

Korank

Verlagspostamt: Baden bei Wien 1
Erscheinungsort: Baden bei Wien

P. b. b.

Österreichische Zeitschrift für **Vermessungswesen**

REDAKTION:

Dipl.-Ing. Dr. techn. **Hans Rohrer**

emer. o. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh.

Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn.

Karl Ledersteger

o. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Josef Mitter

Vorstand der Abteilung Erdmessung
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

Nr. 4

Baden bei Wien, Ende August 1968

56. Jg.

INHALT:

Abhandlungen:

Tellurometrmessungen im Österreichischen Netz I. Ordnung	K. Rinner
Das Arbeiten mit der „Programma 100“	F. Halwax
Überbestimmte Punkttransformationen nach dem Prinzip der kleinsten maximalen Klaffung	P. Meissl
Erste Messungen mit dem Mekometer III an Stau mauern	J. Krötzl

Referate:

Über die geophysikalische Methodik zur Lokalisierung der isostatischen Kompensation	P. Steinhauser
Die Genauigkeit der astronomischen Gestirnskoordinaten	G. Brandstätter

Mitteilungen, Literaturbericht, engl.-franz. Inhaltsverzeichnis
Mitteilungsblatt zur „Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen“,
redigiert von ORdVD, Dipl.-Ing. Rudolf Arenberger



Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

Baden bei Wien 1968

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

Redakteure:

- o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer*, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule
o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. Karl Ledersteger, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter, A 1080 Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Redaktionsbeirat:

- o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Alois Barvir*, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Hauer, A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny, A 8020 Graz, Techn. Hochschule, Rechbauerstraße 12
Prof. Ing. Dr. techn. eh. Karl Neumaier, Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen i. R., A 1040 Wien IV, Techn. Hochschule

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes und Annoncenteeiles bestimmte Zuschriften sind an *ORdVD. Dipl.-Ing. Rudolf Arenberger*, A 1180 Wien XVIII, Schopenhauerstraße 32, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken. Bei Vorlage von Rasterklischees: Umschlag 42er Raster, Text 54er Raster

Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich, u. zw. Ende jedes geraden Monats
Redaktionsschluß: jeweils Ende des Vormonats.
Auflage: 950 Stück

Bezugsbedingungen: pro Jahr

- Mitgliedsbeitrag für den Verein oder die Österr. Gesellschaft
für Photogrammetrie S 50,—
für beide Vereinigungen zusammen S 100,—
Abonnementgebühr für das Inland S 130,— und Porto
Abonnementgebühr für Deutschland DM 28,— und Porto
Abonnementgebühr für das übrige Ausland S 168,— od. sfr 28,— und Porto

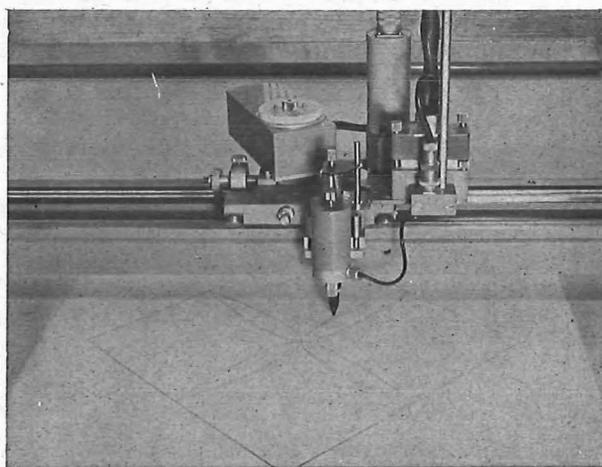
Einzelheft . . . S 25,— Inland bzw. DM 5,— oder ö. S 32,— Ausland

- Anzeigenpreis pro $\frac{1}{1}$ Seite 125 × 205 mm S 1000,—
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{2}$ Seite 125 × 100 mm S 600,—
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{4}$ Seite 125 × 50 mm S 400,—
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{8}$ Seite 125 × 25 mm S 300,—
Prospektbeilagen bis 4 Seiten S 600,—

Postscheck-Konto Nr. 119.093

Telephon: 42 92 83

Rationalisiertes Herstellen von Zeichnungen und Plänen



Der programmgesteuerte Koordinatograph
Contraves/Haag-Strell zeichnet
und beschriftet schnell und zuverlässig Pläne
und stellt Computer-Daten graphisch dar.

Der frei programmierbare Interpolations-
rechner der Anlage erlaubt ein genaues
Aufzeichnen beliebiger Kurven und Geraden.

Tischgrösse des Koordinatographen
1200 x 1200 mm

Maximale Zeichengeschwindigkeit 80 mm/sec
Aufzeichnungsgenauigkeit 0,06 mm

Gerne orientieren wir Sie in allen Einzelheiten.
Bitte verlangen Sie Bulletin 6203
oder eine unverbindliche Beratung durch
unsere Ingenieure.

Contraves

Contraves AG Zürich Schaffhauserstrasse 580

Alleinverkauf in Österreich

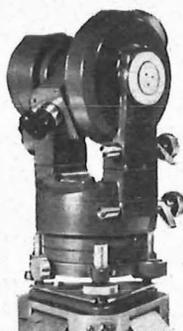
DR. WILHELM ARTAKER

1031 Wien III, Reisnerstr. 6, Ruf: (0222) 731586△

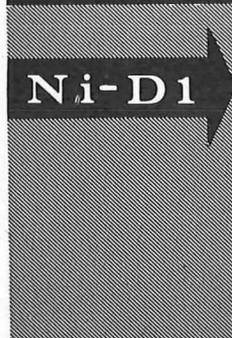
Wiener Messe Halle M, Stand 1214-1219



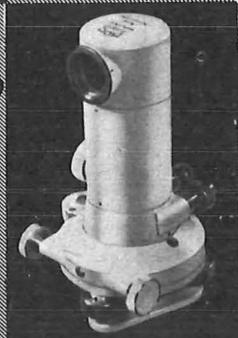
Ni-B5



Ta-D4



Ni-D1



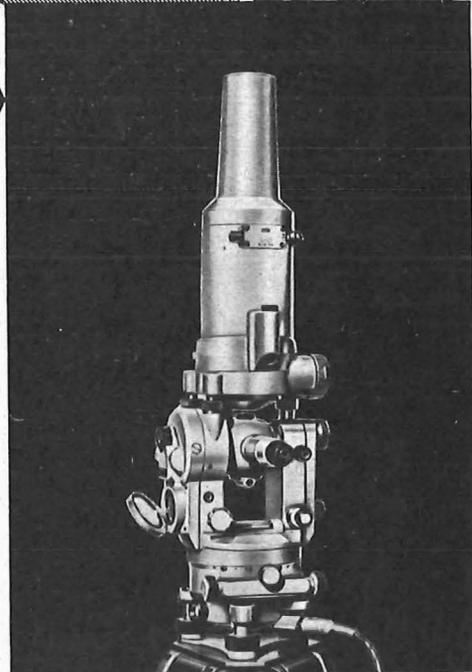
Te-E6



Ungarische optische Werke

Budapest 114 — Postfach 52

Hersteller und Exporteur einer breiten Skala von geodätischen Instrumenten hoher optischer Qualität und Ablesegenauigkeit.



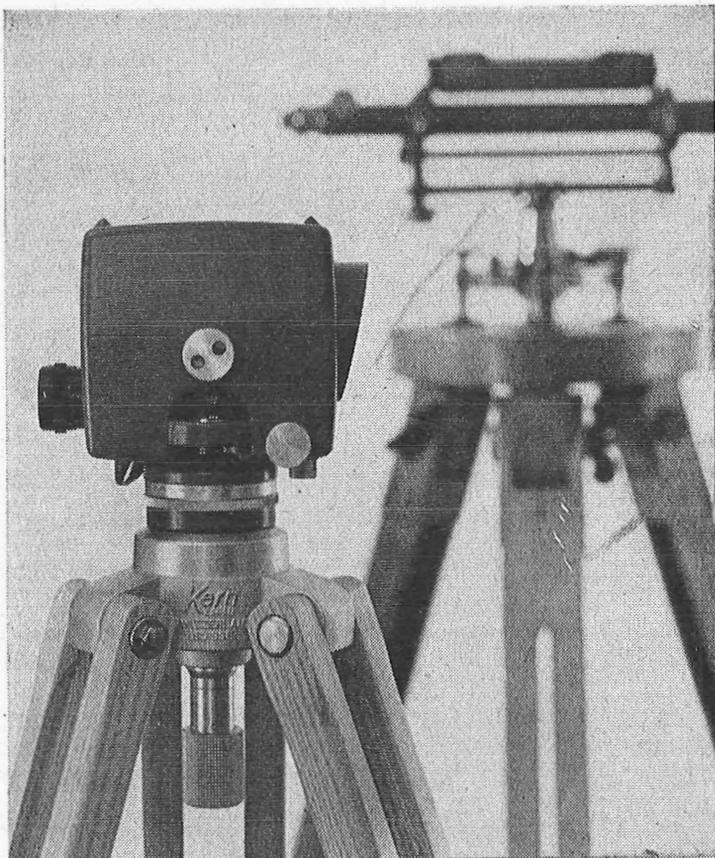
Fabrikationsprogramm:

Kreiseltheodolite
 Theodolite mit direkter Ablesung von
 1", 10" und 1'
 Kreisdiagramm-Tachymeter
 Präzisions-Nivelliergeräte

Automatische Nivelliergeräte
 Baunivelliergeräte
 Meßtischausrüstung
 Polarplanimeter
 Pantographe

und eine große Auswahl von Hilfseinrichtungen, welche die geodätische Arbeit einfacher, schneller und bequemer gestalten.

**Kern
GK 1-A**



neues automatisches Ingenieur-Nivellier

Mit dem Kern GK 1-A geht die Arbeit rascher voran, denn es besitzt nur noch zwei Bedienungsknöpfe: Fokussiertrieb und Seitenfeinstellschraube. Vergessen ist das langwierige Horizontieren mit den drei Fußschrauben, vorbei das Einspielen der Fernrohrlibelle vor jeder Messung. Kern-Automatik und Kern-Gelenkkopfstativ: die ideale Kombination für einfachere und schnellere Arbeitsweise.

Technische Angaben:
Aufrechtes, sehr helles Fernrohrbild
Genauigkeit:
 $\pm 2,5$ mm/km Doppelnivellement
Gewicht mit Kunststoffbehälter: 2,3 kg
Kompensator:
magnetisch aufgehängtes Dachkant-
prisma mit pneumatischer Dämpfung

Alleinverkauf für Österreich

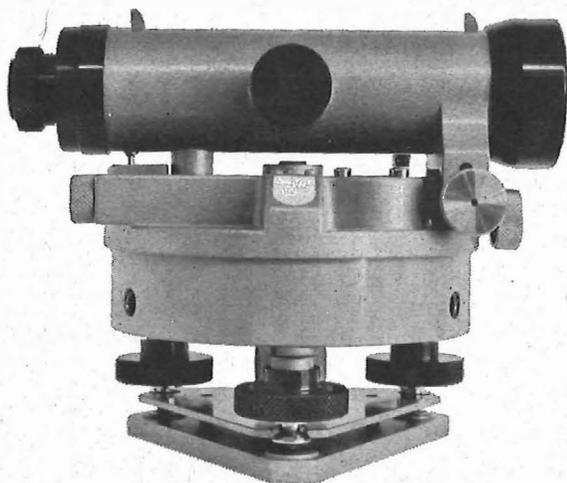
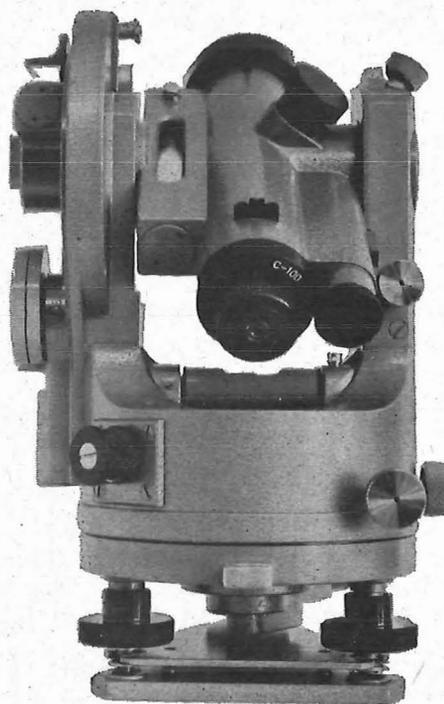
DR. WILHELM ARTAKER

1031 Wien III, Reiserstr. 6, Ruf: (0222) 73 1586 Δ

Wiener Messe Halle M, Stand 1214-1219

**Miller
Nivellierinstrumente
und
optische
Theodolite**

**MILLER
INNSBRUCK**
AUSTRIA



Gebrüder Miller Gesellschaft m. b. H., Kochstraße 6, A-6020 Innsbruck, Tirol

Wir empfehlen Ihnen:

FROMME^s

PRÄZISIONS-KLEIN-KOORDINATOGRAPH Nr. 324a

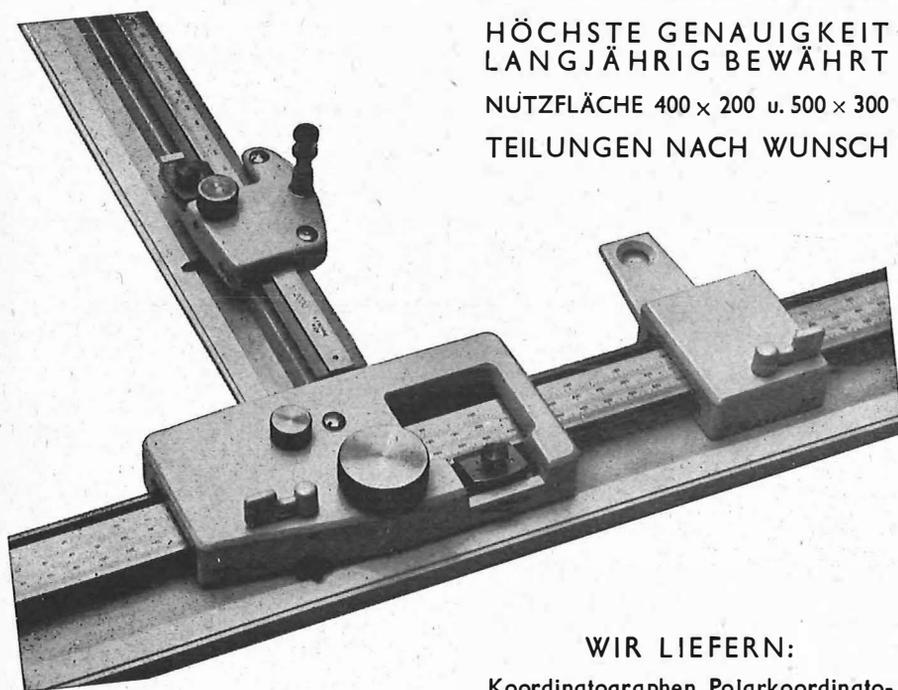
NEUESTE KONSTRUKTION
MIT VIELEN VERBESSERUNGEN

ALLE ROLLEN KUGELGELAGERT

HÖCHSTE GENAUIGKEIT
LANGJÄHRIG BEWÄHRT

NÜTZFLÄCHE 400 × 200 u. 500 × 300

TEILUNGEN NACH WUNSCH



REPARATUREN VON
INSTRUMENTEN U. GERÄTEN

WIR LIEFERN:

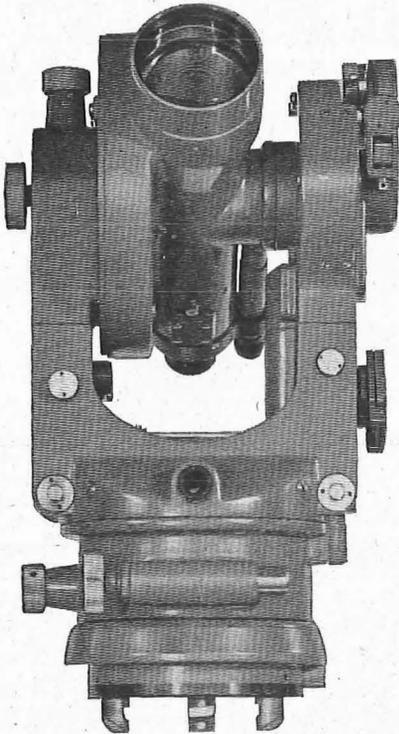
Koordinatographen, Polarkoordinatographen, Universaltachygraphen, Auftragsdreiecke und -lineale, Planimeter, Gefällsmesser, Hypsometer, Schichteneinschalter, Winkelprismen, Nivellierlatten, Meßbänder, Numerierschlegel, Maßstäbe, Reißzeuge usw.

Prospekte und Angebote kostenlos

ING. ADOLF FROMME

Geodätische und kartographische Instrumente, Fabrik für Zeichenmaschinen
Gegr. 1835 1180 WIEN 18, HERBECKSTRASSE 27 Tel. (0222) 47 22 94

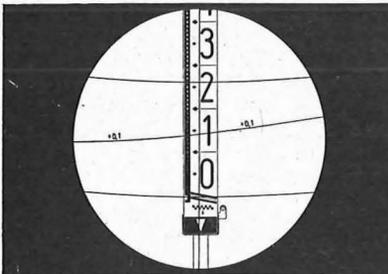
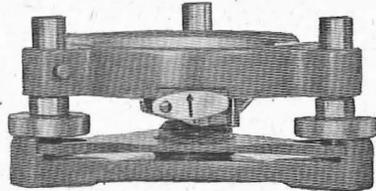
Diagramm- tachymeter Wild RDS



neu:

Optisches Lot in der Alhidade

Abnehmbarer Universaldreifuß
Wild GDF 3, mit Drehknopfverriegelung
(passend auch für Wild T1A, T16, T2 und
deren Dreifußzubehör, sowie für die
optischen Lote ZBL und ZNL)



Senkrechte **Tachymeter-Kurzlatte**
GVL1, mit erhöhter Ablesegenauigkeit
zur optischen Distanzmessung (bis
ca. 70 m). Aufstellung mit Lattenstativ
oder Lattenträger im Dreifuß
(Zwangszentrierung)

Wir senden Ihnen gerne den neuen
Prospekt G130I

Wild Heerbrugg AG,
CH-9435 Heerbrugg/Schweiz

WILD
HEERBRUGG

Alleinvertretung für Österreich:

RUDOLF & AUGUST ROST

1151 WIEN XV, MÄRZSTRASSE 7 (Nähe Westbahnhof und Stadthalle)

TELEFON: (0222) 92 32 31, 92 53 53 TELEGRAMME: GEOROST-WIEN

WIENER MESSE: Messegelände, jetzt Halle M, Stand 1272

(Eingang Südseite links)

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil. Dr. techn. e. h. K. Ledersteger und
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

Nr. 4

Baden bei Wien, Ende August 1968

56. Jg.

Tellurometermessungen im Österreichischen Netz I. Ordnung

Von *Karl Rinner*, Graz

I. Vorbemerkung:

Durch die Entwicklung der Entfernungsmessung mit Licht- und Mikrowellen besteht die Möglichkeit, die Größe und die Homogenität des Maßstabes in grundlegenden Richtungs- und Winkelnetzen in einfacher Weise zu überprüfen. Dies ist für theoretische Untersuchungen und auch für die Praxis von großer Bedeutung. In theoretischer Hinsicht können die Gesetze der Maßstabsübertragung eingehender studiert und durch Einbeziehung von direkt gemessenen Seiten Netze mit homogenem Maßstab ermittelt werden. Diese sind wiederum Voraussetzung für die Schaffung von einheitlichen großräumigen Netzen wie z. B. des europäischen Dreiecksnetzes. In der geodätischen Praxis erfordern großräumige technische Projekte in zunehmendem Maße einheitliche Systeme und Koordinaten. Aus diesem Grund werden Entfernungsmessungen mit Licht- und Mikrowellen in europäischen Landesnetzen durchgeführt und sind auch für das österreichische Landesnetz erster Ordnung von Interesse (s. [1], [2]).

Für die praktische Durchführung stehen lichtelektrische Geräte (Geodimeter, EOS) und Mikrowellengeräte im cm-Bereich (Tellurometer Electrotape, Distomat, Distameter) zur Verfügung. Alle Geräte besitzen eine ausreichende Meßgenauigkeit für die Laufzeit der messenden Wellen. Aus dieser können mit Hilfe der aktuellen Wellengeschwindigkeit entlang der Bahnkurve und der Kenntnis der Form und Lage der Bahnkurve geodätische Entfernungen abgeleitet werden. Wellengeschwindigkeit und Bahnkurve sind aber von meteorologischen Gegebenheiten abhängig (siehe [3], § 37 bis 40).

Die Bahnkurve kann für die in Landesnetzen möglichen Entfernungen bis 100 km durch einen Kreis approximiert werden, dessen Radius von der Frequenz der Welle abhängig ist. Die Geschwindigkeit entlang der Bahnkurve wird in der

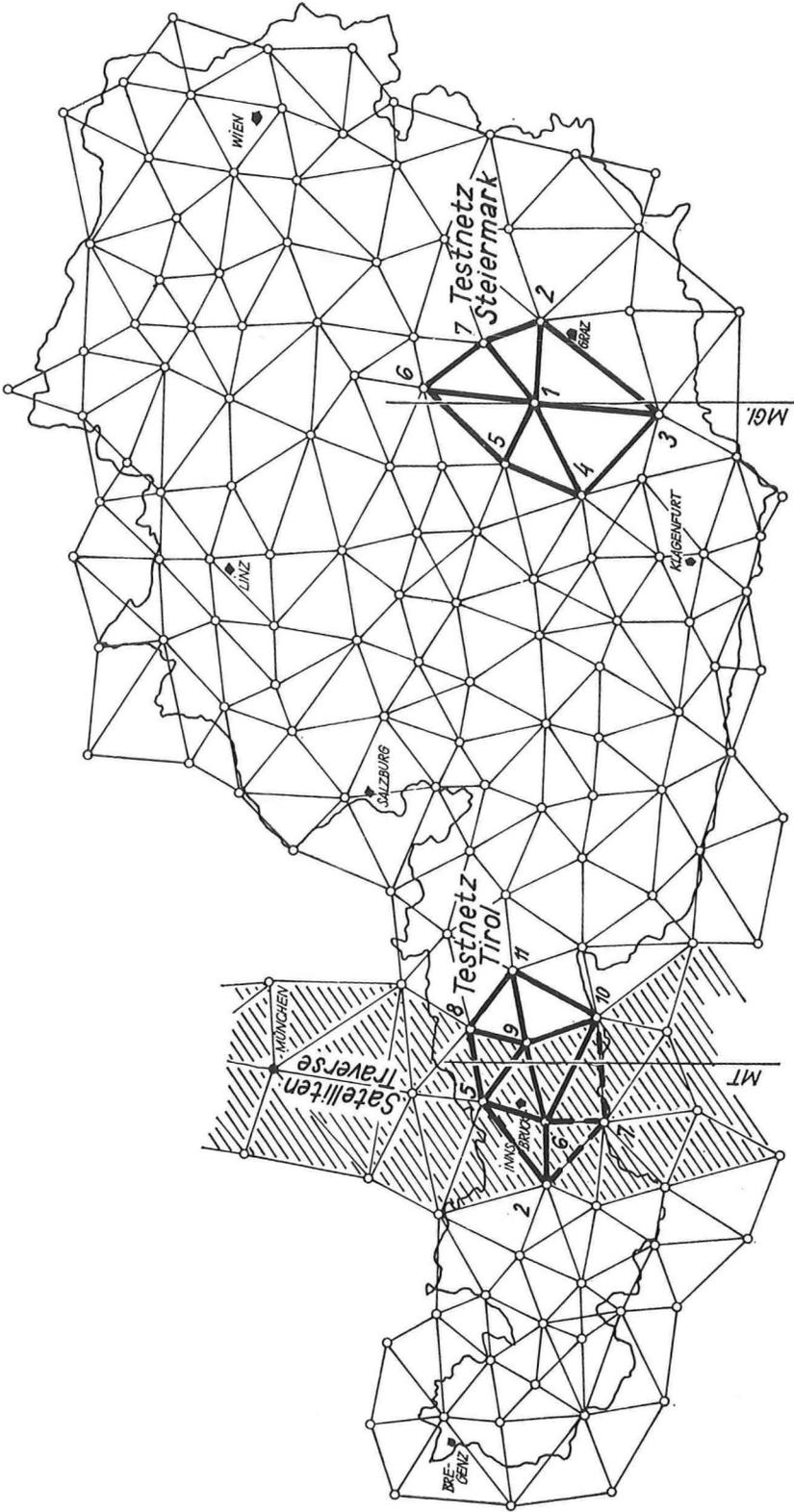


Fig. 1

Regel aus meteorologischen Daten abgeleitet, welche in den Endpunkten gemessen werden. Sie ist für Lichtwellen in der Hauptsache von der Temperatur und vom Luftdruck abhängig, für Mikrowellen in hohem Maße auch von der Luftfeuchtigkeit. Da die Ermittlung von repräsentativen Mittelwerten entlang der Bahnkurve aus den Messungen in den Endpunkten für alle Größen und insbesondere für die Luftfeuchtigkeit schwierig ist, liegt die Schranke in der erzielbaren Genauigkeit vor allem in der Erfassung repräsentativer und genügend genauer meteorologischer Daten (s. [4]).

