
	Qz	11.7	13.6	31.8
1	Qx	0.6	0.6	0.7
	Qy	1.3	0.9	4.9
	Qz	4.0	3.4	6.9
1.5	Qx	0.7	0.6	0.7
	Qy	1.3	1.0	1.3
	Qz	2.9	1.8	2.9

Scheme (b)

bz		Y=0	Y=.75	Y=1.5
1	Qx	/	0.7	0.9
	Qy	/	12.9	22.7
	Qz	/	33.6	17.1
2	Qx	/	0.8	1.0
	Qy	/	10.1	13.9
	Qz	/	25.1	10.9
3	Qx	/	0.9	1.1
	Qy	/	11.8	14.3
	Qz	/	26.9	10.3

Scheme (c)

Table 3/1: Cofactors of modelcoordinates, derived from overlapping imagery produced by optical mechanical scanning.  $Y$ ,  $bx$ ,  $by$  and  $bz$  are given as multiples of the flying height

## 4.2 Results

$Q_x$  has been computed under various assumptions for the base  $\mathbf{b} = (\mathbf{X}_0'' - \mathbf{X}_0')$ , the angle  $2\varphi_0$  for convergence, the squint  $\Phi_0$ , the angle  $\alpha$  between two corresponding flight lines and the position of point  $P$ . The unit of measurement was the flying height  $(Z_0' - Z_P)$ . The ratio among cofactors of the observed entities  $(X_0, \varphi, \omega, \varkappa)$  as well as  $s$  for SLAR has been assumed as:

$$Q_{x_0}:Q_{y_0}:Q_{z_0}:Q_{\varphi}:Q_{\omega}:Q_{\varkappa}:Q_s = 1:1:0.2:0.04:0.04:0.04:0.5.$$

For the optical mechanical scanning it was assumed that the base is defined more accurately due to the better geometric resolution and the larger scale. Furthermore, the orientation of the sensor is supposed to be known to a lesser degree of precision due to the fact that it is a comparatively less expensive sensor, so that

$$Q_{x_0}:Q_{y_0}:Q_{z_0}:Q_{\varphi}:Q_{\omega}:Q_{\varkappa}:Q_{\Omega} = 1:1:0.4:0.16:0.16:0.16:0.16.$$

### 4.2.1 Optical-mechanical scanner

After computation of the spatial coordinates, one obtains their weight coefficients as given in tables 3. It turns out, that the  $X$ -model coordinates can be well determined by imagery from all schemes with parallel flight lines (schemes (a) – (c)), whereas the cofactors of the  $Y$ - and  $Z$ -coordinates become the smallest with the “opposite-side” stereo arrangement of scheme (b). For the heights therefore, the scheme (b) is considered to be optimum as far as error propagation is concerned, and gives the best values for  $Z$  in the middle of the overlapping area ( $Q_z \approx 1.8$  for  $b_y = 1.5 H$ , from scheme (c)).

bx		Y=0	Y=.75	Y=1.5
0	Qx	/	0.6	0.7
	Qy		1.2	1.2
	Qz		5.6	2.9
0.75	Qx	1.2	1.0	1.1
	Qy	0.6	1.0	1.2
	Qz	5.6	2.9	2.0
1.5	Qx	1.2	1.2	1.3
	Qy	0.7	1.1	1.3
	Qz	2.9	2.0	1.5

Scheme (d)

Table 3/2: Cofactors of modelcoordinates, derived from overlapping imagery produced by optical mechanical scanning.  $Y, b_x, b_y$  and  $b_z$  are given as multiples of the flying height (cont'd)

The idea of convergent “stereosystems”, considered as a promising concept to overcome the mapping difficulties with remote sensing systems, and including the alternative of rectilinear or hyperbolic scanning is disappointing (tables (a), (b)). In comparison to other imaging arrangements, the error propagation into  $Y$ - and  $Z$ -coordinates is very unfavourable. A small angle of convergence ( $2\varphi_0 = 50^\circ$ ) with rectilinear scan does produce along the edge of the imaged area cofactors of extreme size. For  $2\varphi_0 = 20^\circ$ , these reduce to  $Q_y = 57$ ,  $Q_z = 25$ , but only for  $2\varphi_0 = 60^\circ$ , the cofactors take on acceptable values of  $Q_y = 7$ ,  $Q_z = 3$ .

The hyperbolic scan is clearly producing more accurate results, but can not, with the small convergence angles, reach the ones obtainable by scheme (b).  $Y$  is by far less precisely defined than  $Z$ . What is then the use of this concept? It is the possibility of carrying out a strip triangulation, which should allow for a better determination of the data of exterior orientation than the direct measurement. But from Derenyi's investigation [2] the conclusion can be drawn that relative orientation is not promising (see section 3.1). And even under the hypothetical assumption that the relative orientation could provide more accurate data for exterior orientation than direct measurement as assumed above, then still the resulting cofactors are very large, even for the example of the more accurate hyperbolic scan.

Table 3(b) demonstrates in addition, that  $Q_z$  decreases with increasing distance between  $P$  and the flight line — which is the opposite of the case of  $Q_y$ . This is caused by the increase of the base-height-ratio, which overcompensates the deteriorating effect of the reduced image scale (or resolution) with increasing  $Y$ .

“Same side stereo” as realized in scheme (c) with parallel flight lines above each other (table 3(c)) does not allow the computation of heights along the flight track to be carried out:  $Z$  is not defined. The inaccuracy of  $Y$ -coordinates increases with the distance from the flight track. From table 3(d) it can be concluded that, for a given set of cofactors for the observed quantities, there is an optimum  $bz$ :  $1 < bz < 3$ . An interesting configuration is scheme (d), which defines  $X$  and  $Y$  with cofactors smaller than, or equal to 1.

The accuracy of  $Z$  increases with increasing  $Y$ , but is similar to that from scheme (b).

There is no correlation between the model coordinate  $X$  and ( $Y$ ,  $Z$ ), except for scheme (d), while  $Y$  and  $Z$  are strongly correlated. There is no loss of accuracy when applying the simple arithmetic mean from the two determined solutions, except for scheme (d).

We may then conclude that:

The superior flight configuration is the “opposite side”-case, indicated as scheme (b). Comparable accuracy can only be expected from scheme (d). The application of convergent systems does not lead to improvements in metric accuracy, especially with small convergence angles ( $2\varphi_0 \leq 20^\circ$ ).

#### 4.2.2 Side-Looking-Radar

The cofactors of SLAR-model coordinates are generally larger than the ones for the optical-mechanical scanner.

As is obvious from table 4, the  $X$  coordinate is well defined in all flight configurations, whereas the heights cannot be satisfactorily determined, except for one case. Considering  $Q_z$  in scheme (b), it turns out that it becomes rather large in the centre of the model area. Under the abovementioned assumptions,  $Q_z$  reaches a values of 34. Along the edge of the model area only can a  $Q_z$  be expected of a size near the error of unit weight. But it is exactly there where the qualitative usefulness

$\psi_0^\circ$		Y=1	Y=2.5	Y=5
2.5	Qx	0.5	0.6	1.0
	Qy	283	54.8	22.1
	Qz	283	338	536
10	Qx	0.5	0.6	1.0
	Qy	17.7	4.0	2.1
	Qz	17.4	20.9	33.4
30	Qx	0.6	0.7	1.2
	Qy	2.1	1.0	0.9
	Qz	1.7	2.1	3.6

Scheme (a)

by		Y=1	Y=2.5	Y=5
5	Qx	0.7	0.6	0.7
	Qy	1.1	0.8	1.6
	Qz	2.4	5.0	0.7
10	Qx	0.9	0.9	1.0
	Qy	1.2	1.0	0.8
	Qz	3.2	11.1	19.2
15	Qx	1.0	1.1	1.5
	Qy	1.3	1.1	0.8
	Qz	3.2	13.5	33.7

Scheme (b)

bz		Y=1	Y=2.5	Y=5
1	Qx	0.6	0.7	1.0
	Qy	13.1	8.4	7.7
	Qz	6.5	22.2	78.5
5	Qx	0.7	0.9	1.3
	Qy	4.2	2.5	2.3
	Qz	1.2	1.8	4.0
10	Qx	0.9	1.1	1.6
	Qy	3.5	2.1	1.9
	Qz	0.9	1.0	1.6

Scheme (c)

bx		Y=1	Y=2.5	Y=5
1	Qx	0.9	1.2	2.0
	Qy	0.9	0.7	0.7
	Qz	1.6	2.9	4.0
5	Qx	0.7	0.8	1.5
	Qy	2.0	1.8	1.5
	Qz	4.0	17.2	44.6
10	Qx	0.6	0.8	1.2
	Qy	4.9	4.5	3.8
	Qz	7.0	36.2	112

Scheme (d)

Table 4: Cofactors of modelcoordinates, derived from overlapping side-looking radar imagery.  $Y$ ,  $b_x$ ,  $b_y$  and  $b_z$  are given as multiples of the flying height

of SLAR-imagery is limited (see:  $by = 5$ ,  $Y = 5$ , table 4b). Scheme (c) can produce more accurate  $Y$ -coordinates with increasing distance from the flight track.  $Q_z$  obviously deteriorates in this direction. A larger  $bz$  reduces the size of  $Q_y$  and  $Q_z$ , whereas  $Q_x$  increases slightly.

With cross-strips (scheme (c)) there is a good definition of the model point in the vicinity of the flight lines only. With increasing  $bx$  and the object point in the distant corner of the model area, the  $Q_z$  deteriorates rapidly (e. g.  $Q_z > 100$  for  $bx = 10.H$ ,  $Y_p = 5.H$ ).

Also for the SLAR-principle there exists the possibility to arrange a convergent system such as to obtain overlapping imagery. In section 3.2 it was mentioned, that the conical convergence, as applicable in the optical-mechanical scanner, does not define a model point. Only by forward and backward directed oblique plane impulses, so that  $\varphi_0 \neq 0$ , a model can be formed with a convergent SLAR-system. An angle of convergence of  $20^\circ$  still gives disappointing results (table 4a). For  $2 \cdot \varphi_0 = 60^\circ$ , however, the cofactors improve to satisfactory values.  $Q_z$  even becomes in this case superior to the corresponding values obtainable by all other configurations. The question remains, how a convergence of  $60^\circ$  affects the interpretability of the imagery.

With reference to the correlation among the model coordinates the following results may be drawn:  $X$  is not correlated with  $Y$  and  $Z$ , except for scheme (d).  $Y$  and  $Z$  are strongly correlated. Neglecting this correlation and computing  $Y$  and  $Z$  as simple arithmetic mean of the two solutions  $Y_1, Y_2, Z_1, Z_2$ , should, for configuration (d), be avoided.

