

Österreichische Zeitschrift
für
Vermessungswesen

REDAKTION:

Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer

emer. o. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh.

Karl Ledersteger

o. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn.

Josef Mitter

Vorstand der Abteilung Erdmessung
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

Nr. 4

Baden bei Wien, Ende August 1964

52. Jg.

INHALT:

Abhandlungen:

- Über die Verformungsfehler eines Systems von endlich vielen Punkten P. Meissl
Der Einschaltpunkt (EP) am gefährlichen Kreis der Approximations-Geometrie . . . W. Smetana
Das Grundsteuergesetz 1955 und Bewertungsgesetz 1955 L. Krepper

Literaturbericht, engl.-franz. Inhaltsverzeichnis.

Mitteilungsblatt zur „Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen“,
redigiert von ORdVD Dipl.-Ing. Rudolf Arenberger



Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

Baden bei Wien 1964

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

Redakteure:

- o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer*, Wien IV, Technische Hochschule
- o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. Karl Ledersteger*, Wien IV, Technische Hochschule
- Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Redaktionsbeirat:

- o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Alois Barvir*, Wien IV, Technische Hochschule
- o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Hauer*, Wien IV, Technische Hochschule
- o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny*, Graz, Technische Hochschule, Rechbauerstraße 12
- Prof, Ing. Dr. techn. eh. Karl Neumaier*, Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen i. R., Wien IV, Technische Hochschule

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes und Annoncentheiles bestimmte Zuschriften sind an *ORdVD. Dipl.-Ing. Rudolf Arenberger*, Wien XVIII, Schopenhauerstraße 32, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken.

Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich, u. zw. Ende jedes geraden Monats.

Redaktionsschluß: jeweils Ende des Vormonats.

Bezugsbedingungen: pro Jahr:

Mitgliedsbeitrag für den Verein oder die Österr. Gesellschaft	
für Photogrammetrie	S 50,—
für beide Vereinigungen zusammen	S 100,—
Abonnementgebühr für das Inland	S 100,— und Porto
Abonnementgebühr für Deutschland	DM 20,— und Porto
Abonnementgebühr für das übrige Ausland	sfr 20,— und Porto

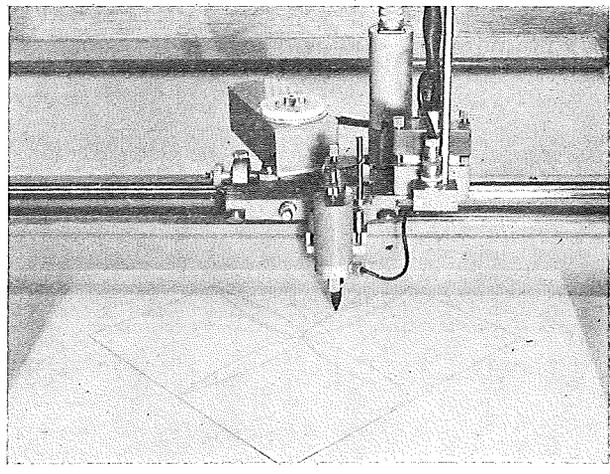
Einzelheft. . . . S 20,— bzw. DM 4,— oder sfr. 4,—

Anzeigenpreis pro $\frac{1}{1}$ Seite 125 × 205 mm.	S 800,—
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{2}$ Seite 125 × 100 mm.	S 500,—
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{4}$ Seite 125 × 50 mm.	S 300,—
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{8}$ Seite 125 × 25 mm.	S 200,—
Prospektbeilagen bis 4 Seiten	S 500,—

Postscheck-Konto Nr. 119.093

Telephon: 45 92 83

Rationalisiertes Herstellen von Zeichnungen und Plänen



Der programmgesteuerte Koordinatograph
Contraves/Haag-Streit zeichnet
und beschriftet schnell und zuverlässig Pläne
und stellt Computer-Daten graphisch dar.

Der frei programmierbare Interpolations-
rechner der Anlage erlaubt ein genaues
Aufzeichnen beliebiger Kurven und Geraden.

Tischgröße des Koordinatographen

1200 x 1200 mm

Maximale Zeichengeschwindigkeit 80 mm/sec

Aufzeichnungsgenauigkeit $\pm 0,06$ mm

Gerne orientieren wir Sie in allen Einzelheiten.

Bitte verlangen Sie Bulletin 6203
oder eine unverbindliche Beratung durch
unsere Ingenieure.

Contraves

Contraves AG Zürich Schaffhauserstrasse 580

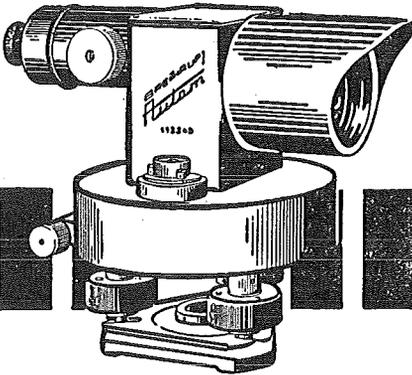
Vertretung für Österreich: Dr. Wilhelm Artaker, Reiserstrasse 6, Wien III/40

SCHNELLER MESSEN MIT

Autom

Selbstwägendes Ingenieur-Nivellier
Nr. 4300

Verlangen Sie bitte Druckschrift Dr. 244/60



**BREITHAUPT
KASSEL**

F. W. BREITHAUPT & SOHN

KASSEL · ADOLFSTR. 13

FABRIK GEODÄTISCHER INSTRUMENTE.
GEGRÜNDET 1762

Neuwertige Doppelrechenmaschinen „Brunsviga“, „Thales“, „Odhner“

sowie

einfache und elektrische Rechenmaschinen für etwa die Hälfte des Neuwertes
lieferbar.

Gewährleistung 1 Jahr. Günstige Angebote in Vorführmaschinen.

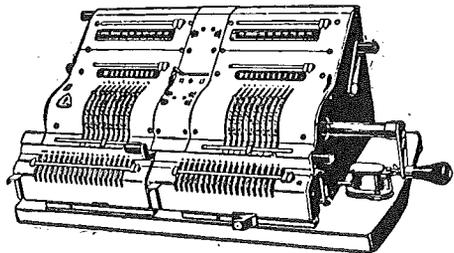
Referenzen aus österreichischen Fachkreisen.

F. H. FLASDIECK, Wuppertal-Barmen, Hebbelstraße 3, Deutschland

BRUNSVIGA

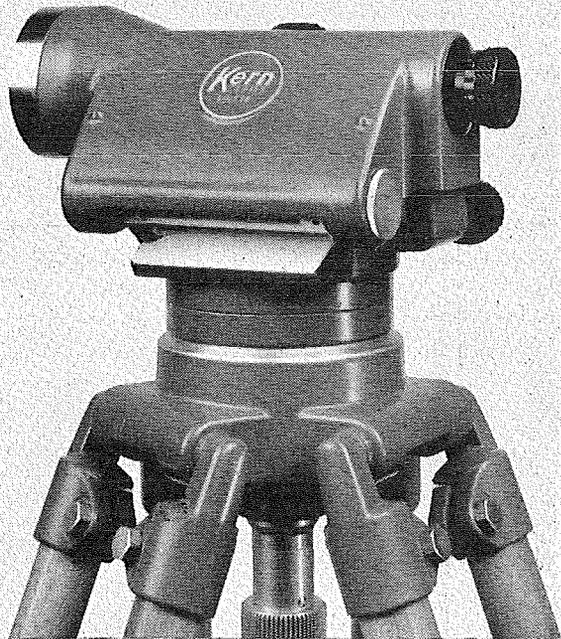
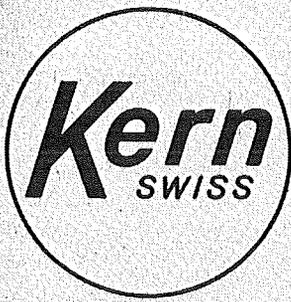
**ROTHHOLZ & FABER
WIEN 1., WILDPRETMARKT 1**

63 · 81 · 36



Das neue Kern Ingenieur-Nivellierinstrument für 3 Genauigkeitsstufen

GK 23



Kern GK 23, das Mehrzweck-Ingenieur-Nivellier mit den entscheidenden Vorteilen: schnellste Messbereitschaft dank dem Kern Kugelgelenkkopf, Beobachtung der Fernrohrlibelle durch das Fernrohrkular, Fokussierung mit Grob-Feintrieb, Seitenfeinstellschraube mit Rutschkupplung

Mittlere Fehler für 1 km Doppelnivellement:

± 2,0 mm

Normalausrüstung mit Zentimeter-Nivellierlatte

± 1,2 mm

Transversal-Strichplatte und Kreismarkenlatte

± 0,5 mm

Optisches Mikrometer, Halbzentimeter-Invarmire

Alleinverkauf für Österreich

DR. WILHELM ARTAKER

Wien III, Reiserstr. 6, Ruf: (0222) 73 15 86 Serie



OPTISCHE THEODOLITE

AUTOMATISCHE UND LIBELLEN-NIVELLIERINSTRUMENTE

Wir empfehlen Ihnen:

FROMME^S

PRÄZISIONS-KLEIN-KOORDINATOGRAPH Nr. 324a

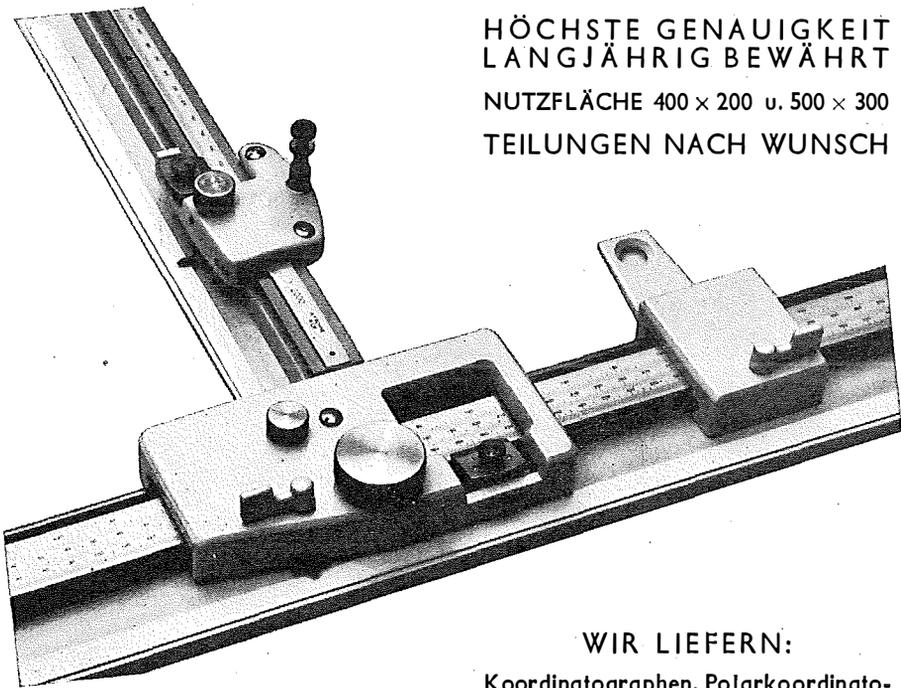
NEUESTE KONSTRUKTION
MIT VIELEN VERBESSERUNGEN

ALLE ROLLEN KUGELGELAGERT

HÖCHSTE GENAUIGKEIT
LANGJÄHRIG BEWÄHRT

NUTZFLÄCHE 400 × 200 u. 500 × 300

TEILUNGEN NACH WUNSCH



REPARATUREN VON
INSTRUMENTEN U. GERÄTEN

WIR LIEFERN:

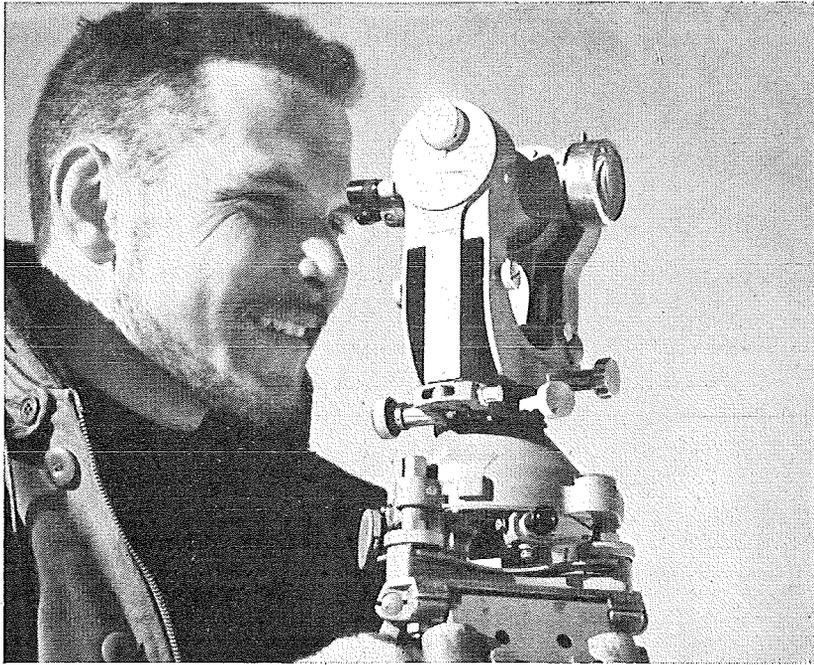
Koordinatographen, Polarkoordinatographen, Universaltachygraphen, Auftragsdreiecke und -lineale, Planimeter, Gefällsmesser, Hypsometer, Schichteneinschalter, Winkelprismen, Nivellierlatten, Meßbänder, Numerierschlegel, Maßstäbe, Reißzeuge usw.

Prospekte und Anbote kostenlos

ING. ADOLF FROMME

Geodätische und kartographische Instrumente, Fabrik für Zeichenmaschinen
Gegr. 1835 WIEN 18, HERBECKSTRASSE 27 Tel. (0222) 47 22 94

Vermessungsinstrumente von hoher Präzision



Nivellierinstrumente



- NK01 Solides Bau-Nivellier
- N10 Kleines Bau-Nivellier
- N2 Ingenieur-Nivellier
- NA2 Automatisches Nivellier
- N3 Präzisions-Nivellierinstrument

Theodolite



- TO Bussolen-Theodolit
- T1-A Repetitions-Theodolit
- T16 Tachymeter-Theodolit
- T2 Universal-Theodolit
- T3 Präzisions-Theodolit
- T4 Universalinstrument
- RK1 Reduktions-Kippregel

Distanzmesser



- DM1 Präzisions-Distanzmesser
- RDS Reduktions-Tachymeter
- RDH Reduktions-Tachymeter
- BL Invar-Basislatte

Präzisions-Messlatten, Pentagon-
Winkelprismen, Präzisions-Reisszeuge
aus rostfreiem Chrom-Stahl

WILD
HEERBRUGG

Wild Heerbrugg AG, Heerbrugg/Schweiz

Alleinvertretung für Österreich:

RUDOLF & AUGUST ROST

WIEN XV, MÄRZSTRASSE 7 (Nähe Westbahnhof und Stadthalle)
TELEFON: (0222) 92 32 31, 92 53 53, TELEGRAMME: GEOROST-WIEN

80. Wiener Messe: Halle 20, Stand 1984

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil. Dr. techn. e. h. K. Ledersteger und
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

Nr. 4

Baden bei Wien, Ende August 1964

52. Jg.

Über die Verformungsfehler eines Systems von endlich vielen Punkten

Von *Peter Meissl*, Wien

1. Einleitung

Es wird ein System von endlich vielen Punkten im ein-, zwei- oder dreidimensionalen Raum untersucht. Die Koordinaten der Punkte sind zufälligen Fehlern unterworfen. Die Matrix der mittleren quadratischen und mittleren gemischten Fehler wird mit M bezeichnet. M wird im folgenden auch Fehler- oder Kovarianzmatrix genannt. Als Maß für die Genauigkeit der Koordinaten diene die Summe der mittleren Fehlerquadrate, also die Spur $sp(M)$ der Fehlermatrix M (Summe der Glieder in der Hauptdiagonale).

Wir stellen uns die Aufgabe, aus M solche Fehlereinflüsse abzuspalten, die auf eine zufällige Verformung des Punktsystems zurückgeführt werden können. Dabei wird von vornherein festgelegt, um welche Verformungen es sich handeln soll. Beispielsweise könnte man verlangen, den Einfluß einer gemeinsamen zufälligen Verdrehung und Verschiebung der Punkte zu eliminieren. Fragestellungen dieser Art wurden in [6] und [7] behandelt. Es lassen sich jedoch zahlreiche andere Beispiele angeben. Man denke etwa an einen gestreckten Polygonzug. Hier kann man fragen, welcher Anteil der Fehler auf eine Verbiegung des Zuges längs einer quadratischen Parabel oder einer Sinuskurve zurückgeführt werden kann. Dabei wird der mittlere Fehler der Amplitude des Sinus von besonderem Interesse sein, da er ein Maß für den zufälligen Durchhang des Polygonzuges darstellt. Etwas allgemeiner wäre eine Untersuchung der zufälligen Verbiegungen längs eines (trigonometrischen) Polynoms. Ein Beispiel dieser Art wird in Abschnitt 4 behandelt. Schließlich sei als Anwendungsmöglichkeit noch die Analyse der Verformungen photogrammetrischer Streifen erwähnt. In diesem Fall ist es ja für Zwecke der Ausgleichung besonders interessant zu wissen, welche Verformungen mit größter Wahrscheinlichkeit auftreten.

Nach Elimination der Verformungseinflüsse bleibt eine Matrix \mathbf{Q} von Restfehlern. Falls diese Restfehler, für die als einheitliches Maß $sp(\mathbf{Q})$ verwendet werden kann, noch groß sind, wird man zu der Annahme geführt, daß die eliminierten Fehlereinflüsse die ursprünglichen Ungenauigkeiten der Koordinaten noch nicht zufriedenstellend erklären. Man wird dann nach weiteren Fehlereinflüssen suchen. In vielen Fällen wird es gelingen, die ursprünglichen Koordinatenfehler durch die Fehler einiger weniger Verformungsparameter hinreichend gut zu approximieren. Dadurch lassen sich manche Fehleruntersuchungen bedeutend rationeller gestalten¹⁾.

2. Das wahrscheinlichkeitstheoretische Modell

Sei $\mathbf{U} = (U_1, \dots, U_n)$ ein zufälliger Vektor. Seine Kovarianzmatrix sei $\mathbf{M} = (m_{ij})$. Der Rang von \mathbf{M} sei beliebig. $\mathbf{V} = (V_1, \dots, V_m)$ sei eine lineare Vektorfunktion von \mathbf{U} , also ebenfalls ein zufälliger Vektor. Es gelte $m < n$. Wir schreiben

$$\mathbf{V} = \mathbf{U} \mathbf{B} \quad \dots (1)$$

Dabei sei $\mathbf{B} = (b_{it})$ eine zunächst unbestimmte $n \times m$ Matrix.