Da die Geschwindigkeit der Lichtwellen von der schwer erfaßbaren Luftfeuchtigkeit nicht beeinflußt wird und außerdem keine Reflexion erfolgt, besitzen aus Lichtwellen abgeleitete Entfernungen eine hohe Genauigkeit, welche erfahrungsgemäß zwischen ± 1 und ± 3 mm/km liegt. Nachteilig sind jedoch die geringe Reichweite lichtelektrischer Messungen, die Abhängigkeit von Sichtbedingungen und die Notwendigkeit, große Entfernungen während der Nacht messen zu müssen.

Mit Mikrowellen können unabhängig vom Wetter zu jeder Tages- und Nachtzeit Messungen über Entfernungen bis etwa 100 km ausgeführt werden; sie besitzen daher eine höhere Leistungsfähigkeit als Lichtwellen. Wegen des Einflusses der Luftfeuchtigkeit und von möglichen Bodenreflexionen ist die zu erwartende Genauigkeit der Streckenmessung jedoch geringer und kann im Durchschnitt mit ± 2 bis ± 5 mm/km angenommen werden. Zuzufolge der einfacheren Meßbedingungen besteht aber die Möglichkeit, mit Mikrowellengeräten anstelle einzelner Seiten ganze Netzverbände auszumessen und durch Ausgleichung von überbestimmten Netzen die Meßgenauigkeit über die angegebene Größenordnung zu steigern.

In der Folge wird über Streckenmessungen in zwei Zentralsystemen des österreichischen Landesnetzes erster Ordnung berichtet (s. Fig. 1). Das als Testnetz *Steiermark* bezeichnete Netz ist ein aus 7 Punkten bestehendes Zentralsystem im steirischen Gebirge, in welchem auch alle Diagonalen ohne Signalbauten meßbar sind. In diesem Netz liegen moderne Richtungsmessungen vor. Das Testnetz *Tirol* enthält den österreichischen Anteil der Kette, welche zur Bestimmung der Basis *Tromsö-Catania* des Satellitenweltnetzes aus den europäischen Landestriangulationen ausgewählt wurde. Auch in diesem Netz liegen moderne Richtungsmessungen vor und können Diagonalen bestimmt werden.

In beiden Netzen wurden 1967 vom Institut für Geodäsie II an der Technischen Hochschule in Graz Messungen mit Tellurometergeräten MRA 3 ausgeführt, welche von der Österreichischen Nationalbank zur Verfügung gestellt wurden. Die Messungen hatten auch den Zweck, Reflexionsprobleme zu studieren und Erfahrungen für Einrichtungen zu erhalten, mit welchen Reflexionen vermieden werden können (s. [5]). Die Durchführung beider Messungen wurde durch Geldzuwendungen des Österreichischen Forschungsrates unterstützt. Außerdem wurden die Arbeiten in der Steiermark durch das *Militärkommando Steiermark* gefördert, welches geländegängige PKWs und Fahrer zur Verfügung gestellt hat. Die Arbeiten in Tirol wurden durch die *Steyr-Daimler-Puch-Werke*, Thondorf, durch Überlassung von zwei geländegängigen PKWs unterstützt. Das *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen* (= BA) Wien hat die Ergebnisse der Richtungsmessungen in beiden Netzen sowie

die Landeskoordinaten und Topographien der Netzpunkte zur Verfügung gestellt. Allen Förderern sei an dieser Stelle aufrichtiger Dank ausgesprochen.

Die Messungen wurden von den Herren *Dipl.-Ing. K. Fally* und *cand.-Ing. W. Mendel* ausgeführt. Die Berechnungen erfolgten im Rechenzentrum der Technischen Hochschule in Graz. Bei der Durchführung der Rechnungen und der Ausarbeitung und Zusammenstellung der Ergebnisse hat mich Herr *Dipl.-Ing. K. Fally* unterstützt.

2. Die Messungen im Testnetz Steiermark:

2. 1 Beschreibung des Netzes:

Das Netz wird aus 7 Punkten des österreichischen Landesnetzes erster Ordnung gebildet, welche ein Zentralsystem um den Punkt 1 (Gleinalpe) ergeben (s. Fig. 2a). Die Punkte liegen in Höhen von 1400 bis 2400 m und sind nach modernen Vorschriften gut vermarktet und versichert. Das Netz enthält 12 Seiten und 9 Diagonalen in der Länge von 26 km bis 93 km, die Gesamtlänge aller Netzseiten beträgt 968 km. Die Anzahl der Überbestimmungen ist im Streckennetz 10, im kombinierten Richtungs- und Streckennetz 28. Alle Seiten und Diagonalen können ohne Signalbauten beobachtet werden. Reflexionsstellen sind nicht erkennbar.

Richtungsmessungen wurden in den Jahren 1928 bis 1957 im Zentralsystem der Konfiguration E (Grundfigur) ausgeführt. Die vom Bundesamt Wien mitgeteilten Punktkoordinaten im Meridianstreifen M 34 (östlich von Ferro) sind in Tab. 1 enthalten. Daraus wurden geographische Koordinaten für das Besselsche Ellipsoid ermittelt. Für die weiteren Berechnungen wurde ein Gauß-Krügersches Koordinatensystem eingeführt, welches auf den Meridian durch den Zentralpunkt Gleinalpe bezogen ist und mit MGI. bezeichnet wird (s. Fig. 1).

Punkte	geographische Koordinaten		Gauß-Krüger Koordinaten				Höhe
			M 34		M GI.		
	φ	λ	y	x	y	x	H
1	47° 13' 39",6089	32° 42' 58",9484	- 97 199,50	5 232 824,36	± 0,000	5 232 024,962	1 988,00
2	47° 11' 54",8745	33° 07' 59",9472	- 65 663,53	229 155,32	+ 31 598,562	228 875,250	1 445,31
3	46° 47' 14",4362	32° 38' 22",1664	- 103 871,54	783 977,88	- 5 869,929	183 081,867	2 140,68
4	47° 03' 50",2577	32° 14' 05",1567	- 134 078,58	215 339,27	- 36 581,030	213 939,470	2 395,54
5	47° 20' 22",9370	32° 24' 13",2660	- 120 621,76	245 715,10	- 23 627,883	244 526,690	2 397,24
6	47° 37' 07",2454	32° 48' 36",5162	- 89 434,38	276 178,25	+ 7 048,084	275 496,498	2 277,17
7	47° 24' 17",8675	33° 01' 39",0163	- 73 394,20	252 192,33	+ 23 481,051	251 780,709	1 628,79

Tabelle 1

Die geographischen Koordinaten sowie die Gauß-Krügerschen Koordinaten in diesem Rechensystem sind ebenfalls in Tab. 1 enthalten.

2. 2 Die Messungen:

Streckenmessungen erfolgten in der Zeit vom 23. 6. bis 14. 10. 1967 mit Tellurometergeräten MRA 3. Die Messungen wurden von zwei Meßgruppen mit je einem Observator und je drei Gehilfen ausgeführt. Die Gruppen wurden mit Puch-Haflingern PKW transportiert. Jede Seite wurde in mindestens 2 Sätzen mit je 10 Frequenzen

bestimmt. Die meteorologischen Daten wurden nur in den Endpunkten gemessen. Einen Überblick über den Ablauf der Messungen und die während der Messung herrschenden Wetterbedingungen zeigt Tab. 2.

Datum	Seite	Wetterbeschreibung
1967		
23. 6.	2–7	Schönwetter, warm
24. 6.	2–3	heiter, warm, nachm. Gipfel in Wolken und Westwinde
25. 6.	1–7	heiter und warm
27. 6.	6–5	bewölkt und sonnig, starke Winde
	6–7	bewölkt, dunstig, starker Wind
	6–1	dunstig, Bewölkungszunahme, starker Wind, gute Sicht
3. 7.	4–5	Nebel, Wind
4. 7.	1–2	bedeckt, tw. nebelig, Wind
	1–3	Schlechtwetter, Regen, Nebel, Wind, Kälte
	1–4	Nachtmessung, Regen, Nebel, Wind, Kälte
5. 7.	5–1	Wind, nebelig, tw. sonnig
	3–4	Nebel, kalter N-Wind
6. 9.	6–4	bedeckt, Hochnebel, leichter Wind
	6–3	heiter bis bedeckt, böiger Wind, Dunst
7. 9.	6–2	bedeckt, Hochnebel, leichter Wind
	6–7	bewölkt, dunstig, leichter bis starker Wind
	5–7	bewölkt, Talnebel, N-Wind, gute Sicht
13. 10.	5–2	heiter, leichter Wind
	5–3	heiter, dunstig, windig
	4–2	stark bewölkt, S-Wind, gute Sicht
14. 10.	4–7	bewölkt, S-Wind, wechselnd dunstig
	3–7	leicht bewölkt, S-Wind, dunstig, gute Sicht

Tab. 2

Ein Vergleich der meteorologischen Geräte wurde täglich, Frequenzkontrollen vor, während und nach der Meßperiode ausgeführt. Die daraus folgenden Korrekturen sind an den mitgeteilten Meßergebnissen angebracht. Die meteorologischen Reduktionen wurden nach den in [3] § 114 angegebenen Formeln, die geometrische Reduktion in die Ebene von MGl. erfolgte im Rechenzentrum Graz nach dem in [6], Seite 60 bis 64 beschriebenen Programm. Eine Zusammenstellung der reduzierten Seiten und der Reduktionsgrößen enthält Tab. 3.

Die im Netz vom Bundesamt Wien ausgeführten Richtungsmessungen sind in Tab. 4 zusammengestellt. Die Reduktion in die Rechenebene erfolgte im Programm für die Ausgleichung, die Reduktionsgrößen sind daher nicht ausgewiesen (siehe [6], Seite 64 bis 78).

Seiten	Δ_K		Δ_{gr}		$V \pm M_s$													δ_s	P_s
	m	m	m	m	SA	SB	SC	SD	SE	RSA	RSB	RSC	RSD	RSE	mm				
12	31 746,20	31 745,816	+133 ± 81	+169 ± 61	+181 ± 72	+210 ± 116	+212 ± 76	+273 ± 42	+282 ± 40	+278 ± 38	+279 ± 38	+273 ± 35	127	0,89309					
13	49 293,84	49 293,710	- 4 ± 163	+ 66 ± 159	+158 ± 157	+187 ± 266	-300 ± 181	+302 ± 66	+307 ± 63	+323 ± 59	+319 ± 61	+335 ± 57	7	0,37041					
14	40 807,56	40 807,415	+322 ± 78	+289 ± 77	+281 ± 68	+282 ± 106	+265 ± 70	+286 ± 44	+276 ± 41	+278 ± 39	+280 ± 39	+282 ± 36	223	0,54047					
15	26 731,44	26 731,161	+ 63 ± 89	+ 94 ± 86	+142 ± 80	+157 ± 133	+185 ± 88	+256 ± 46	+263 ± 43	+267 ± 40	+278 ± 41	+275 ± 38	61	1,25962					
16	44 039,19	44 039,842	+110 ± 126	+173 ± 128	+194 ± 122	+225 ± 190	+265 ± 131	+121 ± 67	+130 ± 63	+122 ± 60	+129 ± 61	+114 ± 57	9	0,46406					
17	30 686,30	30 686,196	+149 ± 101	+130 ± 97	+191 ± 92	+178 ± 153	+218 ± 101	+135 ± 47	+137 ± 43	+136 ± 42	+134 ± 42	+129 ± 40	69	0,95579					
23	59 162,89	59 162,744	+257 ± 144	+335 ± 142	+408 ± 129	+361 ± 208	+494 ± 145	+300 ± 64	+305 ± 60	+319 ± 56	+303 ± 58	+322 ± 54	204	0,25713					
24	69 787,59	69 787,452	+134	+134				+134	+134				336	0,18479					
25	57 392,80	57 392,018	+295 ± 120	+ 81 ± 128	+156 ± 79	+159 ± 194	+657 ± 50	+ 68 ± 79	+ 84 ± 74	+100 ± 50	+ 86 ± 72	+ 92 ± 47	190	0,27924					
26	52 686,10	52 685,535	+ 26 ± 132	+ 81 ± 128	+156 ± 79	+159 ± 194	+186 ± 81	+ 99 ± 56	+105 ± 53	+100 ± 50	+102 ± 50	+ 92 ± 47	274	0,32423					
27	24 299,31	24 299,122	+124 ± 86	+142 ± 81	+156 ± 79	+184 ± 118	+186 ± 81	+ 99 ± 56	+105 ± 53	+100 ± 50	+102 ± 50	+ 92 ± 47	227	1,52441					
34	43 535,77	43 535,306	+157 ± 134	+183 ± 129	+240 ± 116	+271 ± 194	+340 ± 129	+377 ± 72	+387 ± 68	+403 ± 64	+408 ± 65	+422 ± 61	283	0,47488					
35	63 959,45	63 958,653	+361 ± 199	+464 ± 194	+602 ± 196	+1037 ± 376	+867 ± 75	+878 ± 71	+897 ± 66	+408 ± 65	+422 ± 61	+422 ± 61	192	0,21990					
36	93 313,12	93 312,027	+135 ± 224	+375 ± 186	+505 ± 185	+271 ± 194	+340 ± 129	+1039 ± 92	+878 ± 71	+897 ± 66	+408 ± 65	+422 ± 61	16	0,70331					
37	74 706,16	74 705,953	+321 ± 188	+375 ± 186	+505 ± 185	+271 ± 194	+340 ± 129	+411 ± 74	+415 ± 70	+430 ± 66	+430 ± 66	+422 ± 61	137	0,15126					
45	33 216,89	33 216,832	+150 ± 112	+157 ± 106	+181 ± 100	+246 ± 164	+261 ± 110	+236 ± 59	+225 ± 56	+224 ± 52	+229 ± 53	+230 ± 50	376	0,81573					
46	75 450,43	75 450,353	+ 54 ± 171	+ 98 ± 166	+181 ± 100	+193 ± 253	+261 ± 110	+259 ± 73	+253 ± 69	+224 ± 52	+229 ± 53	+230 ± 50	349	0,15900					
47	70 988,82	70 988,995	+ 14 ± 129	+ 98 ± 166	+181 ± 100	+193 ± 253	+261 ± 110	+ 19 ± 41	+253 ± 69	+224 ± 52	+229 ± 53	+230 ± 50	298	0,17860					
56	43 530,64	43 530,213	+24 ± 146	+295 ± 140	+318 ± 137	+342 ± 209	+353 ± 142	+512 ± 72	+520 ± 69	+517 ± 64	+519 ± 66	+509 ± 61	79	0,47368					
57	47 664,16	47 663,741	+180 ± 147	+171 ± 139	+259 ± 134	+342 ± 209	+353 ± 142	+470 ± 56	+478 ± 52	+480 ± 49	+519 ± 66	+509 ± 61	108	0,39988					
67	28 852,75	28 852,142	+161 ± 100	+182 ± 95	+195 ± 94	+222 ± 138	+222 ± 96	+204 ± 67	+214 ± 63	+203 ± 60	+219 ± 60	+202 ± 57	91	1,08121					

Δ_KSeite aus Koordinaten (im Rechensystem Maß)
 Δ_{gr}gemessene, reduzierte Seite

δ_sProjektionsverzerrung
 P_sStreckengewicht

Tabelle 3

Richtung	beobachtete Richtungssätze	ausgeglichene Richtungen						Beobachtung im Jahr	
		R	RSA	RSB	RSC	RSD	RSE		
15	0° 00' 00,014	297° 53' 01,81	01,82	01,77	01,78	01,79	01,81	1928/29	
16	71° 19' 34,368	9° 12' 36,02	36,05	35,99	36,02	35,97	36,02		
17	112° 02' 28,196	49° 55' 29,29	29,10	29,07	29,06	29,08	29,09		
12	157° 48' 37,492	95° 41' 38,91	38,98	38,96	38,93	38,96	38,93		
13	248° 57' 20,061	186° 50' 21,61	21,67	21,61	21,61	21,55	21,57		
14	305° 48' 31,872	243° 41' 32,79	32,61	32,60	32,63	32,60	32,64		
23	177° 14' 37,619	219° 17' 00,82	01,13	01,09	01,04	01,02	00,98		1939
21	233° 39' 17,485	275° 41' 38,91	38,98	38,96	38,93	38,96	38,93		
27	298° 28' 04,305	340° 30' 23,69	23,75	23,67	23,68	23,68	23,67		
34	359° 59' 59,849	315° 08' 11,63	11,59	11,61	11,67	11,59	11,67		1931/32
31	51° 42' 10,478	6° 50' 21,61	21,67	21,61	21,61	21,55	21,57		
32	84° 08' 51,028	39° 17' 00,82	01,13	01,09	01,04	01,02	00,98		
45	217° 55' 36,963	22° 57' 07,09	07,13	07,04	07,04	06,96	07,03		1956
41	258° 40' 03,549	63° 41' 32,79	32,61	32,60	32,63	32,60	32,64		
43	330° 06' 45,932	135° 08' 11,63	11,59	11,61	11,67	11,59	11,67		
56	0° 00' 00,680	44° 43' 33,89	33,55	33,50	33,57	33,55	33,63	1939/57	
51	73° 09' 23,916	117° 53' 01,81	01,81	01,77	01,78	01,79	01,81		
54	158° 13' 30,882	202° 57' 07,09	07,13	07,04	07,04	06,96	07,03		
67	135° 56' 21,698	145° 16' 54,82	54,63	54,60	54,60	54,59	54,60	1939	
61	179° 52' 03,249	189° 12' 36,02	36,05	35,99	36,02	35,97	36,02		
65	215° 23' 07,902	224° 43' 33,89	33,55	33,50	33,57	33,55	33,63		
76	0° 00' 00,000	325° 16' 54,82	54,63	54,60	54,60	54,59	54,60	1929/39	
72	195° 13' 26,029	160° 30' 23,69	23,75	23,67	23,68	23,68	23,67		
71	264° 38' 32,286	229° 55' 29,29	29,10	29,07	29,06	29,08	29,09		

Tabelle 4

2.3 Die Auswertung:

Sämtliche Meßdaten wurden in das System MGI. abgebildet und mit den aus den Koordinaten der Landesaufnahme abgeleiteten, entsprechenden Werten verglichen. Die Punkte 2 und 4 wurden festgehalten und durch strenge vermittelnde Ausgleichung Koordinatenverbesserungen für die restlichen Punkte, ein Maßstabsfaktor für das gesamte Netz sowie Fehlermaße ermittelt. Das ausgeglichene Netz wurde schließlich durch eine lineare Transformation dem Netz der Landesaufnahme aufgepaßt und die verbleibenden Restklaffungen ermittelt. Die numerischen Berechnungen wurden im Rechenzentrum Graz nach den in [6] beschriebenen Programmen ausgeführt.

Die Berechnung erfolgte für insgesamt 11 verschiedene Konfigurationen, welche aus Richtungen R und Seiten S des Zentralsystems und Diagonalen gebildet werden.

A bezeichnet die aus allen Seiten und Diagonalen gebildete Konfiguration, B ist die um die langen Seiten 36, 52 und 47 verminderte Konfiguration A . Mit C wird eine Konfiguration bezeichnet, welche aus der Grundfigur (Zentralsystem) und 3 mittleren Diagonalen 35, 57 und 73 gebildet wird. Die durch die 3 langen Diagonalen 62, 63, 64 ergänzte Grundfigur wird als Konfiguration D bezeichnet. Schließlich bezeichnet E die Grundfigur.

Ein Ausgleich in welchem nur Richtungen verwendet werden, wird mit R bezeichnet, der Ausgleich mit Strecken dementsprechend mit S und der kombinierte Ausgleich mit Richtungen und Strecken mit RS .

Die Ausgleichung der Maßdaten wurde für die folgenden Konfigurationen ausgeführt:

Streckennetze:

<i>SA</i>	Zentralfigur mit allen Diagonalen
<i>SB</i>	Zentralfigur mit den Diagonalen 62, 64, 57, 73, 35, 24
<i>SC</i>	Zentralfigur mit den Diagonalen 57, 73, 35
<i>SD</i>	Zentralfigur mit den Diagonalen 62, 63, 64
<i>SE</i>	Zentralfigur ohne Diagonalen

Richtungsnetze:

<i>R</i>	Zentralfigur ohne Diagonalen
----------	------------------------------

Richtungs- und Streckennetz:

<i>RSA</i>	Zentralfigur mit allen Richtungen, Strecken und allen Diagonalen
<i>RSB</i>	Zentralfigur mit allen Richtungen, Strecken sowie den Diagonalen 62, 64, 57, 73, 35, 26
<i>RSC</i>	Zentralfigur mit allen Richtungen, Strecken sowie den Diagonalen 57, 73, 35
<i>RSD</i>	Zentralfigur mit allen Richtungen, Strecken sowie den Diagonalen 62, 63, 64
<i>RSE</i>	Zentralfigur mit allen Richtungen, Strecken ohne Diagonalen

Die Streckengewichte wurden umgekehrt proportional zu dem Quadrat der Entfernung angenommen, was einem konstanten relativen Streckenfehler $\mu_S = m_S : s$ entspricht. Für die Festsetzung der Relation zwischen Richtungs- und Streckengewichten wurde ein Richtungsfehler $m_R = 1^{\text{cc}} = \pm 0,30$ angenommen (s. [10]) und μ_S durch numerische Versuche so bestimmt, daß der aus der Ausgleichung erhaltene Richtungsfehler mit dem a priori angenommenen möglichst gut übereinstimmt. Dies führte zur Annahme $\mu_S = \pm 3,5$ mm/km. Wird dieser Wert in die Beziehungen

$$p_R = \frac{C}{m_R^2}, p_S = \frac{C}{m_S^2} = \left(\frac{m_R}{m_S}\right)^2 p_R$$

eingesetzt, das Richtungsgewicht als konstant und gleich der Einheit gewählt und für die Verbesserungen die Dimension $^{\text{cc}}$ und dm eingeführt, so folgt:

$$p_R = 1 \quad p_S = 900 : (s_{km})^2 \quad \dots (1)$$

Die mit diesen Relationen berechneten Streckengewichte sind in Tab. 4, letzte Spalte, aufgeführt.