So the conclusion is:

Planimetric plotting can best be done with schemes (b) or (a), the latter with large angle of convergence ( $\sim 60^\circ$ ). Plotting of heights with the highest accuracy is possible with the last configuration.

#### 4.2.3 *Combination of Continuous Echotime and Direction Measuring Sensors*

When considering the model formation from overlapping imagery of differing characteristics, then one should not forget, that such a combination is doubtful for the following reason: the measurement of direction is most accurate right below the sensor, at a depression angle of  $90^\circ$ , whereas the measurement of echotime satisfactorily resolves terrain details only at depression angles other than  $90^\circ$ , thus up to  $75^\circ$ . The resolution properties are very different, so as the size and location of the imaged area with respect to the flight line are not similar in both systems.

For their combination, therefore, none of the proposed flight configurations could be considered an operational arrangement to produce overlapping imagery.

However, for the purpose of computing model coordinates, there exists the realistic possibility to supplement a SLAR-strip with depression angles from a simultaneous radar interferometer. This differs from the other configurations menti-

oned in sections 4.2.1 and 4.2.2, since there is no overdetermination through superfluous projection equations.

$y$	1	1.5	2.5	5
$Q_x$	1.3	1.5	2.2	5.2
$Q_y$	1.6	1.7	1.7	1.8
$Q_z$	1.0	1.3	2.5	8.4

Table 5: Cofactors of model coordinates derived from a system measuring simultaneously echo time and depression angle (Read  $Y$  instead of  $y$ )

Table 5 shows the results for such an arrangement for the following weight assumptions:

$$Q_{x0}:Q_{y0}:Q_{z0}:Q_{\varphi}:Q_{\omega}:Q_{\kappa}:Q_s:Q_{\Omega} = 1:1:0.4:0.16:0.16:0.16:0.5:0.16$$

where  $Y$  is determined rather well. In judging the numerical values, one has to bear in mind, that, besides the lack of overdetermination, the weight coefficients for the observations differ from those assumed for tables 3 and 4.

### 5. Conclusions, Recommendations

In the investigation of the model formation with remote sensing imagery the present study starts from a general projection equation, which can be specialised for the various imaging systems. The model coordinates in these equations are expressed as functions of quantities, which are assumed to be measured. The effect of various flight configurations to obtain overlapping imagery for given accuracies of measurable quantities is studied. By means of the law of error propagation, the cofactors of the model coordinates are computed for the optical mechanical scanning, the side looking radar and a combination of these two principles.

The main conclusions can be drawn from the self explanatory tables. However, one may summarize these on the basis of error propagation

(i) for optical mechanical scanning:

- scheme (b) allows for the best model formation;
- $X$ -coordinates are well determined in all configurations;
- the convergent systems are disappointing; the errors propagate unfavourably into model coordinates;
- hyperbolic scanning is superior to rectilinear scanning for convergent systems;

- there is no correlation of  $X$  with  $Y$ - and  $Z$ -coordinates, except for scheme (d);  $Y$  and  $Z$  are strongly correlated;
- (ii) for the echotime measurement:
  - scheme (b) allows for the best model formation; heights are only inaccurately defined in the middle of the model area;
  - $X$ -coordinates are generally well defined;
  - cross strips (scheme (d)) do not improve the model coordinates with respect to error propagation;
  - convergent SLAR-systems are disappointing; they only could be successful if large convergence angles are applied, e. g.  $60^\circ$ ;
  - with regard to correlation among the model coordinates the same holds as for optical mechanical scanning;
- (iii) for a combination of both principles:
  - the physical difference of the sensors hampers the realisation of the geometrical concept;
  - the measurement of the depression angle with a radar interferometer would give model coordinates of relatively high and homogenous accuracy.

With regard to further investigations it is advisable, on the basis of the obtained results, to stress concepts (a) and (b) of figure 2. It would be desirable to perform a practical test using real imagery. This, however, is only possible for scheme (b), since appropriate convergent systems with large convergence angles are not available at the present time.

The numerical values in the tables 3—5 should, as far as their absolute size is concerned, be interpreted with care since they are based on rather arbitrary assumptions for the weight coefficients of the observed quantities. Some photogrammetrists may certainly consider the resulting values for the cofactors of the model points rather large. However, the values as given in the tables concern absolute accuracy, and the coordinate errors of neighbouring points are correlated, so that control points may improve the absolute accuracy.

Further study should therefore be devoted to the implementation of stochastic filtering and interpolation of the errors of model coordinates.

#### *Acknowledgement*

I am very grateful to Prof. Dr. E. M. Mikhail for critically reading the manuscript and valuable suggestions regarding sections 3.3 and 4.1 on the method of computing model coordinates.

#### *Appendix: height accuracy obtained from optical-mechanical scanning*

##### *Convergent plane scan*

The height  $h$  of a point  $B$  with reference to a datum through point  $A$  is defined in figure 3 and can be computed by means of

$$h = \Delta P / (2 \cdot \tan \varphi_0) \qquad \Delta P \dots \text{Parallax difference}$$

where

$$\Delta P = P_A - P_B = p_A \cdot \lambda_A - p_B \cdot \lambda_B \quad P \dots \text{Parallax}$$

The scale of the imagery,  $\lambda$ , is variable in  $y$ -direction:

$$\lambda = \frac{H}{c} \cdot \left( \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} + \tan^2 \Omega \right)^{1/2}$$

The measurement of the parallax difference consists of the observation of the  $x$ -coordinates of  $A', A'', B', B''$ . Assuming a mean observational error  $\sigma_0$  in the photograph, this will lead to

$$m^2 (P_A) = 2\sigma_0^2 \cdot H^2 / (c^2 \cdot \cos^2 \varphi_0)$$

$$m^2 (P_B) = 2\sigma_0^2 \cdot \frac{H^2}{c^2} \cdot \left( \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} + \tan^2 \Omega_B \right)$$

Thus

$$m^2 (\Delta P) = \sigma_0^2 \cdot \frac{H^2}{c^2} \cdot 2 \cdot \left( \frac{2}{\cos^2 \varphi_0} + \tan^2 \Omega_B \right)$$

Taking the square root gives

$$m(h) = \frac{\sigma_0 \cdot H \cdot (\cos^2 \varphi_0 \cdot \tan^2 \Omega_B / 2 + 1)^{1/2}}{c \cdot \sin \varphi_0}$$

*Convergent conical scan*

Here,  $h$  results from

$$h = \Delta P \cdot \cos \Omega_B / (2 \cdot \tan \Phi_0) - H \cdot \cos \Omega_B \left( 1 - \frac{1}{\cos \Omega_B} \right)$$

The same consideration as above then obviously leads to

$$m(h) = \frac{\sigma_0 \cdot H \cdot (\cos^2 \Omega_B + 1)^{1/2}}{\sqrt{2} \cdot \sin \Phi_0 \cdot c}$$

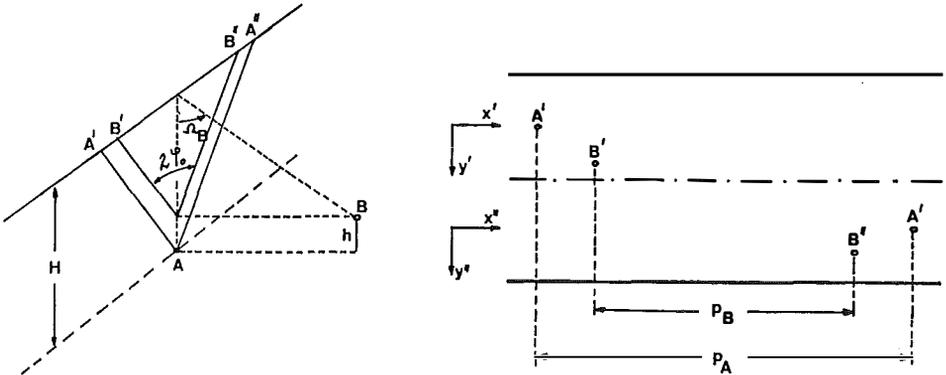


Figure 3: Definitions for derivation of height accuracy from convergent optical mechanical scanner

*Literature*

- [1] *Case, J. B.*: "The Analytical Reduction of Panoramic and Strip Photography", *Photogrammetria*, Vol. 22, pp. 127, 1967.
- [2] *Derenyi, E. E.*: "Relative Orientation of Continuous Strip Photography", Univ. of New Brunswick, Canada, 1970.
- [3] *Elms, D. G.*: "Mapping with a Strip Camera", *Photogrammetric Engineering*, Vol. XXVIII, 1962.
- [4] *Hockeborn, H. A.*: "Extraction of Positional Information from Side-Looking Radar", ISP-Symposion, Comm. II, Munich, 1970.
- [5] *Konecny, G.*: "Metric Problems in Remote Sensing", ISP-Symposion, Comm. IV, Delft, 1970, in: ITC-publ. series A nr. 50.
- [6] *LaPrade, G. L.*: "An Analytical and Empirical Study of Stereo for Radar", *Photogrammetric Engineering*, Vol. XXIX, 1963.
- [7] *LaPrade, G. L.*: "Subjective Considerations for Stereo Radar", Goodyear Aerospace Corp., Gib-9169, 1970.
- [8] *Levine, D.*: "Radargrammetry", McGraw Hill, 1960.
- [9] *Masry, S. E.*: "Analytical Treatment of Stereo Strip Photos", *Photogrammetric Engineering*, Vol. XXXV, 1969.
- [10] *Moore, R. K.*: "Heights from Simultaneous Radar and Infrared", *Photogrammetric Engineering*, Vol. XXXV, 1969.
- [11] *Moura, J. M. de.*: "Project RADAM of the Ministry of Mines and Energy", PR-Conselho Nacional de Pesquisas, Inst. de Pesquisas Espaciais, INPE, Sao José dos Campos-SP-Brasil, 1971.
- [12] *Miranda, A.*: "Radar Stereo Equipment", Goodyear Aerospace Corp., Gib-9198, 1970.
- [13] *Norvelle, F. Raye.*: "AS-11-A Radar Program", *Photogrammetric Engineering*, Vol. XXXVIII, 1972.
- [14] *Rosenfield, G. H.*: "Stereo Radar Techniques", *Photogrammetric Engineering*, Vol. XXXIV, 1968.
- [15] *DiCarlo, C., DeMeter, E.*: "DoD Data Processing Equipment for Radar Imagey", United States Department of Defense, Paper presented to FIG Congress, Wiesbaden, W.-Germany, 1971.