Wir wollen \mathbf{U} durch $\mathbf{V} \mathbf{A}$ approximieren, wobei $\mathbf{A} = (a_{sj})$ eine bekannte $m \times n$ Matrix vom Rang m ist:

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} \mathbf{A} + \mathbf{W} \quad \dots (2)$$

\mathbf{W} ist bei dieser Approximation der zufällige Restvektor $\mathbf{W} = (W_1, \dots, W_n)$. Setzt man für \mathbf{V} ein, so folgt

$$\mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{B} \mathbf{A} + \mathbf{W} \quad \dots (3)$$

Daraus folgt für \mathbf{W} :

$$\mathbf{W} = \mathbf{U} (\mathbf{E} - \mathbf{B} \mathbf{A}) \quad \dots (3a)$$

\mathbf{E} bezeichnet die Einheitsmatrix. Die Kovarianzmatrix von \mathbf{W} ist nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz²⁾

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{E} - \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{B}}) \mathbf{M} (\mathbf{E} - \mathbf{B} \mathbf{A}) \quad \dots (4)$$

Um die Approximation möglichst gut zu machen, wird über die noch unbestimmte Matrix \mathbf{B} so verfügt, daß $sp(\mathbf{Q})$ zu einem Minimum wird.

Satz 1. $sp(\mathbf{Q})$ wird zu einem Minimum für

$$\mathbf{B} = \bar{\mathbf{A}} (\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}})^{-1} \quad \dots (5)$$

Die minimale Spur von \mathbf{Q} lautet

$$sp(\mathbf{Q}) = sp(\mathbf{M}) - sp\{(\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}})^{-1} \mathbf{A} \mathbf{M} \bar{\mathbf{A}}\} \quad \dots (6)$$

Für $\mathbf{Q} = (q_{ij})$ ergibt sich:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{E} - \bar{\mathbf{A}} (\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}})^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{M} (\mathbf{E} - \bar{\mathbf{A}} (\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}})^{-1} \mathbf{A}) \quad \dots (7)$$

Die Kovarianzmatrix $\mathbf{R} = (r_{st})$ des Vektors \mathbf{V} lautet:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}})^{-1} \mathbf{A} \mathbf{M} \bar{\mathbf{A}} (\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}})^{-1} \quad \dots (8)$$

¹⁾ Herrn W. Meissl danke ich für Anregungen und für die Durchsicht des Manuskriptes.

²⁾ Ein Querstrich über einem Symbol bedeutet Transposition.

Bemerkung. Die Aussage dieses Satzes ist wohl zu unterscheiden von dem beim strengen Ausgleich benützten Konzept der Schätzungen $\mathbf{V} = \mathbf{U}\mathbf{B}$ mit kleinster Varianz. Hier lautet \mathbf{B} bekanntlich $\mathbf{B} = \mathbf{M}^{-1} \bar{\mathbf{A}} (\mathbf{A} \mathbf{M}^{-1} \bar{\mathbf{A}})^{-1}$, wobei \mathbf{M} den Rang n besitzen muß. Beim Satz 1 hingegen wird die Summe der Varianzen der Restgrößen W_i minimiert. \mathbf{M} kann beliebigen Rang haben. Im Falle $\mathbf{M} = \mathbf{E}$ besteht allerdings kein Unterschied zur Theorie der besten Schätzungen. (Vgl. [3], [5].)

Beweis von Satz 1. Wir benützen für die Dauer des Beweises das Einsteinsche Summationsübereinkommen. Die Indizes i, j, k, l laufen von 1 bis n . Die Indizes s, t, u, v laufen von 1 bis m . Kommt in einem Ausdruck ein Index zweimal vor, so ist über ihn zu summieren (vgl. auch [5]). Aus (4) wird: $q_{ik} = (\delta_{ik} - a_{si} b_{ks}) m_{kl} (\delta_{jt} - a_{tj} b_{lt})$. Dabei ist δ_{ij} das Kroneckersymbol. Demnach ist

$$sp(\mathbf{Q}) = q_{ii} = (\delta_{ik} - a_{si} b_{ks}) m_{kl} (\delta_{il} - a_{ti} b_{lt}) = m_{ii} - 2 m_{ij} a_{sj} b_{js} + \dots \quad (9)$$

Sei nun $\mathbf{G} = (g_{st})$ und $\mathbf{G}^{-1} = (g^{st})$. Dabei sei $\mathbf{G} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{A}}$, also $g_{st} = a_{sj} a_{tj}$. Wir formen $sp(\mathbf{Q})$ weiter um, wobei wir statt m_{ij} auch $sp(\mathbf{M})$ schreiben können:

$$sp(\mathbf{Q}) = sp(\mathbf{M}) - g^{st} a_{sj} m_{jk} a_{tk} + a_{si} (b_{js} - g^{st} a_{tj}) m_{jk} (b_{ku} - g^{uv} a_{vk}) a_{ui} \dots \quad (10)$$

Die Übereinstimmung von (9) und (10) ergibt sich durch Ausmultiplizieren der Klammerausdrücke in (10) unter Beachtung der Definition von \mathbf{G} .

Die zwei ersten Terme nach dem $=$ Zeichen in (10) sind frei von den zu bestimmenden Größen b_{it} . Der dritte Term kann, als Summe über i aufgefaßt, in der Form $\zeta^{(i)} \mathbf{M} \zeta^{(i)}$ geschrieben werden, wobei $\zeta^{(i)}$ ein n dimensionaler Zeilenvektor ist. Wegen des definiten Verhaltens der Kovarianzmatrix \mathbf{M} ist $\zeta^{(i)} \mathbf{M} \zeta^{(i)} \geq 0$. Ein Minimum wird daher für $\zeta^{(i)} = 0$ erreicht. Dies gelingt durch $b_{js} = g^{st} a_{tj}$, was gleichbedeutend mit (5) ist. Aus (10) wird dann unmittelbar (6). (7) ergibt sich aus (4) und (5). (8) folgt aus (1) und (5) nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz. Damit ist Satz 1 bewiesen.

3. Aufspaltung der Koordinatenfehler

Wir wenden nun die in Abschnitt 2 gewonnenen Ergebnisse auf die Koordinatenfehler eines Systems von n Punkten P_1, \dots, P_n an. Die Rolle von \mathbf{U} in Abschnitt 2 spielen die Koordinatenfehler. Im zweidimensionalen Fall wäre $\mathbf{U} = (\Delta \mathbf{X} \mid \Delta \mathbf{Y}) = (\Delta X_1, \dots, \Delta X_n \mid \Delta Y_1, \dots, \Delta Y_n)$. Die Komponenten V_s von \mathbf{V} sind m Verformungsparameter. Die Matrix \mathbf{A} gibt den Einfluß der Verformungen auf die Koordinaten an. Genauer gesagt, das Matrizenprodukt $\mathbf{V} \mathbf{A}$ ergibt die Koordinatenänderungen bei einer gewissen Verformung \mathbf{V} an. Die Verformungsparameter V_s werden als lineare Funktionen der ursprünglichen Koordinatenfehler $(\Delta \mathbf{X} \mid \Delta \mathbf{Y})$ angesetzt: $\mathbf{V} = (\Delta \mathbf{X} \mid \Delta \mathbf{Y}) \mathbf{B}$. Subtrahiert man von den $(\Delta \mathbf{X} \mid \Delta \mathbf{Y})$ die Koordinatenänderungen $\mathbf{V} \mathbf{A} = (\Delta \mathbf{X} \mid \Delta \mathbf{Y}) \mathbf{B} \mathbf{A}$, so bleiben Restfehler $\mathbf{W} = (\Delta \hat{\mathbf{X}} \mid \Delta \hat{\mathbf{Y}}) = (\Delta \hat{X}_1, \dots, \Delta \hat{X}_n \mid \Delta \hat{Y}_1, \dots, \Delta \hat{Y}_n)$. Somit $(\Delta \hat{\mathbf{X}} \mid \Delta \hat{\mathbf{Y}}) = (\Delta \mathbf{X} \mid \Delta \mathbf{Y}) (\mathbf{E} - \mathbf{B} \mathbf{A})$. \mathbf{M} ist die Fehlermatrix der ursprünglichen Koordinatenfehler $(\Delta \mathbf{X} \mid \Delta \mathbf{Y})$, \mathbf{Q} die der Restfehler $(\Delta \hat{\mathbf{X}} \mid \Delta \hat{\mathbf{Y}})$. Maß für die jeweiligen Genauigkeiten sind $sp(\mathbf{M})$ und $sp(\mathbf{Q})$.

Wählt man \mathbf{B} entsprechend Satz 1 zu $\mathbf{B} = \bar{\mathbf{A}} (\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}})^{-1}$, so wird $sp(\mathbf{Q})$ zu einem Minimum, die Genauigkeit der Restgrößen also maximal. \mathbf{R} ist die Fehlermatrix

der Verformungsparameter. Die neue Fehlermatrix \mathbf{Q} enthält diese Verformungsfehler nicht mehr. Ersetzt man nämlich in (8) \mathbf{M} durch \mathbf{Q} gemäß (7), so folgt $\mathbf{R} = \mathbf{O}$ (Nullmatrix).

Wir illustrieren diese Technik der Fehleraufspaltung zunächst an dem Modell in [6]. Aus der Fehlermatrix der Koordinatenfehler $\Delta X_i, \Delta Y_i$ soll der Einfluß einer gemeinsamen Verdrehung um den kleinen Winkel φ und einer gemeinsamen kleinen Verschiebung σ und τ in x und y Richtung eliminiert werden. Hier ist $\mathbf{V} = (\varphi, \sigma, \tau)$. Der Einfluß der Verformung φ ist zunächst nichtlinear. Da $\Delta X_i, \Delta Y_i, \varphi, \sigma, \tau$ mit großer Wahrscheinlichkeit kleine Größen sind, kann man linearisieren und erhält:

$$\begin{aligned}\Delta \hat{X}_i &= \Delta X_i + \varphi y_i - \sigma \\ \Delta \hat{Y}_i &= \Delta Y_i - \varphi x_i - \tau\end{aligned}$$

In diesen Formeln sind x_i, y_i feste Näherungswerte für die Koordinaten. Die weitere Rechnung ist — in etwas anderer Bezeichnungsweise — in [6] wiedergegeben.

Wir beenden diesen Abschnitt mit dem wichtigen Hinweis, daß die Formeln (5) bis (8) besonders einfach werden, wenn die Zeilen der Matrix \mathbf{A} orthogonal sind. In diesem Fall sind $(\mathbf{A}\bar{\mathbf{A}})$ und $(\mathbf{A}\bar{\mathbf{A}})^{-1}$ Diagonalmatrizen. Das sukzessive Eliminieren von Verformungseinflüssen vollzieht sich dann besonders elegant, wie am nachfolgenden Beispiel dargelegt werden soll.

4. Ein Anwendungsbeispiel

Ein Nivellement führe vom Punkt P_0 über P_1, P_2, \dots, P_{n-1} nach P_n . Die Höhen von P_0 und P_n seien bekannt. Die Fehlermatrix der Fehler δH_i der gemessenen Höhenunterschiede von P_{i-1} nach P_i sei $m^2 \mathbf{E}$. Da m^2 in der Folge nur als Proportionalitätsfaktor auftritt, setzen wir $m^2 = 1$. Die Fehler ΔH_i der ausgeglichenen Höhen H_i der einzelnen Punkte ergeben sich zu $\Delta H_i = \sum_{j=1}^i (\delta H_j - n^{-1} \sum_{k=1}^n \delta H_k)$.

In Matrixschreibweise: $\Delta \mathbf{H} = \delta \mathbf{H} (\mathbf{E} - n^{-1} \bar{\mathbf{e}} \mathbf{e}) \mathbf{D}$. Dabei ist $\Delta \mathbf{H} = (\Delta H_1, \dots, \Delta H_n)$, $\delta \mathbf{H} = (\delta H_1, \dots, \delta H_n)$, $\mathbf{e} = (1, 1, \dots, 1)$ und $\mathbf{D} = (d_{ij})$ folgende Dreiecksmatrix $d_{ij} = 1$ für $i \leq j$, $d_{ij} = 0$ für $i > j$. Die Fehlermatrix von $\Delta \mathbf{H}$ ist demnach $\mathbf{M} = \bar{\mathbf{D}} (\mathbf{E} - n^{-1} \bar{\mathbf{e}} \mathbf{e}) (\mathbf{E} - n^{-1} \bar{\mathbf{e}} \mathbf{e}) \mathbf{D}$. Man erhält

$$sp(\mathbf{M}) = \frac{n^2 - 1}{6}$$

Bei diesem Beispiel liegt der Fall eines eindimensionalen Punktsystems mit den Koordinaten H_i vor.

Wir fragen nach den Verformungen längs eines trigonometrischen Polynoms und setzen entsprechend (3) an

$$\Delta H_i = \sum_{s=1}^m V_s \sin \frac{is\pi}{n} + \Delta \hat{H}_i \quad i = 1, \dots, n, \quad m < n.$$

Die Matrix $\mathbf{A} = (a_{sj})$ hat die Gestalt $a_{sj} = \sin \frac{js\pi}{n}$. Die Zeilen von \mathbf{A} sind orthogonal.

Es ist nämlich $\sum_{j=1}^n a_{sj} a_{tj} = \sum_{j=1}^n \sin \frac{js\pi}{n} \sin \frac{jt\pi}{n} = \delta_{st} \frac{n}{2}$. Somit ist $(\overline{\mathbf{A}\mathbf{A}})^{-1} = \frac{2}{n} \mathbf{E}$.

Nach (5) ist $\mathbf{B} = \frac{2}{n} \overline{\mathbf{A}}$. Daraus kann man nach (7) $\mathbf{Q} = (\mathbf{E} - \frac{2}{n} \overline{\mathbf{A}\mathbf{A}}) \mathbf{M} (\mathbf{E} - \frac{2}{n} \overline{\mathbf{A}\mathbf{A}})$

berechnen und nach (8) $\mathbf{R} = \frac{4}{n^2} \mathbf{A} \mathbf{M} \overline{\mathbf{A}}$.

Wir beschränken uns auf die Wiedergabe folgender Größen. Die mittleren quadratischen Verformungsfehler, also die mittleren quadratischen Fehler (Varianzen) der V_s lauten:

$$r_{ss} = \left[2n \sin^2 \frac{s\pi}{2n} \right]^{-1} \quad \dots (11)$$

Die Spur der Matrix der Restfehler lautet

$$sp(\mathbf{Q}) = \frac{n^2 - 1}{6} - \sum_{s=1}^m \left[4 \sin^2 \frac{s\pi}{2n} \right]^{-1} \quad \dots (12)$$

Man sieht, daß in (11) m , die Anzahl der Glieder des trigonometrischen Polynoms nicht vorkommt. Der mittlere Fehler r_{ss} des Verformungsparameters V_s ist unabhängig von der Anzahl berücksichtigter Verformungseinflüsse. Dieser Umstand ist der Orthogonalität der Zeilen von \mathbf{A} zuzuschreiben. Formel (12) gibt an, welcher Anteil der ursprünglichen Ungenauigkeit $sp(\mathbf{M})$ von den Verformungsfehlern V_1, \dots, V_m geschluckt wird. Es ist interessant, diesen Anteil ins Verhältnis zu $sp(\mathbf{M})$ zu setzen und mit n zur Grenze überzugehen. Es ergibt sich:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{sp(\mathbf{M}) - sp(\mathbf{Q})}{sp(\mathbf{M})} = 6 \sum_{s=1}^m (s\pi)^{-2} \quad \dots (13)$$

Dieser Ausdruck wird für $m = 1$ zu 0,61, für $m = 2$ zu 0,76. Mehr als 75% der ursprünglichen Ungenauigkeit werden also bereits von den ersten zwei Verformungen geschluckt, falls n genügend groß ist. Zur besseren Verdeutlichung geben wir Zahlenwerte für $n = 10$ an:

Es ist $sp(\mathbf{M}) = 16,5$. Für $sp(\mathbf{Q})$ erhält man für $m = 1, 2, \dots, 9$ der Reihe nach folgende Werte: 6,284; 3,666; 2,453; 1,729; 1,229; 0,847; 0,532; 0,256; 0,000. Die mittleren Fehler r_{ss} der Verformungsparameter V_s lauten der Reihe nach: 2,043; 0,524; 0,243; 0,145; 0,100; 0,076; 0,063; 0,055; 0,051.

Literatur

- [1] *Zurmühl*, Matrizen. Springer 1958. 2. Aufl.
- [2] *Jordan, Eggert, Kneißl*, Handbuch der Vermessungskunde. Band I.
- [3] *Linnik*, Die Methode der kleinsten Quadrate in moderner Darstellung. VEB Dt. Verl. d. Wiss., 1961.
- [4] *Anderson*, Introduction to multivariate statistical analysis. John Wiley 1958.
- [5] *Eberl*, Die Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen im Rahmen der mathematischen Statistik. ÖZfV 47 (1959), 3.
- [6] *Meissl*, Die innere Genauigkeit eines Punkthaufens. ÖZfV 50 (1962), 5 und 6.
- [7] *Meissl*, Über die innere Genauigkeit dreidimensionaler Punkthaufen. Manuskript. Erscheint in der Zeitschrift für Vermessungswesen.

Der Einschaltpunkt (EP) am „gefährlichen Kreis der Approximations-Geometrie“

Von *Walter Smetana*, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

I. Einleitung

Anlässlich der Beurteilung der Güte eines rückwärtseinzuschneidenden Einschaltpunktes (EP) auf einer Karte 1:50000 nach der bereits bekannten graphischen Methode [1], wird es in der Praxis mitunter vorkommen, daß der vorliegende EP scheinbar dem gefährlichen Kreis angehört oder aber in seine Nähe fällt und daher seine Lage für die üblichen Methoden der Berechnung unbestimmt bleibt. Bei näherer Betrachtung jedoch wird man auf den Gedanken geführt, daß z. B. der auf der Karte mit Zirkel und Lineal konstruierte, durch die drei Festpunkte und dem Neupunkt gehende Kreis zunächst gar keinen Kreis im Sinne der Präzisions-Geometrie darstellen kann, sondern je nach dem Kartenmaßstab und der Einzeichnungsgenauigkeit der Festpunkte, des EP und des Kreises, eine Kreisringfläche verschiedener Ausdehnung bedeutet. Man findet diese Tatsache in der Praxis bereits dadurch bestätigt, daß eine koordinatenmäßige Berechnung solch „unbestimmter Punkte“ etwa nach der Cassinischen Methode mittels Doppelrechenmaschine über zwei Vorwärtseinschnitte dennoch — wenn auch mit geringerer Genauigkeit — möglich ist, was im Falle der Lage eines Neupunkts auf einem Kreis im Sinne der Präzisions-Geometrie unmöglich wäre. Erst wenn die beiden Hilfspunkte immer näher zusammenrücken und schließlich zu einem Punkt zusammenfallen, was bekanntlich durch die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$ für die Tangente des Richtungswinkels von dem einen zum anderen Hilfspunkt sichtbar wird, liegen alle vier Punkte auf dem gefährlichen Kreis der Präzisions-Geometrie. Dieser Fall wird jedoch in der Praxis wohl niemals eintreten.

Angesichts der soeben dargelegten Gegebenheiten, soll im folgenden auf Grund von Genauigkeitsbetrachtungen, die den Inhalt des IV. Abschnittes dieser Abhandlung bilden, unter anderem auch ein einfaches Rechenverfahren entwickelt werden, das im Grunde genommen nichts Neues darstellt, dem Praktiker aber anlässlich der Vorbereitung eines EP-Netzes zur elektronischen Berechnung, die Bestimmung von vorläufigen Koordinaten auch solcher EP ermöglicht, die in der Nähe des sogenannten „gefährlichen Kreises“ liegen, deren einfache Überbestimmung im Sinne der Programmierung für die elektronische Berechnung der vorläufigen Koordinaten von Triangulierungspunkten [2], jedoch nicht möglich ist und deswegen die Berechnung vorläufiger Koordinaten von Hand aus erfolgen muß.