Für jeden Punkt wurden nach dem in [6] Seite 64 bis 78 beschriebenen Programm Koordinatenverbesserungen dx , dy , mittlere Fehler m_x , m_y , die Halbachsen a , b der Fehlerellipsen und der Richtungswinkel θ der großen Halbachse berechnet. Die Ergebnisse sind in Tab. 5 zusammengestellt. Außer den Streckenverbesserungen wurden auch die mittleren Fehler m_S aller ausgeglichenen Netzseiten ermittelt. Diese sind mit den Verbesserungen für jede Konfiguration in Tab. 4 ausgewiesen. Der

Punkt	Konfiguration	dy	dx	a	b	θ	δy	δx	Punkt	Konfiguration	dy	dx	a	b	θ	δy	δx	Punkt	Konfiguration	dy	dx	a	b	θ	δy	δx
1	SA	+ 242	- 86	125	74	167° 37'	- 93	+ 23	4	RSA	+ 479	- 107	143	90	150° 05'	+ 30	+ 177	5	SA	+ 424	- 107	140	91	144° 01'	+ 29	+ 177
	SB	+ 206	- 86	118	75	165° 39'	+ 83	+ 25		SB	+ 379	- 31	135	82	145° 27'	+ 23	+ 167		SE	+ 167	+ 59	68	84	71° 43'	+ 9	+ 144
	SC	+ 194	- 81	110	76	166° 09'	- 72	+ 22		SC	+ 340	+ 72	157	75	143° 42'	+ 23	+ 162		SD	+ 118	+ 84	43	35	69° 37'	+ 77	+ 100
	SD	+ 170	- 29	104	102	164° 35'	+ 47	+ 4		SE	+ 163	+ 129	143	61	54° 37'	+ 26	+ 157		SE	+ 109	+ 81	39	31	69° 42'	+ 17	+ 100
	SE	+ 165	- 39	121	67	165° 02'	+ 46	+ 74		R	+ 148	+ 119	151	43	47° 12'	+ 42	+ 157		R	+ 113	+ 82	39	31	70° 49'	+ 17	+ 103
	SA	+ 167	+ 84	54	33	71° 43'	9	- 144		RSA	+ 166	+ 174	61	46	47° 12'	+ 42	- 103		SA	+ 118	+ 84	43	35	69° 37'	+ 77	+ 100
	SB	+ 118	+ 84	43	35	69° 37'	+ 77	+ 100		RSB	+ 148	+ 119	58	38	48° 36'	+ 31	- 223		SB	+ 109	+ 81	39	31	70° 49'	+ 17	+ 100
	SC	+ 109	+ 81	41	31	69° 42'	+ 18	- 98		RSC	+ 149	+ 113	55	44	50° 08'	+ 38	- 221		SC	+ 113	+ 82	39	31	70° 49'	+ 17	+ 100
	R	+ 113	+ 82	39	31	70° 49'	+ 17	- 100		RSD	+ 149	+ 123	56	56	49° 27'	+ 44	- 227		R	+ 113	+ 82	39	31	70° 49'	+ 17	+ 100
	SA	+ 112	+ 76	37	29	70° 52'	+ 16	+ 103		RSE	+ 149	+ 119	52	38	50° 45'	+ 41	- 216		SA	+ 112	+ 76	37	29	70° 52'	+ 16	+ 103
2	SA	-	-	-	-	-	-	-	6	RSA	+ 469	- 360	172	126	42° 58'	+ 107	+ 146	7	SA	+ 217	- 6	129	80	52° 59'	- 24	- 245
	SB	-	-	-	-	-	-	-		SB	+ 634	- 235	81	73	121° 44'	- 284	+ 206		SB	+ 158	+ 4	128	78	56° 29'	- 25	- 245
	SC	-	-	-	-	-	-	-		SC	+ 634	- 235	81	73	121° 44'	- 284	+ 206		SC	+ 158	+ 4	128	78	56° 29'	- 25	- 245
	SD	-	-	-	-	-	-	-		RSD	+ 623	- 231	75	69	120° 17'	- 280	+ 181		SD	+ 204	+ 35	121	74	52° 53'	+ 4	- 239
	SE	-	-	-	-	-	-	-		RSE	+ 627	- 240	71	62	125° 26'	- 259	+ 180		SE	+ 203	+ 59	109	109	56° 12'	+ 27	- 212
	R	-	-	-	-	-	-	-		R	+ 255	+ 92	68	38	146° 42'	+ 78	- 226		R	+ 203	+ 67	139	76	57° 25'	+ 37	- 226
	SA	-	-	-	-	-	-	-		RSA	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SA	+ 235	+ 74	57	51	149° 51'	+ 78	- 179
	SB	-	-	-	-	-	-	-		RSB	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SB	+ 235	+ 74	57	51	149° 51'	+ 78	- 179
	SC	-	-	-	-	-	-	-		RSC	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SC	+ 235	+ 74	57	51	149° 51'	+ 78	- 179
	R	-	-	-	-	-	-	-		RSD	+ 226	- 14	51	37	149° 55'	+ 78	- 179		R	+ 226	- 14	51	37	149° 55'	+ 78	- 179
3	SA	+ 320	+ 116	160	120	80° 31'	+ 224	- 20	3	RSA	+ 320	+ 116	160	120	80° 31'	+ 224	- 20	7	SA	+ 320	+ 116	160	120	80° 31'	+ 224	- 20
	SB	- 355	+ 45	152	120	74° 48'	+ 230	+ 17		SB	+ 355	- 45	152	120	74° 48'	+ 230	+ 17		SB	+ 355	- 45	152	120	74° 48'	+ 230	+ 17
	SC	- 363	- 43	133	113	67° 34'	+ 227	+ 59		SC	+ 363	- 43	133	113	67° 34'	+ 227	+ 59		SC	+ 363	- 43	133	113	67° 34'	+ 227	+ 59
	SD	- 305	- 30	211	191	63° 44'	+ 179	+ 56		SD	+ 305	- 30	211	191	63° 44'	+ 179	+ 56		SD	+ 305	- 30	211	191	63° 44'	+ 179	+ 56
	SE	- 347	- 168	145	129	42° 29'	+ 188	+ 128		SE	+ 347	- 168	145	129	42° 29'	+ 188	+ 128		SE	+ 347	- 168	145	129	42° 29'	+ 188	+ 128
	R	- 122	- 125	73	61	132° 32'	+ 9	+ 99		R	- 122	- 125	73	61	132° 32'	+ 9	+ 99		R	- 122	- 125	73	61	132° 32'	+ 9	+ 99
	SA	- 180	- 54	73	63	114° 38'	+ 50	+ 59		SA	- 180	- 54	73	63	114° 38'	+ 50	+ 59		SA	- 180	- 54	73	63	114° 38'	+ 50	+ 59
	SB	- 175	- 64	69	59	115° 32'	+ 47	+ 63		SB	- 175	- 64	69	59	115° 32'	+ 47	+ 63		SB	- 175	- 64	69	59	115° 32'	+ 47	+ 63
	RSC	- 173	- 84	64	56	116° 56'	+ 36	+ 83		RSC	- 173	- 84	64	56	116° 56'	+ 36	+ 83		RSC	- 173	- 84	64	56	116° 56'	+ 36	+ 83
	RSD	- 158	- 76	66	57	118° 25'	+ 37	+ 83		RSD	- 158	- 76	66	57	118° 25'	+ 37	+ 83		RSD	- 158	- 76	66	57	118° 25'	+ 37	+ 83
4	SA	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83	4	RSA	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179	7	SA	+ 217	- 6	129	80	52° 59'	- 24	- 245
	SB	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		RSB	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SB	+ 158	+ 4	128	78	56° 29'	- 25	- 245
	SC	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		RSC	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SC	+ 158	+ 4	128	78	56° 29'	- 25	- 245
	SD	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		RSD	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SD	+ 204	+ 35	121	74	52° 53'	+ 4	- 239
	SE	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		RSE	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SE	+ 203	+ 59	109	109	56° 12'	+ 27	- 212
	R	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		R	+ 255	+ 92	68	38	146° 42'	+ 78	- 226		R	+ 203	+ 67	139	76	57° 25'	+ 37	- 226
	SA	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		RSA	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SA	+ 235	+ 74	57	51	149° 51'	+ 78	- 179
	SB	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		RSB	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SB	+ 235	+ 74	57	51	149° 51'	+ 78	- 179
	SC	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		RSC	+ 148	+ 148	179	41	149° 51'	+ 78	- 179		SC	+ 235	+ 74	57	51	149° 51'	+ 78	- 179
	R	-	-	61	54	119° 59'	+ 37	+ 83		RSD	+ 226	- 14	51	37	149° 55'	+ 78	- 179		R	+ 226	- 14	51	37	149° 55'	+ 78	- 179

δy, δx... Restfehler

θ... Richtung der großen Achse a

a, b... Halbachsen der Fehlerellipsen

Tabelle 5

berechnete Maßstabsfaktor λ und sein mittlerer Fehler mλ sind für jede Konfiguration in Tab. 6 enthalten.

Als Maß für die Genauigkeit des Netzes wurde ein aus der Spur der inversen Normalgleichungsmatrix und dem mittleren Fehler der Gewichtseinheit m0 gebildeter mittlerer Punktfehler

dazu soll nun an Hand von Beispielen auf Probleme und Besonderheiten bei Programmierungen von geodätischen und photogrammetrischen Aufgaben eingegangen werden.

I) Neue Lösungswege mit universeller Anwendbarkeit

Geeigneten Formeln für logarithmisches Rechnen folgten zeitsparende Formeln für Handrechenmaschinen, welche jedoch jeweils für bestimmte Angaben nicht oder unscharf rechenbar waren. Für Computer ist die Rechenzeit kurz und daher praktisch unbedeutend, doch sollen alle möglichen Fälle nach gleichem Schema rechenbar sein. Als Beispiel dafür dienen die bisherigen Formeln für den Vorwärtsschnitt mit Handrechenmaschinen:

$$X_0 = X_1 + \frac{(Y_2 - Y_1) - (X_2 - X_1) \operatorname{tg} Ro^2}{\operatorname{tg} Ro^1 - \operatorname{tg} Ro^2} \text{ und } Y_0 = Y_1 + (X_0 - X_1) \operatorname{tg} Ro^1 \dots (1)$$

Für den Computer sind die Formeln (1) bzw. alle Formeln mit tg - oder ctg -Funktionen unzweckmäßig. Sie erfordern, daß der Operator die jeweiligen Angaben prüft und bei bestimmten Fällen (z. B. bei $\operatorname{tg} Ro^1 \rightarrow \infty$) die Reihenfolge der Eintastungen ändert. Bei einheitlicher Reihenfolge der Eintastungen sind im Programm Prüfungen und abhängig davon Umstellungen im Rechenablauf einzubauen. Die dafür notwendigen Programmbefehle sind aber bei Kleincomputern ein schmerzlicher Verlust und gehen meist auf Kosten der Programmqualität.

Die Formeln (2) mit den \sin - und \cos -Funktionen für die orientierten Richtungen liefern immer ohne Prüfung gute Ergebnisse.

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= X_1 + \frac{(Y_2 - Y_1) \cos Ro^2 - (X_2 - X_1) \sin Ro^2}{\sin Ro^1 \cos Ro^2 - \cos Ro^1 \sin Ro^2} \cdot \cos Ro^1 \\ Y_0 &= Y_1 + \frac{(X_2 - X_1) \sin Ro^2 - (Y_2 - Y_1) \cos Ro^2}{\sin Ro^1 \cos Ro^2 - \cos Ro^1 \sin Ro^2} \cdot \sin Ro^1 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

Nachfolgend wird gezeigt, wie diese Formeln entweder aus den bisherigen Formeln analytisch oder aus Abb. 1 geometrisch gefunden werden können.

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= X_1 + \frac{(Y_2 - Y_1) - (X_2 - X_1) \frac{\sin Ro^2}{\cos Ro^2}}{\frac{\sin Ro^1}{\cos Ro^1} - \frac{\sin Ro^2}{\cos Ro^2}} = \\ &= X_1 + \frac{(Y_2 - Y_1) \cdot \cos Ro^2 - (X_2 - X_1) \sin Ro^2}{\sin Ro^1 \cos Ro^2 - \cos Ro^1 \sin Ro^2} \cdot \cos Ro^1 \\ Y_0 &= Y_1 + (X_0 - X_1) \frac{\sin Ro^1}{\cos Ro^1} = \\ &= Y_1 + \frac{(Y_2 - Y_1) \cos Ro^2 - (X_2 - X_1) \sin Ro^2}{\sin Ro^1 \cos Ro^2 - \cos Ro^1 \sin Ro^2} \cdot \sin Ro^1 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

Bei Verwendung der Formeln (2) und Berechnung der trigonometrischen Funktionen für $|x| \leq \frac{\pi}{4}$ über den entwickelten Kettenbruch $\sin x = \frac{42x - 6x^3 +$

$+ \frac{1,1}{6} x^5$ und über $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$ können die Angaben immer in der gleichen

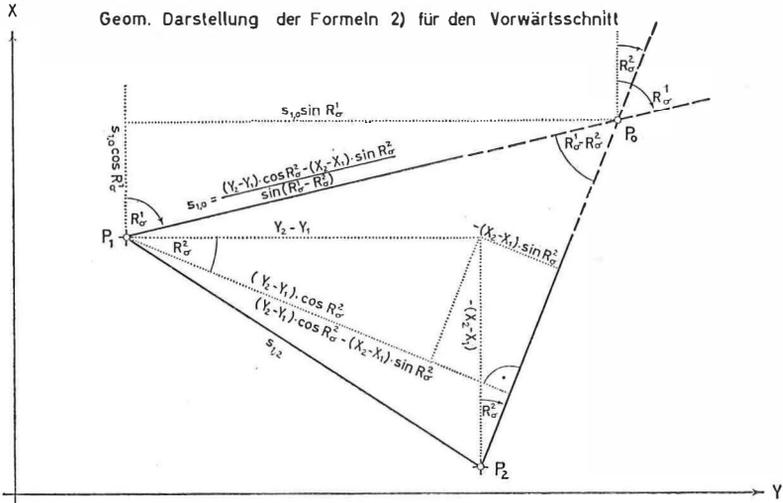


Abb. 1

Programmierung für den Vorwärtsschnitt

PROGRAMMBEFEHLE

	REGISTER 1	REGISTER 2	REGISTER F	REGISTER E	REGISTER D
1	A V	25 R ↓	49 ↓	73 R/ ↓	97 S
2	E ↓	26 D/ ↓	50 A/W	74 A W	98 S
3	D ↓	27 x	51 E -	75 :	99 S
4	A/V	28 A/ ↑	52 B ↓	76 S	100 S
5	S	29 D/ x	53 B/ x	77 B/ ↑	101 S
6	↓	30 :	54 A +	78 B/ ↓	102 S
7	A/ ↑	31 -	55 B/ ↓	79 S	103 S
8	R x	32 B x	56 A x	80 D ↑	104 S
9	R ↓	33 A/ ↑	57 A +	81 S	105 S
10	R *	34 R/ ↑	58 E -	82 -	106 S
11	R -	35 D +	59 B ↓	83 ↓	107 S
12	R/ ◊	36 +	60 / W	84 C ↓	108 S
13	R ↓	37 B ↓	61 D ↓	85 x	109 A Y
14	R S	38 +	62 / V	86 D ↓	110 R x
15	D ↓	39 B ↓	63 C/ ↓	87 S	111 D ↑
16	:	40 B/ x	64 B x	88 -	112 C +
17	A x	41 B :	65 D ↓	89 ↓	113 A ◊
18	B ↓	42 A x	66 C ↓	90 C/ ↓	114 D ↓
19	C ↓	43 B/ ↑	67 B/ x	91 x	115 B/ x
20	↓	44 E -	68 D -	92 D ↓	116 C/ +
21	B/ ↓	45 A √	69 B/ ↓	93 D -	117 A ◊
22	C/ ↓	46 B ↓	70 B/ :	94 B ↓	118 / ◊
23	B ↓	47 A/ ↑	71 B ↓	95 Y	119 V
24	A/ ↑	48 D/ +	72 W	96 S	120 S

Reihenfolge eingetastet werden. Beim Bürocomputer P 203 ist sogar die Verspeicherung der Koordinaten für Berechnungen von VW -Schnitten nach der Schnittmethode möglich. Bei der nachfolgenden Programmierung (P 101) für den Vorwärtsschnitt ist das Dezimalstellenrad auf 8 zu stellen, die Magnetkarte mit dem Programm einzulesen und durch Drücken der Taste V auf Programmbeginn zu gehen. Nach jedem Eintasten der Angaben $Ro^1, Ro^2, Y_1, X_1, Y_2, X_2$ druckt die Maschine die errechneten Koordinaten Y_0, X_0 aus und geht nach einer Zeilenschaltung wieder auf Programmbeginn. Es sei noch erwähnt, daß auf ähnliche Art auch bei anderen Aufgaben (wie z. B. bei Geradenschnitten) Prüfungen oder Steuerungen überflüssig werden und eine Programmverbesserung sowie eine von den Angaben unabhängige Reihenfolge der Eintastungen erreicht wird.

II) Einführung von Originalwerten in Formeln zur Vermeidung oder Einsparung von Mehrfacheingaben

Als Beispiel wird die Berechnung des arithmetischen Mittels und dessen mittleren Fehlers angeführt. Bisher wurde der mittlere Fehler aus den Verbesserungen $v_i = l_m - l_i$, also über das arithmetische Mittel l_m gerechnet. Dies ist für Computer ungünstig, da alle Beobachtungen zunächst einmal zur Berechnung des arithmetischen Mittels und hernach ein zweitesmal zur Berechnung des mittleren Fehlers in die Maschine einzutasten sind. Wird dagegen der mittlere Fehler wie das arithmetische Mittel aus den Beobachtungen selbst gerechnet, so genügt eine einzige Eintastung.

Bei den im Gegensatz zu unserem Zahlenbeispiel meist großen Beobachtungswerten ist es darüber hinaus notwendig oder vorteilhaft, diese großen Beobachtungswerte auf den ersten Wert zu reduzieren. In unserem Zahlenbeispiel werden die 3 Berechnungsarten für den mittleren Fehler des arithmetischen Mittels gegenübergestellt.

Für die Berechnung des arithmetischen Mittels gilt immer die Formel:

$$l_m = \frac{[l]}{n} \quad \dots (4)$$

Die bisherige Berechnung des mittleren Fehlers erfolgte aus der Formel:

$$m_l = \pm \sqrt{\frac{[v \ v]}{n-1}} \quad \dots (5)$$

Setzt man die Formel (4) in die Formel (5) ein, so erhält man:

$$v_i = \frac{[l]}{n} - l_i$$

$$v_i \ v_i = \frac{[l]^2}{n^2} - 2 \frac{[l]}{n} \cdot l_i + l_i^2 \quad \dots (6)$$

$$[v \ v] = n \cdot \frac{[l]^2}{n^2} - 2 \frac{[l]}{n} \cdot [l] + [l^2] = [l^2] - \frac{1}{n} [l]^2$$

Man erhält somit für die Berechnung des mittleren Fehlers aus den Beobachtungen:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[v \ v]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{[l^2] - \frac{1}{n} [l]^2}{n-1}} \quad \dots (7)$$

Die Einführung von reduzierten Beobachtungen $l_{i \text{ red}} = l_i - l_1$ in die Gleichung (7) ergibt:

$$\left. \begin{aligned}
 l_i &= l_{i \text{ red}} + l_1 & [l] &= [l_{\text{red}}] + n \cdot l_1 \\
 l_i^2 &= l_{i \text{ red}}^2 + 2 l_{i \text{ red}} \cdot l_1 + l_1^2 & [l]^2 &= [l_{\text{red}}]^2 + 2 [l_{\text{red}}] \cdot n \cdot l_1 + n^2 \cdot l_1^2 \\
 [l^2] &= [l_{\text{red}}^2] + 2 [l_{\text{red}}] \cdot l_1 + n \cdot l_1^2 & \frac{1}{n} [l]^2 &= \frac{1}{n} [l_{\text{red}}]^2 + \\
 & & & + 2 [l_{\text{red}}] \cdot l_1 + n \cdot l_1^2 \\
 [l^2] - \frac{1}{n} [l]^2 &= [l_{\text{red}}^2] + 2 [l_{\text{red}}] \cdot l_1 + n \cdot l_1^2 & & \dots (8) \\
 - \frac{1}{n} [l_{\text{red}}]^2 - 2 [l_{\text{red}}] \cdot l_1 - n \cdot l_1^2 & & & \\
 [l^2] - \frac{1}{n} [l]^2 &= [l_{\text{red}}^2] - \frac{1}{n} [l_{\text{red}}]^2 & &
 \end{aligned} \right\}$$

Somit erhält man für die Berechnung des mittleren Fehlers aus reduzierten Beobachtungen:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[l^2] - \frac{1}{n} [l]^2}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{[l_{\text{red}}^2] - \frac{1}{n} [l_{\text{red}}]^2}{n-1}} \quad \dots (9)$$

Zahlenbeispiel:

Gegeben sind die Beobachtungen $l_i = 2, 3, 5, 7, 8$.

Gesucht ist das arithmetische Mittel l_m

und dessen mittlerer Fehler m_e .

Berechnung des arithmetischen Mittels:

$$\frac{[l]}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

Berechnung des mittleren Fehlers des arithmetischen Mittels:

a) auf bisherige Art nach Formel (5):

$$\begin{aligned}
 m &= \pm \sqrt{\frac{[v \ v]}{n-1}} & v_i &= l_m - l_i = 3, 2, 0, -2, -3 \\
 & & v_i v_i &= 9, 4, 0, 4, 9 \\
 m &= \pm \sqrt{\frac{26}{4}} & [v \ v] &= 26
 \end{aligned}$$

b) aus Originalwerten nach Formel (7):

$$\begin{aligned}
 m &= \pm \sqrt{\frac{[l^2] - \frac{1}{n} [l]^2}{n-1}} & l_i &= 2, 3, 5, 7, 8 \quad [l] = 25 \\
 m &= \pm \sqrt{\frac{151 - \frac{1}{5} \cdot 625}{4}} = \pm \sqrt{\frac{26}{4}} & l_i^2 &= 4, 9, 25, 49, 64 \quad [l^2] = 151
 \end{aligned}$$

c) aus reduzierten Originalwerten nach Formel (9):

$$m = \pm \sqrt{\frac{[I_{red}^2] - \frac{1}{n} [I_{red}]^2}{n-1}} \quad \begin{array}{l} l_i \text{ red} = l_i - l_1 = 0, 1, 3, 5, 6 \\ [I_{red}] = 15 \end{array}$$

$$m = \pm \sqrt{\frac{71 - \frac{1}{5} \cdot 225}{4}} = \pm \sqrt{\frac{26}{4}} \quad \begin{array}{l} l_i \text{ red}^2 = 0, 1, 9, 25, 36 \\ [I_{red}^2] = 71 \end{array}$$

Die am Zahlenbeispiel aufgezeigte Rückführung auf Originalwerte führt besonders auch bei Transformationen zu wesentlichen Einsparungen an Eingaben.