## **A Theoretical Random-Error Propagation Law for Anblock-Networks With Constrained Boundary**

By *P. Meissl*, Vienna

*Zusammenfassung*

Anblocknetze setzen sich aus einer großen Anzahl aneinanderliegender elementarer Figuren zusammen. Für jede Figur liegen separate photogrammetrische Messungen vor, die es gestatten, die Gestalt der Figur in einem unbekanntem Maßstab zu rekonstruieren. Ebner hat für große idealisierte Anblocknetze mit festgehaltenen Randpunkten mittels Computer numerische Fehlerstudien durchgeführt. An Hand seiner Resultate vermutete er, daß der durchschnittliche Koordinatenfehler nach strengem Ausgleich einem ähnlichen logarithmischen Gesetz folgend mit der Anzahl der Netzpunkte anwächst, wie dies vom Autor im Falle großer Nivellementnetze nachgewiesen wurde. Ebners Vermutung wird hier auf analytischem Wege bewiesen. Die genaue Form des asymptotischen Fehlergesetzes wird gefunden.

*Summary*

Anblock-networks are composed of a large number of adjacent elementary figures. For each figure separate photogrammetric measurements are taken, allowing to reconstruct the shape of the figure in an unknown scale. Ebner has performed computer simulation studies for large idealized

Anblock-networks with fixed boundary points. From his numerical results he conjectured that the average r. m. s. coordinate error after rigorous adjustment increases with the number of network points according to a logarithmic law, similar to one discovered by the author in the case of leveling networks. Ebners conjecture is proved correct by an analytical argument. The precise form of the asymptotic error propagation law is exhibited.

### 1. Introduction

In Meissl (1971) a theoretical error propagation model for photogrammetric block-networks with fixed boundary points was presented. This model reflects in a satisfactory way the random error propagation of the height errors. In a quadratic block of  $n^2$  models a suitable defined average height error grows like a constant times  $n$ . As far as horizontal errors are concerned, the above mentioned error propagation model is not satisfactory.

F. Ackermann and H. Ebner recently suggested to theoretically investigate so-called Anblock-networks in the plane. Computer simulation studies by Ebner (1970) for up to  $n = 100$  indicated a very slow growth of the point errors in such networks. Ebners conjecture was that a similar error-propagation law might hold, as was found in Meissl (1970) for idealized leveling networks. In the latter study an asymptotic growth of a certain average error like a constant times  $\sqrt[3]{\log_e(n^2)}$  was proved. In this study we shall show that Ebners conjecture is correct. The precise form of the error propagation law will be exhibited. Proofs of mathematical details will not be given, because they are essentially the same as in Meissl (1970).

### 2. A regular Anblock-network

Consider the following idealized photogrammetric triangulation problem. The preliminary position of  $(m + 1)(n + 1)$  points in the plane forms a grid as shown in the following figure<sup>1)</sup>. The elementary rectangles of the grid have side lengths  $2a$ ,  $2b$ . For each of the elementary rectangles we have a model showing the position of the four corner-points in an unknown scale. This is equivalent to a complete angular information about the configuration formed by the quadruple of points belonging to a model. The unknown scale of the models shall be approximately the same for all rectangles, and shall be approximately 1:1 to reality. The latter assumption does not restrict generality.

In each of the models the model-coordinates of the four points are measured. The model coordinate system has its origin in the center of each model. Since the approximate scale of the models is 1:1, the measured model coordinates have values approximately equal to  $\pm a$ ,  $\pm b$ . The r. m. s. error of a model coordinate measurement in  $x$  or  $y$  shall be 1. If this error is different of 1, but still the same for all measurements, then the final formulas have to be augmented by a simple factor. Zero correlation between all measurements is assumed.

All boundary points of the grid are assumed fixed. The position of the interior points of the grid shall be determined from the model measurements. Adjustment shall be rigorous.

<sup>1)</sup> The figure has been set, by technical causes on page 73.

### 3. Forming the normal equations

We briefly review the formation of the normal equations which have been used in Ebners study. Adjustment according to variation of parameters is used. The unknown parameters are

(1) the coordinates  $x_{ij}, y_{ij}, i = 1, \dots, m - 1, j = 1, \dots, n - 1$ , of the inner networks points,

(2) two translation-, one rotation-, and one scale parameter for each model.

As translation parameters for the  $k$ -th model we take the unknown position  $\xi_k, \eta_k$  of the model-center in the network coordinate system. The rotation parameter  $\varphi_k$  is the angle by which the model coordinate system is rotated with respect to the network system. The scale parameter  $\mu_k$  refers to the unknown model-scale.

Approximate values for the coordinates are in an obvious way obtained from the figure. For  $\xi_k, \eta_k$  the centers of the rectangles are taken, while  $\varphi_k = 0, \mu_k = 1$  holds approximately for all models.

The linearized observation equation for the  $k$ -th model are

$$\begin{aligned} \delta x_k^{(r)} + v_k^{(r)} &= \Delta x_k^{(r)} - \Delta \xi_k + (y_k^{(r)} - \eta_k) \Delta \varphi_k - (x_k^{(r)} - \xi_k) \Delta \mu_k \\ \delta y_k^{(r)} + w_k^{(r)} &= \Delta y_k^{(r)} - \Delta \eta_k - (x_k^{(r)} - \xi_k) \Delta \varphi_k - (y_k^{(r)} - \eta_k) \Delta \mu_k \quad r = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

Explanation of symbols:  $\delta x_k^{(r)}, \delta y_k^{(r)}$ : deviation of measured model coordinates of model point No.  $r$  from approximate values  $\pm a, \pm b$ .  $v_k^{(r)}, w_k^{(r)}$ : corrections to model coordinate measurements.  $\Delta x_k^{(r)}, \Delta y_k^{(r)}$ : variation of the coordinates  $x_k^{(r)}, y_k^{(r)}$  of the network point corresponding to model point No.  $r$ .  $\Delta \xi_k, \Delta \eta_k$ : variation of model center.  $\Delta \varphi_k, \Delta \mu_k$ : variation of model orientation and scale.

In the usual way one forms normal equations for each model. The weight matrix is the identity. The parameters  $\Delta \xi_k, \Delta \eta_k, \Delta \varphi_k, \Delta \mu_k$  are eliminated by a standard procedure. The normal equations of all models are summed to form the final normal equations. It is seen that the problem completely decomposes into an  $x$  and  $y$  problem with identical normal equation matrix  $N$ .  $N$  is implied by

$$-\alpha \Delta x_{i-1,j} - \beta \Delta x_{i,j-1} + 2\Delta x_{i,j} - \beta \Delta x_{i,j+1} - \alpha \Delta x_{i+1,j} = \text{right hand side}$$

$$\Delta x_{i,0} = \Delta x_{i,n} = \Delta x_{0,j} = \Delta x_{m,j} = 0$$

$$i = 1, \dots, m - 1, j = 1, \dots, n - 1$$

Thereby we have denoted:

$$\alpha = \frac{1 + \bar{a}^2 - \bar{b}^2}{2}, \quad \beta = \frac{1 - \bar{a}^2 + \bar{b}^2}{2},$$

with

$$\bar{a} = a/\sqrt{a^2 + b^2}, \quad \bar{b} = b/\sqrt{a^2 + b^2}.$$

We have described the  $x$ -problem. The formally identical  $y$ -problem is obtained replacing  $\Delta x_{ij}$  by  $\Delta y_{ij}$ .

The normal equation matrix  $N$  is inverted, yielding the covariance matrix  $M = N^{-1}$  of the adjusted coordinates.

#### 4. Results

An analytical formula for  $M$  can be given. It is obtained by a slight modification of the equations in Varga (1962), section 6.1. The formula for the element in the row No.  $i, j$ , column No.  $p, q$  of  $M$  is given by

$$m_{i,j;p,q} = \frac{4}{mn} \sum_{r=1}^{m-1} \sum_{s=1}^{n-1} \frac{1}{\lambda_{r,s}} \sin \frac{ir\pi}{m} \sin \frac{js\pi}{n} \sin \frac{pr\pi}{m} \sin \frac{qs\pi}{n},$$

$$\lambda_{r,s} = 4\alpha \sin^2 \left( \frac{r\pi}{2m} \right) + 4\beta \sin^2 \left( \frac{s\pi}{2n} \right).$$

Form the trace of  $M$ , i. e.

$$tr(M) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} m_{i,j;i,j}.$$

Define an average error measure  $\tau$  by

$$\tau = \sqrt{\frac{tr(M)}{(m-1)(n-1)}}.$$

The asymptotic behavior of  $\tau$  is given by:

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{4\pi\sqrt{\alpha\beta}}} \sqrt{\log_e(mn)} + o\left(\frac{1}{\sqrt{\log_e(mn)}}\right),$$

$$\text{for } m \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty \text{ and } c_1 \leq \frac{m}{n} \leq c_2$$

with some positive constants  $c_1, c_2$ .

Of course, any other asymptotic error information can be obtained from the formula for  $M$ . The asymptotic behavior of the r. m. s. error in  $x$  or  $y$  of the midpoint of the network is for example also given by that of  $\tau$ .

#### 5. Conclusion

The essential result appears to be that the error propagation in these Anblock-networks has a very slow growth rate. Similar slow growth rates have been observed for the horizontal errors in photogrammetric block triangulation networks with strong boundary control, Brown (1971). It is therefore tempting to assume that the above logarithmic error propagation law also holds for bundle block networks. This, however, should be proved rigorously.

### References

*Brown, D. B.* (1971): Analytical Aerotriangulation versus Ground Surveying. Paper presented at ASP-ACSM Fall Convention and Symposium on Computational Photogrammetry, San Francisco, California.

*Ebner, H.* (1970): Die theoretische Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke mit bis zu 10000 unabhängigen Modellen. Bildmessung und Luftbildwesen, vol. 38, p. 225–232.

*Meissl, P.* (1970): Über die Fehlerfortpflanzung in gewissen regelmäßigen flächig ausgebreiteten Nivellementnetzen. Zeitschrift für Vermessungswesen, vol. 95, p. 103–109.

*Meissl, P.* (1971): A theoretical analysis of the random error propagation in large photogrammetric blocks. Proceedings of ASP Technical Sessions and Symposium on Computational Photogrammetry. ASP-ACSM Fall-Convention, San Francisco, California.

*Varga, R. S.* (1962): *Matrix Iterative Analysis*. Prentice-Hall.

## Analytische Behandlung einiger Grundaufgaben der Zweimedien- Photogrammetrie

Von *Uwe Girndt*, Graz

### 1. Einleitung

Bei der herkömmlichen Definition der Photogrammetrie wird normalerweise vorausgesetzt, daß die Projektionsstrahlen bei der Aufnahme außerhalb des Kameraobjektives nur ein Medium durchlaufen (Einmedien(EM)-Photogrammetrie). Erweitert man diese Definition auf mehrere Medien, so erhält man den Begriff der Mehrmedien(MM)-Photogrammetrie. Ihr einfachster Spezialfall ist die Zweimedien(ZM)-Photogrammetrie. Sie unterscheidet sich von der EM-Photogrammetrie dadurch, daß das Meßbild nur den Strahlengang bis zur Grenzfläche der beiden Medien vermittelt. Über den Verlauf der gebrochenen Strahlen kann erst bei Kenntnis der Lage und Form dieser Trennfläche sowie der optischen Eigenschaften der beiden Medien eine Aussage gemacht werden.