Der Grundgedanke des Verfahrens besteht darin, daß man sich zunächst Näherungskordinaten des betreffenden Neupunktes, etwa auf graphischem Wege oder nach amtsüblichen Methoden rechnerisch verschafft und weiters den Näherungspunkt differentiell derart verschiebt, daß die als fehlerfrei betrachteten, gemessenen

Winkel α und β zwischen je zwei Festpunkten aus der Differenzbildung entsprechend berechneter Richtungswinkel auf die Sekunde genau erhalten werden.

Die Möglichkeit einer solchen Berechnung ist bloß an die Forderung geknüpft, daß vor allem die gemessenen Winkel α und β zwischen den drei als fehlerfrei anzusehenden Festpunkten selbst möglichst fehlerfrei, also mit hoher Präzision gemessen werden und daß die durchschnittliche Entfernung des Neupunktes von den Festpunkten nicht weniger als ungefähr zwei Kilometer betragen soll, wie aus dem Abschnitt über Genauigkeitsbetrachtungen hervorgeht.

Im II. Abschnitt wird aber auch ein graphisch-mechanisches-rechnerisches Verfahren abgeleitet, das eine durchschnittliche Entfernung des Neupunktes von den Festpunkten bis zu etwa 500 m noch zuläßt.

Die Nähe des gefährlichen Kreises wird im Abschnitt IV schließlich durch den Abstand des Collins'schen Hilfspunktes vom mittleren der drei gegebenen Festpunkte in der Größe von 10 m in der Natur bzw. 0,2 mm auf einer Karte 1:50000, sowie dem Verhältnis dieses Abstandes zur Länge der Mittelvisur — als Kriterium dieses Grenzfalles — gekennzeichnet, und es wird weiters die Frage beantwortet, mit welcher Genauigkeit die beiden Winkel α und β gemessen werden müssen, um eine Punktlagegenauigkeit von etwa 5 cm desjenigen EP zu erhalten, der bereits einem Kreis im Sinne der Approximations-Geometrie, also einer Kreisringfläche von ca. 0,2 mm Stärke auf einer Karte 1:50000 angehört.

Je genauer die Winkel α und β in diesem Grenzfall gemessen werden, umso mehr verliert die Nähe des gefährlichen Kreises ihre Unbestimmtheit in bezug auf die Lage des Neupunktes. Die Lösung dieses Grenzproblems wird jedoch im allgemeinen mehr von theoretischem Interesse bleiben, da die geforderte hohe Winkelmeßgenauigkeit in der Praxis — wenn überhaupt — nur mit großem Zeitaufwand erreicht werden könnte.

Ein vollständig ausgeführtes Beispiel aus der Praxis des Verfassers im Abschnitt III dieser Abhandlung soll das entwickelte Rechenverfahren veranschaulichen und seine Richtigkeit durch Vergleich der nach diesem Verfahren ermittelten Koordinaten des betreffenden EP mit den Koordinaten desselben nach dem elektronischen Netzausgleich auch bestätigen.

Betrachtungen über die Lagegenauigkeit solcher bestimmter EP, auch für den Fall der nicht als fehlerfrei anzusehenden, sondern mit unvermeidlichen Beobachtungsfehlern behafteten Winkel α und β , bilden den Abschluß dieser Abhandlung.

II. Theoretische Grundlagen

Sind nach Abb. 1 die Koordinaten einer Näherungslage P' von Neupunkt P auf irgendeine Weise bereits ermittelt worden, so lauten bekanntlich die Gauß'schen Relationen der Richtungsänderung in der Näherungslage P' unter Einführung von kleinen, jedoch endlichen Größen, an Stelle der differentiellen:

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_{P'A} &= a_{P'A} \Delta x_{P'P} + b_{P'A} \Delta y_{P'P} \\ \Delta v_{P'M} &= a_{P'M} \Delta x_{P'P} + b_{P'M} \Delta y_{P'P} \\ \Delta v_{P'B} &= a_{P'B} \Delta x_{P'P} + b_{P'B} \Delta y_{P'P} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

Hierin bedeuten $\nu_{P'A}$, $\nu_{P'M}$ und $\nu_{P'B}$ bzw. die Richtungswinkel von der Näherungslage P' nach den Festpunkten A , M und B , weiters:

$$\left. \begin{aligned} a_{P'A} &= \frac{\rho}{s_{P'A}} \sin \nu_{P'A} & b_{P'A} &= \frac{-\rho}{s_{P'A}} \cos \nu_{P'A} \\ a_{P'M} &= \frac{\rho}{s_{P'M}} \sin \nu_{P'M} & b_{P'M} &= \frac{-\rho}{s_{P'M}} \cos \nu_{P'M} \\ a_{P'B} &= \frac{\rho}{s_{P'B}} \sin \nu_{P'B} & b_{P'B} &= \frac{-\rho}{s_{P'B}} \cos \nu_{P'B} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

$$\Delta x_{P'P} = x_P - x_{P'}$$

$$\Delta y_{P'P} = y_P - y_{P'}$$

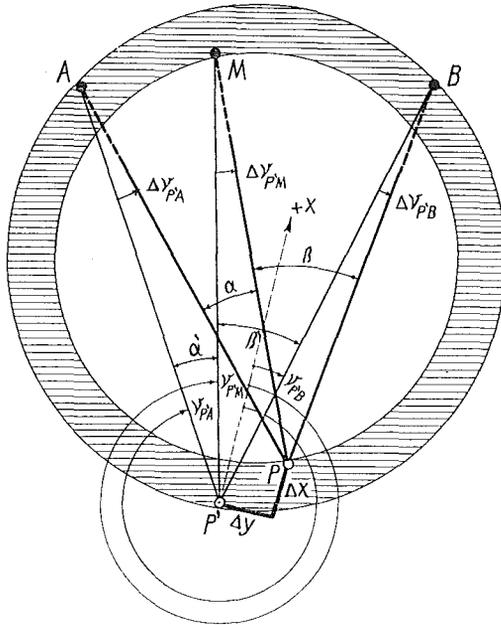


Abb. 1

Die Näherungslage P' soll nun so verändert werden, daß folgende Gleichungen koexistieren:

$$\left. \begin{aligned} \nu_{P'M} + \Delta \nu_{P'M} - \nu_{P'A} - \Delta \nu_{P'A} &= \alpha \\ \nu_{P'B} + \Delta \nu_{P'B} - \nu_{P'M} - \Delta \nu_{P'M} &= \beta \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

worin

$$\begin{aligned} \nu_{P'M} - \nu_{P'A} &= \alpha' \\ \nu_{P'B} - \nu_{P'M} &= \beta'. \end{aligned}$$

α und β sind die gemessenen, zunächst als fehlerfrei angenommenen Winkel zwischen den drei gegebenen Festpunkten A , M und B .

Unter Berücksichtigung von (1) gestalten sich die beiden Gleichungen (3) bei Weglassung der Indizes P' und P zu:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x (a_M - a_A) + \Delta y (b_M - b_A) &= \alpha - \alpha' = \Delta \alpha \\ \Delta x (a_B - a_M) + \Delta y (b_B - b_M) &= \beta - \beta' = \Delta \beta \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

Die Auflösung der beiden Gleichungen in Determinantenform ergibt bekanntlich:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{D_1}{D} \\ \Delta y &= \frac{D_2}{D} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

Setzt man zur Vereinfachung

$$\left. \begin{aligned} a_M - a_A &= A_{MA} \\ b_M - b_A &= B_{MA} \\ a_B - a_M &= A_{BM} \\ b_B - b_M &= B_{BM} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

so erhält man für

$$\left. \begin{aligned} D &= A_{MA} B_{BM} - B_{MA} A_{BM} \\ D_1 &= B_{BM} \Delta \alpha - B_{MA} \Delta \beta \\ D_2 &= A_{MA} \Delta \beta - A_{BM} \Delta \alpha \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

Unter Beachtung der Gleichungsgruppe (7) lautet (5):

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{B_{BM} \Delta \alpha - B_{MA} \Delta \beta}{A_{MA} B_{BM} - B_{MA} A_{BM}} \\ \Delta y &= \frac{A_{MA} \Delta \beta - A_{BM} \Delta \alpha}{A_{MA} B_{BM} - B_{MA} A_{BM}} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

Es ist dies sinngemäß dieselbe Formel, die bereits Jordan in [3], anlässlich der Ableitung des mittleren Punktfehlers für das Rückwärtseinschneiden erhalten hatte, jedoch mit dem Unterschied, daß bei Jordan $d\alpha$ und $d\beta$ gewisse differentielle Fehler der gemessenen Winkel α und β bedeuten, während $\Delta \alpha$ und $\Delta \beta$ nach (8) ganz bestimmte, von der Näherungslage P' abhängige, streng errechenbare Differenzen darstellen.

Die Berechnung von Δx und Δy nach (8) erfolgt am besten mit einer Rechenmaschine, da hohe Rechengenauigkeit wegen ungünstiger Fehlerfortpflanzung bei der Auswertung obiger Formeln für den Grenzfall der Nähe des gefährlichen Kreises mitunter erforderlich sein wird. Näheres hierüber ergibt sich aus dem Abschnitt IV dieser Abhandlung.

Da die Nennerdeterminante D des Gleichungssystems (8) bekanntlich die doppelte Fläche des Reziprokdreieckes bedeutet, gestaltet sich Formelgruppe (8) gemäß Abb. 2 unter Einführung eines Hilfskoordinatensystems mit den Achsen ξ und η und dem Ursprung im Punkt 2 des bezüglichen reziproken Raumes zu

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{\Delta \xi_{32} \Delta \alpha + \Delta \xi_{12} \Delta \beta}{2 \Delta_t} \\ \Delta y &= \frac{\Delta \eta_{12} \Delta \beta + \Delta \eta_{32} \Delta \alpha}{2 \Delta_t} \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

in der

$$\begin{aligned} \Delta \xi_{32} &= \xi_2 - \xi_3 = t_2 \cos \nu_2 - t_3 \cos \nu_3 = B_{BM} \\ -\Delta \xi_{12} &= \xi_1 - \xi_2 = t_1 \cos \nu_1 - t_2 \cos \nu_2 = B_{MA} \\ \Delta \eta_{12} &= \eta_2 - \eta_1 = t_2 \sin \nu_2 - t_1 \sin \nu_1 = A_{MA} \\ -\Delta \eta_{32} &= \eta_3 - \eta_2 = t_3 \sin \nu_3 - t_2 \sin \nu_2 = A_{BM} \end{aligned}$$

$2\Delta_t$ bedeutet wieder die doppelte Fläche des Reziprokdreieckes für $t_{cm} = \frac{\rho^{cc}}{s_{cm}}$.

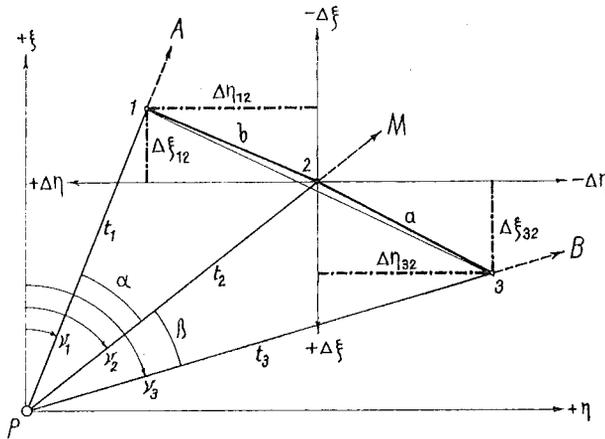


Abb. 2

Die Auswertung der Formelgruppe (9) wird zweckmäßig dann auf graphisch-mechanischem Wege erfolgen müssen, wenn eine verhältnismäßig kurze Seitenlänge von etwa 500 m und eine Unsicherheit der Näherungslage des Neupunktes von ca. 1 m eine zweimalige Berechnung der Richtungskoeffizienten wegen Berücksichtigung der Glieder höherer Ordnung nach Abschnitt IV notwendig macht. Die erste Berechnung erfolgt in diesem Fall nach (9) auf graphisch-mechanischem Wege und die zweite Berechnung nach (8) wird dann erst streng, allenfalls unter Zuhilfenahme einer Rechenmaschine, durchgeführt.

III. Beispiel

Die eben abgeleitete Formelgruppe (8) fand nun in meiner Praxis Anwendung zur Erprobung bei der Berechnung von vorläufigen Koordinaten des EP 16 – Kematen aus einer Rückwärtseinschnitt-Kombination in Nähe des gefährlichen Kreises, wie aus Abb. 3 ersichtlich ist. Dieser EP gehört dem zusammenhängenden und elektronisch ausgeglichenen EP-Netz Kematen in Niederösterreich an, wodurch auch ein Vergleich der streng ausgeglichenen Koordinaten dieses EP mit den nach Abschnitt II berechneten Koordinaten desselben Neupunktes die Güte des Rechenverfahrens zu beurteilen ermöglicht.

Die aus den Koordinaten der Näherungslage P' und den Festpunkten berechneten Richtungswinkel v' :

$$\begin{aligned}v'_4 &= 92^g 60^c 42^{cc} \\v'_{24} &= 187 32 45 \\v'_{160} &= 229 13 37\end{aligned}$$

Die durch Differenzbildung entsprechender Richtungswinkel v' erhaltenen Winkel α' und β' :

$$\begin{aligned}v'_{24} - v'_4 &= \alpha' = 94^g 72^c 03^{cc} \\v'_{160} - v'_{24} &= \beta' = 41 80 92\end{aligned}$$

Die Differenz der gemessenen Winkel α und β und den aus der Näherungslage P' resultierenden Winkel α' , β' :

$$\begin{aligned}\Delta \alpha &= \alpha - \alpha' = + 135^{cc} \\ \Delta \beta &= \beta - \beta' = + 126^{cc}\end{aligned}$$

Die Gleichungsgruppe (8) aus Abschnitt II lautet allgemein:

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{B_{BM} \Delta \alpha - B_{MA} \Delta \beta}{A_{MA} B_{BM} - B_{MA} A_{BM}} \\ \Delta y &= \frac{A_{MA} \Delta \beta - A_{BM} \Delta \alpha}{A_{MA} B_{BM} - B_{MA} A_{BM}}\end{aligned}$$

Nach (6) aus Abschnitt II:

$$\begin{aligned}A_{MA} &= a_M - a_A = 39,6 - 234,9 = - 195,3 \\ B_{MA} &= b_M - b_A = 196,3 + 27,4 = + 223,7 \\ A_{BM} &= a_B - a_M = - 223,4 - 39,6 = - 263,0 \\ B_{BM} &= b_B - b_M = 453,7 - 196,3 = + 257,4\end{aligned}$$

Die zahlenmäßige Berechnung obiger Koeffizienten erfolgte mit einer Rechenmaschine.

$$\begin{aligned}\text{Daher: } \Delta x &= \frac{257,4 \cdot 135 - 223,7 \cdot 126}{- 195,3 \cdot 257,4 - 223,7 \cdot 263,0} = \frac{6562,8}{8562,9} = + 0,77 \text{ m} \\ \Delta y &= \frac{- 195,3 \cdot 126 + 263,0 \cdot 135}{- 195,3 \cdot 257,4 - 223,7 \cdot 263,0} = \frac{10897,2}{8562,9} = + 1,27 \text{ m}\end{aligned}$$

Die vorläufigen Koordinaten von EP 16 – Kematen lauten demnach:

$$\begin{aligned}y &= + 106065,00 + 1,27 = + 106066,27 \text{ m} \\ x &= 5321638,00 + 0,77 = 5321638,77 \text{ m}\end{aligned}$$

Demgegenüber stehen die Soll-Koordinaten aus dem elektronischen Ausgleich:

$$\begin{aligned}y &= + 106066,27 \text{ m} \\ x &= 5321638,80 \text{ m}\end{aligned}$$

Dies zeigt eine genaue Übereinstimmung in y , x weicht um $+ 3$ cm vom Soll-Wert ab.

IV. Genauigkeitsbetrachtungen

Sind die gemessenen Winkel α und β mit den kleinen, aber endlichen Fehlergrößen δ_α und δ_β behaftet, so erhält man durch Differentiationen der Formelgruppe (8) aus Abschnitt II die maximalen Fehler:

$$\left. \begin{aligned} \delta_x &= \frac{|B_{BM} \delta_\alpha| + |B_{MA} \delta_\beta|}{A_{MA} B_{BM} - B_{MA} A_{BM}} \\ \delta_y &= \frac{|A_{MA} \delta_\beta| + |A_{BM} \delta_\alpha|}{A_{MA} B_{BM} - B_{MA} A_{BM}} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

Die Fehler sind im allgemeinen direkt proportional den Fehlern δ_α , δ_β und verkehrt proportional dem Nenner bzw. der Determinante D des Gleichungssystems. Betrachtet man nun den Aufbau dieser Determinante aus (2) und (6) von Abschnitt II, so erkennt man, daß man umso größere Werte für D erhält, je kleiner die Entfernungen s des Neupunktes von den Festpunkten sind. Diese Entfernungen müssen jedoch so begrenzt sein, daß die Glieder höherer Ordnung der Formelgruppe (1), Abschnitt II vernachlässigt werden dürfen. Da die gemessenen Winkel α und β aus (3), Abschnitt II mit Sekundengenauigkeit erhalten werden sollen, ist es erforderlich, daß die entsprechenden Differenzen der Richtungsänderungen aus (1) ebenfalls Sekundengenauigkeit aufweisen müssen. Dies wird bestimmt erreicht, wenn man z. B. festlegt, daß die Glieder zweiter Ordnung möglichst unter zwei Zehntel-Neusekunden bleiben.

Die obere Schranke für die Glieder zweiter Ordnung ergibt sich nun aus einer Differentiation der Richtungsänderung aus (1):

$$\frac{d^2 \nu}{2!} = \frac{\rho}{s^2} \cdot \left[\left| \frac{\sin 2\nu}{2} \cdot (\Delta x^2 - \Delta y^2) \right| + \left| \cos 2\nu \Delta x \Delta y \right| \right]$$

Für $\nu = 0^\circ$ erhält der Klammerausdruck seinen Maximalwert, und läßt man maximale Spannungen in den Koordinaten der Näherungslage von $|\Delta x| = |\Delta y| = 1$ m noch zu, so wird $s \geq \sqrt{5\rho} \approx 1800$ m. Das heißt also, bei 2000-m-Entfernungen des Neupunktes von den Festpunkten erreichen die Fehler in den Richtungsänderungen nach (1) bei Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung kaum den Betrag von zwei Zehntel-Neusekunden.

Will man jedoch noch Entfernungen bis zu 500 m des Neupunktes von den Festpunkten zulassen, so dürfen die maximalen Spannungen in den Koordinaten der Näherungslage des Neupunktes entweder nicht mehr als $|\Delta x| = |\Delta y| = 0,3$ m betragen, um die Fehler in den Richtungsänderungen bei Vernachlässigung der Glieder zweiter Ordnung möglichst unter zwei Zehntel-Neusekunden zu halten,

denn $\frac{d^2 \nu}{2!} = \frac{9 \rho^{cc}}{25 \cdot 10^6} \approx 0,2^{cc}$, oder es müßte — wie bereits im Abschnitt II entwickelt — eine zweimalige Berechnung der Näherungslage des Neupunktes erfolgen, um die geforderten Genauigkeiten zu erreichen.