III) Neue Meßpraxis durch günstigere elektronische Rechenmöglichkeit

Als Beispiel sei der direkte Anschluß angeführt. (Abb. 2)

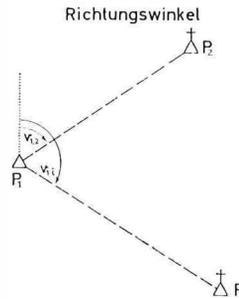
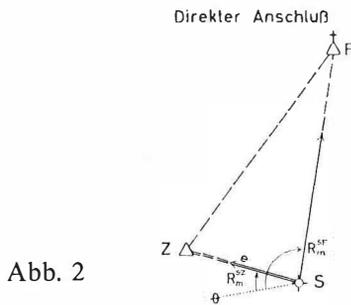
Geg.: die Koordinaten des Zentrums $Z (Y_Z, X_Z)$

die Koordinaten des Fernpunktes $F (Y_F, X_F)$

Gem.: die Entfernung e_s, z

und die Richtungen im Standpunkt $S: R_m^{SZ}, R_m^{SF}$.

Ges.: die Koordinaten des Punktes $S (Y_S, X_S)$



Der direkte Anschluß war bisher schon deshalb wenig bekannt und wurde gemieden, weil die Rechnung nicht gerade angenehm war.

Da nunmehr die Rechnung elektronisch ebenso einfach und elegant wie ein Vorwärts- oder Rückwärtsschnitt durchführbar ist, bietet sich nun diese Meßmethode schon deshalb besser als eine polare Anhängung an, weil mit einem einzigen Standpunkt (über dem gesuchten Punkt S) nicht nur die Bestimmung, sondern durch weitere Richtungswinkel auch die Kontrolle erreicht wird.

IV) Die Bedeutung spezieller Funktionsberechnungen für Kleincomputer

Bei Großrechenanlagen ist für jede Funktion eine einzige Entwicklungsart ausreichend und immer anwendbar. Für Kleincomputer ist jeweils in Abhängigkeit von den verfügbaren Speicherplätzen und Programmbefehlen eine der vielen Möglichkeiten auszuwählen oder zu entwickeln.

Besonders günstig sind immer wieder auch Funktionsberechnungen aus Kettenbrüchen. Sie sind sehr befehlssparend und entwickelte Kettenbrüche (siehe VW -Schnitt) benötigen nur wenige Ziffern und eine kurze Rechenzeit.

Als weiteres Beispiel sei die Entwicklung des Kettenbruches

$$\operatorname{arc\,tg} x = \frac{x}{1 + \frac{1^2 x^2}{2 \cdot 1 + 1 + \frac{2^2 x^2}{2 \cdot 2 + 1 + \dots + \frac{n^2 x^2}{2n + 1 + \dots}}}}$$

in einem Programm für die Berechnung von Richtungswinkeln angeführt, wodurch die Verspeicherung der Koordinaten des Standpunktes P_1 für wiederholte Verwendung möglich wird. (Abb. 3)

Geg.: Die Koordinaten v. $P_1 (Y_1, X_1)$

„ „ $P_2 (Y_2, X_2)$

„ „ $P_i (Y_i, X_i)$

Ges.: Die Seite $s_{1, 2}$ und d. Richtungswinkel $v_{1,2}$

„ „ $s_{1, i}$ „ „ $v_{1, i}$

Programmierung für Richtungswinkel und Seitenlänge

PROGRAMMBEFEHLE

	REGISTER 1	REGISTER 2	REGISTER F	REGISTER E	REGISTER D
1	A V	25 D ↓	49 C / :	73 F / ↓	97
2	S	26 D / ↑	50 C / ↑	74 A Y	98
3	B / ↑	27 D ↓	51 E / ↓	75 C ↓	99
4	S	28 E ↓	52 E +	76 R -	100
5	B ↑	29 E / ↑	53 / W	77 B / V	101
6	A W	30 A / V	54 C / ↓	78 D ↓	102
7	C / *	31 E / ↓	55 -	79 / Y	103
8	/ ◊	32 D / ↑	56 C ↑	80 R ↓	104
9	S	33 D :	57 C :	81 C +	105
10	C ↑	34 C ↑	58 A / ↑	82 +	106
11	S	35 A V	59 R ↑	83 / Y	107
12	↓	36 A ◊	60 R x	84 S	108
13	B -	37 A / ↑	61 R x	85 R / ↓	109
14	A x	38 D / :	62 R / ↑	86 A / Y	110
15	D ↑	39 ↓	63 D x	87 R ↓	111
16	C ↑	40 A / W	64 x	88 / Z	112
17	B / -	41 A +	65 A / ↑	89 C +	113
18	A x	42 E / ↑	66 R / S	90 +	114
19	D / ↑	43 E -	67 R S	91 +	115
20	C ↓	44 C / +	68 D ↓	92 +	116
21	R +	45 C / ↑	69 C ↑	93 A / Z	117
22	C ↑	46 C ↓	70 D / ↓	94 A ◊	118
23	-	47 E / x	71 C / V	95 W	119
24	/ V	48 A x	72 Y	96 S	120

Bei Verwendung des nachfolgenden Programmes sind das Dezimalstellenrad auf 7 zu stellen, die Karte einzulesen, die Taste V zu drücken und die Koordinaten Y_1 und X_1 einzutasten. Nach einer Zeilenschaltung bleibt der Rechner zur Eingabe der Koordinaten Y_2, X_2 stehen. Nach Berechnung und Ausdrucken der Ergebnisse $s_{1,2}, v_{1,2}$ sowie einer weiteren Zeilenschaltung können ohne neuerlicher Eingabe der Koordinaten Y_1, X_1 , also nur mit Eingabe weiterer Koordinaten Y_i, X_i die zugehörigen Ergebnisse $s_{1,i}, v_{1,i}$ gerechnet werden.

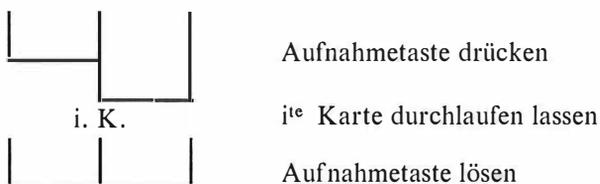
V) Übernahme von Zwischenwerten auf Magnetkarten für spätere Einlesung durch Stürzen der Register

Größere Rechenprobleme erfordern bei der Programma P 101 und 203 die aufeinanderfolgende Verwendung mehrerer Magnetkarten. Beim Übergang von einer Magnetkarte auf eine andere können maximal 8 der insgesamt möglichen 12 Zwischenwerte in der Maschine gespeichert bleiben. Die restlichen Zwischenwerte können ausgedruckt und später wieder eingetastet werden. Dies bedeutet eine Fehlerquelle, kostet Zeit und ist sehr unangenehm, wogegen die Verwendung zusätzlicher Magnetkarten an und für sich keinen besonderen Nachteil darstellt. Das Ausdrucken und spätere Eintasten von Zwischenwerten wird zweckmäßig durch Aufnahme dieser Werte auf eine Magnetkarte und durch spätere Wiedereinlesung in die Maschine vermieden. Dadurch ergeben sich auch bei größeren Aufgabenstellungen Lösungen mit günstigem Arbeitsablauf, z. B. bei Affintransformationen.

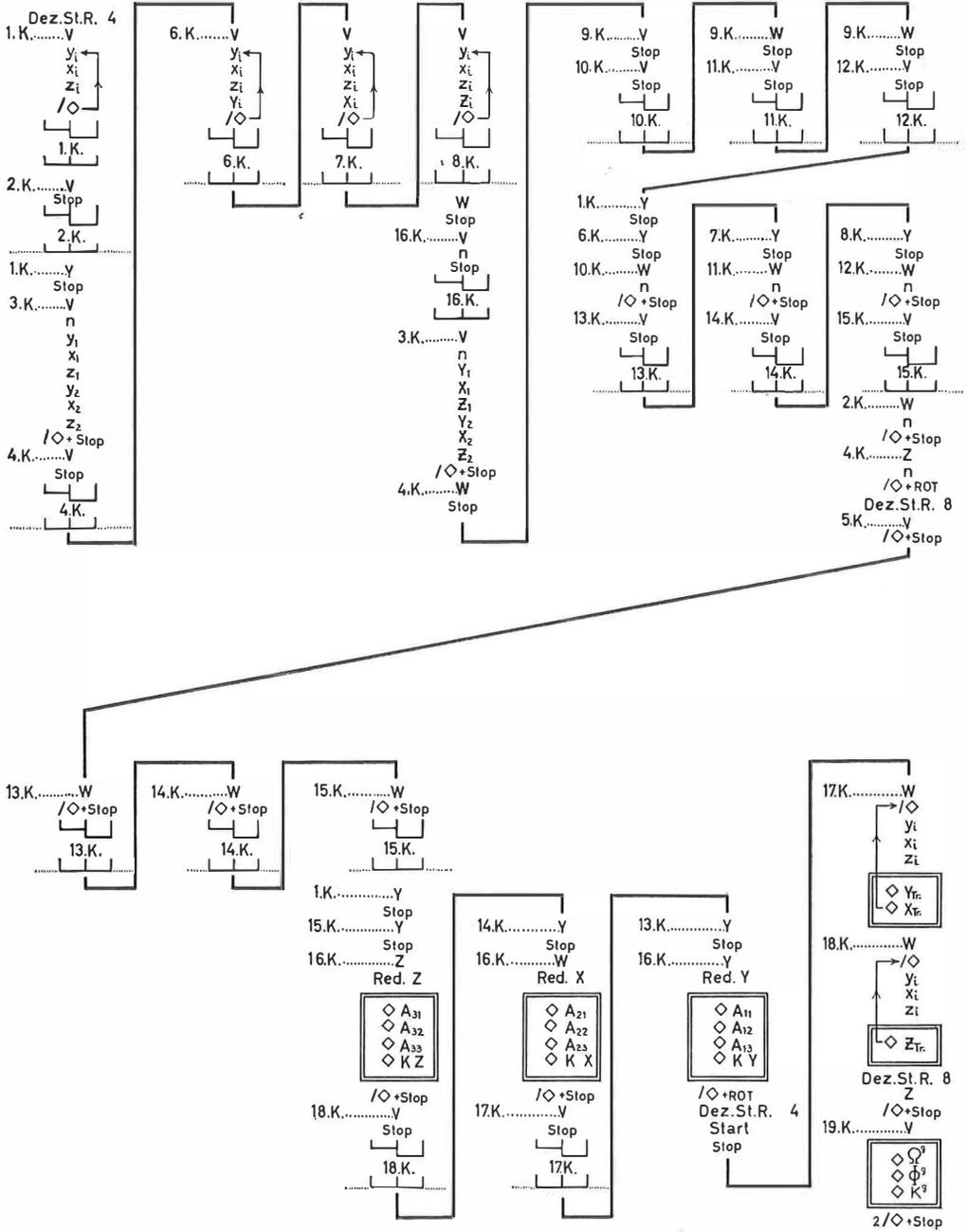
Zur Demonstration wird das Ablaufschema für die Programmierung zu dem von Herrn Dipl.-Ing. P. Leeb im Bundesamt entwickelten und im Heft 3 der ÖZfVW veröffentlichten Rechenverfahren für eine räumliche Affintransformation mit beliebiger Überbestimmung gebracht.

Mit Hilfe der räumlichen Affintransformation werden aus Maschinenkoordinaten eines nur gegenseitig orientierten Modells Landeskoordinaten und absolute Höhen erhalten. Eine Berechnung der Transformationselemente einschließlich der Rücktransformation der für die Elementberechnung verwendeten Punkte, sowie mit Berechnung der Einstellwerte für eine eventuelle spätere absolute Orientierung erfordert ca. 17 Minuten. Die räumliche Affintransformation ist das bisher umfangreichste photogrammetrische Problem, welches für die Programma P 101 im Bundesamt programmiert wurde. Das Programm wurde an einem Testoperat mit 57 Modellen praktisch erprobt. Durch den baukastenartigen Programmaufbau ist auch bei Eintastfehlern nur ein Rechenteil (im Ablaufschema zwischen zwei punktierten Linien) zu wiederholen.

Die Zwischenergebnisse einzelner Eingabeserien sind voneinander unabhängig auf Magnetkarten extern gespeichert und können daher jederzeit mit korrigierten Teilen neu im Programm zusammengesetzt werden. Die Aufnahme von Zwischenwerten auf Magnetkarten ist im Ablaufschema symbolisch dargestellt. Es heißt z. B.:



Ablaufschema für die räumliche Affintransformation



VI) Löschbare Programmbefehle

Bekanntlich können im Register D Programmbefehle nach deren Ablauf durch die Spezialbefehle R_* , RS gelöscht werden. Dabei werden die Registerinhalte R und D ausgetauscht, D arbeitet als ganzes Register und es ist zweckmäßig, nachfolgend D vor $D/$ anzusprechen. Außer dieser Löschung können noch Programmbefehle mit den Adressen R, D, E, F in den Registern D, E und F durch bloßes Überspeichern mit einer Zahl gelöscht werden. Sie müssen ab der 1., bzw. 1. und 13. Stelle postiert sein und es muß für die spätere überspeichernde Zahl ein Vorzeichen-S an der 24., bzw. 12. und 24. Stelle reserviert sein.

Durch diese Löschung können auch die Register E und F zuerst für Programmbefehle und danach für numerische Werte verwendet werden. Das Wissen um die löschbaren Programmbefehle ist aber auch für den Fall eines programmierten Rotlichtes wichtig. Dieses Rotlicht in Verbindung mit einer Zeilenschaltung soll auf eine Besonderheit im Programmablauf, z. B. auf die Umstellung des Dezimalstellenrades, hinweisen. Ein solches Rotlicht erzeugt man dadurch, daß man eine Zahl in ein Register mit Programmbefehlen schickt. Sind nun zufällig genug löschbare Programmbefehle im Register und ist an der zugehörigen Vorzeichenstelle ein S vorhanden, so findet die Zahl im Register tatsächlich Platz und das programmierte Rotlicht bleibt aus. Auf diese Art wurde nämlich von meinem Mitarbeiter, Herrn Dipl.-Ing. E. Duschaneck, die Löscharkeit von Programmbefehlen entdeckt und anschließend systematisch untersucht.

Es sei noch erwähnt, daß in mehreren Programmen des Bundesamtes löschbare Programmbefehle sich nunmehr seit über einem Jahr bestens bewährt haben und es keine Schwierigkeiten irgendwelcher Art gab.

VII) Erfahrungen mit dem Rechner selbst

Vorausgeschickt sei, daß der Rechner P 101 des Bundesamtes nunmehr seit über einem Jahr praktisch dauernd in Betrieb ist. Wegen der vielen Karteneinlesungen und -aufnahmen ergaben sich Verschmutzungen des Aufnahmekopfes und eine Dehnung des Treibriemens für den Kartentransport. Der Aufnahmekopf wurde gereinigt und ein neuer Treibriemen eingesetzt.

Bemerkt wurde eine sehr ungleiche Qualität der verschiedenen Arten von Magnetkarten. Gute und dauerhafte Magnetkarten sind schon deshalb von größter Wichtigkeit, weil Abnützungserscheinungen nicht sofort als Fehlerursache erkennbar sind und auftretende Befehlsverstückelungen vorerst ein allgemeines Fehlersuchen bei Rechner und Karten verursachen.

Allgemein kann man aber sagen, daß Störungen nur selten auftreten und auf Grund der sofortigen Beseitigung durch den Servicedienst der Firma praktisch überhaupt nicht ins Gewicht fallen.

Zusammenfassung

An Hand von Beispielen wurden die für das Rechnen mit Kleincomputern wesentlichsten Probleme aufgezeigt. Es wurden neue Lösungswege und die Einführung von Originalwerten in Formeln sowie die Bedeutung spezieller Funktionsberechnungen ebenso aufgezeigt wie rationellere Messungsanordnungen auf der Basis der modernen elektronischen Rechentechnik.

Zur Gestaltung des Programmes wurde auf das Umgehen des Ausdrucks und Wiedereinstastens von Zwischenwerten durch deren Übernahme auf Magnetkarten zwecks späterer Wiedereinlesung sowie auf die Verwendung von löschbaren Programmbefehlen verwiesen.

Abschließend sei bemerkt, daß hier nur ein grober Hinweis auf die wichtigsten Probleme gegeben werden konnte, da ja jede Verbreiterung auf diesem Gebiet den Rahmen einer Veröffentlichung sprengen würde.

Überbestimmte Punkttransformationen nach dem Prinzip der kleinsten maximalen Klaffung

Von *Peter Meissl*, Wien

1. Problemstellung

Folgende Aufgabe wird in der Geodäsie häufig angetroffen. Gegeben ist ein System von n Punkten P_i und ein System von n Punkten Q_i . Auf das System der Punkte Q_i soll eine Transformation ausgeübt werden, deren Parameter so zu wählen sind, daß die resultierenden Abstände (Klaffungen) zwischen den P_i und den Q_i nach einem gewissen Kriterium möglichst klein werden. Wählt man als Maß für die Klaffungen $r_i = \overline{P_i Q_i}$ die Quadratsumme $\sum_{i=1}^n r_i^2$, so führt das „Gaußsche

Kriterium“ $\text{Min} \sum_{i=1}^n r_i^2$ nach geeigneter Linearisierung auf Gaußsche Normalgleichungen für die Transformationsparameter, wie z. B. in [2] S. 442ff. beschrieben ist. Für den Fall einer Ähnlichkeitstransformation in der Ebene existiert für die Rechnung sogar ein Vordruck V 246 des österreichischen Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen.

Ein anderes Maß für die Klaffungen ist $\text{Max}_{1 \leq i \leq n} r_i$, die größte auftretende Klaffung. In dieser Arbeit sollen die Transformationsparameter so gewählt werden, daß dieses Maß möglichst klein wird, also dem „Tschebyscheff-Kriterium“ $\text{Min} \text{Max}_{1 \leq i \leq n} r_i$ Genüge geleistet wird. Man kann dabei von einer Transformation nach dem Prinzip der kleinsten maximalen Klaffung sprechen.

Bei der Darstellung einer Lösung dieser Aufgabe soll angenommen werden, daß die Transformation in einer Bewegung (Verdrehung und Verschiebung) in der Ebene besteht. Bei allgemeineren Transformationen, die auch räumlich sein können, treten keinerlei wesentliche neue Gesichtspunkte auf.

2. Mathematische Formulierung

Die Koordinaten von P_i seien x_i, y_i , jene von Q_i seien vor Anwendung der Transformation gegeben durch $x_i + \delta x_i, y_i + \delta y_i$ und nach der Transformation durch $x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i$. Die Größen $\delta x_i, \delta y_i$ und auch $\Delta x_i, \Delta y_i$ seien klein im Vergleich zu den Koordinatendifferenzen der P_i . Mit anderen Worten, wir nehmen an, daß die Q_i durch eine vorläufige Transformation bereits genähert mit den P_i zur Deckung gebracht wurden. Wenn φ der Verdrehungswinkel und σ und τ die Verschiebungsgrößen in x und y Richtung sind, so gilt

$$\begin{aligned} x_i + \Delta x_i &= (x_i + \delta x_i) \cos \varphi - (y_i + \delta y_i) \sin \varphi + \sigma \\ y_i + \Delta y_i &= (x_i + \delta x_i) \sin \varphi + (y_i + \delta y_i) \cos \varphi + \tau \end{aligned} \quad i = 1, \dots, n$$

also in erster Näherung

$$\begin{aligned} \Delta x_i &= -y_i \varphi + \sigma + \delta x_i \\ \Delta y_i &= x_i \varphi + \tau + \delta y_i \end{aligned} \quad i = 1, \dots, n \quad \dots (1)$$

Setzen wir $r_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}$, so soll nach dem Prinzip der kleinsten maximalen Klaffung $\text{Max } r_i$ durch Wahl von φ, σ, τ ein Minimum werden. Wir können das $1 \leq i \leq n$ auch so formulieren

$$\sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2} \leq r \quad i = 1, \dots, n \quad \dots (2)$$

$$r = \text{Minimum} \quad \dots (3)$$

Die Beziehungen (1), (2), (3) stellen ein sogenanntes konvexes Programm (auch konvexe Optimierungsaufgabe) dar. Siehe [3], S. 72ff. Für konvexe Programme existieren eine Theorie und etliche iterative Lösungsverfahren. Eines davon, die sogenannte Schnittebenenmethode ([3], S. 93) soll hier zur Lösung benützt werden.

Um es dem Leser zu ersparen, sich mit den Begriffsbildungen der konvexen Programme vertraut zu machen, soll das Verfahren an Hand der speziellen Aufgabe ab ovo hergeleitet werden. Lediglich über einige Tatsachen der Linearen Programmierung (Linearen Optimierung) soll im folgenden Abschnitt ohne Herleitungen referiert werden.

3. Einige Tatsachen aus der Linearen Programmierung

Ein lineares Programm, im folgenden mit L. P. abgekürzt, kann in verschiedener Gestalt auftreten. Eine davon ist:

Finde $\xi_j, j = 1, \dots, \nu$ mit

$$\sum_{j=1}^{\nu} a_{ij} \xi_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, \mu \quad \dots (4)$$

$$\sum_{j=1}^{\nu} c_j \xi_j = \text{Maximum}$$

Dabei sind die a_{ij}, b_i, c_j bekannt. Zu jedem L. P. gibt es ein sogenanntes duales L. P. Das duale zu (4) lautet:

Finde $\eta_i \quad i = 1, \dots, \mu$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\mu} a_{ij} \eta_i &= c_j \quad j = 1, \dots, \nu \\ \eta_i &\geq 0 \end{aligned} \quad \dots (5)$$

$$\sum_{i=1}^{\mu} b_i \eta_i = \text{Minimum}$$

Die Theorie lehrt, daß entweder beide L. P.e unlösbar sind oder beide lösbar. In letzterem Fall stimmen die beiden Optima überein, d. h. $\text{Max} \sum_{j=1}^{\nu} c_j \xi_j = \text{Min} \sum_{i=1}^{\mu} b_i \eta_i$. Das duale L. P. zu (5) ist übrigens wieder (4).

Problem (5) liegt in einer Gestalt vor, die geeignet ist für die Anwendung der Simplexmethode (siehe [1], [3]). Diese liefert, wie hier nicht näher beschrieben werden soll, in endlich vielen Schritten eine Optimallösung von (5). Wendet man die Simplexmethode in ihrer sogenannten revidierten Form an (auch Simplexmethode mit Multiplikatoren, siehe [1], S. 244), so fällt dabei als Nebenprodukt auch eine Optimallösung von (4) an.

4. Ein approximierendes Lineares Programm

Wir kehren zu unserem ursprünglichen Problem in der Gestalt (1), (2), (3) zurück und konzentrieren uns auf eine der Ungleichungen (2):

$$\sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2} \leq r \quad \dots (2)$$

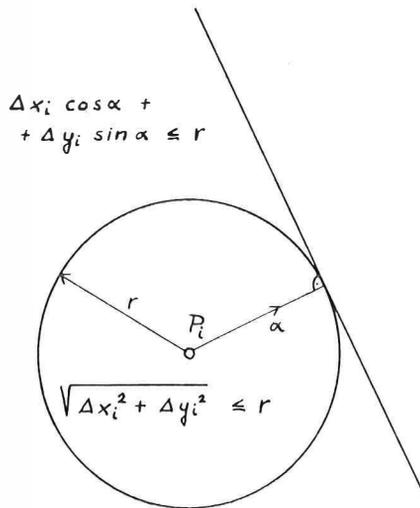


Abb. 1

Deutet man $\Delta x_i, \Delta y_i$ vorübergehend als Koordinaten eines Punktes, so muß dieser Punkt im Innern eines Kreises mit Radius r um den Ursprung liegen. Dies ist gleichbedeutend damit, daß der Punkt in *jeder* Halbebene liegt, die von einer Tangente an den Kreis begrenzt wird und den Ursprung enthält (siehe auch Abb. 1). (2) ist also äquivalent den folgenden ∞ vielen Bedingungen

$$\Delta x_i \cos \alpha + \Delta y_i \sin \alpha \leq r, \quad 0 \leq \alpha < 2\pi \quad \dots (6)$$

α ist dabei die Normalenrichtung auf eine Tangente an den Kreis, deren Hesse'sche Normalform durch Ersetzen des \leq in (6) durch ein $=$ gegeben ist.