Die einfachste Grenzfläche ist eine Ebene. Bei ihr treten zu den den Strahlenverlauf bestimmenden Größen gegenüber der EM-Photogrammetrie 4 weitere Parameter hinzu: 3 Parameter, die die Lage der Trennebene festlegen und ein Parameter, der die optischen Eigenschaften des zweiten Mediums relativ zum ersten angibt (Brechungsindex).

### 2. Das Abbildungsgesetz

Das Abbildungsgesetz stellt die mathematischen Beziehungen zwischen den Objektpunkten  $P$  und den Bildpunkten  $P'$  dar (Fig. 1).

Es kann in der Form der Funktion

$$\mathbf{p}_0' = f(\mathbf{x}) \quad \dots \quad (1)$$

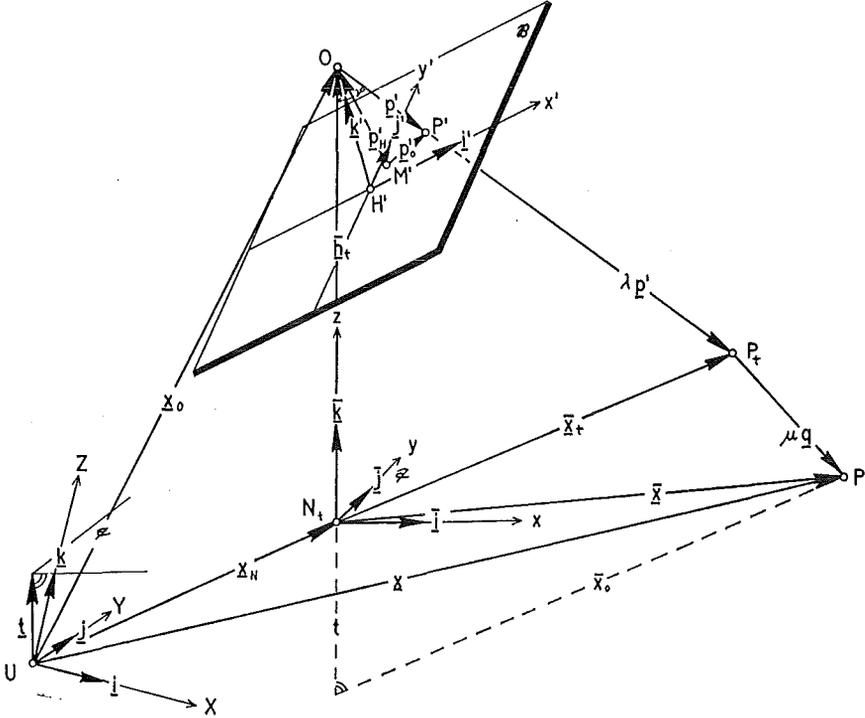
ausgedrückt werden. Diese enthält neben den Variablen der Objektkoordinaten  $\mathbf{x}$  die Konstanten der Abbildung. Es sind dies die 6 Daten der äußeren Orientierung,

die drei Parameter der inneren Orientierung und die 4 Größen, die die Lage und die optischen Eigenschaften des zweiten Mediums charakterisieren. Insgesamt ist also

$$\mathbf{p}'_0 = f(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, \mathbf{r}'_u, \mathbf{p}'_H, t, n) \quad \dots (2)$$

mit

$\mathbf{r}'_u^T = (\varphi'_u, \omega'_u, \kappa'_u)$  — Parameter der Orientierungsmatrix und  $n$  — Brechungsindex des zweiten Mediums.



Die Funktion  $f$  ist z. B. in [1] abgeleitet. Das Hauptproblem liegt dabei in der Ermittlung des Einfallspunktes  $P_t$ , dessen Lage auf der Trennebene  $t$  aus dem Brechungsgesetz folgt. Eine strenge Lösung dieser Aufgabe führt auf eine Gleichung 4. Grades. Numerisch günstiger ist eine iterative Lösung (siehe z. B. [1], [2]).

### 3. Der räumliche Rückwärtsschnitt

In der EM-Photogrammetrie erfordert der räumliche Rückwärtsschnitt bei bekannter innerer Orientierung die Bestimmung von 6 Unbekannten. In der ZM-Photogrammetrie treten die drei Parameter der Trennebene und eventuell der Brechungsindex hinzu. Es sind also insgesamt 10 Größen zu ermitteln. Bei unbekannter innerer Orientierung ergeben sich 13 Unbekannte. Es sind dies

- die 3 Koordinaten des Aufnahmezentrums  $O$ ,
- die 3 Parameter der Orientierungsmatrix,

die 3 Parameter der inneren Orientierung,  
die 3 Parameter der Trennebene  $t$  und  
der Brechungsindex  $n$ .

Für eine Bestimmung der Unbekannten durch Ausgleichung müssen Näherungswerte gegeben sein. In den meisten Fällen lassen sich diese bei der Aufnahme unmittelbar mit ausreichender Genauigkeit ermitteln.

Betrachtet man die gegebenen Paßpunktkoordinaten zunächst als „fehlerfreie“ Größen, so sind bei einer vermittelnden Ausgleichung die Beobachtungen (Bildkoordinaten) durch die Unbekannten auszudrücken. Es ist also von der Gleichung (2) auszugehen. Jeder Bildpunkt liefert zwei Verbesserungsgleichungen. Diese können außer den genannten 14 Unbekannten noch nicht gemessene Objektkoordinaten enthalten, die als zusätzliche Unbekannte in die Ausgleichung einbezogen werden können. Die Zahl der Übereinstimmungen  $\ddot{u}$  ist also bei  $n$  Punkten,  $k$  gegebenen Koordinaten und  $u$  Unbekannten

$$\ddot{u} = 2n - u - (3n - k) = k - u - n. \quad \dots (3)$$

Jeder Raumpaßpunkt liefert zwei und jeder Lagepaßpunkt eine Bestimmungsgleichung für die Unbekannten. Bei  $u = 13$  ist das Problem eindeutig lösbar, wenn z. B. 6 Raum- und 1 Lagepaßpunkt gegeben sind. Ist die innere Orientierung bekannt ( $u = 10$ ), so genügen insgesamt 5 Raumpaßpunkte.

Bei einer strengen Ausgleichung wird man auch die Paßpunktkoordinaten als verbesserungsbedürftige, beobachtete Größen betrachten müssen. An die Stelle der vermittelnden Ausgleichung tritt dann die bedingte Ausgleichung mit Unbekannten (Allgemeinfall der Ausgleichungsrechnung). Die Bedingungsgleichungen mit Unbekannten folgen aus der durch Differentiation linearisierten Gleichung (2). Jeder Paßpunkt liefert zwei Gleichungen der Form

$$\begin{aligned} v_{x'} - \begin{pmatrix} a_1 & 4 \\ a_1 & 5 \\ a_1 & 6 \end{pmatrix}^T v_x - \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ a_1 & 2 \\ a_1 & 3 \end{pmatrix}^T dx_0 - \begin{pmatrix} a_1 & 7 \\ a_1 & 8 \\ a_1 & 9 \end{pmatrix}^T dt - a_{1 \ 10} \cdot dn - \begin{pmatrix} a_1 & 11 \\ a_1 & 12 \\ a_1 & 13 \end{pmatrix}^T dr'_u \\ - \begin{pmatrix} a_1 & 14 \\ a_1 & 15 \\ a_1 & 16 \end{pmatrix}^T dp'_{H} + (x' - x'^0) = 0, \quad \dots (4a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{y'} - \begin{pmatrix} a_2 & 4 \\ a_2 & 5 \\ a_2 & 6 \end{pmatrix}^T v_x - \begin{pmatrix} a_2 & 1 \\ a_2 & 2 \\ a_2 & 3 \end{pmatrix}^T dx_0 - \begin{pmatrix} a_2 & 7 \\ a_2 & 8 \\ a_2 & 9 \end{pmatrix}^T dt - a_{2 \ 10} \cdot dn - \begin{pmatrix} a_2 & 11 \\ a_2 & 12 \\ a_2 & 13 \end{pmatrix}^T dr'_u \\ - \begin{pmatrix} a_2 & 14 \\ a_2 & 15 \\ a_2 & 16 \end{pmatrix}^T dp'_{H} + (y' - y'^0) = 0. \quad \dots (4b) \end{aligned}$$

((4a) und (4b) gelten für Raumpaßpunkte. Sind einzelne Objektkoordinaten nicht gegeben, so sind die Verbesserungen durch die entsprechenden Unbekannten zu ersetzen.)

Damit ergibt sich ein Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{A}^T \mathbf{v} + \mathbf{B}^T \mathbf{x} + \mathbf{w} = 0, \quad \dots (5)$$

das nach einem der bekannten Verfahren auszugleichen ist.

#### 4. Die räumliche Doppelpunkteinschaltung

Setzt man die innere Orientierung sowie den Brechungsindex als bekannt voraus, so erfordert die räumliche Doppelpunkteinschaltung in der ZM-Photogrammetrie die Bestimmung von 15 Unbekannten. Es treten nämlich zu den 12 Unbekannten der EM-Photogrammetrie wieder die 3 Parameter der Trennfläche hinzu. Die Unbekannten können auch hier genau wie in der EM-Photogrammetrie entweder durch Ausgleichung in einem Guß alle gemeinsam oder in den beiden Schritten der gegenseitigen und der absoluten Orientierung in zwei Gruppen bestimmt werden.

##### 4.1 Gemeinsame Bestimmung aller Unbekannten

Betrachtet man die gegebenen Objektkoordinaten als „fehlerfrei“, so kann die Ausgleichung vermittelnd oder bedingt durchgeführt werden. Bei einer vermittelnden Ausgleichung sind die Formeln (4) für zwei Projektionszentren anzusetzen. Für jeden in beiden Bildern angemessenen Objektpunkt erhält man 4 Verbesserungsgleichungen. Bei der bedingten Ausgleichung ergeben sich für jedes homologe Punktpaar eine Schnitt- und ebensoviel Koordinatenbedingungen wie Objektkoordinaten gegeben sind. Werden die Paßpunktkoordinaten als Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt, so erhält man in beiden Fällen eine bedingte Ausgleichung mit Unbekannten.