Andererseits bedeutet die Nennerdeterminante bekanntlich die doppelte Fläche des entsprechenden Reziprokdreiecks.

Für den vorliegenden Grenzfall, nämlich der Nähe des Neupunktes zum gefährlichen Kreis, wird die Nennerdeterminante verhältnismäßig klein ausfallen und

die Punktlagegenauigkeit des Neupunktes mitunter stark vermindern, wie aus den folgenden Darlegungen zu ersehen ist.

Geht man wieder zu mittleren Fehlern über, indem man gleichzeitig $m_\alpha = m_\beta = m$ setzt, so erhält man schließlich:

$$\left. \begin{aligned} m_x &= \frac{m}{D} \sqrt{B^2_{BM} + B^2_{MA}} \\ m_y &= \frac{m}{D} \sqrt{A^2_{MA} + A^2_{BM}} \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

und den mittleren Punktlagefehler

$$M = \sqrt{m^2_x + m^2_y} = \frac{m}{D} \sqrt{A^2_{MA} + B^2_{MA} + A^2_{BM} + B^2_{BM}} \dots (12)$$

Eine einfache Transformation der Formel (12) liefert wieder Formel (5) aus [1]:

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{h_a} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}, \text{ denn}$$

$$A^2_{MA} = \left(\frac{\rho}{s_M} \sin v_M - \frac{\rho}{s_A} \sin v_A\right)^2 = (t_2 \sin v_2 - t_1 \sin v_1)^2 = (\eta_2 - \eta_1)^2 = \Delta \eta^2_{12}$$

$$B^2_{MA} = \left(\frac{-\rho}{s_M} \cos v_M + \frac{\rho}{s_A} \cos v_A\right)^2 = (t_1 \cos v_1 - t_2 \cos v_2)^2 = (\xi_1 - \xi_2)^2 = \Delta \xi^2_{12}$$

$$A^2_{BM} = \left(\frac{\rho}{s_B} \sin v_B - \frac{\rho}{s_M} \sin v_M\right)^2 = (t_3 \sin v_3 - t_2 \sin v_2)^2 = (\eta_3 - \eta_2)^2 = \Delta \eta^2_{32}$$

$$B^2_{BM} = \left(\frac{-\rho}{s_B} \cos v_B + \frac{\rho}{s_M} \cos v_M\right)^2 = (t_2 \cos v_2 - t_3 \cos v_3)^2 = (\xi_2 - \xi_3)^2 = \Delta \xi^2_{32}$$

daher wird

$$M = \frac{m}{2\Delta_t} \cdot \sqrt{\Delta \eta^2_{12} + \Delta \xi^2_{12} + \Delta \eta^2_{32} + \Delta \xi^2_{32}},$$

weilers ist nach Abb. 2

$$\Delta \eta^2_{12} + \Delta \xi^2_{12} = b^2$$

$$\Delta \eta^2_{32} + \Delta \xi^2_{32} = a^2$$

mithin wird $M = \frac{m}{2\Delta_t} \cdot \sqrt{b^2 + a^2}$, setzt man für $2\Delta_t = a \cdot h_a$, so erhält man

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{h_a} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{m^{cc}}{h_a} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}$$

$\frac{1}{n}$ bedeutet hierin das Verhältnis $\frac{b}{a}$ der beiden Seiten des Reziprokdreieckes, h_a ist die auf die größere Seite a gefällte Höhe (Abb. 3 und Abb. 4).

Während nun Formel (5) aus [1] als Grundlage zur Konstruktion eines Diagrammes diente, mit dem man den Punktlagefehler des betreffenden Rückwärts-einschnittes direkt ablesen konnte, bedarf es zum Abschätzen eines mittleren Punkt-

lagefehlers für den vorliegenden Grenzfall einer genaueren Konstruktion des Reziprokdreiecks, als dies früher erforderlich war. Das Verhältnis der beiden Seiten a und b darf hierbei auch nicht geschätzt, sondern muß mit dem Rechenschieber auf Grund von mm-Ablesungen beim Abmessen der beiden Seiten ermittelt werden. Ebenfalls ist die Höhe h_a auf Millimeter genau abzulesen und in die Formel einzuführen.

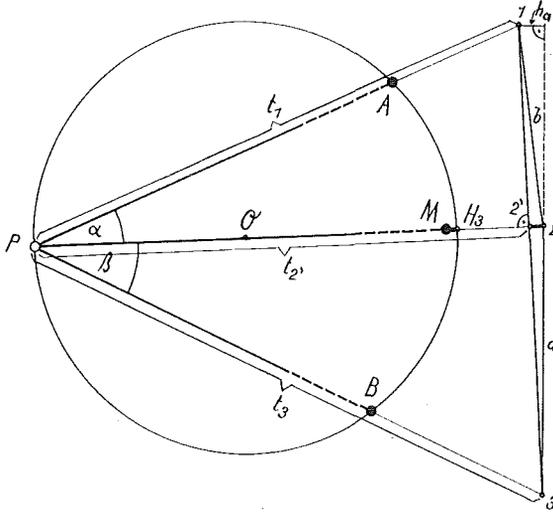


Abb. 4

Soll z. B. der mittlere Punktlagefehler $M \leq 10$ cm sein für $m = 3^{cc}$ und $n = 1$, so muß $h \geq \frac{4,23}{10} = 4,2$ mm sein; ist das Verhältnis der beiden Seiten $n = 3$, so muß $h \geq \frac{3,159}{10} = 3,2$ mm sein.

Läßt man also im allgemeinen mittlere Punktlagefehler $M \leq 10 \cdot x$ cm für $m = 3^{cc}$ und $n = 1$ zu, so muß $h \geq \frac{4,2}{x}$ mm sein und für $n = 3 \dots h \geq \frac{3,2}{x}$ mm.

Für Genauigkeitsbetrachtungen soll nun weiters der mittlere Punktlagefehler für den Grenzfall der Lage eines Neupunktes am gefährlichen Kreis der Approximations-Geometrie als Funktion des Abstandes des Collins'schen Hilfspunktes vom Festpunkt der Mittelvisur, bzw. dem Verhältnis dieses Abstandes zur Länge der Mittelvisur — als Kriterium dieses Grenzfalles —, entwickelt werden.

Ausgehend von Formel (5) aus [1]: $M_{em} = \frac{m^{cc}}{h_a} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}$ und der Ab-

bildung 4 in der zunächst zur Schaffung einfacher Verhältnisse für die Ableitung einer zweckentsprechenden Fehlerformel die Mittelvisur durch den Mittelpunkt des Kreises durch die beiden äußeren Festpunkte A und B sowie dem Neupunkt P geht, wird dieser Kreis im reziproken Raum durch eine Gerade, senkrecht zur Mittelvisur, dargestellt.

Der Abstand des Collins'schen Hilfspunktes H_3 vom Festpunkt M der Mittelvisur ist demnach im reziproken Raum laut Abb. 4 der Abstand $\overline{22'}$,

$$\overline{H_3M} = \frac{\rho}{t'_2} - \frac{\rho}{t_2} = \frac{\rho(t_2 - t'_2)}{t_2 t'_2}$$

die Höhe h_a des Eckpunktes 1 des Reziprokdreieckes auf die längere Seite a kann in Anbetracht ihrer differentiellen Größenordnung näherungsweise gesetzt werden:

$$h_a \approx \frac{\sqrt{13}}{a} \cdot |t_2 - t'_2|.$$

Da ferner

$$\frac{\rho}{t'_2} = \overline{H_3M} + \frac{\rho}{t_2}$$

erhält man für

$$M_{cm} = \frac{m^{cc} \cdot a}{13} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}}{\overline{H_3M} \cdot t_2} \cdot \left(\overline{H_3M} + \frac{\rho}{t_2}\right)$$

Da nun $\overline{H_3M} + \frac{\rho}{t_2} = \overline{H_3M} + s_M \approx s_M$, $\frac{\sqrt{13}}{a} = \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{1}{n}$

und $\frac{a}{13} = \frac{1}{1 + \frac{1}{n}}$ ist, gelangt man schließlich zur Formel

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{\rho^{cc}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} \cdot \frac{s_M}{\left(\frac{\overline{H_3M}}{s_M}\right)} \quad \dots (13)$$

in der m^{cc} den mittleren Fehler der beobachteten Winkel α und β , $\frac{1}{n}$ das Verhältnis von $\frac{b}{a}$ der Seiten des Reziprokdreieckes, s_M die Länge der Mittelvisur und $\overline{H_3M}$ den Abstand des Collins'schen Hilfspunktes H_3 vom Festpunkt M der Mittelvisur bedeuten.

Durch eine einfache Transformation des Verhältnisses $\frac{1}{n} = \frac{b}{a}$ des reziproken Raumes in den Festpunkttraum läßt sich Formel (13) folgendermaßen ausdrücken:

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{\rho^{cc}} \cdot \frac{s_M}{\left(\frac{\overline{H_3M}}{s_M}\right)} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\overline{AM} \cdot s_B}{\overline{MB} \cdot s_A}\right)^2}}{\left(1 + \frac{\overline{AM} \cdot s_B}{\overline{MB} \cdot s_A}\right)}$$

Nach Einführung von $\overline{MB} \cdot s_A = p$ und $\overline{AM} \cdot s_B = q$ gelangt man demnach zu:

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{\rho^{cc}} \cdot \frac{s_M}{\left(\frac{\overline{H_3M}}{s_M}\right)} \cdot \sqrt{\frac{p^2 + q^2}{(p + q)^2}} \quad \dots (14)$$

Die Berechnung des mittleren Punktlagefehlers M_{cm} für einen Neupunkt in Nähe des gefährlichen Kreises kann demnach sowohl nach Formel (13) als auch nach Formel (14) erfolgen. Da jedoch zur Beurteilung der Güte eines rückwärts-einzuschneidenden Einschaltpunktes das bezügliche Reziprokdreieck gezeichnet werden muß, wird Formel (13) zur Berechnung des mittleren Punktlagefehlers für den Grenzfall der Lage eines EP am gefährlichen Kreis der Approximations-Geometrie vorteilhaft anzuwenden sein.

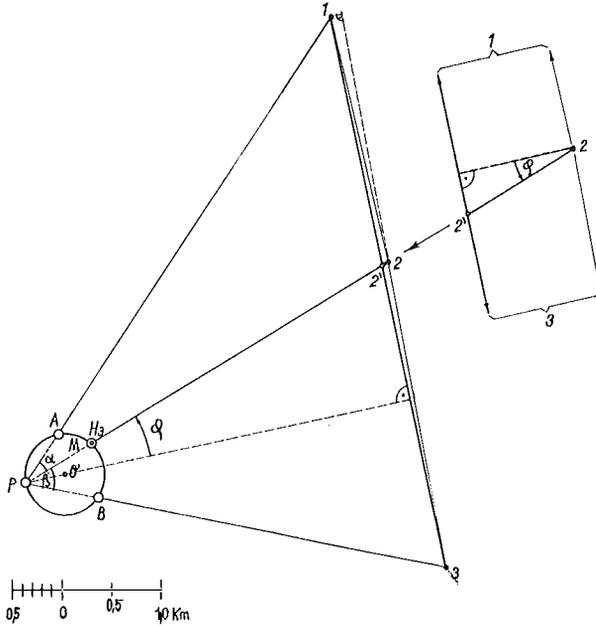


Abb. 5

Schließt nun die Mittelvisur mit der Richtung durch den Mittelpunkt des gefährlichen Kreises einen Winkel φ ein, so nehmen die Formeln (13) und (14), wie aus Abb. 5 zu ersehen ist, folgende Form an:

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{\rho^{cc}} \cdot \frac{s_M}{\left(\frac{H_3 M}{s_M}\right) \cdot \cos \varphi} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} \quad \dots (15)$$

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{\rho^{cc}} \cdot \frac{s_M}{\left(\frac{H_3 M}{s_M}\right) \cdot \cos \varphi} \cdot \frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{(p + q)^2} \quad \dots (16)$$

Der Winkel φ ist hierbei den Abbildungen im reziproken Raum zu entnehmen.

TABELLE

$$M_{cm} = \frac{m^{cc}}{\rho^{cc}} \cdot \frac{s_M}{\frac{H_3 M}{s_M} \cos \varphi} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)}$$

$$\overline{H_3 M} = 10 \text{ m}$$

s_M	n	$\frac{\overline{H_3 M}}{s_M} \cdot \cos \varphi$		M_{cm} für $m^{cc} =$					s_M	n	$\frac{\overline{H_3 M}}{s_M} \cdot \cos \varphi$		M_{cm} für $m^{cc} =$				
		φ^g		1,0	1,5	2,0	2,5	3,0			φ^g		1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
500	1	0	$1/50$	2,7	4,0	5,4	6,8	8,1	700	1	0	$1/70$	5,4	8,1	10,8	13,5	16,2
		10	$1/51$	2,8	4,2	5,6	7,0	8,4			10	$1/71$	5,5	8,2	11,0	13,8	16,5
		30	$1/56$	3,1	4,6	6,2	7,7	9,3			30	$1/78$	6,0	9,0	12,0	15,0	18,0
	2	0	$1/50$	2,9	4,3	5,8	7,2	8,7	700	2	0	$1/70$	5,8	8,7	11,6	14,5	17,4
		10	$1/51$	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0			10	$1/71$	5,9	8,8	11,8	14,7	17,7
		30	$1/56$	3,3	4,9	6,6	7,9	9,9			30	$1/78$	6,4	9,6	12,8	16,0	19,2
	3	0	$1/50$	3,1	4,6	6,2	7,7	9,3	700	3	0	$1/70$	6,1	9,1	12,2	15,2	18,3
		10	$1/51$	3,2	4,8	6,4	8,0	9,6			10	$1/71$	6,2	9,3	12,4	15,5	18,6
		30	$1/56$	3,5	5,2	7,0	8,8	10,5			30	$1/78$	6,8	10,2	13,6	17,0	20,4
600	1	0	$1/60$	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	800	1	0	$1/80$	7,0	10,5	14,0	17,5	21,0
		10	$1/61$	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0			10	$1/81$	7,1	10,6	14,2	17,8	21,3
		30	$1/67$	4,4	6,6	8,8	11,0	13,2			30	$1/90$	7,9	11,8	15,8	19,8	23,7
	2	0	$1/60$	4,2	6,3	8,4	10,5	12,6	800	2	0	$1/80$	7,5	11,3	15,0	18,8	22,5
		10	$1/61$	4,3	6,4	8,6	10,7	12,9			10	$1/81$	7,6	11,4	15,2	19,0	22,8
		30	$1/67$	4,7	7,1	9,4	11,7	14,1			30	$1/90$	8,5	12,8	17,0	21,3	25,5
	3	0	$1/60$	4,5	6,8	9,0	11,2	13,5	800	3	0	$1/80$	7,9	11,9	15,8	19,8	23,7
		10	$1/61$	4,5	6,8	9,0	11,2	13,5			10	$1/81$	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0
		30	$1/67$	5,0	7,5	10,0	12,5	15,0			30	$1/90$	8,9	13,4	17,8	22,3	26,7

Der Tabelle sind nun für die Größe $\overline{H_3 M} = 10 \text{ m}$, den mittleren Fehlern der Winkelmessung $m^{cc} = 1,0, 1,5, 2,0, 2,5$ und $3,0$, den Seitenlängen der Mittelvisur für $s_M = 500 \dots 800 \text{ m}$, von 100 zu 100 m, sowie φ für $0^g, 10^g, 30^g$ und den Verhältnissen der Seiten a und b des Reziprokdreieckes für $n = 1, 2$ und 3 , die mittleren Punktlagefehler M_{cm} nach den entwickelten Fehlerformeln zu entnehmen.

Weiters erkennt man, daß bei einer Vergrößerung der Länge der Mittelvisur s_M von 500 m auf 800 m, das sind 60%, die mittleren Punktlagefehler, bei Annahme ein und derselben Winkelmeßgenauigkeit, um ca. 160% wachsen.

Während nun die Verhältnisse $\frac{H_3 M}{s_M} \cdot \cos \varphi$ für $\varphi = 0$ bis 30^g um ca. 11% kleiner werden, erfahren die mittleren Punktlagefehler hiedurch eine Erhöhung um ca. 12%.

Wollte man nun einen Einschaltpunkt, der sich bereits auf einem Kreis im Sinne der Approximations-Geometrie befindet, dennoch mit einer Punktlage-Genauigkeit von $M = 5 \text{ cm}$ erhalten, so darf, wie in der Tabelle ersichtlich, die Mittelvisur nicht

länger als 500 m und der mittlere Winkelfehler der beiden gemessenen Winkel α und β nicht größer als ca. $2,0^{cc}$ sein.

Läßt man andererseits bei Bestimmung von vorläufigen Koordinaten eines solchen EP mittlere Punktagefehler von ca. 25 cm noch zu, so können für $m = 3,0^{cc}$ die Mittelvisuren S_M auch 800 m betragen.

Für $m = 1^{cc}$ und eine Mittelvisur $S_M = 800$ m könnte man demnach laut Tabelle einen Punktagefehler $M = 8,0$ cm noch erreichen.

Was nun die Genauigkeit der Fehlerformeln (13) bis (16) anbelangt, so beträgt der Fehler, der bei der Ableitung dieser Formeln infolge Vernachlässigung der Größe $\overline{H_3 M}$ durch Gleichsetzung von $\overline{H_3 M} \pm s_M = s_M$ entsteht:

$$\Delta M_{cm} = \frac{m^{cc}}{\rho^{cc}} \cdot \frac{\overline{H_3 M}}{\left(\frac{H_3 M}{S_M}\right) \cdot \cos \varphi} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)}$$

So z. B. erhält man für $m = 1^{cc}$, $n = 3$, $S_M = 500$ m, $\overline{H_3 M} = 10$ m, $\varphi = 0^g$, einen Fehler $\Delta M = 0,06$ cm; bei einer Länge der Mittelvisur von $S_M = 800$ m: $\Delta M = 0,1$ cm.

Dies zeigt also, daß die in der Tabelle angegebenen mittleren Punktagefehler M_{cm} für einen Bereich der Winkelmeßgenauigkeit von $m = 1 \dots 3^{cc}$ maximal um ca. 0,3 cm von den Sollwerten abweichen können.

Am Ende dieser Betrachtungen möchte ich noch für den Praktiker einige Überlegungen über die zu erreichende Genauigkeit bei der Berechnung einer Rückwärts-einschnitt-Kombination in Nähe des gefährlichen Kreises nach der Cassinischen Methode mittels Rechenmaschine anstellen.

Unter Annahme von fehlerfreien Winkeln α und β erhält man durch eine etwa cm-Auf- oder auch -Abrundung bei der Berechnung der Koordinaten der Hilfspunkte Fehler in dem errechneten Richtungswinkel $\nu_{H_1 P}$ bzw. ν_{MP} .