Also können wir unsere ursprüngliche nichtlineare Optimierungsaufgabe ersetzen durch eine lineare mit ∞ vielen Ungleichungen¹⁾: Finde φ, σ, τ , daß

$$\begin{aligned} \Delta x_i \cos \alpha + \Delta y_i \sin \alpha &\leq r & i = 1, \dots, n \\ r &= \text{Minimum} & 0 \leq \alpha < 2\pi \end{aligned} \quad \dots (7)$$

¹⁾ Diese Aufgabe ist wegen der unendlichen Anzahl der Ungleichungen kein L. P.

Setzen wir für $\Delta x_i, \Delta y_i$ gemäß (1) ein, so wird daraus

$$\begin{aligned} (-y_i \cos \alpha + x_i \sin \alpha) \varphi + (\cos \alpha) \sigma + (\sin \alpha) \tau - r &\leq -(\delta x_i \cos \alpha + \delta y_i \sin \alpha) \\ \dots i = 1, \dots, n, \quad 0 &\leq \alpha < 2\pi \quad \dots (8) \\ -r &= \text{Maximum}^2) \end{aligned}$$

Wir wählen jetzt für jedes i endlich viele $\alpha_{ij}, j = 1, \dots, m_i$ aus und betrachten an Stelle von (7) die Aufgabe

$$\begin{aligned} \Delta x_i \cos \alpha_{ij} + \Delta y_i \sin \alpha_{ij} &\leq r & i = 1, \dots, n \\ & & j = 1, \dots, m_i \quad \dots (9) \\ r &= \text{Minimum} \end{aligned}$$

oder gleichbedeutend an Stelle von (8)

$$\begin{aligned} (-y_i \cos \alpha_{ij} + x_i \sin \alpha_{ij}) \varphi + (\cos \alpha_{ij}) \sigma + (\sin \alpha_{ij}) \tau - r &\leq -(\delta x_i \cos \alpha_{ij} + \delta y_i \sin \alpha_{ij}) \\ & & i = 1, \dots, n \\ & & j = 1, \dots, m_i \quad \dots (10) \\ -r &= \text{Maximum} \end{aligned}$$

Die Aufgaben (9) oder (10) approximieren die Aufgaben (7) oder (8) und damit (1) bis (3). Im Sinne der Überlegungen, die uns zur Formulierung (6) führten, haben wir dabei das Innere der Kreise (2) mit Radius r durch das Innere gewisser Tangentenpolygone mit Inkreisradius r ersetzt. Die α_{ij} sind die Normalrichtungen auf die Polygonseiten. (Siehe Abb. 2.)

Aufgabe (10) stellt ein L. P. in der Gestalt (4) dar, ist also routinemäßig lösbar. Sei φ, σ, τ, r eine Optimallösung des L. P. (10) und $\varphi_{opt}, \sigma_{opt}, \tau_{opt}, r_{opt}$ eine Optimallösung unseres ursprünglichen Problems (8). Da $\varphi_{opt}, \sigma_{opt}, \tau_{opt}, r_{opt}$ auch die Ungleichungen in (10) erfüllen (letztere sind ja nur ein Teil der Ungleichungen in (8)), folgt notwendigerweise

$$\bar{r} \leq r_{opt}$$

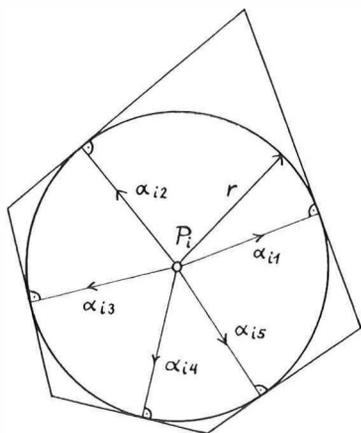


Abb. 2

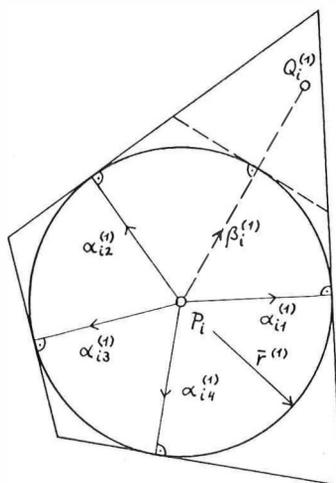


Abb. 3

2) Die Forderung $r = \text{Minimum}$, kann man natürlich durch $-r = \text{Maximum}$ ersetzen.

Üben wir nun auf das System der Q_i die Bewegungstransformation mit den Parametern $\bar{\varphi}$, $\bar{\sigma}$, $\bar{\tau}$ aus, so entstehen Koordinatendifferenzen $\overline{\Delta x_i}$, $\overline{\Delta y_i}$ zwischen den P_i und Q_i , die man gemäß (1) berechnen kann. Aus diesen kann man die Klaffungen

$$\bar{r}_i = \sqrt{(\overline{\Delta x_i})^2 + (\overline{\Delta y_i})^2}$$

rechnen und daraus die größte Klaffung

$$\bar{r} = \text{Max}_{1 \leq i \leq n} \bar{r}_i$$

Da wir nicht erwarten können, daß das approximierende Problem die größte Klaffung minimiert, gilt

$$\bar{r} \leq r_{opt} \leq \bar{\bar{r}}. \quad \dots (11)$$

Das approximierende L. P. (10) löst man am besten auf dem Umweg über sein duales. Dieses lautet gemäß Abschnitt 3: Finde π_{ij} , daß

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} (-y_i \cos \alpha_{ij} + x_i \sin \alpha_{ij}) \pi_{ij} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^{m_i} (\cos \alpha_{ij}) \pi_{ij} &= 0 \quad \dots (12) \\ \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^{m_i} (\sin \alpha_{ij}) \pi_{ij} &= 0 \\ \sum_{i=n}^n \sum_{i=n}^{m_i} -\pi_{ij} &= -1 \\ \pi_{ij} &\geq 0 \dots i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m_i \\ \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^{m_i} -(\delta x_i \cos \alpha_{ij} + \delta y_i \sin \alpha_{ij}) \pi_{ij} &= \text{Minimum} \end{aligned}$$

Dieses L. P. ist nach Abschnitt 3 lösbar, falls (10) es ist. Beide Optima stimmen überein und sind gleich $-\bar{r}$. Bei Anwendung der revidierten Simplexmethode auf (12) fällt als Nebenprodukt eine Optimallösung von (10) an.

5. Beschreibung des Iterationsverfahrens

Wähle für jeden Punkt P_i , $i = 1, \dots, n$ einige Richtungen $\alpha_{ij}^{(1)}$, $j = 1, \dots, m_i^{(1)}$ und formuliere damit ein erstes approximierendes L. P. (9) bzw. (10). Auf dem Umwege über sein duales (12) ergebe sich eine Optimallösung $\bar{\varphi}^{(1)}$, $\bar{\sigma}^{(1)}$, $\bar{\tau}^{(1)}$, $\bar{r}^{(1)}$. Dieser entsprechen gemäß (1) Punkte $Q_i^{(1)}$ mit Koordinatenabweichungen $\Delta x_i^{(1)}$, $\Delta y_i^{(1)}$ von den P_i . Bestimme die Abstände (Klaffungen) $r_i^{(1)} = \sqrt{\Delta x_i^{(1)2} + \Delta y_i^{(1)2}$ und $\bar{r}^{(1)} = \text{Max}_{1 \leq i \leq n} r_i^{(1)}$.

Dann gilt nach (11)

$$\bar{r}^{(1)} \leq r_{opt} \leq \bar{\bar{r}}^{(1)}.$$

Wir sagen P_i ist ein kritischer Punkt, falls

$$r_i^{(1)} > \bar{r}^{(1)}. \quad \dots (13)$$

Für kritische Punkte ist also der Abstand $\overline{P_i Q_i^{(1)}}$ größer als $\bar{r}^{(1)}$, der Optimallösung des ersten approximierenden L.P.'s. Falls es keine kritischen Punkte gibt, ist $\bar{r}^{(1)} = r_{opt} = \bar{\bar{r}}^{(1)}$ und das Verfahren ist zu Ende.

Für jeden kritischen Punkt konstruiere man nun eine neue Ungleichung, die von $\bar{\varphi}^{(1)}$, $\bar{\sigma}^{(1)}$, $\bar{\tau}^{(1)}$, $\bar{r}^{(1)}$ nicht erfüllt wird.

Dazu setze man

$$\cos \beta_i^{(1)} = \Delta x_i^{(1)} / r_i^{(1)} \quad \dots P_i \text{ kritisch} \quad \dots (14)$$

$$\sin \beta_i^{(1)} = \Delta y_i^{(1)} / r_i^{(1)}$$

und bilde

$$\Delta x_i \cos \beta_i^{(1)} + \Delta y_i \sin \beta_i^{(1)} \leq r \quad \dots (15)$$

Einsetzen von $\bar{\varphi}^{(1)}$, \dots , $\bar{r}^{(1)}$ läuft darauf hinaus, Δx_i , Δy_i , r durch $\Delta x_i^{(1)}$, $\Delta y_i^{(1)}$, $\bar{r}^{(1)}$ zu ersetzen. Zusammen mit (14) führt das aber auf

$$r_i^{(1)} \leq \bar{r}^{(1)}$$

entgegen der Voraussetzung, daß P_i kritisch war. Also wird die Ungleichung (15) von der augenblicklichen Lösung nicht erfüllt.

Der geometrische Sachverhalt, der der Konstruktion dieser Ungleichung zugrunde liegt, wird aus Abb. 3 deutlich. $Q_i^{(1)}$ liegt in dem zu den Richtungen $\alpha_{ij}^{(1)}$ gehörigen Tangentenpolygon mit Inkreisradius $\bar{r}^{(1)}$, aber nicht im Inkreis selbst. Das Polygon wird durch eine weitere Seite mit Normalrichtung $\beta_i^{(1)}$ ergänzt, so daß jetzt $Q_i^{(1)}$ außerhalb des neuen Polygons liegt.

Nun formuliere man ein zweites approximierendes L. P., indem man die Bedingungen (15) den ursprünglichen hinzufügt. Ändern wir die Bezeichnungen, so haben wir jetzt Richtungen $\alpha_{ij}^{(2)}$, $j = 1, \dots, m_i^{(2)}$, dabei ist $m_i^{(2)} = m_i^{(1)} + 1$ oder $m_i^{(1)}$, je nachdem ob P_i kritisch war oder nicht.

Man löse nun dieses L. P. auf dem Umweg über das neue duale, das sich vom ursprünglichen dualen nur durch das Hinzukommen einiger neuer Variabler unterscheidet. Diese Tatsache kann man bei der Lösung rechenökonomisch ausnützen. Die neue Lösung sei $\bar{\varphi}^{(2)}$, $\bar{\sigma}^{(2)}$, $\bar{\tau}^{(2)}$, $\bar{r}^{(2)}$.

Da diese Lösung auch die Ungleichungen des ersten approximierenden L. P.'s erfüllt (diese sind ja ein Teil der Ungleichungen des zweiten), gilt notwendigerweise

$$\bar{r}^{(1)} \leq \bar{r}^{(2)}. \quad \dots (16)$$

Nunmehr verfähre man mit der zweiten Lösung wie mit der ersten und iteriere solange als notwendig, z. B. bis $\bar{r}^{(k)} - r^{(k)}$ unter eine gewisse Schranke rückt.

6. Konvergenz des Iterationsverfahrens

Das ursprüngliche Problem kann man geometrisch so formulieren. Suche den kleinsten Radius $r = r_{opt}$, für den es möglich ist, die Punkte Q_i durch eine Transformation (Bewegung) in das Innere von Kreisen mit Radius r um die entsprechenden Punkte P_i zu bringen. Bei den approximierenden L. P. werden die Kreise mit Radius r um die P_i durch Tangentenpolygone mit Inkreisradius r ersetzt. Da man einen Kreis beliebig gut durch ein Tangentenpolygon annähern kann, ist die Konvergenz des Verfahrens plausibel. Ein allgemeiner Beweis für die Konvergenz der Schnittebenenmethode befindet sich in [3], S. 93. Ihm entnehmen wir:

Die Optima $\bar{r}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots$ der approximierenden L.P. e konvergieren monoton, nicht fallend, gegen r_{opt} , das Optimum der ursprünglichen Aufgabe. Die

Schranken $\bar{r}^{(k)}$ konvergieren (nicht notwendig monoton) gegen r_{opt} . Die Größen $\bar{\varphi}^{(k)}, \bar{\sigma}^{(k)}, \bar{\tau}^{(k)}$ konvergieren nicht notwendigerweise, jedoch läßt sich eine Teilfolge auswählen, die gegen ein $\varphi_{opt}, \sigma_{opt}, \tau_{opt}$ konvergiert.

Die vorhin angestellte Plausibilitätsbetrachtung soll nicht zu der Annahme verleiten, daß sehr viele Polygonseiten bei der Approximation der Kreise notwendig sind, um eine erwünschte Genauigkeit zu erreichen, mit anderen Worten, daß man sehr lange iterieren muß. Praktische Versuche haben gezeigt, daß man oft mit erstaunlich wenigen Iterationen zum Ziel kommt.

7. Beispiel

Die Angaben für ein Beispiel mit 5 Punkten mögen lauten

i	x_i	y_i	δx_i	δy_i
1	1	1	1	1
2	-1	1	1	2
3	-1	-1	2	1
4	1	-1	2	2
5	0	0	2	-3

Bemerkung: Die Problemstellung ist natürlich nur dann sinnvoll, wenn ursprünglich die $\delta x_i, \delta y_i$ klein sind im Vergleich zu den Koordinatendifferenzen. Für die Rechnung kann man jedoch die x_i, y_i in anderen Einheiten (z. B. km) ausdrücken als die $\delta x_i, \delta y_i$ (z. B. dm). So sind obige Zahlen zu verstehen. In der resultierenden Transformation erscheint dann φ mit einem Faktor multipliziert (z. B. 10000), die σ, τ, r haben dieselbe Dimension wie die $\delta x_i, \delta y_i$.

Wir wählen für das erste approximierende L. P. die Winkel

$$\alpha_{ij}^{(1)} = (j - 1) \frac{\pi}{2}; \quad i = 1, \dots, 5; \quad j = 1, \dots, 4 = m_i^{(1)} i_j^{(1)}$$

Die anfänglichen Tangentenpolygone sind also achsenparallele Quadrate.

Von dem System der 20 Ungleichungen in (10) schreiben wir nur die ersten 8, die zu den Punkten P_1 und P_2 gehören, an:

$$\begin{array}{rcccccc}
 -\varphi & +\sigma & & -r & \leq & -1 \\
 \varphi & & +\tau & -r & \leq & -1 \\
 \varphi & -\sigma & & -r & \leq & 1 \\
 -\varphi & & -\tau & -r & \leq & 1 \\
 \\
 -\varphi & +\sigma & & -r & \leq & -1 \\
 -\varphi & & +\tau & -r & \leq & -2 \\
 \varphi & -\sigma & & -r & \leq & 1 \\
 \varphi & & -\tau & -r & \leq & 2 \\
 \dots\dots\dots & & & & & \\
 & & & -r & \leq & \text{Maximum}
 \end{array}$$

Die Optimal-Lösung dieses L. P. lautet

$$\bar{\varphi}^{(1)} = 0, \bar{\sigma}^{(1)} = -3.5, \bar{\tau}^{(1)} = 0.5, \bar{r}^{(1)} = 2.5$$

Die zu dieser Lösung gehörigen Koordinatenabweichungen und Klaffungen entnehme man folgender Tabelle

i	$\Delta x_i^{(1)}$	$\Delta y_i^{(1)}$	$r_i^{(1)}$
1	- 2.5	1.5	2.91548
2	- 2.5	2.5	3.53553
3	- 1.5	1.5	2.12132
4	- 1.5	2.5	2.91548
5	- 1.5	- 2.5	2.91548

Es ist $\bar{r}^{(1)} = 3.53553$, also $2.5 \leq r_{opt} \leq 3.53553$

Der Tabelle entnehmen wir, daß die Punkte P_1, P_2, P_4, P_5 kritisch sind, also $Q_1^{(1)}, Q_2^{(1)}, Q_4^{(1)}, Q_5^{(1)}$ nicht im Inkreis der Tangentenpolygone liegen. Sie geben gemäß (14), (15) Anlaß zu neuen Ungleichungen:

$$\begin{aligned} 1.37199 \varphi - 0.85749 \sigma + 0.51450 \tau - r &\leq 0.34300 \dots P_1 \\ - 0.70711 \sigma + 0.70711 \tau - r &\leq - 0.70711 \dots P_2 \\ 0.34300 \varphi - 0.51450 \sigma + 0.85749 \tau - r &\leq - 0.68600 \dots P_4 \\ - 0.51450 \sigma - 0.85749 \tau - r &\leq - 1.54349 \dots P_5 \end{aligned}$$

Durch Hinzufügen dieser Ungleichungen entsteht aus dem ersten approximierenden L. P. das zweite.

Seine Lösung ist:

$$\bar{\varphi}^{(2)} = 0, \bar{\sigma}^{(2)} = - 2.03553, \bar{\tau}^{(2)} = 0.5, \bar{r}^{(2)} = 2.5$$

Die zugehörige Tabelle lautet:

i	$\Delta x_i^{(2)}$	$\Delta y_i^{(2)}$	$r_i^{(2)}$
1	- 1.03553	1.50000	1.82273
2	- 1.03553	2.50000	2.70598
3	- 0.03553	1.50000	1.50042
4	- 0.03553	2.50000	2.50025
5	- 0.03553	- 2.50000	2.50025

Es ist $\bar{r}^{(2)} = 2.70598$ also $2.5 \leq r_{opt} \leq 2.70598$.

Die Punkte P_2, P_4, P_5 sind kritisch und führen zu den Ungleichungen:

$$\begin{aligned} - 0.54120 \varphi - 0.38268 \sigma + 0.92388 \tau - r &\leq - 1.46508 \dots P_2 \\ 0.98569 \varphi - 0.01421 \sigma + 0.99990 \tau - r &\leq - 1.97137 \dots P_4 \\ - 0.01421 \sigma - 0.99990 \tau - r &\leq - 2.97127 \dots P_5 \end{aligned}$$

Die Ergebnisse der weiteren Iterationen entnehme man folgender Tabelle:

k	$\bar{\varphi}^{(k)}$	$\bar{\sigma}^{(k)}$	$\bar{\tau}^{(k)}$	$\bar{r}^{(k)}$	$\bar{r}^{(k)}$	$\bar{r}^{(k)} - r^{(k)}$
1	0	- 3.5	0.5	2.5	3.53553	1.03553
2	0	- 2.03553	0.5	2.5	2.70598	0.20598
3	0	- 1.49728	0.5	2.5	2.55004	0.05004
4	0.03980	- 1.69924	0.47610	2.53366	2.54592	0.01226
5	0.01969	- 1.59863	0.48817	2.54168	2.54474	0.00306
6	0.03169	- 1.64890	0.48174	2.54211	2.54282	0.00071
7	0.03772	- 1.67403	0.47853	2.54232	2.54247	0.00015
8	0.04026	- 1.68464	0.47719	2.54242	2.54246	0.00004

Die nach der 8. Iteration verbleibenden Koordinatenabweichungen und Klaffungen zeigt folgende Tabelle

i	$\Delta x_i^{(8)}$	$\Delta y_i^{(8)}$	$r_i^{(8)}$
1	- 0.72490	1.51744	1.68170
2	- 0.72490	2.43693	2.54246
3	0.35562	1.43693	1.48028
4	0.35562	2.51744	2.54244
5	0.31536	- 2.52281	2.54245

Das 8. approximierende L. P. wies 45 Ungleichungen auf. Die Abbruchsbedingung lautete $\bar{r}^{(k)} - \underline{r}^{(k)} \leq 10^{-4}$

8. Erprobung mittels elektronischer Rechenmaschine

Der Rechenaufwand für das Verfahren ist größer als für die bekannten Verfahren, die dem Gauß-Kriterium zugrunde liegen. Der Einsatz einer elektronischen Rechenmaschine ist für eine größere Punktzahl zweckmäßig. Es wurde ein ALGOL-Programm für das Verfahren geschrieben und auf einer IBM 7040 erprobt. Die durchgerechneten Beispiele sowie ihr Rechenaufwand können folgender Tabelle entnommen werden. Die Abbruchsbedingung war jeweils dieselbe wie in Abschnitt 7.

Problem	Anzahl d. Punkte	Anz. d. Iterationen	Maxim. Anz. der Ungleichungen	Rechenzeit in Sekunden
1	5	8	45	16
2	9	4	53	12
3	40	4	185	24
4	200	3	861	77
5	500	3	2127	181

9. Schlußbemerkung

Der Verfasser glaubt gezeigt zu haben, daß überbestimmte Punkttransformationen nach dem Prinzip der kleinsten Klaffungen mit Hilfe einer elektronischen Rechenanlage mittlerer Größe in sinnvoller Weise gelöst werden können.

Obwohl sich die Darstellung auf den Fall einer Bewegung in der Ebene beschränkt, läßt sich das Verfahren, wie schon erwähnt, leicht auf andere Transformationen, wie Ähnlichkeits-Transformationen, affine, projektive Transformationen usw. in Ebene oder Raum übertragen.

Auch in anderer Hinsicht ist das Verfahren verallgemeinerungsfähig. Zum Beispiel kann man eine Gewichtung einführen und verlangen, daß $\text{Max}_{1 \leq i \leq n} p_i r_i$ möglichst klein wird, wobei r_i wie bisher die Klaffung in Punkt P_i ist und p_i das zu P_i gehörige Gewicht. Formuliert man diese Aufgabe so:

$$\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 \leq \frac{r}{p_i} \quad i = 1, \dots, n$$

$$r = \text{Minimum,}$$

so sieht man, daß die notwendigen Änderungen gering sind.

Schließlich könnte noch gefordert werden, daß in gewissen besonders wichtigen Punkten die Klaffungen unter einer gewissen Schranke liegen müssen. Allerdings kann es dabei passieren, daß keine Lösung existiert.

Literatur:

- [1] *Dantzig, G. B.*: Lineare Programmierung und Erweiterungen, Springer 1966.
- [2] *Wolf, H.*: Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, Dümmler-Verlag
- [3] *Collatz-Wetterling*: Optimierungsaufgaben. Springer 1966.

Erste Messungen mit dem Mekometer III an Staumauern

Von *Johann Krötzl*, Chur

Um die kleinen Bewegungen großer Bauwerke zu erfassen, begnügt man sich nicht allein mit dem verhältnismäßig einfachen Feinnivellement, man mißt Richtungsänderungen und in neuerer Zeit auch Längenänderungen. Während die physikalische Meßmethode eine große Anzahl von Meßgeräten kennt, verfügt die geodätische Meßmethode nur über wenige Meßmittel. Im folgenden Bericht wird gezeigt, was von einem neuen elektrooptischen Meßgerät erwartet werden darf.