Beim ersten Lösungsweg sind die für den räumlichen Rückwärtsschnitt geltenden Formeln lediglich auf zwei Projektionszentren zu erweitern. Jeder Objektpunkt liefert 4 Bedingungsgleichungen mit Unbekannten. Diese enthalten wieder außer den  $u$  Unbekannten der Aufnahmedispositionen alle nicht gemessenen Objektkoordinaten als zusätzliche Unbekannte. Die Zahl der Überbestimmungen ist also

$$\ddot{u} = 4 p_R + 3 p_L + 2 p_H + p_N - u. \quad \dots (6)$$

Dabei bedeuten  $p_R$  die Anzahl der Raum-,  $p_L$  die der Lage- und  $p_H$  die der Höhenpaßpunkte.  $p_N$  ist die Zahl der Neupunkte. Bei  $u = 15$  sind z. B. 3 Raumpaßpunkte und 1 Lagepaßpunkt zur eindeutigen Lösung des Problems ausreichend.

Die Ausgleichung ist ganz analog der beim räumlichen Rückwärtsschnitt.

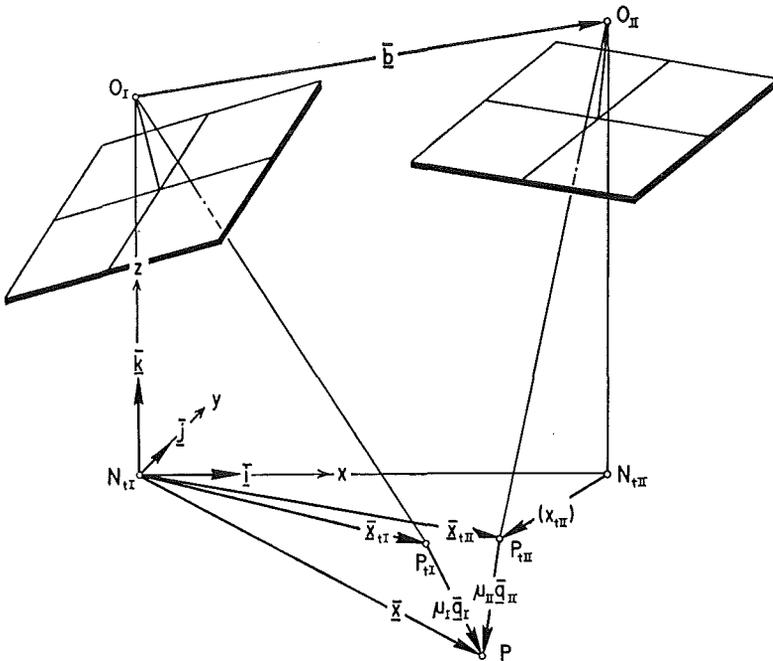
##### 4.2 Orientierung in zwei Schritten (Modellverfahren)

Bei der räumlichen Doppelpunkteinschaltung wird genau wie in der EM-Photogrammetrie zunächst in der gegenseitigen Orientierung ein „Modell“ hergestellt, das dann in der absoluten Orientierung auf die gegebenen Paßpunkte einge-

paßt wird. Dabei gleicht die absolute Orientierung vollkommen der in der EM-Photogrammetrie. Es handelt sich auch hier um eine räumliche Drehstreckung, durch die 7 Unbekannte bestimmt werden. Für die relative Orientierung verbleiben somit 8 Unbekannte (die innere Orientierung und der Brechungsindex seien bekannt). Neben der gegenseitigen Lage der Aufnahmekammern (5 Unbekannte) muß nämlich noch die Lage einer Kammer relativ zur Trennebene  $t$  (3 Unbekannte) bekannt sein, da diese den Strahlenverlauf mitbestimmt. Die gegenseitige Orientierung ist also vollzogen, wenn in 8 Punkten des aus den gebrochenen Strahlen gebildeten Modells die Vertikalparallaxen verschwinden. Zusätzlich kann auch noch der Brechungsindex  $n$  als Unbekannte der gegenseitigen Orientierung betrachtet werden.

#### 4.2.1 Unabhängige Bildpaare

Für die gegenseitige Orientierung unabhängiger Bildpaare wird ein Koordinatensystem eingeführt, dessen  $x$ - $y$ -Ebene in der Trennebene  $t$  liegt und dessen  $z$ -Achse durch das linke Aufnahmezentrum  $O_I$  geht (Fig. 2). Die  $x$ -Achse enthält den Nadirpunkt der zweiten Aufnahme  $N_{II}$ . Als Unbekannte sollen hier die Orientierungswinkel der beiden Kamern (6 Unbekannte) und die Höhen der Aufnahmezentren über  $t$  im Maßstab der Basis (2 Unbekannte) eingeführt werden. Die Länge der Projektion der Basis auf  $t$   $b = x_{0II}$  wird beliebig vorgegeben. Alle anderen Strecken ergeben sich damit in diesem Maßstab.



Das hier angewandte Verfahren wird in der EM-Photogrammetrie als Modellverfahren bezeichnet. Es fußt auf der Bedingung, daß sich homologe gebrochene

Projektionsstrahlen in einem Punkte schneiden müssen. Diese Schnittbedingung lautet in Determinantenschreibweise

$$D = |(\bar{x}_{III} - \bar{x}_{II}), \bar{q}_I, \bar{q}_{II}| = 0. \quad \dots (7)$$

Sie besagt, daß die drei Vektoren  $(\bar{x}_{III} - \bar{x}_{II})$ ,  $\bar{q}_I$  und  $\bar{q}_{II}$  in einer Ebene liegen.

Jedes homologe Punktepaar liefert eine derartige Gleichung. Sind mehr Gleichungen als Unbekannte gegeben, so liegt ein Ausgleichungsproblem vor. Die Linearform der Bedingungsgleichungen mit Unbekannten für diese Ausgleichung erhält man, indem man  $D$  nach den Beobachtungen und nach den Unbekannten differenziert

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} e_{17} & I \\ e_{18} & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} v_{x'I} \\ v_{y'I} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{17} & II \\ e_{18} & II \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} v_{x'II} \\ v_{y'II} \end{pmatrix} + e_{3I} \cdot dz_{0I} + e_{3II} \cdot dz_{0II} + \\ & e_{10} \cdot dn + \begin{pmatrix} e_{11} & I \\ e_{12} & I \\ e_{13} & I \end{pmatrix}^T d\mathbf{r}_I + \begin{pmatrix} e_{11} & II \\ e_{12} & II \\ e_{13} & II \end{pmatrix}^T d\mathbf{r}_{II} + e_0 = 0. \quad \dots (8) \end{aligned}$$

#### 4.2.2 Folgebildanschluß

Beim Folgebildanschluß ist die Lage der zweiten Kammer relativ zur ersten festzulegen. Die Aufnahmedispositionen der linken Kammer werden nicht verändert. Es sind also lediglich 6 Unbekannte zu ermitteln. Die Lage der Trennebene wurde bereits im vorigen Modell bestimmt, dadurch entfallen hier gegenüber der relativen Orientierung unabhängiger Bildpaare zwei Parameter. Die Unbekannten sind

$$\mathbf{r}_{II} = (\varphi_{II}, \omega_{II}, \kappa_{II})^T, \bar{\mathbf{x}}_{0II} = (x_{0II}, y_{0II}, z_{0II})^T.$$

Bei dieser Wahl der Unbekannten ist der Maßstab des Modells festgelegt. Er wird aus dem vorherigen Modell übernommen.

Die Bedingungsgleichungen mit Unbekannten für eine Ausgleichung folgen wieder aus den Differentialen der Schnittbedingung. Sie haben die Form

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} e_{F17} & I \\ e_{F18} & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} v_{x'I} \\ v_{y'I} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{F17} & II \\ e_{F18} & II \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} v_{x'II} \\ v_{y'II} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{F1} & II \\ e_{F2} & II \\ e_{F3} & II \end{pmatrix}^T \cdot d\bar{\mathbf{x}}_{0II} + \\ & + \begin{pmatrix} e_{F11} & II \\ e_{F12} & II \\ e_{F13} & II \end{pmatrix}^T \cdot d\mathbf{r}_{II} + e_{F0} = 0. \quad \dots (9) \end{aligned}$$

#### 5. Genauigkeitsbetrachtungen

Das Hauptanwendungsgebiet der ZM-Photogrammetrie ist zur Zeit die Vermessung küstennaher Bereiche des Meeresbodens aus der Luft. Bei diesen Aufnahmedispositionen (große Flughöhe und geringe Wassertiefe) liegen genähert die Bedingungen des Normalfalles der EM-Photogrammetrie vor. Es gelten daher die dortigen Verhältnisse auch hier. Danach erscheint es grundsätzlich unzweckmäßig,

die innere Orientierung in die Ausgleichung mit einzubeziehen (vgl. [8]). Da infolge der geringen Wassertiefe der Einfluß des zweiten Mediums auf die Lage der Objektpunkte nur relativ gering ist, machen sich kleine Verschiebungen der Trennebene kaum bemerkbar. Das bedeutet, daß die Höhe der Trennebene  $t$  nur sehr ungenau aus einer Ausgleichung bestimmt werden kann. Aus dem gleichen Grunde lassen sich aber trotzdem theoretisch für Neupunkte die gleichen Genauigkeiten wie in der EM-Photogrammetrie erreichen. In der Praxis sind die Verhältnisse allerdings infolge Abweichungen der Trennfläche von einer Ebene, schlechte Sichtverhältnisse im Wasser usw. ungünstiger.

#### *Literatur*

- [1] *Höhle, J.*: Zur Theorie und Praxis der Unterwasser-Photogrammetrie. München 1971, DGK Reihe C: Dissertationen, Heft Nr. 163.
- [2] *Rinner, K.*: Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie. Ö.Z.f.V., Sonderheft 5, 1948.
- [3] *Rinner, K.*: Zweimedienphotogrammetrie (Manuskript zu Jordan-Eggert-Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde, Band IIIa).
- [4] *Zaar, K.*: Zweimedienphotogrammetrie. Ö.Z.f.V., Sonderheft 4, 1948.
- [5] *Rinner, K.*: Problems of two-medium-photogrammetry. Phm. Engin. 35, 1969, S. 275.
- [6] *Schmutter, B. und Bonfiglio, L.*: Orientation problems in twomedium-photogrammetry. Phm. Engin. 33, 1967, S. 1421.
- [7] *Schmutter, B. und Bonfiglio, L.*: Problems of two-medium-photogrammetry. Haifa 1965.
- [8] *Pietschner, J.*: Grundlagen der analytischen Photogrammetrie. Vermessungstechnik 1969, Heft 6, S. 216.

## Mitteilungen

### Deutscher Geodätentag 1972

Der Deutsche Verein für Vermessungswesen (DVW) e. V. veranstaltet in der Zeit vom 20. bis 23. September 1972 in Braunschweig den 57. Deutschen Geodätentag.