Aus Formel $\operatorname{tg} \nu_{H_1 P} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ergibt sich durch Differentiation eine obere Schranke für den Fehler von $\nu_{H_1 P}$:

$$\delta \nu_{H_1 P} = \left| \frac{\cos \nu_{12}}{s_{12}} \cdot (|\delta y_2| + |\delta y_1|) \right| + \left| \frac{\sin \nu_{12}}{s_{12}} \cdot (|\delta x_2| + |\delta x_1|) \right|$$

Setzt man die Abrundungsfehler der berechneten Koordinaten der Hilfspunkte H_1 und H_2 allgemein: $|\delta y_1| = |\delta x_1| = |\delta y_2| = |\delta x_2| = \delta$, so ist

$$\delta^{cc} \nu_{H_1 P} = \frac{\rho^{cc} 2 \delta}{s_{12}} (\sin \nu_{12} + \cos \nu_{12})$$

Die obere Schranke für die lineare Verschiebung des Neupunktes am Ende der Mittelvisur beträgt demnach:

$$\overline{MP} \cdot \delta \nu_{H_1 P} = \frac{2 \overline{MP} \cdot \delta}{s_{12}} \cdot (\sin \nu_{12} + \cos \nu_{12})$$

Nimmt man z. B. $\delta = 5 \cdot 10^{-1}$ cm, $s_{12} = 100$ m, $\overline{MP} = 2000$ m, $\varphi = 100^\circ$, so ist $\overline{MP} \cdot \delta \nu_{H,P} = 20$ cm.

Auch eine Berechnung über den Collins'schen Hilfspunkt — in Abb. 2 mit H_3 bezeichnet — würde zu keinem genaueren Rechenergebnis führen.

Zwischen dem Abstand und den Koordinatendifferenzen der Cassini'schen Hilfspunkte H_1 und H_2 sowie zwischen dem Abstand und den Koordinatendifferenzen des Collins'schen Hilfspunktes H_3 und des mittleren gegebenen Festpunktes M besteht nämlich nach den Untersuchungen von Tarczy-Hornoch [4] mit sinngemäßer Bezeichnung ein interessanter Zusammenhang:

$$|y_{H_3} - y_M| = \left| \frac{x_{H_2} - x_{H_1}}{\cotg \alpha + \cotg \beta} \right|, \quad |x_{H_3} - x_M| = \left| \frac{y_{H_2} - y_{H_1}}{\cotg \alpha + \cotg \beta} \right|,$$

$$\overline{H_3 M} = \frac{\overline{H_1 H_2}}{|\cotg \alpha + \cotg \beta|}$$

Wollte man also nach den üblichen Verfahren der unmittelbaren Berechnung von Rückwärtseinschnitten mittels Rechenmaschine auch für diesen Grenzfall der Nähe des Neupunktes zum gefährlichen Kreis, die Rechengenauigkeit des in dieser Abhandlung entwickelten Rechenverfahrens erhalten, so müßten die Koordinaten der Hilfspunkte mit mindestens mm-Genauigkeit berechnet werden, was für den Praktiker bei Verwendung einer kleinen Rechenmaschine sich mitunter als umständlich erweisen würde.

V. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird erstens für den Praktiker ein einfaches Rechenverfahren entwickelt, das für den Fall der Berechnung vorläufiger Koordinaten eines in Nähe des sogenannten „gefährlichen Kreises“ liegenden Einschaltpunktes (EP), genauere Werte zu bestimmen ermöglicht, als dies nach den amtsüblichen Methoden der unmittelbaren Berechnung von Rückwärtseinschnitten zu erwarten ist.

Die Berechnung erfolgt über eine, entweder auf graphischem oder auch rechnerischem Wege, mit 1-m-Genauigkeit ermittelte Näherungslage des betreffenden EP, wobei die gemessenen Winkel α und β zwischen je zwei Festpunkten als fehlerfrei angenommen werden und die durchschnittliche Entfernung des Neupunktes von den drei Festpunkten zunächst nicht weniger als zwei Kilometer betragen soll.

Zweitens wird aber auch für den Fall, daß die durchschnittliche Entfernung des Neupunktes von den drei Festpunkten weniger als zwei Kilometer beträgt, ein graphisch-mechanisch-rechnerisches Verfahren entwickelt, das die vorläufigen Koordinaten eines EP in Nähe des gefährlichen Kreises mit zweckentsprechender Genauigkeit zu bestimmen ermöglicht.

Drittens werden Formeln zur Ermittlung der mittleren Punktlagefehler abgeleitet, in denen die Nähe des gefährlichen Kreises als Funktion des Abstandes des Collins'schen Hilfspunktes vom Festpunkt der Mittelvisur sowie dem Verhältnis dieses Abstandes zur Länge der Mittelvisur gekennzeichnet ist.

Die nach diesen Formeln, für $\overline{H_3 M} = 10$ m, $m = 1^c \dots 3^c$, $S_M = 500 \dots 800$ m errechneten Punktlagefehler M_{em} sind in der Tabelle ersichtlich gemacht.

VI. Literatur

- [1] *Smetana, Walter*: Punktlagefehler-Felddiagramm für das Rückwärtseinschneiden. *ÖZfV* 47 (1959), Nr. 1, S. 8–12.
- [2] *Boxan, Robert*: Elektronische Netzeinschaltung. *ÖZfV* 50 (1962), Nr. 5, S. 151–152.
- [3] *Jordan, W.*: Handbuch der Vermessungskunde, 2. Band, 1. Halbband 1931, S. 450–451.
- [4] *Tarczy-Hornoch, A.*: Beiträge zur Berechnung des Rückwärtseinschnittes, Sonderveröffentlichung 14 der *ÖZfV* 1952, S. 90.

Das Grundsteuergesetz 1955 und Bewertungsgesetz 1955

Von *Leopold Krepper*

Wie allgemein bekannt ist, werden zur Ermittlung der Grundsteuer nicht mehr die Katastralreinerträge herangezogen, sondern die „*Einheitswerte der wirtschaftlichen Einheiten*“. Der § 18 des österr. *Grundsteuergesetzes vom 13. Juli 1955, BGBl. Nr. 149* bestimmt, daß bei der Berechnung der Grundsteuer von einem *Grundsteuermeßbetrag* auszugehen ist, welcher aus dem Einheitswert abgeleitet wird, und — je nach Vermögensart — 1 bis 2 Promille des Einheitswertes beträgt. Dieser Grundsteuermeßbetrag, multipliziert mit einem bestimmten Hundertsatz, dem sog. *Hebesatz*, ergibt die Grundsteuer (§ 27 des Grundsteuergesetzes).

Zum Beispiel: Einheitswert S 100000, Grundsteuermeßbetrag S 200 ($2^0/_{100}$ des Einheitswertes), Hebesatz 300%, ergibt eine Grundsteuer von S 600. Der Hebesatz wird von den Gemeinden alljährlich festgesetzt und darf bestimmte Grenzen — z. B. bei landwirtschaftlichem Vermögen 400% — nicht übersteigen.

Es ist daher die Berechnung der Grundsteuer eine höchst einfache Sache, sofern der Einheitswert bekannt ist. Die Frage ist daher, wie wird der Einheitswert einer wirtschaftlichen Einheit bestimmt. Maßgebend hiefür sind die Bestimmungen des *Bewertungsgesetzes vom 13. Juli 1955 (Bew.G.) BGBl. Nr. 148*.

Ehe auf den eigentlichen Gang der Bewertung, d. h. der Ermittlung des Einheitswertes einer wirtschaftlichen Einheit, eingegangen wird, sollen einleitend einige Begriffsbestimmungen sowie der Grundsatz der Bewertung näher erläutert werden.

Unter dem Begriff *wirtschaftliche Einheit* (§ 2 Bew.G.) versteht man im allgemeinen die Gesamtheit der zu einem bestimmten wirtschaftlichen Zweck verbundenen und anhaltend gemeinsam genützten *Wirtschaftsgüter*. Ein Wirtschaftsgut ist jeder der Wirtschaft dienende, im wirtschaftlichen Verkehr stehende körperliche (Sache) oder unkörperliche (Rechte, z. B. Baurecht) Gegenstand. Allerdings bilden mehrere Wirtschaftsgüter nur dann eine wirtschaftliche Einheit, wenn sie *demselben Eigentümer* gehören. Der wirtschaftliche Zweck, der die einzelnen Güter verbindet, genügt daher allein nicht, um eine wirtschaftliche Einheit zu bilden. Eine wirtschaftliche Einheit wird durch Verwaltungsgrenzen (Katastralgemeinden usw.) nicht getrennt (§ 13 Grundsteuergesetz).

Mit Ausnahme des land- und forstwirtschaftlichen Vermögens ist den Bewertungen der *gemeine Wert* zugrunde zu legen. Der *gemeine Wert* wird durch den Preis bestimmt, der im gewöhnlichen Geschäftsverkehr nach der Beschaffenheit des Wirtschaftsgutes bei Veräußerung zu erzielen wäre (§ 10 Bew.G.). Da im gewöhn-

lichen Geschäftsverkehr der Preis durch Angebot und Nachfrage gebildet wird, scheiden Zufalls- und Liebhaberpreise ebenso aus wie persönliche Verhältnisse des Veräußerers (z. B. dringende Notlage). Die Bewertung des land- und forstwirtschaftlichen Vermögens erfolgt nach dem Ertragswert (siehe Kapitel Ia).

Das Bewertungsgesetz unterscheidet im § 18 folgende Vermögensarten:

- I. das land- und forstwirtschaftliche Vermögen
- II. das Grundvermögen
- III. das Betriebsvermögen
- IV. das sonstige Vermögen (Spareinlagen, Bankguthaben, Aktien, Sammlungen von Kunstgegenständen usw.).

I. Zum land- und forstwirtschaftlichen Vermögen gehören:

- a) das landwirtschaftliche Vermögen
- b) das forstwirtschaftliche Vermögen
- c) das Weinbauvermögen
- d) das gärtnerische Vermögen
- e) das übrige land- und forstwirtschaftliche Vermögen.

Das land- und forstwirtschaftliche Vermögen, das Grundvermögen und die zum Betriebsvermögen gehörigen Grundstücke, sog. Betriebsgrundstücke, gelten als *Grundbesitz*. Dieser Grundbesitz ist nach § 1 des Grundsteuergesetzes grundsteuerpflichtig. Das Betriebsvermögen, ausgenommen Betriebsgrundstücke, und das sonstige Vermögen unterliegen nicht der Grundsteuer und sollen daher von der weiteren Behandlung ausgeschlossen bleiben. In diesem Zusammenhang sei erwähnt, daß Gebäude zum Grundbesitz zählen — siehe die folgenden Kapitel über das land- und forstwirtschaftliche Vermögen, über das Grund- und Betriebsvermögen — und daher grundsteuerpflichtig sind. Eine dauernde Objektsänderung im Sinne des § 5 Abs. 2 d des Evidenzhaltungsgesetzes liegt demnach nicht vor. Es ist daher die Einhebung von Gebühren unter diesem Titel nicht zu vertreten.

Bevor das Bewertungsgesetz auf die Behandlung der einzelnen Vermögensarten eingeht, legt es in den §§ 19—23 die Grundzüge der sogenannten Einheitsbewertung fest. Man versteht darunter die einheitliche und in einem besonderen Verfahren (Ermittlungsverfahren) durchgeführte Feststellung der Werte wirtschaftlicher Einheiten für die Zwecke mehrerer Steuern. Die Reichweite der Einheitsbewertung ist im § 1 aufgezeigt und erstreckt sich auf folgende Steuergattungen:

- a) Grundsteuer
- b) Vermögenssteuer
- c) Erbschaftssteuer
- d) Gewerbesteuern
- e) die Beiträge nach dem Wohnbau-Wiederaufbaugesetz.

Die Bedeutung des Einheitswertes in der steuerlichen Gesetzgebung und in der Wirtschaft überhaupt wird noch durch die Tatsache unterstrichen, daß die Länder, Gemeinden, Religionsgemeinschaften, Landwirtschaftskammern usw. für Abgaben und Steuern ebenfalls den Einheitswert heranziehen.

Die Einheitsbewertung ist mit Ausnahme der Bewertung des Betriebsvermögens eine Bruttobewertung, d. h. eine Bewertung, die auf Schulden und Lasten keine Rücksicht nimmt.

Die Ermittlung der Einheitswerte geht von einer Hauptfeststellung aus. Eine solche war erstmalig in Österreich nach dem 1. Jänner 1956 durchgeführt worden und soll sich gemäß § 31 Bew.G. alle 6 Jahre wiederholen. Tatsächlich erfolgte im Jahre 1963 die zweite Hauptfeststellung, deren Ergebnisse derzeit ausgewertet werden.

Da sich die Verhältnisse im Leben ständig ändern, kann sich auch die Art des Betriebes (z. B. Übergang eines landwirtschaftlichen Betriebes auf einen gärtnerischen Betrieb) oder dessen Wert ändern; in diesen Fällen muß der Einheitswert durch die sog. Fortschreibung (§ 21 Bew.G.) neu festgestellt werden.

Hiemit wären die wichtigsten Begriffe kurz erläutert und es kann auf die eigentliche Einheitswertbestimmung, welche je nach Vermögensart verschieden ist, näher eingegangen werden.

Ia) Das landwirtschaftliche Vermögen (§ 30 Bew.G.)

Da in Österreich dem landwirtschaftlichen Vermögen, bestehend aus etwa 450000 Betrieben, im Vergleich zu dem forstwirtschaftlichen, gärtnerischen oder Weinbauvermögen wesentlich mehr Bedeutung zukommt, soll dieser Abschnitt eingehender behandelt werden.

Zum landwirtschaftlichen Vermögen gehören alle Teile — insbesondere *Grund und Boden, Gebäude*, stehende und umlaufende Betriebsmittel sowie Nebenbetriebe einer wirtschaftlichen Einheit, die dauernd einem landwirtschaftlichen *Hauptzweck* dienen. Eine landwirtschaftliche Einheit, die dauernd einem landwirtschaftlichen Hauptzweck dient, heißt *landwirtschaftlicher Betrieb*. Auch ein stark zersplitterter Betrieb ist ein landwirtschaftlicher Betrieb, sofern die gemeinsame landwirtschaftliche Zweckbestimmung gegeben ist.

Der landwirtschaftlich genützte Grund und Boden umfaßt: Äcker, Wiesen, Hutweiden, die Hofstelle und sonstige zum Betrieb gehörige Flächen, wie Hausgärten, Wege und Gräben. Zu den Gebäuden eines landwirtschaftlichen Betriebes zählen die Wohn- und Wirtschaftsgebäude, d. s. vor allem das Wohnhaus des Betriebsinhabers und seiner Familienangehörigen, die Wohngebäude der im landwirtschaftlichen Betrieb beschäftigten Arbeitnehmer sowie Scheunen, Ställe, Schupfen und Garagen.

Zum landwirtschaftlichen Betrieb gehören auch Betriebe gewerblicher Art, sogenannte Nebenbetriebe, die dazu dienen, den landwirtschaftlichen Hauptzweck zu fördern und seine Erzeugnisse zu erhöhen (z. B. Molkereien, Käsereien). Werden aber diese Erzeugnisse fabrikmäßig verarbeitet, liegt bereits ein gewerblicher Betrieb vor. Zu den stehenden Betriebsmitteln zählt das lebende (Nutztvieh) und tote Inventar (Maschinen); Düngermittel, Saatgut, Kraftfutter und die landwirtschaftlichen Erzeugnisse gehören zu den umlaufenden Betriebsmitteln. Gebäude oder Räume des Gebäudes, die ein Landwirt zu gewerblichen oder Wohnzwecken vermietet, gehören nicht zum landwirtschaftlichen Betrieb. Sie bilden eine besondere wirtschaftliche Einheit des *Grundvermögens* (siehe § 18 Bew.G.). Eine Mindestgröße für einen landwirtschaftlichen Betrieb ist nicht vorgeschrieben. Es kann deshalb ein

einzelner Acker, der landwirtschaftlich genützt wird, ein landwirtschaftlicher Betrieb sein.

In den landwirtschaftlichen Betrieb sind Bauernwälder, Weinbau und gärtnerisch genützte Flächen, kleinere Baumschulen und Teiche einzubeziehen, wenn dadurch der landwirtschaftliche Hauptzweck des Betriebes nicht wesentlich beeinflusst wird. Ferner gehören Schotter-, Kies- und Lehmgruben dem landwirtschaftlichen Betrieb an, wenn diese seinen Zwecken dienen und nicht gewerblich genützt werden (§§ 30, 31 Bew.G.).

Wie erfolgt nun die Bewertung eines landwirtschaftlichen Betriebes?

Grundsätzlich geschieht dies nach dem *Ertragswert*. Unter dem Ertragswert (§ 32 Bew.G.) ist das 18fache des *Reinertrages* zu verstehen, den der Betrieb im Durchschnitt der Jahre *nachhaltig* erbringen kann. Der Gesetzgeber nimmt also eine Verzinsung des landwirtschaftlichen Vermögens von $\frac{100}{18} = 5,5\%$ an. Bei der Beurteilung der *nachhaltigen* Ertragsfähigkeit sind zu berücksichtigen:

a) Die natürlichen *Ertragsbedingungen*, wie Bodenbeschaffenheit, Geländegestaltung und klimatische Verhältnisse. Aufgabe der *Bodenschätzung* ist es, diese natürlichen Ertragsbedingungen zu erfassen und in Form von Wertzahlen festzuhalten.

b) Die *wirtschaftlichen Ertragsbedingungen*. Diese sind:

1. die Hoflage, Grad der Zersplitterung, Zustand der Gebäude, zur Verfügung stehende Zugkräfte,

2. die Verkehrs- und Absatzverhältnisse und die Verhältnisse am Arbeitsmarkt.

Die wirtschaftlichen Ertragsbedingungen werden durch die Betriebsbewertung festgestellt. Die Ertragsfähigkeit eines Betriebes hängt in erster Linie von den natürlichen Ertragsbedingungen ab; dies schließt nicht aus, daß bei manchen Betrieben der Einfluß der wirtschaftlichen Ertragsbedingungen überwiegt.

Unter *Reinertrag* ist der Bruttoertrag nach Abzug der Betriebskosten zu verstehen. Für die Ermittlung des Ertragswertes ist aber nicht der vom Betriebsinhaber tatsächlich erzielte Reinertrag maßgebend, sondern jener Ertrag, den der Betrieb unter gewöhnlichen Verhältnissen, bei ordnungsgemäßer und gemeinüblicher Bewirtschaftung mit entlohten Arbeitern nachhaltig, d. h. auf Grund der natürlichen und wirtschaftlichen Ertragsbedingungen erbringen kann.

Hinsichtlich der Ermittlung des Ertragswertes gilt gemäß § 34 Bew.G. das Prinzip der „*vergleichenden Bewertung*“. Im ganzen Bundesgebiet wurden Vergleichsbetriebe ausgewählt, die charakteristisch sind für ein bestimmtes Wirtschaftsgebiet (z. B. Marchfeld) und für eine bestimmte Wirtschaftsform (Zuckerrübenbau). Für diese Vergleichsbetriebe wurde sodann das Verhältnis festgestellt, in dem sie nach ihrer Ertragsfähigkeit auf die Flächeneinheit 1 ha bezogen, zu einem gedachten Idealbetrieb, dem *Hauptvergleichsbetrieb*, stehen. Dieses Verhältnis der Ertragsfähigkeit wird in einem Hundertsatz, welche *Betriebszahl* heißt, ausgedrückt. Der Hauptvergleichsbetrieb erhält die Betriebszahl 100. Diese Betriebszahl 100 wird von keinem Betrieb in Österreich erreicht.

Wie wird nun die Betriebszahl des Vergleichsbetriebes bzw. die Betriebszahl 100 des Hauptvergleichsbetriebes ermittelt?