Präzisionsdistanzmessungen wurden bisher mit Invardrähten oder -bändern ausgeführt. Der Aufwand an Personal ist beträchtlich. Zu einer Meßequipe gehören mindestens zwei Beobachter an den Endskalen, zwei Gehilfen an den Spannböcken und der Schreiber. Bei Basismessungen sind die Equipen noch größer. In den Kontrollgängen neuerer Staumauern sind Polygonzüge angelegt, durch deren Formänderung das Verhalten der Mauer und der angrenzenden Felszone überwacht wird. Die Polygonseiten sind bis auf wenige Zentimeter gleich lang und variieren je nach Mauerform und Blockabstand zwischen 10 m und 32 m. Die Messung einer Polygonseite dauert 1—2 Minuten. Gewöhnlich wird mit einem Draht der ganze Zug durchgemessen, dann rollt man den Draht auf eine Spule und hält ihn für die Messung in einem anderen Gang bereit. In der Regel verwendet man drei Drähte. Die ca. dreißig mir bekannten Deformationsmessungen, die vom Ingenieurbüro *W. Schneider*, Chur, ausgeführt wurden, ergeben eine Totallänge von über 100 km Präzisionsdistanzmessung. Bei sorgfältiger Bedienung treten Meßfehler kaum auf. Ein guter Schreiber erkennt sie sofort nach der Messung.

Allerdings gibt es *systematische Fehler* von einer Meßperiode zur anderen, von einem Kontrollgang zum anderen. Wir müssen dafür zwei Fehlerursachen annehmen: Einmal die Änderung der Drahtlänge durch das Auf- und Abrollen und dann die Änderung wegen der Instabilität der Invarlegierung. Bei sorgfältiger Behandlung bleibt die Drahtlänge für die Dauer einer Messung eines Polygonzuges konstant. Der relative systematische Fehler kann eliminiert werden. Der daraus berechnete mittlere Fehler für eine mit drei Drähten gemessene Polygonseite liegt bei $\pm 0,04$ mm.

Die absolute Länge geht also bald verloren. Man könnte sie wieder bekommen, wenn man den freien Polygonzug (eine Funktion der Drahtlänge) in die Triangulation

einschließt oder die einzelnen Drähte auf einer Eichstrecke prüft. Die Erfahrung zeigte, daß früher oder später auch die Eichstrecken und die Triangulationsseiten auseinanderfallen. Es bleibt also noch die Möglichkeit, die Drähte vor und nach einer Messung am Komparator einer Eichanstalt zu prüfen, wie dies z. B. *J. Gerwise* [1] beschrieben hat.

Seit etwa zehn Jahren arbeiten *Dr. K. D. Froome* und *R. H. Bradsell* vom N. P. [2] an einem elektrooptischen Gerät, das durch einfache Mittel linear polarisiertes Licht in elliptisch polarisiertes Licht hoher Modulationsfrequenz umwandelt. Je nach Bauart des Gerätes ergeben sich mittlere Ablesefehler von $\pm 0,3$ mm bis $\pm 0,03$ mm. Da sich die Stabilität der Meßfrequenz genügend genau kontrollieren läßt, stellt dieses Gerät eine transportable Eichstrecke dar und erlaubt somit unmittelbare Vergleiche mit der Invardrahtmessung oder den Seiten einer Präzisions-triangulation. Die Unsicherheit des Refraktionskoeffizienten der Luft setzt dabei die Grenzen des Anwendungsbereiches.

Im vergangenen Herbst brachten *Froome* und *Bradsell* ein neues handliches Modell dieses Gerätes, das Mekometer III nach Chur, um dessen praktischen Einsatz im Gebirge und in den Gängen von Staumauern zu erproben. Es wurden nur kleine Meßreihen beobachtet, die Zeit war knapp, das Wetter wurde täglich schlechter, die Anfahrt und der Aufstieg zu den Meßstellen war oft beschwerlich. Dennoch gelang es uns, an fünf Staumauern Messungen charakteristischer Strecken durchzuführen, die später wiederholt werden sollen.

Bei zwei Staumauern haben wir einzelne aufeinanderfolgende Polygonseiten nachgemessen. Wir wählten solche Strecken aus, die möglichst geringe Veränderungen infolge des variablen Wasserdruckes aufweisen. Bei den drei anderen Staumauern haben wir Seiten zwischen Triangulationspfeilern nachgemessen. Die Zentrierung des Mekometers sowie des Reflektors haben wir wiederholt kontrolliert, um die erwartete Meßgenauigkeit von einigen Zehntelmillimetern zu gewährleisten. Der unmittelbare Vergleich mit der Invardrahtmessung bzw. der Triangulation war nicht möglich, da die Meßequipen anderswo eingesetzt waren. Die Mekometermessung ist aber bei vier Staumauern durch zwei zeitlich auseinanderliegende Deformationsmessungen eingeschlossen. Nur als Folge der vorhandenen Auswertungsergebnisse werden bei den Polygonseiten horizontale und bei den Triangulationsseiten schiefe Distanzen miteinander verglichen. Wie zu erwarten war, kamen die *Maßstabsfehler* der Invardrähte und der lokalen Triangulationssysteme zum Vorschein. In den folgenden Tabellen sind die Polygon- und Triangulationsseiten um den jeweiligen Maßstabsfehler korrigiert. Die Vergleichsstrecke Sta. Maria 125—127 wurde aus dem Polygonzug hergeleitet. Die mittleren Fehler der Triangulationsseiten sind in Zehntelmillimetern angegeben.

Wir sehen, daß die Mekometer- und die Vergleichsmessung dort recht gut übereinstimmen, wo die Differenzen nur wenig voneinander abweichen. Mittelwerte der Differenzen dürfen nicht ohne weiters für einen Vergleich benützt werden, da viele Felsdeformationen nicht linear verlaufen. Die Vergleichsmessung an der Staumauer Contra liegt etwa zwei Jahre zurück und die Pfeiler gehören zwei verschiedenen Triangulationssystemen an.

Strecke	Mekometer (m)	Vergleichsmessung (m)		Differenz (1/10 mm)		
		A vorher	B nachher	zu A	zu B	
Sta. Maria Polygonzug	125—126	16.0423	16.0421 .0421	16.0432 .0425	— 2	+ 2
	126—127	16.0152	16.0155 .0155	16.0158 .0151	+ 3	— 1
	125—127	32.0572	32.0570 .0571	32.0583 .0571	— 1	— 1
Nalps Polygonzug	129—134	22.0158	22.0172 .0149	22.0174 .0153	— 9	— 5
	126—127	22.0288	22.0331 .0309	22.0314 .0293	+ 21	+ 5
	134—135	21.9948	21.9970 .9947	21.9972 .9951	— 1	+ 3
	135—136	22.0237	22.0263 .0241	22.0266 .0245	+ 4	+ 8
	136—137	22.0000	22.0008 21.9985	22.0015 21.9994	— 15	— 6
	131—132	22.0030	22.0053 .0030	22.0045 .0024	0	— 6
Curnera Triang.	111—222	91.2380	91.2342 ± 5 .2379	91.2326 ± 5 .2367	— 1	— 13
	222—333	91.2499	91.2456 + 5 .2493	91.2471 ± 5 .2512	— 6	+ 13
	111—333	175.3130	175.3067 ± 7 .3137	175.3051 ± 7 .3130	+ 7	0
Vasasca Triang.	44—11	83.8834	83.8721 ± 2 .8835	83.8723 ± 2 .8836	+ 1	+ 2
	44—22	76.1641	76.1536 ± 3 .1640	76.1536 ± 3 .1639	— 1	— 2
Contra Triangulation	2—7	312.7356	312.7147 .7372		+ 16	
	4—2	181.8741	181.8599 .8730		— 11	
	4—7	255.0349	255.0065 .0249		— 100	
	6—2	310.0490	310.0344 .0567		+ 77	
	6—4	166.4166	166.4065 .4184		+ 18	

Die Resultate zeigen aber, daß mit dem Mekometer III Distanzmessungen auf einer bisher ungewohnten Genauigkeitsstufe möglich sind. Dazu kommen noch andere Vorteile. Die Messung geht rasch vor sich. Die Temperaturkorrektur kann einem Diagramm entnommen und sofort an der Distanz angebracht werden. Die Meßequipe besteht aus dem Beobachter und zwei Gehilfen, die sich beeilen müssen, die Reflektoren zu stellen. Bemerkenswert sind auch das Gewicht des Gerätes von nur 5,5 kg und die kleinen Ausmaße. Zusammen mit dem Speisegerät hat die ganze Ausrüstung in einem normalen Rucksack leicht Platz.

Der Prototyp weist natürlich noch Schwächen auf. Der Temperaturbereich des Meßhohlraumes, die Zentrierungs- und Ablesevorrichtung werden noch verbessert. Die absolute Genauigkeit ist befriedigend, denn die Korrektur an der längsten Seite betrug nach einem Vergleich mit einem Frequenznormale nur 0,6 mm.

Ich bin sicher, daß die hohe Meßgenauigkeit des Mekometers kein Hindernis für dessen Anwendung in der Vermessungspraxis sein wird.

Literatur

[1] *Gervaise, J.*: Mesures de distances de haute précision au fil d'invar en micro-géodésie. PS/4851. C. E. R. N. Meyrin. 1965.

[2] *Froome, K. D.* und *Bradell, R. H.*: Distance measurement by means of a modulated light beam yet independent of the speed of light. National Physical Laboratory. Oxford Symposium 1965.

Referate

Über die geophysikalische Methodik zur Lokalisierung der isostatischen Kompensation

Über die mit dem Fragenkreis der Isostasie zusammenhängenden Probleme wurde über Einladung des Österreichischen Vereins für Vermessungswesen und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie am 23. Jänner 1968 vom Direktor des Institutes für Geophysik der Technischen Hochschule Claustha (BRD), Herrn Prof. Dr.-Ing. Otto Rosenbach, ein Vortrag an der Technischen Hochschule in Wien gehalten, dessen Inhalt im folgenden kurz wiedergegeben wird.

Mit den Fragen nach Bau und stofflicher Zusammensetzung der Erdkruste beschäftigen sich vornehmlich die Fachgebiete Geodäsie, Geologie, Geophysik, Mineralogie und Petrographie. Obwohl sich diese Forschungen auf dasselbe Objekt beziehen, führte jeder dieser Wissenschaftszweige bis vor kurzem seine Arbeiten überwiegend im eigenen Bereich durch, ohne eine Beziehung zu den Nachbarwissenschaften zu suchen und gegebenenfalls zu pflegen. Seit jüngster Zeit sind auf der ganzen Welt jedoch stärkste Bestrebungen im Gange, nationale und internationale geowissenschaftliche Forschungsprogramme mit interdisziplinären Rahmenthemen so zu bearbeiten, daß mehrere wissenschaftliche Fächer aktiv daran beteiligt sind. Z. B. läuft zur Zeit das „International Upper Mantle Project“ der IUGG, zu dem die Bundesrepublik Deutschland mit dem Programm „Unternehmen Erdmantel“ beiträgt, das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für zehn Jahre mit namhaften Finanzmitteln gefördert wird.

Im Rahmen dieses Programms „Unternehmen Erdmantel“ führt das Institut für Geophysik der TH Clausthal mit anderen Instituten, darunter die Lehrkanzel für Geophysik an der Universität Wien (Univ.-Prof. N. M. Toperczer), gravimetrische Messungen in den Ostalpen durch, deren Ziel die Erarbeitung von möglichst gut fundierten Vorstellungen über die Massenverteilung unterhalb der Alpen ist. Deren Kenntnis ist wiederum für die Alpengeologie von größter Wichtigkeit. Hiermit ist naturgemäß das Problem der Isostasie mit angesprochen, dessen Behandlung in Zusammenhang mit den gravimetrischen Messungen sowie anderen geophysikalischen Befunden einer kritischen Diskussion unterzogen wird.

Nach einer kurzen Schilderung der historischen Entwicklung des Fragenkomplexes „Isostasie“ seit der berühmten Expedition von Bouguer und La Condamine im Jahre 1735 nach Peru stellte der Vortragende einige Punkte heraus, die die Problematik der Bearbeitung von Schwereanomalien und weiterer geophysikalischer Ergebnisse zur Klärung des Massenaufbaus der Erdkruste aus heutiger Sicht beleuchten. Hierzu gehören z. B.:

a) Die Größe des Untersuchungsgebietes, welche zwischen einem weltweiten, d. h. die gesamte Erde umfassenden Bereich und Gebieten von kontinentalem, regionalem oder lokalem Ausmaß schwanken kann.

b) Die Meßdichte für die jeweilige Untersuchungsaufgabe.

c) Die Störungen des Vertikalgradienten der Schwere in Zusammenhang mit der Zuverlässigkeit der Schwereanomalien.

d) Eine kritische Betrachtung der bisherigen Untersuchungen über eine Korrelation der Freiluftanomalie zur Geländehöhe.

e) Die Schwierigkeiten bei der Erarbeitung von Modellvorstellungen, wie z. B. über den Bau der Ostalpen auf Grund der vorliegenden gravimetrischen und seismischen Meßprofile („zweidimensionale“ oder kompliziertere Massenlagerung).

Die Diskussion dieses Fragenkatalogs, der ja noch erweitert werden könnte, zeigt deutlich, daß die Interpretation der geophysikalischen Meßergebnisse in synoptischer Betrachtungsweise erfolgen muß und daß zu stark schematisierte Vorstellungen leicht zu schwerwiegenden Fehldeutungen führen können. Wenn auch die Durchführung einer Bearbeitung im Sinne der oben angeführten Punkte sehr zeitraubend ist, kann dennoch in absehbarer Zeit mit interessanten Ergebnissen gerechnet werden.

Im letzten Teil des Vortrages wurden die heute üblichen Vorstellungen über den „Mechanismus“ der Isostasie aus geophysikalischer Sicht kritisch beleuchtet, insbesondere hinsichtlich der Koppelung der geometrischen Lage von Massen an der Erdoberfläche und der Mächtigkeit der Erdkruste (Wurzeln der Gebirge, Gegenwurzeln der Ozeane). Die Befunde seismischer und gravimetrischer Untersuchungen im Bereich des Lake Superior aus jüngster Zeit zeigen, daß dort eine ca. 60 km tief reichende Wurzel vorhanden ist, die nicht die Funktion der Kompensation eines sichtbaren Gebirges besitzt.

Sollten derartige Fälle öfters auftreten, was zumindest in alten Schilden durchaus möglich ist, so ergeben sich hieraus schwerwiegende Konsequenzen für alle Disziplinen, deren Untersuchungen Kenntnisse über das Schwerfeld als eine wesentliche Grundlage benötigen. In dieser Situation ergibt sich klar die Notwendigkeit, weiteres Datenmaterial in geeigneter Verteilung über die gesamte Erdoberfläche zu beschaffen und die Bearbeitung auf die geophysikalisch-geologischen sowie gegebenenfalls andere Befunde auszurichten.

Abschließend brachte Prof. Dr. Karl Ledersteger mit herzlichen Worten seinen Dank, der vom Beifall des mehr als vollbesetzten Auditoriums unterstrichen wurde, für diesen Vortrag zum Ausdruck, der dieses sowohl für die Geodäsie als auch für die Gravimetrie so grundlegende Thema vom Standpunkt der Geophysik her eingehend beleuchtete.

Peter Steinhauser, Wien

Die Genauigkeit der astronomischen Gestirnskoordinaten

Colloquium an der Technischen Hochschule Graz am 30. 4. 1968

Anläßlich des Symposiums über geometrische Satellitengeodäsie in Prag vom 22.— 26. 4. 1968, das erstmals Wissenschaftler aus Ost und West vereinte, konnte Professor Dr. Karl Rinner den aus Österreich stammenden Astronomen Prof. Dr. Eichhorn v. Wurmb von der Universität Tampa, Florida, USA, für einen Vortrag über die Genauigkeit der astronomischen Gestirnskoordinaten gewinnen. Professor Eichhorn ist Fachmann für Astrometrie, einem Teilgebiet der Astronomie, welchem, nachdem es vorerst nur im Rahmen der Positionsastrometrie für unser Fachgebiet von Interesse war, nunmehr außerordentliche Bedeutung als Lieferant des „Festpunktfeldes“ für die photographische Satellitenbeobachtung zukommt.

Alle astronomischen Beobachtungen sind primär auf das durch Lotrichtung und Rotationsachse der Erde definierte Horizontsystem bezogen und sind, damit Beobachtungen in verschiedenen

Erdorten miteinander vergleichbar werden, in ein gemeinsames, ortsunabhängiges System zu übertragen. Dieses Koordinatensystem muß, wenn in ihm für die Bewegungsvorgänge im Weltall die Newton'schen Kraftgesetze gelten sollen, ein Inertialsystem sein.

Die Astrometrie hat somit zwei eng miteinander verknüpfte Aufgaben: einerseits die Absteckung eines Inertialsystems im Raum, andererseits die Bestimmung der darauf bezogenen Richtungskordinaten der einzelnen Sterne. Es ist zwar möglich, aus den bekannten Gesetzen der Himmelsmechanik ein Inertialsystem abzuleiten, aber dieses ist wegen der schlechten Beobachtbarkeit der Planeten mit einer säkularen Restdrehung von rund $2''$ behaftet und somit genauigkeitsmäßig nicht befriedigend. Die zweite Möglichkeit, nämlich aus der Beobachtung der Fixsterne selbst ein Inertialsystem zu bestimmen, ist insofern schwierig, als Präzession der Erdachse, Bewegung des Sonnensystems, Eigenbewegung der Sterne und Rotation unserer Galaxis weitgehend gleiche, nämlich annähernd der Zeit proportionale Effekte erzeugen. Dennoch ist es gelungen, auf diesem Wege ein Inertialsystem mit einer Restdrehung von rund $0,5''$ pro Jahrhundert zu erhalten. Es darf aber nicht übersehen werden, daß jedes solche System als statistisches Gebilde zu betrachten ist, weil die Festlegung eines räumlichen Koordinatensystems schon bei Kenntnis zweier Richtungen überbestimmt ist und durch die Hinzunahme weiterer Sterne stets Lageänderungen hervorgerufen werden. Es ist also stark mit den zu seiner Bestimmung herangezogenen Sternen korreliert, wodurch bei Anschluß weiterer Sterne an das vorhandene Feld systematische Fehler auftreten können.

Das gegenwärtig in Gebrauch stehende System basiert vor allem auf den Sternen des Berliner Fundamentalkataloges (FK 4) mit weitgehend gesicherten Eigenbewegungen, in dessen Rahmen für die Örter der Nordhalbkugel mittlere Lagefehler von $\pm 0,3''$, für jene der Südhalbkugel von $\pm 0,5''$ angenommen werden müssen. Dazu kommen noch gewisse Inhomogenitäten, vor allem gegenüber anderen Katalogen (z. B. General Catalogue von Boss oder Katalog des Smithsonian Astrophysical Observatory), weil die Massenarbeit der Koordinatenbestimmung photographisch vor sich geht und daher die Fehler von Aufnahmeort zu Aufnahmeort sprunghafte Änderungen aufweisen können. Die Forschungsarbeit am Institut Prof. Eichhorns ist daher auf das Problem der Homogenisierung der Katalogsterne ausgerichtet, wobei auch versucht werden soll, das bereits reichlich vorhandene Material der photographischen Satellitenbeobachtung im Weltnetz des US Coast and Geodetic Survey heranzuziehen. Ein Erfolg in dieser Richtung würde das Auftreten systematischer Fehler in Satellitennetzen verhindern, deren Ursache auch systematische Katalogfehler sein können.

Herrn Professor Eichhorn ist zu danken, daß er den Umweg über Graz nicht gescheut hat, um einer aufmerksamen Zuhörerschaft Einblick in ein Teilgebiet der Astronomie zu gewähren, dem wegen seiner Verwandtschaft zu geodätischen Problemen und im Hinblick auf die Entwicklung der Satellitengeodäsie sicher bald ein fester Platz im Ausbildungsgang des Geodäten zukommen wird.

G. Brandstätter, Graz

Buchbesprechung

Prof. Dr.-Ing. H. Wolf: **Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate**, Ferdinand-Dümmlers-Verlag; Bonn-Hannover-München. 1968. 989 Seiten mit 136 Abbildungen, gr 8°. Leinen DM 96,—.

Dieses vorerst im Rahmen der „Vermessungstechnischen Rundschau“ in Fortsetzungen veröffentlichte Werk erschien ab 1960 in Form von „Lieferungen“ und liegt nun mit der 12. Lieferung beendet vor. Die 1. Lieferung trug auf der Rückseite des Umschlages Angaben über den vorgesehenen Inhalt. Sein Umfang und seine Gliederung ließ nicht nur eine außerordentlich interessante allgemeine Darstellung erwarten, sondern auch die moderne Behandlung einiger Probleme, die sich in neuerer Zeit zu vermehrter Bedeutung entwickelten.

Diese Vorschau bot den Anreiz zur Bestellung des Werkes, das bis zur 7. Lieferung über die Hanseatische Verlagsanstalt GMBH, Hamburg, und weiterhin ab 1965 über den o. g. Verlag Dümmler, Bonn, erschien. Eben diese allmähliche Herausgabe bot die Möglichkeit eines eingehenden und

aufmerksamen Studiums, weil die von Lieferung zu Lieferung sich mehrende Erkenntnis der Vortüchtigkeit des Werkes auch zu einer Art begehlicher Erwartung der Fortsetzungen führte, ganz ählich, wie dies sich in der Regel nur bei auf sehr hoher Stufe stehender Literatur ergibt.

Von vornherein war die Genauigkeit der zahlreichen Literaturangaben bestechend, die in ihrer besonderen Art die Belesenheit des Autors nicht nur für das engere Fachgebiet des Werkes bezeugen. Es sind nämlich alle Literaturhinweise so präzise gegeben, wie dies heute nur mehr selten zu finden ist, da sich die meisten Autoren mit der Nennung von Titeln begnügen und dem Leser die Erforschung jener Stelle überlassen, die der Autor zu zitieren gehabt hätte.

In dem Werk von Prof. *Wolf* stehen alle Literaturangaben zum Text einer Seite an deren Fuß, ein nach Meinung des Referenten sehr wertvoller Vorteil, weil die Möglichkeit der sofortigen Nachschau gegeben und auch angeregt wird. Der allmählich entstandene Brauch, die Literaturhinweise am Ende eines Buches zu bringen, oder gar am Ende einer in Fortsetzungen erscheinenden Zeitschrift-Abhandlung, ist besonders ungünstig, da der wirklich wißbegierige Leser die angezogene Literatur erst nach Erscheinen aller Fortsetzungen erfährt. Das Werk von Prof. *Wolf* enthält nur wenige Seiten ohne Literaturhinweise oder erläuternden Ergänzungen. Die bei jedem Zitat genannte Seitenzahl läßt zwingend schließen, daß Prof. *Wolf* nicht nur die betreffende Stelle kennt, sondern auch dem Benutzer des Werkes die Nachschau erleichtern wollte.

Es ist unvermeidlich, daß im schwierigen Satz eines so umfangreichen Werkes auch Druckfehler zu finden sind. Die im Zug der erwähnten Durcharbeitung der Lieferungen vom Referenten bemerkten Druckfehler sind bis auf einige wenige sehr versteckte Unikate (z. B. angegeben Größen statt angegebene Größen, S. 26, oberhalb von Bild 21) in „Ergänzungen und Berichtigungen“ angezeigt, die am Ende der 12. (letzten) Lieferung (Mai 1968) stehen. Dieser nun fehlerfreie Satz ist ganz besonders wertvoll im Bereich jener Teile des Werkes, in denen der Matrizenkalkül verwendet wird.