Die Tagung steht unter dem Motto „*Geodäsie als Natur- und Ingenieurwissenschaft*“ mit Schwerpunkten auf Hydrographische Vermessungen, Elektronischer Tachymetrie, Bauvermessung sowie Bodenordnung und Bodenwirtschaft. Daneben ist ein reichhaltiges Rahmenprogramm vorgesehen, aus dem ein Besuch der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt Braunschweig (PTB) sowie eine Harzrundfahrt besonders hervorzuheben sind.

Anmeldungen sind zu richten an die  
Geschäftsstelle des Vorbereitenden Ausschusses  
für den 57. Deutschen Geodätentag

*D 3300 Braunschweig*

Katasteramt, Adolfstraße 60,

die auch alle Auskünfte erteilt und Anfragen beantwortet.

### XXVII. Ordentliche Hauptversammlung des Österreichischen Vereines für Vermessungswesen

Zeit: Mittwoch, 4. Oktober 1972, 16 Uhr s. t.

Ort: wird noch bekanntgegeben

- Tagesordnung:*
1. Genehmigung des Protokolles der letzten Hauptversammlung
  2. Bericht des Vorsitzenden, des Schriftführers und der Schriftleitung
  3. Kassenbericht und Bericht der Rechnungsprüfer
  4. Festsetzung des Mitgliedsbeitrages
  5. Bericht der Arbeitsgemeinschaften
  6. Neuwahl der Vereinsleitung und der Rechnungsprüfer
  7. Allfälliges

Dipl.-Ing. F. Stritzko e. h.  
Schriftführer

em. o. Prof. Dr. A. Barvir e. h.  
Vorsitzender

### Ordentliche Hauptversammlung der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

Zeit: Mittwoch, 4. Oktober 1972, 17 Uhr s. t.

Ort: wird noch bekanntgegeben

- Tagesordnung:*
1. Begrüßung der Mitglieder
  2. Bericht des Vorsitzenden
  3. § 18 der Satzungen (Neuwahlen und Kassenbericht)
  4. Allfälliges

Dr. J. Bernhard e. h.  
Sekretär

o. Prof. Dr. K. Rinner e. h.  
Vorsitzender

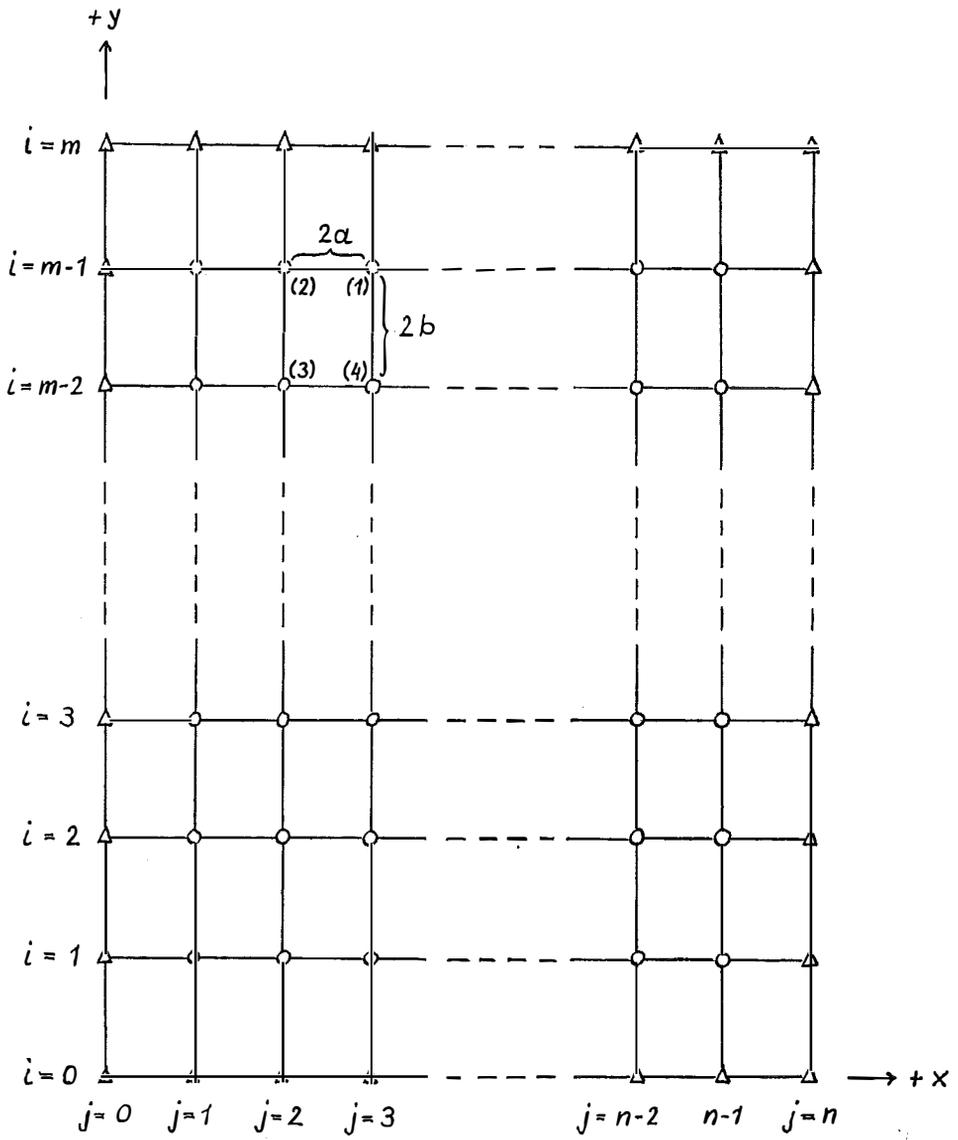
## Zeitschriftenschau

Zusammengestellt im amtlichen Auftrag von Bibliotheksleiter Techn. Oberinsp. *Karl Gartner*. Die hier genannten Zeitschriften liegen in der Bibliothek des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien I, Hofburg, auf.

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Karlsruhe 1972: Nr. 1. *Bähr, H.-P.*: Daseinsvorsorge und Katastersubstanz. — *Apel, H.*: Die Ausführung von Fortführungsvermessungen. — *Kaestner, H.*: Über die neuen Richtlinien und Anweisungen für den Aufbau und die Erhaltung des trigonometrischen Festpunktfeldes (TP-Erlässe). — Nr. 2. *Hallermann, L.*: Überblick über die auf dem Markt befindlichen Nahbereichsentfernungsmesser und deren Einsatz bei der Punktaufnahme. — *Felleitschin, V.*: Erfahrungen mit dem elektrooptischen Kurzdistanzmeßgerät Tellurometer MA 100. — *Bartsch, E.*: Maßstabskontrollen im TP-Feld 1. Ordnung in Hessen. — *Ruopp, M.*: Abstecken mit elektronischen Tachymetern. — *Meixner, H.*: Untertägige Entfernungsmessung mit dem EOK 2000.

*Bildmessung und Luftbildwesen*, Karlsruhe 1972: Nr. 1. *Bauer, H.*: 33. Photogrammetrische Wochen 1971 in Karlsruhe (Bericht). — *Kraus, K.*: Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie. — *Bosman, E. R., Eckhart, D. and Kubik, K.*: Delft — A Programme System for Surface Approximation. — *Torlegard, K.*: Digital Terrain Models — General Survey and Swedish Experiences. — *Kölbl, O.*: Selbstkalibrierung von Aufnahmekammern. — *Albertz, J.*: Blocktriangulation ohne Punktübertragung. — *Schwebel, R.*: Planicart E2 — ein neues Stereokartiergerät. — *Hofmann, O.*: Ein neues multispektrales Satelliten-Bildaufnahmesystem. — *Meier, H.-K.*: Zur Filmplanlage in Luftbildkammern. — *Seeger, E.*: Symposium über Orthophotographie und Orthophotokarten (Bericht). — Nr. 2. *Burkhardt, R.*: Max Gasser — ein Erfinderleben. — *Stephani, M.*: Zur Verwendung von Höhendifferenzen in einer Zweistufenausgleichung mit Modellen. — *Meyer, K.*: Entzerrung nach Einstelldaten. — *König, K.*: Wahl des Bildmaßstabes bei der Verwendung von Orthophotos zur Kartenfortführung. — *Lehmann, G.*: Zur Koordinaten- und Streckengenauigkeit photogrammetrischer Modellauswertungen. — *Okamoto, A. und Höhle, J.*: Allgemeines Orientierungsverfahren in der Zwei- und Mehrmedien-Photogrammetrie und seine Erprobung (wird fortgesetzt).

To P. Meissl; see p. 62



Regular Anblock-Network

Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, Florenz 1971: Nr. 4. *Proverbio, E.* et *Uras, S.*: Latitude observation data processing by digital computer. — *Tomelleri, V.*: The astro-metric series for equatorial coordinates and the generalized method of dependences in astrography for artificial satellites of the earth. — *Fondelli, M.*: An application of spectral and harmonic analysis to the examination of the graduations of the circles. — *Busà, G.*: Eötvösian variometric campaign in the Borgo Grotta Gigante area near Trieste.

The Canadian Surveyor, Ottawa 1971: Nr. 6. *Blachut, T. J.*: Cartographie Intégrée à Grande Échelle. — *van Wijk, M. C.*: Test Areas and Targeting in the Hull Project. — *Ziemann, H.*: Image Deformation — A Discussion of Several Contributing Sources. — *Kratky, Vl.*: Normes de Précision pour les Points de Contrôle Photogramétriques au Sol. — *Kratky, Vl.*: Use of Aerial Triangulation in Large-Scale Mapping. — *van Wijk, M. C.*: Arpentages sur le Terrain et Photogrammétrie dans le Projet Cartographique de Hull. — *Marsik, Z.*: Use of Rectified Photographs and Differentially Rectified Photographs for Photo Maps. — *Sima, J.*: Compilation Photogrammétrique de Cartes Urbaines aux échelles de 1:1000 et 1:500. — *Blachut, T. J.*: Winter Photographs in Cadastral Surveying.

Geodetický a kartografický obzor, Praga 1972: Nr. 1. *Vykutíl, J.*: Umwandlung bestimmter Azimute auf Richtungswinkel mittels Kreisetheodolit. — *Kubáček, L.*: Über ausgeglichene Werte (wird fortgesetzt). — *Kosař, K.*: Der Gebrauch des Mikrofilms bei der Kartenherstellung. — Nr. 2. *Krudenc, J.* und *Nipl, Z.*: Ausfertigung der komplexen Summarisierung der Sektoren-Übersichten über die Fläche von Kulturen nach den Daten der Liegenschaftsevidenz auf der Rechenanlage DP 100. — *Kotschetow, F. G.*: Technologisch-organisatorische Ketten und Vervollkommnung geodätischer Geräte.