Gemäß § 36 Bew.G. sind bei der Ermittlung der Betriebszahlen die natürlichen und die wirtschaftlichen Ertragsbedingungen zu berücksichtigen; hinsichtlich der *natürlichen Ertragsbedingungen* sind die Ergebnisse der *Bodenschätzung*, soweit sie bereits rechtskräftig sind, *maßgebend*.

Die Bodenschätzung untersucht den Boden hinsichtlich seiner Art (Sand, Lehm usw.) und seiner Entstehung (Schwemmland, Verwitterungsboden usw.), prüft den Wasserhaushalt sowie den Einfluß des Klimas (feucht, trocken) und ermittelt auf diese Weise, unter Berücksichtigung der Geländeneigung, die natürlichen, d. h. die von Natur aus gegebenen Ertragsbedingungen aller landwirtschaftlich genützten Flächen. Die individuelle Bodenverbesserung infolge künstlicher Düngung wird durch die Bodenschätzung nicht festgestellt. (Der Tüchtige soll nicht bestraft werden.) Die natürlichen Ertragsbedingungen werden in Form von Wertzahlen, den sog. Acker- und Grünlandzahlen, festgehalten. Wertzahlen sind Verhältniszahlen, welche den Unterschied in den natürlichen Ertragsfähigkeiten, folglich auch die Unterschiede in den Reinerträgen, zum Ausdruck bringen, welche bei gemeinüblicher und ordnungsgemäßer Bewirtschaftung erzielt werden können. Gleiche wirtschaftliche Ertragsbedingungen vorausgesetzt, wird daher ein Acker etwa mit der Ackerzahl 48 bei gleicher ordnungsgemäßer und nachhaltiger Bewirtschaftung den doppelten Reinertrag abwerfen als ein gleichgroßer Acker mit der Ackerzahl 24.

Der beste Boden erhält die Wertzahl 100, der schlechteste die Wertzahl 1. Da die Acker- und Grünlandzahlen lediglich absolute Zahlen hinsichtlich der natürlichen Ertragsfähigkeit darstellen, müssen sie in Beziehung zur Größe der Bodenfläche F gebracht werden. Dies erfolgt durch die Einführung der *Ertragsmeßzahl*. Die Ertragsmeßzahl wird für jedes landwirtschaftlich genützte Grundstück nach der Formel
$$\frac{\text{Ackerzahl (Grünlandzahl)}}{100} \times F \text{ (m}^2\text{)}$$
 ermittelt.

Da aber ein landwirtschaftlicher Betrieb mit seinem gesamten Flächenausmaß bewertet wird, ist es notwendig, eine durchschnittliche Ertragsmeßzahl für den gesamten Betrieb zu bestimmen. Diese Wertzahl heißt *Bodenklimazahl* und wird bestimmt, indem die Summe der Ertragsmeßzahlen durch die Fläche in ha des Betriebes dividiert wird.

In der Bodenklimazahl sind lediglich die natürlichen Ertragsbedingungen erfaßt (Boden, Klima, Gelände), nicht aber die wirtschaftlichen Verhältnisse des Betriebes. Die Berücksichtigung dieser wirtschaftlichen Verhältnisse geschieht derart, daß an der Bodenklimazahl Zu- und Abschläge vorgenommen werden. Die Bodenklimazahl, vermehrt oder vermindert durch Zu- und Abschläge für die wirtschaftlichen Bedingungen eines Betriebes ergibt die *Betriebszahl*.

Wie hängen nun Betriebszahl und Ertragswert — auf den es ja bei der Bewertung eines landwirtschaftlichen Betriebes ankommt — zusammen? Vor allem interessiert der Ertragswert des Idealbetriebes mit der Betriebszahl 100.

Ist nämlich der Ertragswert pro 1 ha des Idealbetriebes bekannt, kann der Ertragswert pro 1 ha eines beliebigen Betriebes mit bekannter Betriebszahl (z. B. 60) aus dem Verhältnis der beiden Betriebszahlen berechnet werden $\left(\frac{60}{100}\right)$.

Wie wird nun der Ertragswert für den Idealbetrieb mit der Betriebszahl 100, der sog. *ha-Höchstsatz* ermittelt?

Um aus der Ertragsfähigkeit pro 1 ha (also aus der Betriebszahl) den Ertragswert pro 1 ha ermitteln zu können, hat das Finanzministerium Vergleichsbetriebe ausgewählt, deren Betriebszahlen auf Grund der Bodenschätzung und der Betriebsbewertung errechnet und gleichzeitig an Hand von Untersuchungen die tatsächlich erzielten Reinerträge im Durchschnitt mehrerer Jahre ermittelt.

Aus Reinertrag und bekannter Betriebszahl konnte auf den Reinertrag des Idealbetriebes mit der Betriebszahl 100 geschlossen, und durch Multiplikation mit 18 (§ 32 Bew.G.) dessen Ertragswert pro 1 ha ermittelt werden. Über den so errechneten Ertragswert wurde sodann im Nationalrat beraten und schließlich ein „*ha-Höchstsatz*“, d. h. der Ertragswert pro 1 ha des Idealbetriebes mit der Betriebszahl 100, von 20.000 S festgesetzt.

Der „*ha-Satz*“, also der Ertragswert pro 1 ha eines beliebigen Vergleichsbetriebes wird daher aus der bekannten Betriebszahl wie folgt bestimmt: Betriebszahl = 60.

$$\frac{200000 \cdot 60}{100} = 12000 \text{ S.}$$

Der *Einheitswert* eines rein landwirtschaftlichen Betriebes ergibt sich nun gemäß § 39 Bew.G. durch Multiplikation des *ha-Satzes* mit der Fläche in ha des Betriebes. Zum Beispiel:

$$F = 10 \text{ ha, ha-Satz } 12000, \text{ Einheitswert } 120000 \text{ S.}$$

Die Schwierigkeiten in der gerechten Bewertung der Betriebe lag darin, daß die Bodenschätzung vorerst nur in der Lage war, von einem Teil der 450000 landwirtschaftlichen Betriebe die Ertragsmeßzahlen zu liefern. Auf diesen Umstand hat der Gesetzgeber Bedacht genommen und gestattet, daß in diesen Fällen auch andere brauchbare Anhaltspunkte (§ 36 Abs. 4 Bew.G.) herangezogen werden können. Man konnte daher auf die Katastralreinerträge zurückgreifen. Es wurden einige Vergleichsbetriebe ausgewählt und deren *ha-Sätze* auf Grund der Bodenschätzung ermittelt. Von diesen Vergleichsbetrieben waren neben *ha-Sätzen* noch die alten Katastralreinerträge bekannt, so daß umgekehrt für alle anderen, von der Bodenschätzung noch nicht erfaßten Betriebe, aus den Katastralreinerträgen die „*ha*“-*Sätze* abgeleitet werden konnten.

Nachdem von allen Betrieben die Betriebszahlen ermittelt worden waren, wurden für alle Gemeinden sog. *Höfeskalen* angelegt. Es ist dies ein Verzeichnis, in welchem alle Betriebe einer Gemeinde gemäß ihren „*ha*“-*Sätzen* gereiht sind. Der Betrieb mit dem höchsten Satz steht an der Spitze und die anderen Betriebe folgen nach der Höhe ihrer *ha-Sätze*.

Wird von einem landwirtschaftlichen Betrieb ein Teil abverkauft, so verringert sich der Einheitswert des Betriebes um den Betrag aus „*ha*“-*Satz* des Betriebes \times Verkaufsfläche (in ha).

Da von allen landwirtschaftlichen Betrieben die „*ha*“-*Sätze* ermittelt wurden, werden für die Ermittlung der Einheitswerte die Katastralreinerträge nicht mehr benötigt.

Zum Kapitel Einheitswert sei hier noch erwähnt, daß auf die einzelnen Wirtschaftsgüter des landwirtschaftlichen Betriebes ungefähr nachstehende Anteile am Einheitswert entfallen:

- 60% auf Grund- und Boden
- 20% auf den Wert der Wohn- und Wirtschaftsgebäude
- 12% auf das lebende Inventar
- 8% auf das tote Inventar.

Abschließend mögen hinsichtlich der Bewertung landwirtschaftlicher Betriebe noch einige Ausnahmestimmungen bzw. Sonderbestimmungen (§ 39 Bew.G.) angeführt werden: Landwirtschaftlich genützte Grundstücke, deren Ertragsfähigkeit so gering ist, daß sie in ihrem derzeitigen Zustand land- und forstwirtschaftlich nicht bestellt werden können, sind gesondert zu bewerten. Gemeint sind hier die sog. Bergmähder, das sind Flächen, meist im Gebirge gelegen, deren Verkehrslage so schlecht ist, daß sie nicht alljährlich genützt werden können. Ebenfalls gesondert zu bewerten sind Alpen, das sind Flächen innerhalb und oberhalb der Kampfzone des Waldes; jener Zone also, in welcher der Wald um seine Existenz kämpft.

Gehören zu einem landwirtschaftlichen Betrieb auch Wälder und Weingärten, so sind bei der Ermittlung des Einheitswertes die forstlichen- bzw. die ha-Sätze für Weingärten zu verwenden. Zum Beispiel:

landwirtschaftlich genutzte Fläche 10 ha,	ha-Satz S 5000	S 50000
Weingärten	½ ha, ha-Satz S 20000	S 10000
			Einheitswert S 60000

Das gleiche gilt für Gärten. Hausgärten jedoch zählen nicht zum gärtnerischen Vermögen, sondern sind jener Vermögensart zuzurechnen, der das Wohnhaus angehört. Abbauland, soweit es nicht dem landwirtschaftlichen Betrieb dient, ist gesondert zu bewerten (individuelle Bewertung).

Als Abbauland gilt alles Land, das einen landwirtschaftlichen und forstwirtschaftlichen Ertrag nicht bringen kann, wohl aber einen Ertrag infolge Gewinnung der Bodensubstanz gewährt.

Ebenfalls individuell zu bewerten sind Teiche, Seen und Flußflächen, soweit diese nicht zum übrigen land- und forstwirtschaftlichen Vermögen zählen. Bei der Bewertung ist darauf Bedacht zu nehmen, daß ein übergroßes Ausmaß an Wegen, Grenzrainen, Hecken, Gräben usw. durch Abschläge am Einheitswert zu berücksichtigen ist. Soweit es sich um Privatwege handelt, die dem öffentlichen Verkehr dienen, und für die gemäß § 2 des Grundsteuergesetzes keine Grundsteuer zu entrichten ist, sind die darauf entfallenden Flächen aus der Gesamtfläche des Betriebes auszuschneiden.

Schließlich sei noch erwähnt, daß unproduktives Land von der Bewertung auszuschließen ist, da es keinen Ertrag abwirft.

Nachdem die Bewertung des landwirtschaftlichen Vermögens ziemlich eingehend behandelt wurde, möge nur noch mit ein paar Sätzen auf die Bewertung der weiteren Vermögensarten, nämlich des forstwirtschaftlichen, des Weinbau- und des gärtnerischen Vermögens eingegangen werden (§ 46 bis 49 Bew.G.).

Ib) Das forstwirtschaftliche Vermögen

Die Bewertung des *forstwirtschaftlichen Vermögens* erfolgt wieder nach dem Prinzip vergleichender Bewertung. Anstelle der Vergleichsbetriebe treten die sogenannten Nachhaltebetriebe, das sind Betriebe mit regelmäßigem Altersklassenverhältnis. Der Ertragswert des Nachhaltebetriebes wird ermittelt, indem dessen Reinertrag mit 18 multipliziert wird. Bei der Ermittlung der Hektarsätze ist auf die natürlichen und wirtschaftlichen Ertragsbedingungen sowie auf den Holzbestand Bedacht zu nehmen.

Ic) Das Weinbauvermögen

Die gleichen Bewertungsgrundsätze wie beim landwirtschaftlichen Vermögen gelten auch beim *Weinbauvermögen*. Anstelle der Vergleichsbetriebe treten hier die sogenannten Weinbauvergleichslagen. Der Hektarhöchstsatz beim Weinbauvermögen beträgt derzeit 125000.

Id) Das gärtnerische Vermögen

Zum *gärtnerischen Vermögen* gehören alle Teile einer wirtschaftlichen Einheit, die dauernd einem gärtnerischen Hauptzweck dienen (§ 49 Bew. G.).

Folgende Betriebsformen werden unterschieden:

Gemüsegärten, Blumengärten, Baumschulen und Obstbaubetriebe.

Die gärtnerischen Betriebe sind grundsätzlich mit dem Einzelertragswert zu bewerten, d. h. für jeden einzelnen Betrieb wird der Ertragswert (18facher Reinertrag) gesondert ermittelt. Zwecks rascherer Ermittlung der Ertragswerte kann innerhalb bestimmter Gebiete und bestimmter Betriebsformen auch eine vergleichende Bewertung vorgenommen werden.

Ie) Das übrige land- und forstwirtschaftliche Vermögen

Schließlich wäre noch das *übrige land- und forstwirtschaftliche Vermögen* zu behandeln (§ 50 Bew. Ge.). Hiezu gehören:

1. Das der Fischzucht und Teichwirtschaft gewidmete Vermögen.
2. Das Fischereirecht und das übrige der Fischerei gewidmete Vermögen.
3. Das der Bienenzucht gewidmete Vermögen (Imkereien ab 40 Stock).

Die wirtschaftlichen Einheiten des übrigen land- und forstwirtschaftlichen Vermögens unterliegen ebenfalls der Grundsteuer, obzwar diese Unterart des land- und forstwirtschaftlichen Vermögens in der Regel aus Wirtschaftsgütern besteht, die nicht als Grund und Boden im landläufigen Sinne anzusprechen sind. Jeder Betrieb muß einzeln bewertet werden.

(Fortsetzung folgt)

Literaturbericht

1. Buchbesprechungen

Dr. Dipl.-Ing. Vinzenz Janik: Landschaft und Böden des Zaubertales und seiner Umgebung. Sonderdruck aus „Naturkundliches Jahrbuch der Stadt Linz 1962“, mit einer mehrfarbigen Bodenkarte, einer mehrfarbigen geologisch-morphologischen Karte und 6 Bildtafeln.

Dem Verfasser wurde im Auftrage des Magistrates der Stadt Linz die Aufgabe zuteil, das Vorkommen der verschiedenen Bodenbildungen und die Entwicklung der Landschaft in der KG Holz-

heim zu untersuchen. Die Ergebnisse dieser bodenkundlich-morphologischen Untersuchungen am Stadtrand von Linz wurden vom Verfasser in zwei mehrfarbigen Karten anschaulich dargestellt.

Zweck dieser wissenschaftlichen Arbeit war es, das Vorkommen der verschiedenen Bodenbildungen und die Entwicklung der Landschaft zu untersuchen und die Ergebnisse in einer geologisch-morphologischen und in einer Bodenkarte darzustellen. Die Erschließung des Stadtrandes muß allen sozialen und wirtschaftlichen Erfordernissen entsprechen, was jedoch nur möglich ist, wenn dem biologischen Geschehen Rechnung getragen wird und die Bodennutzung den veränderten Umweltbedingungen entspricht.

Die Untersuchungen der bodenkundlichen, morphologischen, biologischen und wirtschaftlichen Verhältnisse sind von größter Wichtigkeit und unerlässlich für künftige Planungen. Die Darstellung in der Bodenkarte liefert brauchbare Unterlagen für eine zweckmäßige Nutzung und Gestaltung der vorhandenen Bodenflächen.

Raumplanung und Bodenuntersuchungen stehen somit in unmittelbarem Zusammenhang.

Das wissenschaftliche Werk gliedert sich in eine Beschreibung der Landschaft und deren erdgeschichtliche Entstehung sowie in eine Darstellung der Bodentypen.

Die vorliegende Bodenkarte vermittelt die Kenntnis der natürlichen Ertragsfähigkeit des Bodens und damit der naturgegebenen Zusammenhänge zwischen der Bodennutzung und den Umweltfaktoren.

In sehr anschaulicher Weise wird die in diesem Sonderdruck behandelte Landschaft durch sechs hervorragende Bildtafeln ergänzt.

Stolitzka

Zeitschriftenschau

Zusammengestellt im amtlichen Auftrag von Bibliotheksleiter Insp. d. Verm.D. *Karl Gartner*

Die hier genannten Zeitschriften liegen in der Bibliothek des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien I, Hofburg, auf.

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Karlsruhe 1964: Nr. 4. Beiträge zum Bundesbaugesetz (III). — Nr. 5. *Ganzhorn, K.*: Historische Entwicklung der Informationsverarbeitung. — *Firma Grundig*: Entfernungsmeßanlage „Distamat“. — *Homburg, H.*: Die Berechnung und Absteckung beliebiger Bauachsen mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen. — *Klietsch, G.*: Programme „Katastervermessung für IBM 1620. — *Bellebaum, K.*: Entwurf zu einer Hypothenusen-Rechentafel. — *Wagner, H., Gossert, G. und Gotthardt, E.*: Geodätisches Rechnen mit der schreibenden Vierspezies-Breitwagen-Rechenmaschine Olivetti-Tetractys CR. — Nr. 6. *Beck, W.*: Die sichtbaren Eigenschaften des topographischen Kartenbildes der Siedlungslandschaften. — *Gleinsvik, P.*: Die Platzierung geodätischer Netze auf dem Erdellipsoid mit Hilfe astronomischer Beobachtungen. — *Grohrock, G.*: Erfahrungen mit dem Basis-Reduktions-Tachymeter BRT 005. — *Kreisel, W.*: Beispiele zur experimentellen Topokartographie. — *Löbel, P.*: Der Kreuzungspunkt von Messungs- und Grenzlinien und seine rechnerische Bearbeitung. — *Fa. Grundig*: Lichtsprechgerät LiG3.

Bildmessung und Luftbildwesen, Karlsruhe 1964: Nr. 2. *Scheumerhorn, W.*: Die Bedeutung der frühen Versuche Otto von Grubers für die Praxis der Aerotriangulation. — *Ahrend, M.*: Hilfsmittel für die ballistische Geodäsie. — *Löschner, F.*: Die photogrammetrische Bauregistratur. — *Kasper, H.*: Photogrammetrie für 1:100000. — *Schwidesky, K.*: Kelsh Plotter mit elektronischer Registrierung.

Bollettino di Geofisica ed Applicata, Triest 1964: Nr. 21. *Honkasalo, T.*: On the Tidal Gravity Correction. — *Honkasalo, T.*: On the Adjustment of the European Gravity Calibration System. — *Morelli, C. und Carozzo, M. T.*: Calculation by Means of Templates of the Perturbations in Elevation due to the Terrain Topography. — *Morelli, C. und Carozzo, M. T.*: Calculation of the Gravity Gradient Components and of Gravity in Elevation from Gravity Anomalies referred to the Physical Earth's Surface.

Bulletin géodésique, Paris 1964: Nr. 72. *Izotov, A. A.*: On Laplace equation in a Triangulation chain. — *Veis, G.*: The determination of absolute directions in space with artificial Satellites. — *Brovár, V. V.*: On the Solutions of Molodensky's boundary value problem. — *Wolf, H.*: Proposal for the adjustment of a uniform european fundamental gravity net. — *Pick, M.*: Transformation of one Triaxial-ellipsoid to another one by projecting it along a normal.