Mit der letzten Lieferung erschien auch das Verzeichnis des Gesamtinhaltes mit einem Vorwort des Autors. Als wesentlich und besonders ansprechend gilt die Feststellung, „daß gewisse neuere Entwicklungen, gerade aus der allerjüngsten Zeit nicht mehr übergangen werden sollten“. Für einen jungen, voll in der modernen Zeit stehenden, mit ihren neuen Verfahren vertrauten und seiner Wissenschaft hingeebenen Fachmann muß der Gedanke verführend wirken, sein Buch durchgängig in einer der modernen Darstellungen, wie z. B. der Matrizenrechnung abzufassen. Bei realer und praktischer Überlegung ist aber doch der Kreis aller derer nicht zu übersehen, die mit jenen modernen Rechenverfahren etwa gar nicht oder nur so beschränkt vertraut sind, daß ihnen dies die Benützung eines in solcher Art geschriebenen Buches versagen würde. Deshalb ist Prof. *Wolf* den Mittelweg gegangen und hat nach der Darstellung der Ausgleichsrechnung in herkömmlicher Schreibweise auch die Matrizen- und Tensorrechnung gebracht. Dabei bot sich die Gelegenheit des Nachweises, daß die bereits behandelten Einzelformen der Ausgleichung als Sonderfälle einer einzigen, allgemeinen Aufgabe darstellbar sind.

Die Kenner aller Originalarbeiten von *C. F. Gauss*, ihrer späteren Anwendungen und Weiterführung durch die großen Geister der Geodäsie, insbesondere *Helmert* und ihrer Schule, werden davon überzeugt sein, daß *Gauss* und *Helmert* schon alles wußten über jenen Bereich der Fehlertheorie, den man heute in „moderner Darstellung“ als „Statistik in der Geodäsie“ bezeichnet. Die Tatsache, daß nach dem Ende des zweiten Weltkrieges mit der modern gewordenen englischsprachigen Literatur dieses Wissen neu dargestellt wurde, darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß *Gauss* und *Helmert* es waren, die der Geodäsie diese Kenntnisse erstmals vermittelten. Wenn man mit der „alten“ Ausgleichsrechnung vertraut ist, erfährt und erkennt man durch deren Darstellung in einer anderen, aber „modernen“ Sprache der Statistik eigentlich nichts grundsätzlich Neues. Dennoch hat Prof. *Wolf* im Kapitel 42 die „Grundzüge der statistischen Fehleranalyse“ in einer meisterhaften Zusammenfassung dargestellt.

Unter Vermeidung einer Aufzählung der Abschnitte und Kapitel des Werkes sei gesagt, daß es wohl keine Frage aus dem Bereich der Geodäsie gibt, die nicht in dem reichen und breit gestreuten Inhalt des Buches behandelt wäre. Im Abschnitt „Theorie und Praxis der Ausgleichsrechnung“ finden wir Kapitel über die „Benützung der Matrizen- und Tensorrechnung“, „Numerische Verfahren zur Auflösung von Normalgleichungen“, „Matrizen — Algorithmen“, „Günstigste Gewichtsverteilung“, mit sehr interessanten Darstellungen der im Fachkreis der Geodäsie allgemein bekannten Grundlagen und Verfahren, insbesondere aber auch die Behandlung von Spezialverfahren, wie

etwa die *Cholesky*-Methode und die *Krakowianen*-Methode zur Auflösung von Normalgleichungssystemen usw.

Die Fülle des Dargebotenen sei schließlich noch angedeutet durch den Hinweis auf einige dem Referenten besonders wertvoll erscheinende Kapitel, wie etwa „Die Ausgleichung von Streckennetzen“, der Eingang auf die Grundsätze der dreidimensionalen Geodäsie, die Behandlung der Ausgleichung von fehlerzeigenden Punktreihen und Punkthaufen, sowie die Transformation ungleichartiger Koordinaten.

In einem Abschnitt „Ausgewählte Aufgaben“ werden die interessantesten Probleme aus dem Gebiet der Photogrammetrie, der geodätischen Astronomie, Instrumentenkunde, der Gravimetrie und Geophysik, der Kartographie behandelt und schließlich auch noch durch Beispiele aus Nachbargebieten (z. B. Ausmessung eines photographischen Linienspektrums, vermischte Aufgaben aus der Statistik usw.) ergänzt.

Die in den „Anhang“ verwiesenen Grundzüge der Fehlertheorie sind durchaus kein Anhang, sondern ein hochwertiges und ausführliches Kapitel, das neben den bereits erwähnten Grundzügen der statistischen Fehleranalyse auf besondere Methoden der Ausgleichsrechnung eingeht und eine ausgezeichnete Darstellung der Ausgleichung mit Hilfe der Analogie-Verfahren bringt. Noch nie sind die mechanischen, die elektrischen und die optischen Analogieverfahren so ausgezeichnet entwickelt vorgetragen worden, wie dies hier durch Prof. *Wolf* geschah.

Jedem Leser wird bei der Durcharbeitung dieses nun auch als Buch erhältlichen Werkes ein reicher Genuß und ein reicher Gewinn an fachlichem Wissen zuteil werden. *F. Ackerl*

Jordan-Eggert-Kneißl: **Handbuch der Vermessungskunde, Band Va**, Gravimetrische Instrumente und Meßmethoden von *Dr.-Ing. Anton Graf*, Professor an der Technischen Hochschule München. J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung Stuttgart 1967. 308 Seiten mit 24 Figuren.

Wie der Verfasser schreibt, beschränkt sich der vorliegende Band des Handbuchs auf die instrumentelle und meßtechnische Seite der Gravimetrie. Das Gesamtgebiet der gravimetrischen Meßtechnik wird in 4 Gruppen eingeteilt:

I. Geräte und Methoden zur absoluten Messung der Schwerkraft.

II. Geräte und Methoden zur relativen Messung der Schwerkraft und von Schwerkraftunterschieden.

III. Geräte und Methoden zur Messung von Lotschwankungen bzw. Neigungen.

IV. Schweregradientenmesser.

Auf den ersten 47 Seiten befaßt sich der Verfasser mit dem von Bohnenberger vorgeschlagenen und von Kater zuerst gebauten Revisionspendel. Nach den Schwereabsolutmessungen von Kühnen und Furtwängler werden die Messungen von Heyl und Clark beschrieben und schließlich den neuesten Messungen von Agaletzki und Egorov im Meteorologischen Institut Leningrad gegenübergestellt. Die Fadenpendelmethode und die Freifall-Methode schließt das Kapitel der Schwereabsolutmessungen ab.

Im zweiten Abschnitt bei der Besprechung der Methoden zur relativen Messung der Schwerkraft und von Schwerkraftunterschieden wird wieder das Pendel vorangestellt. Der Pendelapparat von R. v. Sterneck, der Pendelregistrierapparat der Askania-Werke und der Pendelapparat des sowjetischen Geophysical Committee werden besprochen und Pendelapparate zur Schweremessung im Unterseeboot erwähnt.

Es zeigt sich, daß die Pendelmethode im Gegensatz zu anderen Verfahren der Meßtechnik in den letzten 30 Jahren keine nennenswerten Fortschritte gemacht hat.

Die statischen Instrumente, die Gravimeter, werden in zwei Hauptgruppen unterteilt:

Die linearen und die astasierten Systeme. Im Prinzip sind sie hochempfindliche und äußerst genaue Federwaagen. Bei den linearen Systemen sind die Schraubenfederwaage, die Torsionsfederwaage und die Blattfederwaage angeführt, während bei den astasierten Systemen, bei denen der Stabilitätsgrad zu Gunsten der Empfindlichkeit verringert ist, die Bifilar-Gravimeter und einige andere Gravimeterprinzipien angeführt sind.

Der Verfasser bespricht dann allgemein einzelne Gravimeter-Bestandteile und Einrichtungen wie die Gravimeterfeder, die Ableseinrichtung und Eichmöglichkeiten. Die Neigungsempfindlichkeit, der Temperatureinfluß, die Mikroseismik, die magnetischen Einflüsse, die Dämpfung und die zeitlichen Gänge und Sprünge werden angeführt, dann folgt eine kurze Besprechung einiger Gravimeter, Seegravimeter und Luftgravimeter. Anschließend wird das Horizontalpendel, mit welchem Lotschwankungen registriert werden können, erklärt. Das Extensometer, welches Dehnungsmessungen der Erdoberfläche erfaßt, wird ebenfalls angeführt.

Im Kapitel Schweregradientenmesser wird die Eötvössche Drehwaage besprochen, während Hinweise auf einige schon im Bau befindliche Vertikalgradientenmesser fehlen.

Eine umfangreiche Literaturangabe erleichtert das Fachstudium.

Mit diesem Handbuch hat ein Meister der modernen Schweremessung und des Gravimeterbaues sowohl dem Studierenden als auch dem Fachmann ein Buch an die Hand gegeben, welches nicht nur den derzeitigen Stand der Wissenschaft vermittelt, sondern auch wertvolle Anregung für die Forschung gibt.

W. Embacher

Zeitschriftenschau

Zusammengestellt im amtlichen Auftrag von Bibliotheksleiter Ob. Insp. d. Vermd. *Karl Gartner*. Die hier genannten Zeitschriften liegen in der Bibliothek des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien I, Hofburg, auf.

The Canadian Surveyor, Ottawa 1967: Nr. 5. *Gregerson, L. F.*: Weighted Solution of Longitude Equations. — 1968: Nr. 1. *Helava, U. V.*: On Differenz Methods of Orthophotography. — *Parenti, G.*: Analytical Plotter with Orthoprinter. — *Doyle, Fr. J.*: The Relative Merits of Electronic and Optical Techniques of Producing Orthophotographs. — *Beau, R. K.*: The Orthophotoscope and its Development. — *Vigneron, C.*: Matériel de Réalisation des Orthophotoplans de la SFOM. — *Meier, H. K.*: The Gigas-Zeiss Orthoprojektor, Design Features and Practical Results. — *Gigas, E. F. O.*: Automated Construction of Variable Scale Series of Charts by Use of Orthophoto Maps. — *Gutzman, P. A., Meier, R. L. and Torge, W.*: Maps and Orthophoto Maps Applied to Economic Development in El Salvador. — *Raun, Fr.*: Large Scale Photo Mapping in Hungary. — *Campodonico, R. M. and Monopoli, E. P.*: Experience in the Production and Use of Photo Maps. — *d'Autume, G.*: Une Conception Nouvelle de l'Orthophotoplan. — *Förstner, R.*: Experience with the GZ-1 Orthophoto Projector. — *Radlinski, W. A.*: Orthophoto Maps vs Conventional Maps. — *Nowicki, A. L.*: Use of Photo Maps and Orthophoto Maps at the Army Map Service. — *Dubuisson, B.*: Intégration des Orthophotoplans dans la Photogrammétrie Cartographique. — *Arkestejn, J. G.*: Dutch Experience with Photo Maps. — *Johansson, O.*: Orthophoto Maps as a Basis for the Economic Map of Sweden on the Scale 1:10000. — *Macchia, R. P.*: Quality and Potential of UNAMACE Products. — *Collins, S. H.*: Stereoscopic Orthophoto Maps. — *Visser, J.*: The Use of, and Experience with the Zeiss Orthoprojektor GZ-1 at the ITC. — *van Zuylem, L.*: Orthophoto — Orthophoto Map — Base Map — Revision. — *Blaclut, T. J.*: Further Extension of the Orthophoto Technique.

Geodetický a kartografický obzor, Prag 1968: Nr. 4. *Pruša, J.*: Entwicklung der vereinten Geodäsie und Kartographie in den Jahren 1918—1968. — *Svoboda, K.*: 50 Jahre Geodäsie in den verwandten Organen. — *Klima, J.*: Geodäsie und Kartographie in der tsch. Volksarmee in den Jahren 1918—1968. — *Kovářík, J.*: Entwicklung der Hoch- und Mittelschulen für Vermessungswesen in der Tschechoslowakei in den Jahren 1918—1968. — *Suchánek, A.*: 50 Jahre geodätischer Grundlagen in der Tschechoslowakei. — *Gál, P.*: 50 Jahre Entwicklung der Photogrammetrie in der Tschechoslowakei. — *Krumphanzl, V.*: Ingenieurvermessung in den Jahren 1918—1968. — *Pecka, K.*: Entwicklung der tsch. Kartographie in den Jahren 1918—1968 und gegenwärtiger Stand. — *Vitoul, M. und Kohl, H.*: Liegenschaftsevidenz in der Tschechoslowakei. — Nr. 5. *Kučera, K.*: Zugweises Einschneiden mit abgeleiteten und nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichenen Größen. — *Hazucha, J.*: Summierung der Sektorenübersichten über Flächen der Kulturen

mittels automatischer Rechenanlage MINSK-22. — *Krumphanzl, A.*: Radioentfernungsmesser DISTAMETER-8.

Geodézia és Kartográfia, Budapest 1968: Nr. 2. *Halmos, F.*: Polygonierung mit Zwischenorientierungen mit besonderer Hinsicht auf die Anwendung von Kreiselhöhen. — *Balács, L.* und *Szentési, A.*: Unsere aktuellen Probleme im Zusammenhang mit der ingenieurgeodätischen Tätigkeit. — *L'Auné, O.*: Die mathematische Statistik und die Geodäsie. — *Hoványi, L.*: Die Arbeiten des Lehrstuhles für Geodäsie und Markscheidkunde der Techn. Universität für Schwerindustrie in Miskolc. — *Holéczy, Gy.*: Die geodätische Kontrolle beim Bauen in Gleitschalungweise. — *Molnár, S.*: Gedanken über die Organisierung der topographischen Arbeit. — *Papp-Vára, Á.*: Die kartographischen Kenntnisse der Naturvölker. — *Blahó, I.*: Genauigkeitsuntersuchungen an den Karten 1:10000.

Geodezja i Kartografia, Warschau 1968: Nr. 1. *Panasiuk, J.*: Projection conjuguée oblique de l'ellipsoïde de révolution sur le plan. — *Gdowski, B.*: Problème principal de géodésie supérieure pour les distances de grandeur arbitraire. — *Czichou, H.*: Couches de copie photofixatives et photodissolvantes et leur application en réduction cartographiques et polygraphiques. — *Szpetkowski, St.*: Analyse préliminaire de l'influence des erreurs de mesures prises dans les chantiers d'exploitation minière sur les erreurs transversale et longitudinale de percement.

Geofizikai Közlemények, Budapest 1968: Nr. 1–2. *Bagi, R., Fascinay, L.* und *Trenka, M.*: Experiences in the application of the downward continuation. — *Ádám, A.*: Über die Informationen der elektromagnetischen Messungen in Ungarn. — *Ádám, A.*: Über den Vergleich der elektromagnetischen Komponenten von Observatorien Nagycenk und Tihany an ruhigen Tagen (S_q) auf Grund der Daten von 1961. — *Ádám, A.*: Correlation between the geoelectric conductor of the Upper Mantle and the geotectonics. — *Bencze, P.* und *Wallner, Á.*: Über den Zusammenhang zwischen dem S_q -Stromsystem und der Verzerrung der ionosphärischen E-Schicht. — *Verö, J.*: Über die Prognose erdmagnetischer Pulsation. — *Le Minh Triet*: Über die Beziehung zwischen Amplitude und der Aufstiegszeit des plötzlichen Anfangsimpulses der geomagnetischen Stürme. — *Mundt, W.*: Über die Verwendung des geomagnetischen Feldverlaufs und der Bouguerschwere zur Untersuchung des tieferen Untergrundes. — *Kautzleben, H.*: Über das geomagnetische Normalfeld insbesondere in Mitteleuropa. — *Kaitera, P.*: Sea pressure as a geological factor. — *Popelar, J.*: Schwerefeld und Isostasie in den tschechoslowakischen Karpaten. — *Fajkiewicz, Z.*: Set of collinear nomograms of gravity terrain correction. — *Meskó, A.*: The interpolation and reduction of a digital data-system.

Przeegląd Geodezyjny, Warschau 1968: Nr. 4. *Szmielew, B.*: Die Rolle der Großmaßstabskartographie in der Volkswirtschaft. — *Lipinski, B.*: Die Funktion der geographischen Karten in der Stadtplanung. — *Bartoszewski, T.*: Wirtschaftsräumliche Voraussetzungen als Basis bei den Komassierungen und bei den Austauscharbeiten. — *Chmielewski, St.*: Die Rolle des modernen Geodäten bei der Komassation und beim Grundtausch. — *Skapski, Z.* und *Wolski, B.*: Geodätische Prüfung der Montagegenauigkeit von Großplattengebäuden und deren statistische Interpretation. — *Zabek, J.*: Optische Messung der Entfernung und der Höhe mit Einbildtachymetern. — *Dabrowski St.* und *Wysocki, J.*: Ausgleich von Aerotriangulationen nach der I. T. C.-Methode. — *Strzemski, M.*: Das Problem der Standardisierung von Zeichen in der Kartographie.

Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Errariali, Rom 1966: Nr. 5–6. *Pàroli, A.*: Die Entwicklung der Vermessungsinstrumente und der Bildmeßgeräte.

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik, Winterthur 1968: Nr. 3. *Siemes, H.*: Zur Frage der erforderlichen Beobachtungszahl einer Messungsreihe. — Nr. 4. *Rogeweff, B.* et *Dimoff, L.*: Représentation conforme et la méthode du facteur intégrant. — Nr. 5. *Ansermet, A.*: Vers de nouvelles applications de la méthode des moindres carrés. — *Klingenberg, F.*: Bestimmung der Fahrbahnänderer bei Einmündungen städtischer Straßen durch direkte photogrammetrische Darstellung der Fahrspuren. — Nr. 6. *Kasper, H.*: Instruktionsokulare am B-9 als Hilfsmittel im Photogrammetrie-Unterricht. — *Nádenik, Z.*: Der hyperoskulierende Kegelschnitt der Klothoide. — *Zeiske, K.*: Der neue Infrarot-Distanzmesser Wild Distomat DI-10.

Studia Geophysica et Geodaetica, Prag 1968: Nr. 1. *Delong, B.*: Einfluß der Veränderung der Visurhöhe bei der Radioentfernungsmessung. — *Procházka, E.*: Die Ausgleichung und

Genauigkeit eines Polygonzuges nach der Methode der Verschiebungsellipsen. — *Tobyáš, V.*: Amplitude Characteristics of the First Maximum of Broad-Band Electromagnetic Seismographs Excited by Harmonic Motion. — *Plešinger, A.*: Entwurf von photoelektrischen Rückkopplungsverstärkern mit vorgeschriebenen Übertragungseigenschaften. — *Bucha, V., Horáček, J. und Rybář, J.*: The Intensity of the Geomagnetic Field in the Quaternary. — *Czuczor-Miletits, J.*: Vergleichende Untersuchung von elektromagnetischen Registrierungen der Observatorien von Nagycenk und Budkov. — *Boclmiček, J.*: Transit of an Electromagnetic Low-Frequency Disturbance through the Lower Ionosphere. — *Nr. 2. Buchar, E.*: Zenith Telescope with a Mirror Micrometer. — *Burša, G.*: On the Mutual Position of Clarke's and Hayford's Ellipsoids of the NAD-27 and the EUR Reference Systems. — *Pick, M. und Pola, I.*: The Figure of the Earth in the West-Alps. — *Vyskočil, V.*: Comments on the Mathematical Statistics Methode of Estimating the Accuracy of Numerical Interpolation. — *Maršik, Z.*: Transformation of Plate Co-ordinates to Equatorial Co-ordinates. — *Fiala, V.*: On the Diffusion of Small Inhomogeneities in the Ionosphere.

Tijdschrift voor Kadaster en Landmeetkunde, 's-Gravenhage 1967: *Nr. 5. Williams, H. S. et Belling, G. E.*: Modèles quasi-harmoniques de gyroscopes pendulaires pendant des oscillations prolongées. — *Rogge, H. L.*: Les cartes perforées appliquées aux administrations de remembrements. — *Nr. 6. van der Schaaf, H. Ph.*: Patrons Hi-Fix. — *Richardus, P.*: Travaux techniques à la construction d'usines hydroélectriques.

Vermessungstechnik, Berlin 1968: *Nr. 2. Rausch, E.*: Zur Abhängigkeit des Skalenwertes von der Stellung der Meßspindel bei Gravimetern vom Typ GAK-4M. — *Gündel, W.*: Ziellinie und Zielachsenfehlerkurve bei Theodoliten mit Innenfokussierung. — *Dressel, H.*: Praktische Erfahrungen bei der Anwendung des Interpretoskops zur Laufendhaltung topographischer Karten. — *Bartoschek, P.*: Neuerungen bei der Planherstellung in den Maßstäben 1:500 und 1:250. — *Heene, G.*: Maßtoleranzen im Bauwesen. — *Engel, E.*: Erfahrungen bei der Bearbeitung des Kartenbandes zum Luftfahrthandbuch der DDR. — *Töpfer, F.*: Bestimmung landschaftsgebundener Mindestlängen für die kartographische Darstellung der Flüsse. — *Trojanowski, K.*: Über die Erweiterung der Fehlertheorie der mittleren Pausschen Einrechnungsmethode. — *Gnehr, R.*: Schaffung einer Standardausrüstung an Instrumenten und Geräten für die Produktionseinheit. — *Nr. 3. Hanke, P.*: Ein Vorschlag zur Verbesserung der Bildgütebewertung in der Photogrammetrie. — *Edwards, F. H.*: Der praktische Einsatz des Stecometers aus Jena in Australien. — *Rodig, K.-H.*: Die Wirkung mechanischer Einflüsse auf die Ziellinien von Kompensator-Nivellierinstrumenten. — *Rödiger, M.*: Die Baumtafel im trigonometrischen Aufnahmenetz. — *Zimmermann, B.*: Zur Ortsbestimmung bei Gewässeraufnahmen. — *Töpfer, F.*: Zur Exponentialverteilung der Flußnetze. — *Queißner, E.-F.*: Das Abreibeverfahren — seine Möglichkeiten und gegenwärtigen Grenzen. — *Schroeter, R.*: Zwei neue Geräte zum Schleifen von Gravierwerkzeugen für die Schichtgravur. — *Szangolies, K.*: Genauigkeit der Orientierungselemente bei den Auswertegeräten Stereometrograph und Stereotrigomat. — *Nr. 4. Delong, B.*: Periodische Fehler der Goniometerskala des elektrooptischen Streckenmeßgerätes EOS. — *Taegel, G.*: Standardisierung der Kartographie in der DDR. — *Henning, H.*: Die Absteckung von rechten Winkeln mit dem Winkelprisma. — *Zeth, U.*: Die Differentialentzerrung und ihre Einsatzmöglichkeiten in der DDR. — *Mark, R.-P.*: Die Erfahrung des Justierzustandes von Stereokomparatoren mit Hilfe von Genauigkeitstesten, dargestellt am Beispiel des Stecometer. — *Kubista, M.*: Zur Refraktion in Schächten. — *Schulz, F.*: Eine neue Form der Weiterbildung für unsere Ingenieure und Techniker. — *Nr. 5. Kusch, M.*: Beitrag zur analytischen Blocktriangulation mit mittelschnellen Rechenautomaten. — *Elsässer, L.*: Zur Aufstellung optimierungsfähiger Planungsmodelle im Vermessungs- und Kartenwesen. — *Schädlich, M.*: Zur Anordnung von Maßstabs- und Orientierungskontrollen in astro-geodätischen Netzen. — *Meier, S.*: Zur Berechnung von Korrelationen. — *Krämer, J.*: Herstellung von Bahnhofsplänen im Maßstab 1:1000 mit Hilfe der Aerophotogrammetrie. — *Illhardt, E. und Päßler, D.*: Zur Praxis der Modellorientierung. — *Feist, W.*: TSG 200 — Ein neuer geodätischer Signalscheinwerfer des VEB C. Zeiss JENA für die Triangulation höherer Genauigkeit. — *Kautzleben, H.*: Mittlere Korrekturen für die zeitlichen Variationen des Erdmagnetfeldes bei geomagnetischen Feldmessungen.