Geodézia és Kartográfia, Budapest 1971: Nr. 4. *Bayer, E.*: Die Berücksichtigung des lunisolaren Effektes in den geodätischen Beobachtungen in Ungarn. — *Homoródi, L.*: Die Sorgen bezüglich der Geodätenausbildung in Ungarn und im Ausland. — *Gebry, J.*: Die Fehlerverteilung der mit Luftbildtriangulation gemessenen Reihen mit kontinuierlichen Funktionen. — *Halmos, F., Kádár, I.* und *Karsay, F.*: Genauigkeitsuntersuchungen an richtungs- und streckenmessenden Triangulations- und Satellitennetzen. — *Tamás, L.*: Die Berechnung der Kubatur von Erdbauten aus Koordinaten. — *Nagy Szabó, T.*: Die Vermessung unserer Städte und Siedlungen städtischen Charakters. — *Földi, E.*: Die Erfahrungen bei der Herstellung des Internationalen Atlases. — *Földváry-Varga, M.*: Die Rechenmaschine Olivetti P 101 und ihre Anwendung in der Geodäsie. — Nr. 5. *Joó, I.*: Die künstlichen Erdsatelliten in der praktischen Geodäsie. — *Tymowski, St. J.*: Der Drahtdurchhang und die Messung des Durchhanges. — *Hönyi, E.*: Die Ausgleichung der vollständigen Richtungssätze, wenn die Richtungen verschiedene Gewichte haben. — *Ódor, K.*: Eine fehlertheoretische Untersuchung der Kranbahnkontrollmessungen im Falle von großen Spannweiten. — *Földváry-Varga, M.*: Genauigkeitsuntersuchung der mit der Olivetti P-100 durchgeführten geodätischen Rechnungen. — *Bátkai, S., Csapó, M.* und *Jancsó, Gy.*: Die Genauigkeit der mittels Stereotop durchgeführten Baumhöhenbestimmungen. — *Remetey-Fülöpp, G.*: Ein neues geodätisches Programmsystem: GEOPS. — Nr. 6. *Joó, I.*: Die gegenwärtige Lage der Prüfung der rezenten vertikalen Erdkrustenbewegungen in Ost-Europa. — *Szabó, B.*: Gedanken zur Änderung unseres Projektionssystem. — *Winkler, Gy.*: Die wahrscheinlichste Passung bei Absteckungen auf Grund von alten Karten. — *Nagy, J.*: Eine neuartige Technologie der photogrammetrischen Punktverdichtung. — *Alpár, Gy.*: Beiträge zum Artikel „Die Fehlerverteilung der mit Luftbildtriangulation gemessenen Reihen mit kontinuierlichen Funktionen“. — *Gebry, J.*: Beantwortung der Beiträge von Alpár, Gy. — *Ugrin, N.*: Raumphotogrammetrische Instrumente zur Wiederherstellung von bildschaffenden Strahlenbündeln. — *Székelly, D.*: Die Grundlagen der farbigen Luftbildaufnahme.

Géomètre, Paris 1972: Nr. 1. *Firmeninformation*: Le Tachéomètre STA28. *Kuloyi, A.*: La profession de géomètre en Afrique. — *Laudyn, I.*: Mesures de déplacement du barrage poids pendant

la construction et le remplissage de la retenue. — *Nr. 2. Germain, R.*: Promesses et menaces de l'ordinateur. — *Bjerhammar, A.*: La deuxième génération des télémètres. — *Wolf, E.*: Quelques remarques sur le mesurage paralactique des distances à la stadia.

Maanmittaus, Helsinki 1971: *Nr. 3–4. Koppinen, I.*: Die Konstruktion der Fixmarken der Landesvermessung. — *Hirvonen, R. A.*: Die Lösung der Normalgleichungen mit den elektronischen programmierbaren Tischrechenautomaten.

Nederlands Geodetisch Tijdschrift, Soest 1971: *Nr. 7. van der Schans, R.*: Allocation by ranking. — *Nr. 8. Dekker, H. A. L. and Thiadens, H.*: Experiences with the Zeiss RMK A 60/23. — *Nr. 9. Wemelsfelder, P. J.*: Mean sea-level as a fact and as an illusion. — *de Munck, J. C.*: Methoden der Positionsbestimmung auf See. — *Nr. 10. Roelofs, R.*: Ozean und Geodäsie. — 1972: *Nr. 1. Koen L. A.*: Leitungsstraßen.

Photogrammetria, Amsterdam 1971: *Nr. 4. Lo, C. P.*: A typological classification of buildings in the city centre of Glasgow from aerial photographs. — *Ducher, G. and Paul, S.*: Orthophotomélevation et stéréophotographie (Orthophoto elevation and stereophoto topography). — *Nr. 5. Braum, F.*: Die geometrische Korrektur des Bildplanes (The geometrical correction of photomaps).

Przegląd Geodezyjny, Warschau 1971: *Nr. 11. Juzwa, K. und Mercik, S.*: Meßprobleme an Hebezeugen mit besonderer Berücksichtigung von Kränen und Kranbahnen. — *Szczurek, J.*: Kompensatorregelung im Nivelliergerät Ni-D 1. — *Bernasik, J.*: Über einige terrestrisch-photogrammetrische Untersuchungsmethoden für Bautenverformungen. — *Saklowska, B.*: Das Problem der Versorgung mit Druckformen von Reproduktionsanlagen für kleine Auflagen. — *Nr. 12. Lyszkowicz, A.*: Übersicht über die Methoden der Ermittlung des Refraktionskoeffizienten. — *Wojciechowski, W.*: Neue Untersuchungsergebnisse über den Lasereinsatz in der Bergbaugeodäsie. — *Tatarczyk, J.*: Lasertheodolit DKM 2–4 von Kern. — *Rutkowski, D. und Wrona, T.*: Luftbildkamera-Einstellungs- und Steuerungsanlagen. — *Cytowski, H. W.*: Renaissance der plastischen Kartengestaltung. — 1972/*Nr. 1. Gadziński, J. und Pianko, E.*: Die Entwicklungstendenzen der Informatik in der Geodäsie. — *Bienkowski, A.*: Die gegenwärtige Situation und die Aussichten des Einsatzes der EDV in der Urbangeodäsie. — *Holejko, K.*: Neue optisch-elektronische Entfernungsmessgeräte des Typs TELEMETER. — *Wereszczynski, J.*: Positionsbestimmung durch den Einsatz von künstlichen Navigations-Erdsatelliten. — *Bramorski, K.*: Genauigkeitsforderungen bei Gyroskopmessungen. — *Cytowski, H.*: Gekürzte Farbskala bei verschiedenen Druckweisen. Überlegungen über die Modernität, Ökonomie und Technologie der kartographischen Produktion. — *Wajrak, Cz.*: Elektronische Geräte für die Registrierung photogrammetrischer Daten.

Vermessungstechnik, Berlin 1971: *Nr. 11. Deumlich, F.*: XV. Generalversammlung der IUGG (Moskau, 1971). — *Rehse, H.*: Die Bestimmung großer unzugänglicher Entfernungen mittels Lasermessungen zum Mond. — *Meier, S.*: Kausalität und Korrelation. — *Weymar, H.*: Die Bedeutung der Farbe in der kartographischen Darstellung. — *Rochlitzer, G.*: Erfahrungen bei der Paralleltrassierung von Mineralölleitungen. — *Reichhardt, G. und Zschiesche, K.*: Zur Bestimmung und Berücksichtigung instrumentell bedingter Fehler des EOS bei der polygonometrischen Bestimmung trigonometrischer Aufnahmepunkte. — *Göhler, H.*: Die datenverarbeitungsgerechte Dokumentation bei der geodätischen Detailaufnahme. — *Rodig, K.-H.*: Zur Genauigkeitsabschätzung beim Präzisionsnivellement. — *Stuhlträger, H.*: Rechnungsführung und Statistik im Liegenschaftswesen. — *Bonau, U.*: Studienrationalisierung durch simulierte Messungen für Trainingszwecke. — *Nr. 12. Bahnert, G.*: Zum Refraktionseinfluß auf die trigonometrische Höhenmessung. — *Hoffmann, F.*: Zum Problem der automatischen Generalisierung linearer Kartenelemente am Beispiel des Flußnetzes. — *Reppchen, G.*: Variantenuntersuchungen zur Anlage eines Deformationsmeßsystems für Oberbecken bei Pumpspeicherwerken. — *Cyrclaff, G.*: Kontrollmessungen an sowjetischen Turmdrehkränen „BK 1000“ und an 40-t-Portalkranen. — *Schädlich, M.*: Die Fehlerfortpflanzung in schemati-

schen vektoriellen Vierecksnetzen. — *Lieberasch, R.*: Ableitung von Kriterien für die Anwendung von Richtungsnetzen als Baulagenetze. — *Meier, S.*: Schätzung des Punktabstandes für geodätische Verschiebungsmessungen. — *Degenhardt, K.*: Zielzeichenaufsatz für den Theo 010. — *Reichhardt, G.*: Anlage und Ausgleichung von Polygonnetzen zur Bestimmung von trigonometrischen Aufnahme-punkten in der DDR (Dissertation).

Vermessungstechnische Rundschau, Bonn 1972: *Nr. 1. Krenz, A.*: Rationalisierung in der Ingenieurvermessung: Vom vollautomatischen Messen bis zum datengesteuerten Zeichnen. — *Grafarend, E.*: Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Wittkes schriftstellerisches Wirken (Auswahl). — *Nr. 2. Seele, W.*: Forderungen der bodenordnenden Verwaltung an das Bodenrecht. — *Jahns, R.*: Zur günstigsten Größe des Schnittwinkels von Bestimmungsstrahlen in der Triangulation. — *Wittke, H.*: Opto-Elektronik und Laser-Geodäsie. Abschnitt B. Der Laser im geodätischen Einsatz (wird fortgesetzt). — *Nr. 3. Gläser, H.*: Grundsätze der Linienführung und Gestaltung fließender Gewässer. — *Schwarz, H. D.*: Lehrberuf Vermessung. — *Krehl, H.*: Vermessungstechnische und gebietsverwandte Zeitschriften und Reihen des Auslandes (wird fortgesetzt).