The Canadian Surveyor, Ottawa 1964: Nr. 1. *Brocklebank, R. A.*: Photogrammetry in the Vineland Legal Survey. — *Krebs, H.*: Use of Photogrammetry on a Legal Retracement Survey. — *O'Brien, L. J.*: A Method Employed by the Canadian Army for Mapping Arctic Areas with Electronic Computer Assistance. — *Tomlinson, R. F.* and *Stearn, J. L.*: Tests of Departure from the Normal Distribution for Theodolite Errors of Observation. — *Yaskovich, S. A.*: Tellurometer Ground Swing on Geodetic Lines. — *Layng, T. E.*: The First Line in the Cartography of Canada. — *Delaney, G. F.*: A New Type Measurement Scale.

Der Fluchtstab, Düsseldorf 1964: Nr. 2. *Grossert, G.*: Vor- und Nachteile der schreibenden elektrischen Rechenmaschinen. — *Heyink, J.*: Elektronische Verarbeitung von Katastervermessungen in Hessen. — Nr. 3. *Reuss, J. H.*: Aufgaben, Verfahren und Ergebnisse der Wolken- und Satelliten-Photogrammetrie. — *Heyink, J.*: Elektronische Verarbeitung von Katastervermessungen in Hessen.

Geodesia, Utrecht 1964: Nr. 3. *Koopmans, W.*: Jodocus Hondius Sr. (1563–1611) zum Gedächtnis. — Nr. 4. *Bakker, W.*: Detailvermessung.

Geodetski list, Zagreb 1964: Nr. 1–3. *Rudl, Fr.*: Über die Genauigkeit der Bestimmung von Deformationen u. Verschiebungen an hohen Stauwehren mit Hilfe mikrometrischer Messungen. — *Narobe, Z.*: Über gewisse Fehlergrenzen in der Stadtvermessung mit besonderer Berücksichtigung des Korrektionsgliedes. — *Vojnović, G.*: Anwendung der räumlichen Aerotriangulation bei der Herstellung der Pläne 1:2500.

Geodetický a kartografický obzor, Prag 1964: Nr. 4. *Pruša, J.*: Neue gesetzliche Regelung der Liegenschaftenevidenz. — *Herda, M.*: Die Technische Karte von Prag im Maßstab 1:500. — *Válka, O.*: Logische Beziehungen in der Automatisatton. — *Mošna, J.*: Zur technischen Wirksamkeit der Geometrie der Minerallagerstätten und der Kartographie. — *Kajuch, L.*: Herstellung der Bildpläne mittels optischer Montage. — Nr. 5. *Válka, O.*: Logische Beziehungen in der Automation. — *Mráz, J.*: Das neue automatische Nivellier Ni2. — *Suchánek, M.*: Kartenunterlagen für die Projektierung einer breitspurigen Eisenbahn. — *Karská, Z.* und *Tajšl, L.*: Die neue Internationale Dezimalklassifikation im Fachgebiet Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie — *Janele, J.*: Rektifikation der Kranbahnen. Projekt und Absteckung der Kranbahnachse in einer Werkshalle.

Geodézia és Kartográfia, Budapest 1964: Nr. 2. *Joó, I.*: Unsere Vermessungs- und techn. Entwicklungsaufgaben. — *Schermerhorn, W.*: Die Entwicklungsrichtung in der Photogrammetrie. — *Aurada, F.*: Thematische Probleme der modernen Straßenkarte. — *Hazay, I.*: Über Loxodromen und Orthodromen. — *Bagó, L.* und *Magyarosy, F.*: Die Regelung einiger Fragen des Expropriations-Verfahrens. — Nr. 3. *Arnold, K.*: Geodätische Punktbestimmung mittels Beobachtung künstlicher Erdsatelliten. — *Hoványi, L.*: Eine einfache graphische Lösung zur Bestimmung der horizontalen Punktverschiebungen mittels wiederholtem Rückwärtseinschnitt. — *Domokos, Gy.*: Massenberechnung auf Grund von durchschnittlichen Tiefen oder durchschnittlichen Parallaxen. — *Lukács, T.*: Die Einwirkung der atmosphärischen Verhältnisse auf die elektromagnetische Distanzmessung. — *Szűdeczky-Kardoss, Gy.*: Zeitdienst. — *Fehér, Gy.*: Über groskopische geodätische Geräte.

Geodezja i Kartografia, Warschau 1964: Nr. 1. *Biernacki, Fr.*: Systèmes de coordonnées curvilignes en géodésie et cartographie. — *Bieniewski, J.*: Observations photographiques d'un satellite artificiel au méridien local. — *Baran, W.*: Formules pour la distance d'un satellite artificiel déterminées par les observations simultanées en deux points de la surface terrestre. — *Pieczczyński, L.*: Détermination de l'azimut et de la latitude par l'observation d'étoile a proximité de leur élongation et sans l'enregistrement du temps. — *Chrzanowski, A.*: Déviation du fil a plomb causée par les masses rocheuses dans un puits de mine. — *Szpetkowski, St.*: L'erreur de situation d'un point déterminé sur le côté dans une triangulation. — Nr. 2. *Bohonos, B.*: Restitution à l'autographe des vues stéréoscopiques avec une distance principale différente de la distance principale de la prise de vues. — *Verfasser-Konsortium*: Etablissement mécanique et automatique des modèles en relief. — *Lisiewicz, St.*: Méthode simplifiée de la compensation rigoureuse d'un système central sur le plan et sur la sphère.

Géomètre, Paris 1964: Nr. 3. *Servain, L.*: La mesure des distances doit amener de nouvelles méthodes de levé et de calcul. — Nr. 6. *Marion, H.*: Etude critique et comparative des niveaux classiques et automatiques. — *Wolf, E.*: Le cheminement d'angles.

Nachrichtenblatt der Vermessungsverwaltung Rheinland-Pfalz, Koblenz 1964: Nr. 2. *Drexler, E.*: Archivierung der Katasterdokumente auf Mikrofilm. — *Pawlik, H.*: Zur Einführung der Gebäudeschraffur in den Flurkarten. — *Saal, Th.*: Verbesserte Arbeitsmethoden bei der Erledigung von Anträgen zur Erteilung von Abzeichnungen der Flurkarten.

Photogrammetrie, Brüssel 1964: Nr. 75. *Verdin, A.*: Problèmes posés par la restitution de vues aériennes en Antarctique.

The Photogrammetric Record, London 1964: Nr. 23. *Solari, F.* and *Wild, D. P.*: Plane Table Photogrammetry with a Leica Camera in the Punjab Himalaya. — *Thompson, E. H.*: The Thompson-Watts Plotter Model 2. — *Eden, J. A.*: The Art of Taking air Photographs. — *Fish, R. W.*: Image Location. — *Palmer, D. A.*: Stereoscapy and Photogrammetry.

Proceedings of the Second International Photogrammetric Conference in Ottawa, Ottawa 1963: *Helava, U. V.*: Analytical Plotter. — *Parenti, G.*: Analysis of the Mechanical-Optical Design of the Analytical Plotter. — *Johnson, E. C.* and *Kamm, V. C.*: Computer and Programs for the AP-C Analytical Stereoplotter. — *Lesser, B. S.*: General Concept of the Analytical Plotter. — *Jaksic, Z.*: Aerial Triangulation on the Analytical Plotter. — *Mahoney, Dr. W. C.*: Operational Use of the AP-2 at ACIC. — *Blachut, T. J.*: Performance of the Analytical Plotter. — *Weibrecht, Dr. O.*: A New Solution of Differential Rectification Using the Helava Analytical Plotter. — *Smialowski, A. J.*: N. R. C. Monocomparator.

Studia Geophysica et Geodaetica, Prag 1964: Nr. 2. *Burša, M.*: On the Practical Computing of the Quasigeoidal Characteristics Applying Molodensky's Formule in the First Approximation. — *Kabeláč, J.* und *Synek, I.*: Bestimmung der Durchgangszeiten von Sternen durch die Methode der Unterbrechung der Gesichtsfeldbelichtung. — *Pěč, K.*: Attenuation of SH-Waves before Cut-off Frequency. — *Tobyáš, V.*: Calculation of Constants of Broad-Band Electromagnetic Accelerographs in Case of Non-Negligible Reaction of Galvanometer. — *Kolbenheyer, T.*: Das magnetische Feld eines geraden Kreiszyinders bei homogener Magnetisierung. — *Štastná, A.*: Geomagnetic Activity after Passage of Two Different Configurations of Sunspot Groups through Central Meridian of Sun. — *Vitek, V.*: Remarks on Theory of Sub-Tropical Anticyclonic Circulation.

Tijdschrift voor Kadaster en Landmeetkunde, s'-Gravenhage 1964: Nr. 1. *Zeegers, L. J. B.*: La solution vectorielle de n équations à n inconnues.

Vermessungstechnik, Berlin 1964: Nr. 2. *Stoitscheff, D.*: Raumabstecken von Bauanlagen. — *Schliephake, G.*: Der programmgesteuerte Rechenautomat URAL 1 und seine Programmierung. — *Bahnert, G.*: Das Kompensator-Nivellierinstrument Koni 025 vom VEB Carl Zeiss JENA. — *Rabe, G.*: Einige Probleme bei der ersten Überprüfung der staatlichen Nivellementsnetze. — *Neubert, K.*: Richtungsabnahmen hoher Genauigkeit im Bergbaugebiet. — *Göpfert, H.*: Technologie der Laufendhaltung topographischer Karten unter Verwendung transparenter Zeichnungsträger. — *Bindig, S.*: Das Stadtkartenwerk von Groß-Berlin und seine Genauigkeit. — *Hanna, W. N.*: Untersuchung der Fehlertheorie für Polygonzüge zur Ermittlung der Strecken (Schluß in Nr. 3). — *Nischan, H.*: Untersuchungen zur Möglichkeit der Anwendung konformer Netzentwürfe für Karten des Stillen Ozeans. — Nr. 3. *Wagner, E.*: Erfahrungen bei der Verwendung des Hänge-theodolit Theo 6.1 für marscheiderische Arbeiten in den Entwässerungsstrecken des Braunkohlenbergbaues. — *Deumlich, W.*: Neuentwicklungen selbsthorizontierender Nivelliere. — *Donnerstag, C.*: Erfahrungen bei der Komparierung von 2-m-Basislatten nach dem Hagemann-Verfahren. — *Rehse, H.*: Über eine Anwendungsmöglichkeit des Spiralmikrometers. — *Leonhardt, H.*: Transportable trigonometrische Signale aus Alurohren. — *Lengfeld, K.*: Die Anwendung des Verfahrens der stufenweisen partiellen optischen Umformung am Beispiel der Ableitung von Höhenlinien für Folgemaßstäbe. — *Dörhöfer, G.*: Neue Wege in der Gestaltung und Bearbeitung von Touristenkarten. — Nr. 4. *Boltz, G.* und *Bohlson, M.*: Untersuchungen über verschiedene Vermarkungsarten von Höhenfestpunkten im Braunkohlenbergbau. — *Neubert, K.* und *Lehmann, W.*: Vertretbare Streuung der Reichenbachschen Tachymeterkonstanten k. — *Steinert, K.-G.*: Die Achsstabilität bei Passageinstrumenten. — *Rabe, G.*: Über Schnellhorizontierungen im Nivellement. — *Richter, H.*: Stellungnahme zu Rabe G.: Über Schnellhorizontierungen im Nivellement. — *Töpfer, F.*: Zufallschnitt und Niveauperänderung bei der topographischen Höhenliniengeneralisierung. — *Lengfeld, K.*: Die Anwendung des Verfahrens der stufenweisen partiellen optischen Umformung am Beispiel der Ableitung von Höhenlinien für Folgemaßstäbe. — *Jochmann, H.*: Betrachtungen zur

rechnerischen Bestimmung der Modellpunkte. — *Pietschner, J.*: Die Ermittlung der Strömungsverhältnisse in bodennahen Luftschichten durch terrestrisch-stereophotogrammetrische Vermessung von Rauchmarkierungen. — Nr. 5. *Boltz, G.* und *Bohlsen, M.*: Untersuchungen über verschiedene Vermarkungsarten von Höhenfestpunkten im Braunkohlentagebau. — *Arnold, K.*: Methoden der Satellitengeodäsie. — *Thurm, H.*: Die Bestimmung der rezenten Krustenbewegungen, eine neue Aufgabe der Geodäsie. — *Schädlich, M.*: Die geodätische Auswertung einer detaillierten gravimetrischen Landesaufnahme. — *Milkner, H.*: Die weitere Entwicklung der Kartentechnik, Teil 1: Die Positivverfahren auf Plastikfolie. — *Gravenhorst, H.*: Maßnahmen und Betrachtungen zur Nachprüfung von Pardunendurchhängen. — *Richter, H.*: Stellungnahme zu Krefßner, H.: Das Basisreduktionstachymeter BRT 006 im praktischen Einsatz. — *Finger, H.*: Bestimmung der Ausdehnungskoeffizienten von Plastfolien für geodätisch-kartographische Arbeiten.

Vermessungstechnische Rundschau, Hamburg 1964: Nr. 5. *Kratzsch, H.*: Optischer Ordinatenmesser. — *Wittke, H.*: Siemens-DIGIZET-Wandler. — Nr. 6. *Kleeberg, H.*: Absteckungsarbeiten (Richtpunktverfahren). — *Schaffer, G.*: Hypothenusenkontrolle mit dem Rechenschieber. — Nr. 7. *Albrecht, W.*: Wie ein Globus entsteht.

Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1964: Nr. 2. *Wolf, H.*: Bedingte Ausgleichung von gemeinsamen Pendel- und Gravimeternetzen? — *Knorr, H.*: Zur neuen Topographischen Übersichtskarte 1:200000. — *Tarczy-Hornoch, A.*: Zur Ausgleichung der St. eckenvierecke mit Hilfe von algebraischen Funktionen. — *Mühlig, F.*: Bemerkungen zur Laplaceschen Gleichung. — *Konopasek, W.*: Fehlermatrix, Fehlertensor, Fehlerellipse. — Nr. 3. *Linkwitz, Kl.*: Als deutscher Vermessungsingenieur in den Entwicklungsländern. — *Döhler, M.*: Was kann das Vermessungswesen zur Entwicklungshilfe beitragen? — Nr. 4. *Maier, L.*: Versuchsergebnisse zur photogrammetrischen Gebäudeeinmessung. — *Meier, H.-K.*: Über die Bezugsflächen photogrammetrisch bestimmter Höhen. — *Konopasek, W.*: Eine graphische Darstellung der Formeln für die Punktgenauigkeit in der Ebene und für die Fehlerellipse. — *Müller, H.*: Bestimmung der Pfeilhöhen im Klotoidenbereich. — *Köhr, J.*: Trigonometrische Höhenbestimmung ohne Längenmessung. — Nr. 5. *Hirvonen, R. A.*: Praktische Rechenformeln für die dreidimensionale Geodäsie. — *Hallert, B.*: Einige Sätze und Verfahren der mathematischen Statistik von besonderer Bedeutung in der Vermessungstechnik. — *Moerke, W.*: Astronomische Hilfsziele zur Orientierung von Polygonzügen. — *Hamacher, W.*: Das Vermessungswesen in Israel. — Nr. 5. *Hirvonen, R. A.*: Praktische Rechenformeln für die dreidimensionale Geodäsie. — *Hallert, B.*: Einige Sätze und Verfahren der mathematischen Statistik von besonderer Bedeutung in der Vermessungstechnik. — *Moerke, W.*: Astronomische Hilfsziele zur Orientierung von Polygonzügen. — Nr. 6. *Engelbert, W.*: Beschleunigung und Verbilligung der Höhenaufnahme für die deutsche Grundkarte 1:5000. — *Höpcke, W.*: Über die Bahnkrümmung elektromagnetischer Wellen und ihren Einfluß auf die Streckenmessungen. — *Moritz, H.*: Zur Bestimmung des Geoides und seiner Verwendung als Reduktionsfläche.

Contents:

Walter Smetana, The Interpolated Fixpoint at the Dangerous Circle of Approximate Geometry.

Peter Meissl, On the Distortion-Errors of a System of a Finite Number of Points.

Leopold Krepper, The Law on Land-Tax 1955 and the Taxation-Law 1955.

Sommaire:

Walter Smetana, Le point interpolé (EP) sur le cercle critique de la géométrie approximative.

Peter Meissl, Sur les fautes de déformation d'un système d'une quantité limitée de points.

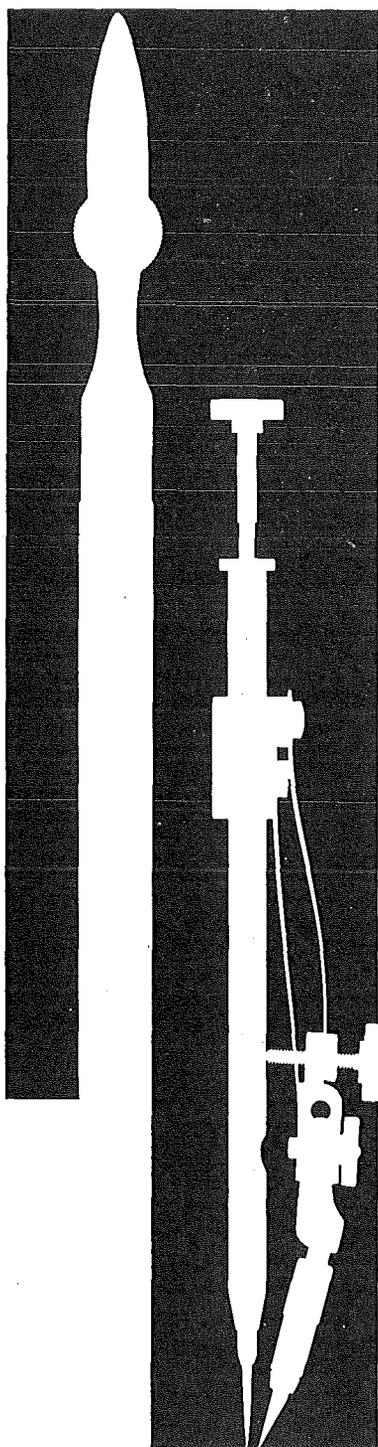
Leopold Krepper, La loi de l'impôt foncier 1955 et la loi de l'estimation 1955.

Anschriften der Mitarbeiter dieses Heftes:

Dipl.-Ing. Dr. techn. Peter Meissl, Wien IV, Karlsplatz 13, Mathematisches Labor.

ORdVD Dipl.-Ing. Dr. techn. Walter Smetana, Wien VIII/64, Friedrich-Schmidt-Platz 3.

RdVD Dipl.-Ing. Leopold Krepper, Wien VIII/64, Friedrich-Schmidt-Platz 3.



Kern Reißzeug- Neuheiten

Formschöne, praktische Metalletuis für die meisten hartverchromten Präzisionsreißzeuge. Handreißfedern mit Hartmetallspitzen, praktisch abnutzungsfrei auch auf Kunststoff-Folien.