Vermessungstechnische Rundschau, Bonn 1968: *Nr. 3. Jung, G.*: Breithaupt Tachymetermeßtisch. — *Meisenheimer, H. D.*: Kreiselgeräte auch in der Flurbereinigung? — *Krauß, G.*: Das Deutsche Grundkartenwerk 1:5000. — *Nr. 4. Gläser, H.*: Freies Trassieren im Gelände. —

Zachhuber, E.: Ermittlung der Hypothenuse mit dem Kleinkoordinatograph durch ein Zusatzgerät. — Meisenheimer, H. D.: Kleine Kniffe zur Basislattenmessung. — Nr. 5. Straubel, R.: Ein Beitrag zur Basislattenmessung. — Autorenkollektiv: Satelliten-Empfangsanlage mit automatischer Antennennachführung (Forts. in Nr. 6). — Meisenheimer, H.-D.: UNIMESS — eine neue Hilfe bei der Feldarbeit. — Zachhuber, E.: Entfernungsmesser mit Umdrehungszählwerk. — Wittke, H.: Gedanken zur Skalen-Herstellung mit Laser-Licht. — Nr. 6. Meckenstock, H. J.: Praktische Erfahrungen bei der Durchführung von Setzungsmessungen.

Zeitschrift für Geophysik, Würzburg 1968: Nr. 1. Jung, K.: Neuere Gedanken und Ergebnisse über die Gestalt der Erdkörpers und die Verteilung der Massen im Erdinnern. — Ebel, A.: Zeitliche Variation und Genauigkeit bei der Bestimmung der Höhenveränderlichkeit geomagnetischer Elemente, abgeleitet aus Normalfeldern für Mitteleuropa.

Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1968: Nr. 3. Moritz, H.: Über das Geodätische Bezugssystem 1967. — Pape, E.: Die Anwendung der Photogrammetrie bei Katastervermessungen in der Bundesrepublik Deutschland. — Koch, K. R.: Über die Lösung der Randwertaufgabe der physikalischen Geodäsie mit Hilfe der Greenschen Fundamentalformel. — Finsterwalder, R.: Eine Möglichkeit der trigonometrischen Höhenbestimmung. — Fischer, W.: Bemerkungen zur statistischen Analyse. — Grafarend, E.: Die Genauigkeit eines Punktes im Raum. — Nr. 4. Koch, K. R.: Die Beziehung zwischen den Bahnstörungen künstlicher Erdsatelliten und den Schwereanomalien. — Schildheuer, E.: Ein Verfahren zur Prüfung der Normalität einer Verteilung von Zufallsgrößen. — Braasch, H. W.: Kritische Bemerkungen zu den Begriffen „Koordinatenkataster“, „Rechenkataster“ und „Lochkartenkataster“. — Wenderlein, W.: Klothoiden-Kreis-Trassierung und allgemeine mathematische Übergangskurven. — Schröder, W.: Straßenbau — Aufgabe und Ziel. — Klingsporn, H.: Zur Klassifikation von Straßen und Wegen in den amtlichen topographischen Karten. — Nr. 5. Hristov, Wl.: Über die Abplattung des Erdellipsoids. — Wolf, H.: Der Beitrag der Geodäsie zur Problematik der Mohorovičić-Diskontinuität. — Gotthardt, E.: Schwierigkeiten bei der Überprüfung von Gewichtsansätzen. — Krauss, G.: Möglichkeiten und Grenzen der vermessungstechnischen Anwendung der Photogrammetrie in der Bundesrepublik Deutschland. — Jänich, E.: Zur Bestimmung der Instrumentfehler von Theodoliten mit nur einer Ablesestelle. — Nr. 6. Schuller, R.: Elektronische Datenverarbeitung bei der bayerischen Flurbereinigung. — Krátký, V.: Photogrammetrische Lösung einer Grundaufgabe der Satellitengeodäsie. — Brindöpke, W.: Photogrammetrische Höhenauswertung für die Herstellung der Deutschen Grundkarte 1:5000 im Flachland. — Reiser, R.: Die Prüfung von 2m-Basislatten.

Contents

Karl Rinner, Tellurometer Measurements in the Austrian First Order Triangulation Net.
Franz Halwax, Work with the Desk Computer "Programma 101".

Peter Meissl, On Redundant Point Transformations According to the Principle of Least Maximum Gap.

Johann Krötzl, First Use of Alkometer III for Measurements on Dams.

Sommaire

Karl Rinner, Mésurations de distance avec le tellurometer dans le reseau de premier ordre d'autriche.

Franz Halwax, Le calcul avec la "Programma 101".

Peter Meissl, Transformation surdéterminée des points après le principe des moindres différences maximales.

Johann Krötzl, Les premières mesures avec le Mekometer III sur des barrages.

Anschriften der Mitarbeiter dieses Heftes

Professor Dipl.-Ing., Dr. techn. Karl Rinner, 8010 Graz, Rechbauerstraße 12.

ORdV Dipl.-Ing., Dr. techn. Franz Halwax, 1080 Wien, Krothenthallergasse 3.

Hochschuldozent Dipl.-Ing., Dr. techn. Peter Meissl, 1040 Wien, Karlsplatz 13.

Dipl.-Ing. Johann Krötzl, Chur (Schweiz), Wingertweg 11.

EINSCHRAUBEN

ist viel leichter,
einfacher und billiger
als alles bisher Übliche



Sie wiegen nur 2,5 kg
sind wirklich unverwüstlich und
mit nur $\frac{1}{5}$ des bisherigen
Aufwandes zu versetzen,

die neuen

GRENZMARKEN aus KUNSTSTOFF



Alleinverkauf für Österreich

DR. WILHELM ARTAKER

1031 Wien III, Reisnerstr. 6, Ruf: (0222) 7315 86 Δ

Wiener Messe Halle M, Stand 1214-1219

Neuwertige Doppelrechenmaschinen,

einfache Kurbel- sowie elektr. halb- und vollautomatische Rechenmaschinen
BRUNSVIGA usw. lieferbar.

Generalüberholungen von BRUNSVIGA-Maschinen mit neuer Garantie.

F. H. FLASDIECK, D 5600 Wuppertal-Barmen, Futterstr. 17, Ruf 59 50 00.

Österreichischer Verein für Vermessungswesen

A 1180 Wien XVIII, Schopenhauerstraße 32

Sonderhefte zur sterr. Zeitschrift für Vermessungswesen

Sonderheft 20: H. G. Jerie, *Weitere Analogien zwischen Aufgaben der Mechanik und der Ausgleichsrechnung*. 24 Seiten mit 14 Abbildungen, 1960. Preis S 32,- (DM 5.50).

Sonderheft 21: Mader, *Die zweiten Ableitungen des Newton'schen Potentials eines Kugelsegments — Topographisch berechnete partielle Geoidhebungen. — Tabellen zur Berechnung der Gravitation unendlicher, plattensförmiger, prismatischer Körper*. 36 Seiten mit 11 Abbildungen, 1960. Preis S 42,- (DM 7.50).

Sonderheft 22: Moritz, *Fehlertheorie der Graphisch-Mechanischen Integration — Grundzüge einer allgemeinen Fehlertheorie im Funktionenraum*. 53 Seiten mit 6 Abbildungen, 1961. Preis S 52,- (DM 9.-)

Sonderheft 23: Rinner, *Studien über eine allgemeine, voraussetzungslose Lösung des Folgebildanschlusses*. 44 Seiten, 1960. Preis S 48,- (DM 8.-)

Sonderheft 24: *Hundertjahrfeier der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung 23. bis 25. Oktober 1963*. 125 Seiten mit 12 Abbildungen, 1964. Preis S 120,- (DM 20.-)

Sonderheft 25: *Proceedings of the International Symposium Figure of the Earth and Refraction; Vienna, March 14th—17th, 1967*. 342 Seiten mit 150 Abbildungen, 1967. Preis S 370,- (DM 64,-).

OEEPE, Sonderveröffentlichungen

Nr. 1: Rinner, *Analytisch-photogrammetrische Triangulation eines Teststreifens der OEEPE*. 31 Seiten, 1962. Preis S 42,-.

Nr. 2: Neumaier und Kasper, *Untersuchungen zur Aerotriangulation von Überweitwinkelaufnahmen*, 4 Seiten, 2 Seiten Abbildungen, 1965. Preis S 10,-.

Nr. 3: Stickler und Waldhäusl, *Interpretation der vorläufigen Ergebnisse der Versuche der Kommission C der OEEPE aus der Sicht des Zentrums Wien*, 4 Seiten, 8 Tabellen, 1967. Preis S 20,-.

Alte Jahrgänge der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen liegen in der Bibliothek des Österreichischen Vereines für Vermessungswesen auf und können beim Österreichischen Verein für Vermessungswesen bestellt werden.

Unkomplette Jahrgänge:

à 20,- S; Ausland 4,- sfr bzw. DM u. Porto

Jg. 1 bis 5 1903 bis 1907

7 bis 12 1909 bis 1914

19 1921

Komplette Jahrgänge:

à 40,- S; Ausland 8,- sfr bzw. DM u. Porto

Jg. 6 1908

13 bis 18 1915 bis 1920

20 bis 35 1922 bis 1937

36 bis 39 1948 bis 1951

à 72,- S; Ausland 15,- sfr bzw. DM u. Porto

Jg. 40 bis 49 1952 bis 1961

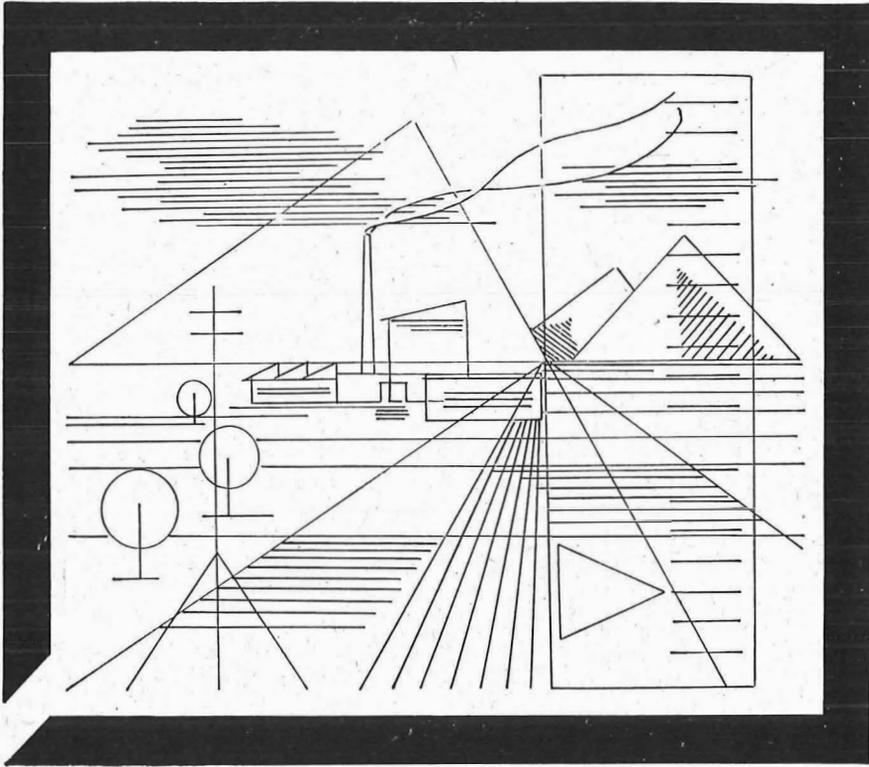
à 100,- S; Ausland 20,- sfr bzw. DM u. Porto

Jg. 50 bis 53 1962 bis 1965

à 130,- S; Ausland 28,- sfr bzw. DM u. Porto

ab Jg. 54 ab 1966

Vermessungsgeräte aus Jena



Nivelliere: Ni 060, Ni 030, Ni 004
Kompensator-Nivelliere: Ni 025, Ni 007
Theodolite: Theo 120, Theo 020, Theo 010, Theo 003
Reduktions-Tachymeter: Dahlta 020, Redta 002, BRT 006
Elektro-Optisches Streckenmeßgerät EOS
Topographisch-tachymetrischer
Entfernungsmesser Teletop
Automatisches Präzisions-Zenitlot PZL
Doppelwinkelprisma
Trigonometrisches-Signalscheinwerfer-Gerät TSG 200

aus Jena

JENOPTIK JENA GmbH

DDR/69 J e n a, Carl-Zeiß-Straße 1

HERZSTARK & Co.

Generalvertretung der optischen Werke
J e n a, Wien XV, Linke Wienzeile 274

Neuerscheinungen

von offiziellen Karten der Landesaufnahme

Österreichische Karte 1:50.000

30 Neumarkt	93 Berchtesgaden	133 Leoben
im Hausruckkreis	101 Eisenerz	134 Passail
55 Obergrafendorf	102 Aflenz Kurort	150 Zell am Ziller
56 St. Pölten	103 Kindberg	165 Weiz
74 Hohenberg		

Österreichische Karte 1:200.000: Blatt 31^o 47^o Spittal an der Drau

Umgebungs- und Sonderkarten:

Umgebungskarte von Innsbruck 1:25.000

Umgebungskarte von Wien 1:50.000

Preise der Kartenwerke ab 8. Februar 1965:

je Blatt S

Österreichische Karte 1:25.000

1/4 Blätter (Halbsektionen) 13.—

Zeichenerklärung 1:25.000 5.—

Österr. Karte 1:50.000 ohne Straßen- u. Wegmarkierungsaufdruck 15.—

Österr. Karte 1:50.000 mit Straßen-, ohne Wegmark.-Aufdruck 19.—

Österr. Karte 1:50.000 mit Wegmarkierung, ohne Straßen-
aufdruck (Wanderkarte) 21.—

Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50.000 ohne Wegmarkierung 6.—

Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50.000 mit Wegmarkierung
(Wanderkarte) 10.—

Dieses Kartenwerk umfaßt insgesamt 213 Blattnummern.

Hievon sind bisher erschienen:

147 Blätter Österreichische Karte 1:50.000 mit Schichten in Mehrfarbendruck sowie
66 Blätter als provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000 in Zwei-
farbendruck (schwarz mit grünem Waldaufdruck); diese Blätter sind mit Schichten-
linien und Schraffen versehen.

Österreichische Karte 1:200.000 bisher erschienen:

Blatt 35^o 48^o Preßburg 20.—

31^o 47^o Spittal an der Drau 20.—

Umgebungs- und Sonderkarten:

Umgebungskarte von Innsbruck 1:25.000

mit Wegmarkierung, gefaltet, in Umschlag 40.—

Umgebungskarte von Wien 1:50.000

mit Wegmarkierung, gefaltet, in Umschlag 40.—

Wachau 1:50.000 mit Wegmarkierung 23.—

*Zu beziehen durch alle Buchhandlungen und in der amtl. Verkaufsstelle des Bundesamtes
für Eich- und Vermessungswesen (Landesaufnahme), 1080 Wien 8, Krotenthallergasse 3*

Neuerscheinungen des österr. Wasserkraftkatasters

Im Zuge der Bearbeitung des neuen österr. Wasserkraftkatasters ist
erschienen:

Gurk, Saalach, Alm je S 2.500,—

Bibliographie zur österreichischen Wasserwirtschaft S 48.—

Die bisher erschienenen Bände sind durch den Kartenverlag des Bundesamtes für
Eich- und Vermessungswesen, Landesaufnahme, in Wien bzw. durch den Buch-
handel zu beziehen.

Offizielle österreichische amtliche Karten der Landesaufnahme

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen
in 1080 Wien VIII, Krotenthallerg. 3 / Tel. 42 75 46

Es werden folgende Kartenwerke empfohlen:

Für Amtszwecke sowie für Wissenschaft und Technik

Die Blätter der

Österreichischen Karte 1:25.000, bzw. der
Alten österreichischen Landesaufnahme 1:25.000
Österreichische Karte 1:50.000, bzw. die
Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200.000
Übersichtskarte von Mitteleuropa 1:750.000
Arbeitskarten 1:200.000 und 1:500.000 von Österreich
Politische Karte der Republik Österreich 1:500.000

Zum Zusammenstellen von Touren und Reisen

Karte der Republik Österreich 1:500.000, mit Suchgitter und Index
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200.000

Für Wanderungen

die Blätter der Wanderkarte 1:50.000 mit Wegmarkierungen
und verschiedene Umgebungskarten

Die Karten sind in der amtlichen Verkaufsstelle 1080 Wien VIII,
Krotenthallergasse 3 und in Buchhandlungen erhältlich.

Auf Wunsch werden Übersichtsblätter kostenlos abgegeben.

Photogrammetrische Herstellung von Plänen und Karten

für Projekte aller Größenordnungen, einschließlich der erforderlichen terrestrischen und kartographischen Arbeiten

mittels **Spezialbildflugzeug und 3 Reihenmeßkammern,**
Marke Zeiss, 15/23 A, 21/18 und 30/23 A,
und Zeiss-Stereoplanigraph C 8
mit Ecomat, Schreibautomat und IBM-Kartenlocher
sowie 3 Autographen, Marke Wild,
Luftbildentzerrungsgerät und Klimsch-Praktika

durch



Walter Schneiker

vorm. OESER u. SCHNEIKER gegr. 1948

INGENIEUR- UND VERMESSUNGSBURO
Aerophotogrammetrie

46 Dortmund-Mengede, Postfach 58

Hauptbüro: Castroper Straße 148 • Fernruf 13 36 69 und 13 36 57
Zweigbüro: Schenkebierweg 1 (Hochhaus) • Fernruf 13 43 29

Es werden für sofort oder später bei **guter** Verdienstmöglichkeit gesucht:

- 1. Photogrammetrischer Auswerter(in)**
- 2. Kartograph(in)**
- 3. Vermessungszeichner(in)**

Moderne Dienstwohnungen sind vorhanden



Für Luftbildpläne
ebenen Geländes
und Vergrößerungen

SEG V

CARL ZEISS, Oberkochen/Württ.

ZEISS

Entzerrungsgeräte ermöglichen die wirtschaftliche Herstellung karten-ähnlicher Unterlagen für Planung, Durchmusterung und Feldbegehung:

Mit dem Entzerrungsgerät SEG V arbeitet man besonders rationell. Es ist ausgerüstet mit elektronischer Fluchtpunktsteuerung für die Entzerrung mit nur drei statt fünf Freiheitsgraden, Carpentierinversor und Schaltdosensteuerung für die Scharfabbildung, Magnetverschluß und Blendenvorwahl zur Vereinfachung der Bedienung, kugelgelagertem Projektionstisch für die Zugänglichkeit von drei Seiten.

Das SEG V ist ergänzbar durch:

Gitterkopiervorrichtung zum photographischen Einkopieren von Liniennetzen, Ansaugtisch für die Papierplanlegung beim Trockenverfahren, Reproduktionskassette für die Benutzung im umgekehrten Strahlengang, Colorzusatz für die Bearbeitung von Farbmaterialien, gefederte Aufhängung (SEG Vb) für die Verwendung in Fahrzeugen.

Das SEG V ist ausgereift und erprobt.



In Österreich: Vertrieb Optischer Erzeugnisse Ges.m.b.H.
1096 Wien, Rooseveltplatz 2
Telefon: 42 36 01, Fernschreiber: (07) 4839



Jetzt noch besser

PLAN-VARIOGRAPH

ein Gerät zur zeichnerischen Vergrößerung und Verkleinerung von Plänen und Karten auf dem Wege der optischen Projektion

- ① Tischform — horizontale Arbeitsfläche — geringer Platzbedarf
- ② einfache Bedienung — stufenlos durch Handräder — Einstellmaßstab
- ③ gleichmäßig helle Ausleuchtung der Vorlage mit Kaltlicht
- ④ Vergrößerungen und Verkleinerungen bis 6fach (z. B. 2880 auf 500)

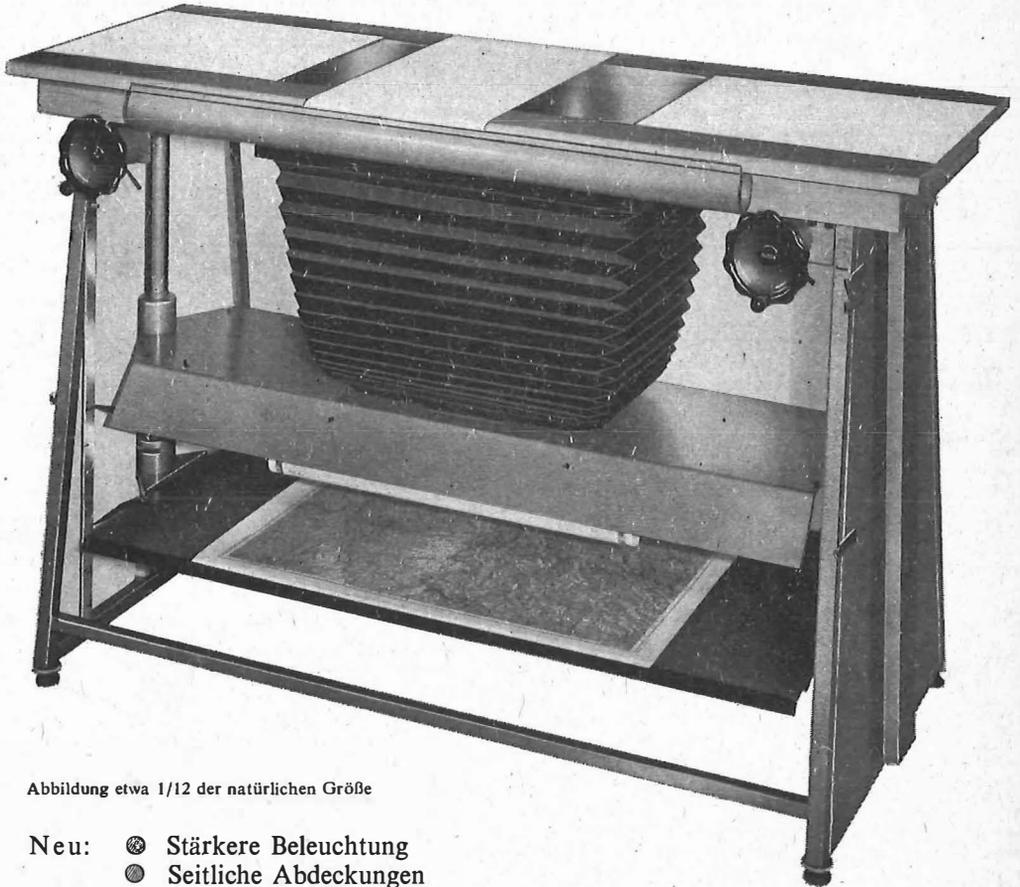


Abbildung etwa 1/12 der natürlichen Größe

- Neu:
- ⊗ Stärkere Beleuchtung
 - Seitliche Abdeckungen
 - ⊗ Staub- und Blendschutzvorhang

Auf Wunsch: Andruckplatte für Photopapier — Neigunglibelle
Einfacher Verschuß für Photoarbeiten — Punktiernikroskop

Angebote und Prospekte direkt vom Erzeuger:

RUDOLF & AUGUST ROST

Fabrik für Feinmechanik - Instrumente für Vermessungs- und Zeichenbedarf

1151 WIEN XV, MÄRZSTRASSE 7 (Nähe Westbahnhof und Stadthalle)
TELEFON: (0222) 92 32 31, 92 53 53, TELEGRAMME: GEOROST-WIEN

WIENER MESSE: Messegelände, jetzt Halle M, Stand 1272
(Eingang Südseite links)