### Contents

- K. Killian : What Could Be the Performance of an Air-Borne Trilateration?  
 F. Leberl : On Model Formation With Remote Sensing Imagery  
 P. Meissl : A Theoretical Random-Error Propagation Law for Anblock-Network With Con-  
 strained Boundary  
 U. Girndt : Analytical Treatment of Some Basic Problems of Two-Media Photogrammetry

---

### Adressen der Autoren

Dipl.-Ing., Dr. techn. Karl Killian,  
 A-1140 Wien, Hadikgasse 40

Dipl.-Ing. Franz Leberl,  
 Internat. Instit. f. Aerial Survey and Earth Sciences (ITC),  
 Enschede (the Netherlands)

titl. a. o. Prof. Dr. Peter Meißl,  
 Institut f. Numerische Math.,  
 Techn. Hochschule Wien, Karlsplatz 13,  
 A-1040 Wien

Dipl.-Ing. Uwe Girndt,  
 Große Düwelstraße,  
 D-3000 Hannover

## Vermessene Behauptung der IBM:

kurz über lang wird der Computer im  
Vermessungswesen ebenso  
selbstverständlich sein, wie Theodolit  
und Meßlatte. Die IBM ist  
daran nicht ganz unschuldig

### 1. Grund

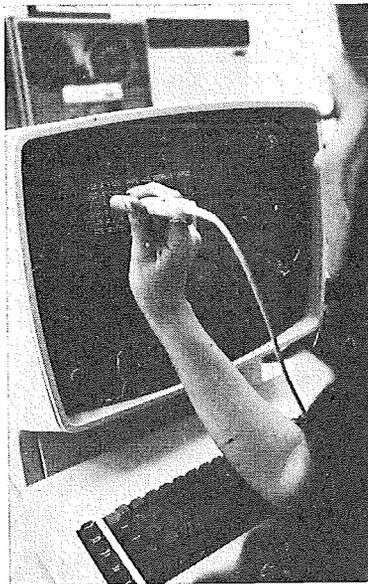
Leistungsfähige  
Computer, wie z. B.  
das IBM System /370  
oder IBM S/3.

### 2. Grund

Viele spezielle — in  
der Praxis erprobte  
— IBM Anwendungs-  
programme für die  
verschiedensten Auf-  
gaben im Vermes-  
sungswesen sowie be-  
währte Software für  
Informationssysteme.

### 3. Grund

Diese Programme  
kann auch benützen,  
wer keinen eigenen  
IBM Computer hat —  
in einem IBM  
Rechenzentrum.



Gründlich bespre-  
chen können Sie die-  
ses Thema mit Herrn  
Dipl.-Ing. L. Mihalyi  
Tel. 26 10 439

Im IBM Rechenzen-  
trum können wir  
Ihnen mittels IBM  
System /370 und  
Großraumplatten-  
speicher die Führung  
des Liegenschaftska-  
tasters und Grund-  
buches sowie die Er-  
stellung von Aus-  
zügen zeigen.

**IBM Österreich**

Obere Donaustraße 95  
1020 Wien

## **Festschrift Theodor Scheimpflug**

Sonderheft 16 der ÖZV, Wien 1956

herausgegeben anlässlich des 150jährigen Bestandes des  
staatlichen Vermessungswesens in Österreich

vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen,  
vom Österreichischen Verein für Vermessungswesen und  
von der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

90 Seiten mit 46 Abb. und XIV Tafeln, Preis S 60,— oder DM 10,—

### *Aus dem Inhalt:*

Geleitworte von Bundesminister DDDr. Illig und Präsident Dr. Schiffmann

Vorwort von Hofrat Neumaier

Prof. Doležal - Präs. Lego: Scheimpflugs Lebensbild

Th. Scheimpflug: Die Verwendung des Skioptikons zur Herstellung von Karten und  
Plänen

Prof. Krames: Scheimpflug und die Entwicklung der modernen Zweibildgeräte

Prof. Krames: Umbildung und Entzerrung photographischer Aufnahmen nach  
Scheimpflug

Prof. Krames: Scheimpflugs Landesvermessung aus der Luft

Präsident Lego: Der Entfernungsmesser Doležal-Scheimpflug

*Zu beziehen vom Österr. Verein für Vermessungswesen, A 1180 Wien, Schopenhauerstr. 32*

## **HUNDERTJAHRFEIER der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung**

23. bis 25. Oktober 1963

Sonderheft 24 der ÖZV, Wien 1964

125 Seiten mit 12 Bildtafeln (Präsidenten der ÖKIE seit 1871), 11 Figuren  
und 7 Tabellen, Preis S 120,— oder DM 20,—

### *Aus dem Inhalt:*

Festprogramm

Organisation und Verlauf der Hundertjahrfeier der Österreichischen  
Kommission für die Internationale Erdmessung von F. Hauer  
Die Neubegründung der Theorie der sphäroidischen Gleichgewichts-  
figuren und das Normalsphäroid der Erde von K. Ledersteger  
Herausgeber: Österreichische Kommission für die Internationale Erd-  
messung. Verleger: Österreichischer Verein für Vermessungswesen

Zu beziehen vom Österreichischen Verein für Vermessungswesen:

Schopenhauerstraße 32, A 1180 Wien 18

# Österreichische Staatskartenwerke

Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen

A-1080 Wien, Krotenthallergasse 3 Tel. 42 75 46

I Österreichische Karte 1:25000 (nicht fortgeführt) .....	13,-
II Österreichische Karte 1:50000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte)	23,-
Österreichische Karte 1:50000 mit Straßenaufdruck .....	20,-
Österreichische Karte 1:50000 ohne Aufdruck .....	18,-
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte) .....	16,-
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50000 ohne Wegmarkierung .	10,-
III Österreichische Karte 1:200000 mit Straßenaufdruck .....	21,-
Österreichische Karte 1:200000 ohne Straßenaufdruck .....	18,-
IV Alte Österreichische Landesaufnahme 1:25000 .....	10,-
V Generalkarte von Mitteleuropa 1:200000	
Blätter mit Straßenaufdruck (nur für das österr. Staatsgebiet vor- gesehen) .....	15,-
Blätter ohne Straßenaufdruck .....	12,-
VI Übersichtskarte von Mitteleuropa (Projektion Bonne) 1:750000 ..	10,-
VII Übersichtskarte von Mitteleuropa (Projektion Albers) 1:750000 .	10,-
VIII Gebiets- und Sonderkarten	
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, mit Namensverzeichnis, gefaltet .	53,-
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, ohne Namensverzeichnis, flach .	35,-
Namensverzeichnis allein .....	15,-
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, Politische Ausgabe mit Namensverzeichnis, gefaltet .....	48,-
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, Politische Ausgabe ohne Namensverzeichnis, flach .....	30,-

## Neuerscheinungen

von offiziellen Karten der Landesaufnahme

### Österreichische Karte 1:50000

13 Engelhartzell	21 Horn	119 Schwaz
18 Weitra	22 Hollabrunn	158 Stadl an der Mur
19 Zwettl-Stadt	117 Zirl	159 Murau
20 Gföhl		

Österreichische Karte 1:200000:

Blatt 47/15 Graz	48/12 Kufstein	48/16 Wien
Blatt 47/15 Graz — orohydr. Ausgabe		

### Umgebungs- und Sonderkarten:

Hochschwab 1:50000

Umgebungskarte Mayrhofen (Zillertal) 1:50000

Burgenland 1:200000

### In letzter Zeit berichtigte Ausgaben der Österreichischen Karte 1:50000

33 Steyregg	95 St. Wolfgang	163 Voitsberg
57 Neulengbach	im Salzkammergut	165 Weiz
66 Gmunden	149 Lanersbach	167 Güssing
77 Eisenstadt	160 Neumarkt	171 Nauders
123 Zell am See	in der Steiermark	202 Klagenfurt



Jetzt noch besser

# PLAN-VARIOGRAPH

ein Gerät zur zeichnerischen Vergrößerung und Verkleinerung von Plänen und Karten auf dem Wege der optischen Projektion

- Tischform — horizontale Arbeitsfläche — geringer Platzbedarf
- einfache Bedienung — stufenlos durch Handräder — Einstellmaßstab
- gleichmäßig helle Ausleuchtung der Vorlage mit Kaltlicht
- Vergrößerungen und Verkleinerungen bis 6fach (z. B. 1:2880 auf 1:500) mit Zusatzobjektiv bis 13fach

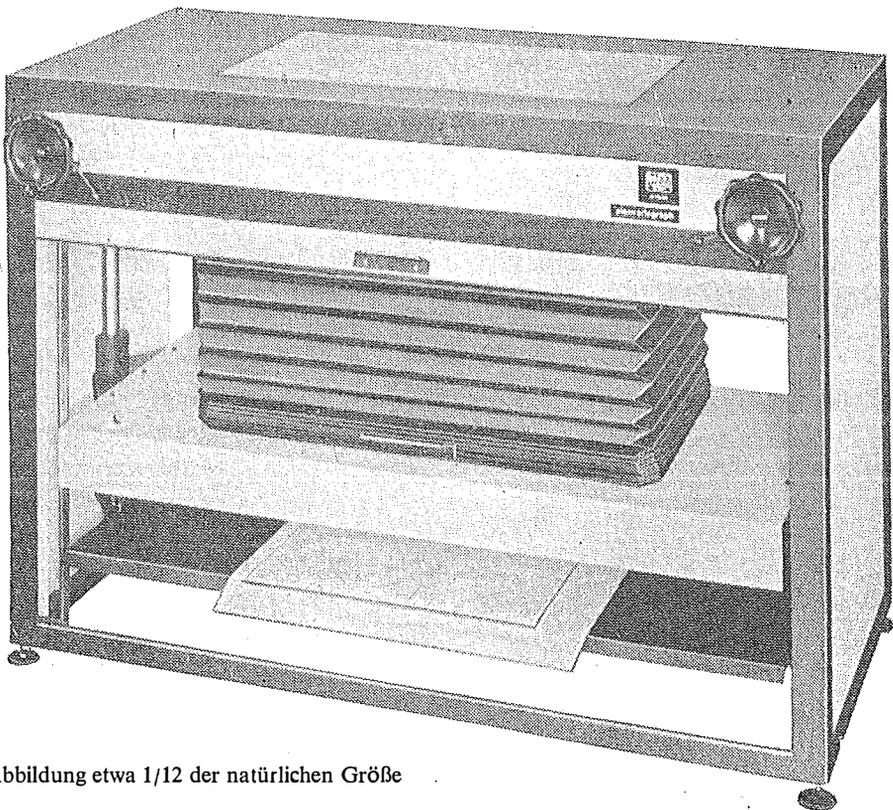


Abbildung etwa 1/12 der natürlichen Größe

- Vergrößerte Projektionsfläche
- Verstellbares Objektiv
- Beidseitige Blendschutzjalousie

Auf Wunsch: Andruckplatte für Photopapier — Neigunglibelle  
Einfacher Verschluss für Photoarbeiten — Punktiernmikroskop

*Angebote und Prospekt direkt vom Erzeuger:*

## RUDOLF & AUGUST ROST

Fabrik für Feinmechanik - Instrumente für Vermessungs- und Zeichenbedarf

1151 WIEN XV, MÄRZSTRASSE 7 (Nähe Westbahnhof und Stadthalle)

TELEFON: (02 22) 92 32 31, 92 53 53, TELEGRAMME: GEOROST-WIEN

WIENER MESSE: Messengelände, jetzt Halle M, Stand 1272  
(Eingang Südseite links)