Alleinverkauf für Österreich

DR. WILHELM ARTAKER

Wien III, Reiserstr. 6, Ruf: (0222) 73 15 86 Serie

Österreichischer Verein für Vermessungswesen

Wien XVIII, Schopenhauerstraße 32

I. Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen

- Sonderheft 1: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 70. Geburtstag.* 198 Seiten, Neuauflage, 1948, Preis S 18.—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 2: Lego (Herausgeber), *Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme.* 40 Seiten, 1935. Preis S 24.—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 3: Ledersteger, *Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid.* 140 Seiten, 1948. Preis S 25.—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 4: Zaar, *Zweimedienphotogrammetrie.* 40 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 5: Rinner, *Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie.* 45 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 6: Hauer, *Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene.* 31 Seiten. 1949. (Vergriffen.)
- Sonderh. 7/8: Ledersteger, *Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung. Zur Analyse der Laplace'schen Widersprüche.* 59+22 Seiten, 1949. Preis S 25.—.
- Sonderheft 9: *Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich.* 56 Seiten, 1949. Preis S 22.—.
- Sonderheft 11: Mader, *Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung.* 74 Seiten, 1951. Preis S 25.—.
- Sonderheft 12: Ledersteger, *Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoides und der absoluten Lage der Landestriangulationen.* 140 Seiten, 1951. Preis S 35.—.
- Sonderheft 13: Hubeny, *Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoides.* 208 Seiten, 1953. Preis S 60.—.
- Sonderheft 14: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 90. Geburtstag.* 764 Seiten und viele Abbildungen. 1952. Preis S 120.—.
- Sonderheft 15: Mader, *Die orthometrische Schwerekorrektion des Präzisions-Nivellements in den Hohen Tauern.* 26 Seiten und 12 Tabellen. 1954. Preis S 28.—.
- Sonderheft 16: *Theodor Scheimpflug — Festschrift.* Zum 150jährigen Bestand des staatlichen Vermessungswesens in Österreich. 90 Seiten mit 46 Abbildungen und XIV Tafeln. Preis S 60.—.
- Sonderheft 17: Ulbrich, *Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Staumauern und Großbauwerken.* 72 Seiten mit 40 Abbildungen und einer Luftkarten-Beilage. Preis S 48.—.
- Sonderheft 18: Brandstätter, *Exakte Schichtlinien und topographische Geländedarstellung.* 94 Seiten mit 49 Abb. und Karten und 2 Kartenbeilagen, 1957. Preis S 80.— (DM 14.—).
- Sonderheft 19: *Vorträge aus Anlaß der 150-Jahr-Feier des staatlichen Vermessungswesens in Österreich, 4. bis 9. Juni 1956.*
- Teil 1: *Über das staatliche Vermessungswesen,* 24 Seiten, 1957. Preis S 28.—.
- Teil 2: *Über Höhere Geodäsie,* 28 Seiten, 1957. Preis S 34.—.
- Teil 3: *Vermessungsarbeiten anderer Behörden,* 22 Seiten, 1957. Preis S 28.—.
- Teil 4: *Der Sachverständige — Das k. u. k. Militärgeographische Institut.* 18 Seiten, 1958. Preis S 20.—.
- Teil 5: *Über besondere photogrammetrische Arbeiten.* 38 Seiten, 1958. Preis S 40.—.
- Teil 6: *Markscheidewesen und Probleme der Angewandten Geodäsie.* 42 Seiten, 1958. Preis S 42.—.

- Sonderheft 20: H. G. Jerie, *Weitere Analogien zwischen Aufgaben der Mechanik und der Ausgleichsrechnung*. 24 Seiten mit 14 Abbildungen, 1960. Preis S 32.— (DM 5·50).
- Sonderheft 21: Mader, *Die zweiten Ableitungen des Newton'schen Potentials eines Kugelsegments — Topographisch berechnete partielle Geoidhebungen. — Tabellen zur Berechnung der Gravitation unendlicher, plattenförmiger, prismatischer Körper*. 36 Seiten mit 11 Abbildungen, 1960. Preis S 42.— (DM 7·50).
- Sonderheft 22: Moritz, *Fehlertheorie der Graphisch-Mechanischen Integration — Grundzüge einer allgemeinen Fehlertheorie im Funktionenraum*. 53 Seiten mit 6 Abbildungen, 1961. Preis S 52.— (DM 9.—)
- Sonderheft 23: Rinner, *Studien über eine allgemeine, voraussetzungslose Lösung des Folgebildanschlusses*. 44 Seiten, 1960. Preis S 48.— (DM 8.—)

II. Dienstvorschriften

- Nr. 1: *Benennungen, Zeichen und Abkürzungen im staatlichen Vermessungsdienst*. 44 Seiten, 2. Auflage, 1956. Preis S 10.— (Vergriffen)
- Nr. 2: *Allgemeine Bestimmungen über Dienstvorschriften, Rechentafeln, Vordrucke und sonstige Drucksorten*. 56 Seiten, 2. Auflage, 1957. Preis S 10.— (Vergriffen)
- Nr. 4: *Signalisierung, Stabilisierung und Beschreibung der trigonometrischen Punkte*. 84 Seiten, 4. Auflage, 1963. Preis S 45.—
- Nr. 8: *Die österreichischen Meridianstreifen*. 62 Seiten, 1949. Preis S 12.—
- Nr. 14: *Fehlergrenzen für Neuvermessungen*. 5. Auflage, 1958, 27 Seiten. Preis S 15.—
- Nr. 15: *Hilfstabellen für Neuvermessungen*. 2. Auflage, 1958, 39 Seiten, Preis S 15.—
- Nr. 16: *Einschaltpunkt- und Polygonnetz*. 1958, 40 Seiten, Preis S 20.—
Musterbeispiele zur Dienstvorschrift 16, 1959, 77 Seiten, Preis S 34.—
- Nr. 18: *Stückvermessung*. 1961, 31 Seiten, Preis S 15.—
Musterbeispiele zur Dienstvorschrift 18. 1961, 45 Seiten, Preis S 30.—
- Nr. 21: *Großmaßstäbliche Geländeaufnahme*. 1960, 18 Seiten, Preis S 10.—
Musterbeispiele und Zeichenschlüssel zur Dienstvorschrift 21, 1960, 19 Seiten, Preis S 20.—
- Nr. 22: *Zeichenschlüssel und Schriftmuster für Katastralmappen, Pläne und Skizzen*. 31 Seiten, 1961. Preis S 25.—
Auszug 11 Seiten, Preis S 10.—
- Nr. 35: *Mitwirkung der Vermessungsbehörde bei Durchführung der Bodenschätzung*. 30 Seiten, 2. Auflage, 1963. Preis S 20.—
- Nr. 46: *Zeichenschlüssel der Österreichischen Karte 1:25.000 samt Erläuterungen*. 88 Seiten, 1950. Preis S 18.— (Vergriffen)
- Technische Anleitung für die Fortführung des Grundkatasters*. Wien, 1932. Preis S 25.—

Alte Jahrgänge der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen liegen in der Bibliothek des Österreichischen Vereines für Vermessungswesen auf und können beim Österreichischen Verein für Vermessungswesen bestellt werden.

Unkomplette Jahrgänge:

à 20,— S; Ausland 4,— sfr bzw. DM u. Porto

- Jg. 1 bis 5.....1903 bis 1907
8 bis 12.....1910 bis 1914
191921
361948

Komplette Jahrgänge:

à 40,— S; Ausland 8,— sfr bzw. DM u. Porto

- Jg. 6 und 7.....1908 und 1909
13 bis 18.....1915 bis 1920
20 bis 35.....1922 bis 1937
37 bis 39.....1949 bis 1951

à 72,— S; Ausland 15,— sfr bzw. DM u. Porto
Jg. 40 bis 49.....1952 bis 1961

à 100,— S; Ausland 20,— sfr bzw. DM u. Porto
ab Jg. 501962

Neuerscheinungen

von offiziellen Karten der Landesaufnahme

Österreichische Karte 1:50.000

40 Stockerau	61 Hainburg	107 Mattersburg
42 Gänserndorf	62 Preßburg	108 Deutschkreutz
43 Marchegg	68 Kirchdorf an der	137 Oberwart
45 Ranshofen	Krems	138 Rechnitz
46 Mattighofen	76 Wiener Neustadt	139 Lutzmannsburg
51 Steyr	105 Neunkirchen	144 Landeck
60 Bruck a. d. Leitha	106 Aspang	188 Wolfsberg

Österreichische Karte 1:200.000: Blatt 35⁰ 48⁰ Preßburg

Umgebungs- und Sonderkarten:
Umgebungskarte von Innsbruck 1:25.000

Preise der Kartenwerke:

je Blatt S

Österreichische Karte 1:25.000	
1/8 Blätter (Aufnahmsblätter)	7.—
1/4 Blätter (Halbsektionen)	10.—
Zeichenerklärung 1:25.000	2.—
Österr. Karte 1:50.000 ohne Straßen- u. Wegmarkierungsaufdruck	7.50
Österr. Karte 1:50.000 mit Straßen-, ohne Wegmark.-Aufdruck	8.50
Österr. Karte 1:50.000 mit Wegmarkierung, ohne Straßen- aufdruck (Wanderkarte)	8.50
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50.000 ohne Wegmarkierung	4.—
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50.000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte)	5.—

Dieses Kartenwerk umfaßt insgesamt 213 Blattnummern.

Hievon sind bisher erschienen:

118 Blätter Österreichische Karte 1:50.000 mit Schichten in Mehrfarbendruck sowie 95 Blätter als provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000 in Zweifarbendruck (schwarz mit grünem Waldaufdruck).

Die Blätter 39, 41, 42, 57 sind mit Schichtenlinien und Schummerung, alle anderen Blätter mit Schichtenlinien und Schraffen versehen.

Österreichische Karte 1:200.000: Blatt 35⁰ 48⁰ Preßburg . . . 18.—

Umgebungs- und Sonderkarten:

Umgebungskarte von Innsbruck 1:25.000 35.—

Preis der Karte, gefaltet, in Umschlag 40.—

Zu beziehen durch alle Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Landesaufnahme), Wien 8, Krotenthallergasse 3

Neuerscheinungen des österr. Wasserkraftkatasters

Im Zuge der Bearbeitung des neuen österr. Wasserkraftkatasters ist erschienen:

Saalach, Alm je S 350.—

Bibliographie zur österreichischen Wasserwirtschaft S 48.—

Die bisher erschienenen Bände sind durch den Kartenverlag des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Landesaufnahme, in Wien bzw. durch den Buchhandel zu beziehen.

Offizielle österreichische amtliche Karten der Landesaufnahme

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen
in Wien VIII, Krotenthallergasse 3 / Tel. 33 46 31

Es werden folgende Kartenwerke empfohlen:

Für Amtszwecke sowie für Wissenschaft und Technik

Die Blätter der

Österreichischen Karte 1:25.000, bzw. der
Alten österreichischen Landesaufnahme 1:25.000
Österreichische Karte 1:50.000, bzw. die
Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200.000
Übersichtskarte von Mitteleuropa 1:750.000
Plan von Salzburg 1:15.000
Arbeitskarten 1:200.000 und 1:500.000 von Österreich
Politische Karte der Republik Österreich 1:500.000

Zum Zusammenstellen von Touren und Reisen

Karte der Republik Österreich 1:500.000, mit Suchgitter und Index
Verkehrs- und Reisekarte von Österreich 1:600.000

Für Auto-Touren

die Straßenkarte von Österreich 1:500.000 in zwei Blättern,
mit Terraindarstellung, Leporellofaltung

sowie für Motorrad- und Radfahrer

die Straßenübersichtskarte von Österreich 1:850.000 in Form
eines praktischen Handbüchleins

Für Wanderungen

die Blätter der Wanderkarte 1:50.000 mit Wegmarkierungen

Die Karten sind in sämtlichen Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle Wien VIII, Krotenthallergasse 3, erhältlich.

Auf Wunsch werden Übersichtsblätter kostenlos abgegeben.

IHR FACHGESCHÄFT FÜR BÜROBEDARF
ZEICHEN-, MESS- UND RECHENGERÄTE

Oskar Gnaiger

FELDKIRCH/VL BG.
Tel. 2097

INNSBRUCK/TIROL
Tel. 4227

EINSCHRAUBEN

ist viel leichter,
einfacher und billiger
als alles bisher Übliche



Sie wiegen nur 2,5 kg
sind wirklich unverwüßlich und
mit nur $\frac{1}{5}$ des bisherigen
Aufwandes zu versetzen,

die neuen

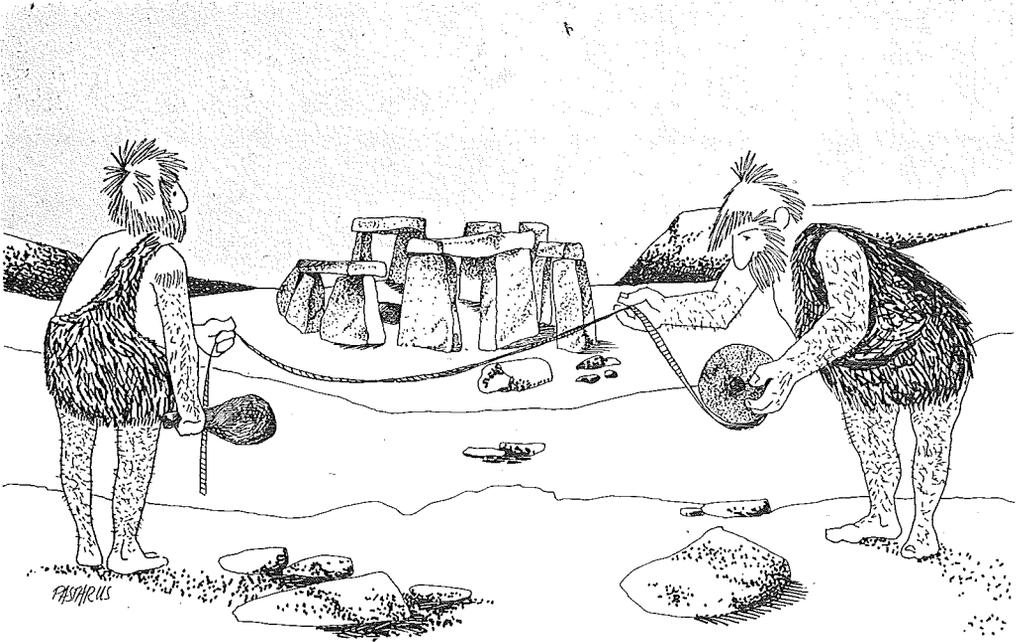
GRENZMARKEN aus KUNSTSTOFF



Alleinverkauf für Österreich

DR. WILHELM ARTAKER

Wien III, Reiserstr. 6, Ruf: (0222) 731586 Serie



So kann man natürlich **auch** arbeiten

Aber **mit AGA-Geodimeter** vermessen Sie **schneller, einfacher, genauer** und mit weniger Personal **als je zuvor!**

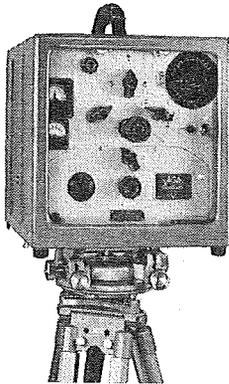
Schon **10 AGA-Geodimeter** helfen **in Österreich** Vermessungsaufgaben auf das vorteilhafteste zu lösen.

AGA-Geodimeter Modell „4“

Reichweite

(abhängig von der Sicht)

	Tag	Nacht
mit Quecksilberlampe	4 km	25 km
mit Standardlampe	1,5 km	15 km



Mittlerer Fehler:

Weniger als $10\text{ mm} + 2\text{ Millionstel}$ der Meßstrecke
(d. h. bei 3000 Meter $\pm 16\text{ mm}$).

kürzest meßbare Entfernung
ca. 15 Meter.

AGA

AGA – Lidingsö 1 – Schweden

Fernruf: Stockholm 65 2540

Alleinverkauf für Österreich

DR. WILHELM ARTAKER

Wien III, Reisnerstr. 6, Ruf: (0222) 73 15 86 Serie

NEU:



PLAN-VARIOGRAPH

ein Gerät zur zeichnerischen Vergrößerung und Verkleinerung von Plänen und Karten auf dem Wege der optischen Projektion

- ⊗ Tischform — geringer Platzbedarf — horizontale Arbeitsfläche
- ⊗ einfache Bedienung — stufenlos durch Handräder — Einstellmaßstab
- ⊗ gleichmäßig helle Ausleuchtung der Vorlage mit Kaltlicht
- ⊗ Vergrößerungen und Verkleinerungen bis 5,8fach (z. B. 2880 auf 500)

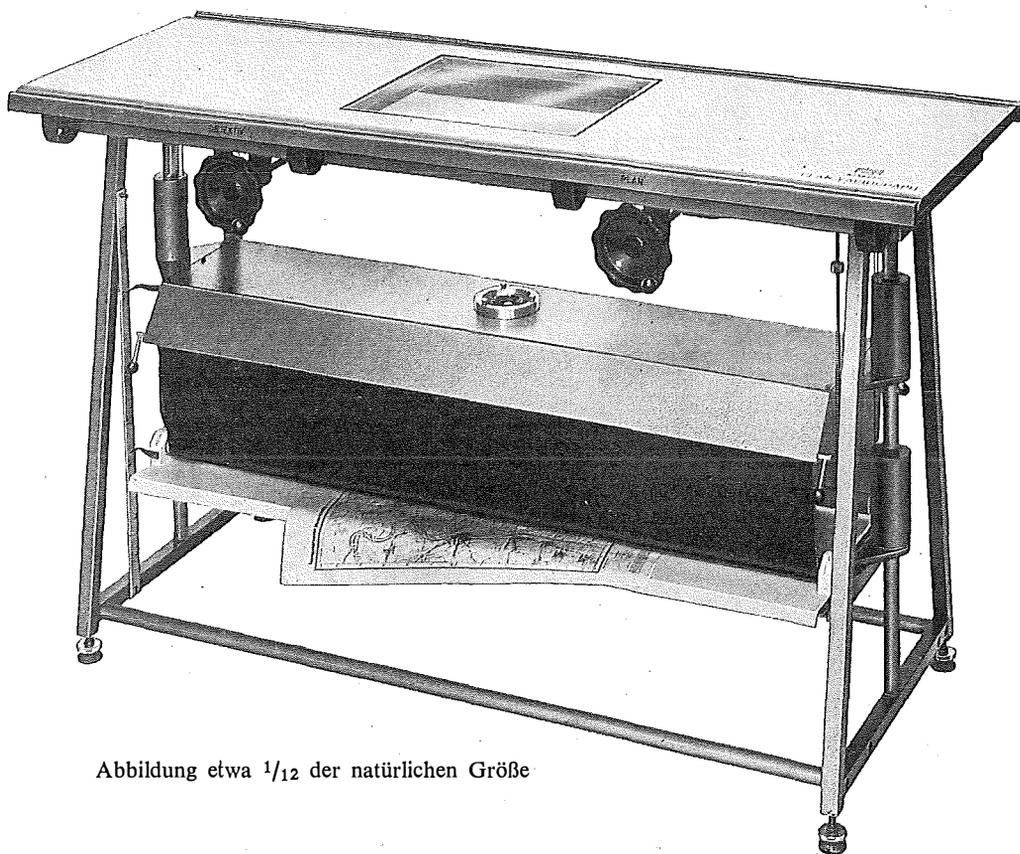


Abbildung etwa $1/12$ der natürlichen Größe

Verlangen Sie Prospekt und ausführliches Offert von

RUDOLF & AUGUST ROST

Fabrik für Feinmechanik, Vermessungsinstrumente und Zeichenbedarf
WIEN XV, MÄRZSTRASSE 7 (Nähe Westbahnhof und Stadthalle)
TELEFON: (0222) 923231, 925353 TELEGRAMME: GEOROST-WIEN

80. Wiener Messe: Halle 20, Stand 1984