

Österreichische Zeitschrift für **Vermessungswesen**

REDAKTION:

Hofrat Dr. h. c. mult. E. Doležal

emer. o. ö. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Dipl.-Ing. Karl Lego

Präsident
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen i. R.

Dipl.-Ing. Dr. Hans Rohrer

o. ö. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Nr. 5

Baden bei Wien, Ende Oktober 1954

XLII. Jg.

INHALT:

Abhandlungen:

- Die Richtungsübertragung in Streckenketten G. Schelling, Graz
Die Rolle der Grundlinien bei der Netzprojektion (Schluß) . K. Ledersteger, Wien
Die funktionellen Zusammenhänge von γ -Parallaxengröße
und Beobachtungsort in einem Stereomodell; ein neues
numerisches Orientierungsverfahren (Schluß) H. Schmid, Wien

Kleine Mitteilungen, Literaturbericht, Engl. franz. Inhaltsverzeichnis.

Mitteilungsblatt zur „Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen“, redigiert von
ORdVD. Dipl.-Ing. Ernst Rudolf



Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

Baden bei Wien 1954

FESTSCHRIFT

EDUARD DOLEŽAL

ZUM NEUNZIGSTEN GEBURTSTAGE

Gewidmet von seinen Freunden und Schülern

Herausgegeben vom Österreichischen Verein für Vermessungswesen und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie unter Mitwirkung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

764 Seiten mit 4 Tafeln und 17 Bildern aus dem Leben des Jubilars und vielen anderen Abbildungen

Wien 1952

Preis S 120.— oder DM 20.—, bzw. sfr 20.—

Inhalt:

I. Teil: LEGO, Eduard Doležal, Lebensbild eines österreichischen Geodäten.
II. Teil. Beiträge aus dem Ausland: BAESCHLIN, Erweiterung der Theorie der „Korrekturen“ für die konforme Abbildung auf die Kugel. — BACHMANN, Etude des projections conformes d'une surface quelconque sur un plan. — BOAGA, Profilo del Geoido lungo il parallelo Livorno—Lissa. — BRENNECKE, Das Irrationale in der mathematischen Methode. Ein geodätisches Beispiel zur Illustration. — HÄRRY, Zeitgemäße Fragen der photogrammetrischen Katastervermessung. — HEISKANEN, Die Geodäsie im Wendepunkt. — HORNOCH-TARCZY, Beiträge zur Berechnung des Rückwärtseinschnittes. — JOHANSSON, Calculation of mean error by adjustment with correlate equations. — KASPER, Über die Auswirkung und Kompensation der Restverzeichnung photogrammetrischer Aufnahmeobjektive. — KNEISSL, Richtungsbeobachtung in symmetrisch angeordneten Dreiergruppen, ein neues Winkelmeßverfahren für Triangulation 1. und 2. Ordnung. — MANEK, Bildmessung und Dezimalklassifikation. — MARUSSI, Generalizzazione del teorema di Dalby per una superficie qualunque. — MERKEL, Die allgemeine perspektivische Abbildung der Erdkugel. — POIVILLIERS, Un siècle de Photogrammétrie française. — SCHERMERHORN, Entwicklungstendenzen und Streitfragen in der Luftbildmessung und besonders in der Aerotriangulation. — ZELLER, Der neue Autograph Wild A 7.
III. Teil. Beiträge aus Österreich: ACKERL, Die Vorbereitung der Beobachtungen zur Feststellung der Turmbewegung von St. Stephan in Wien. — APPEL, Errichtung eines Nivellementkatasters. — BARVIR, Analoge statische und geodätische Verfahren; Fachwerke, die geodätischen Winkelnetzen entsprechen. — BENZ, Stand und Möglichkeiten der Entfernungsmessung mit elektromagnetischen Wellen. — CANDIDO, Nomogramme mit verschiebbaren Skalen. — EBENHÖH, Bestandsermittlung eines Kohlenlagers nach einem besonderen photogrammetrischen Verfahren. — EBERWEIN, Geodätische Orientierung mit der Sonne. — HAUER, Untersuchung zur Berechnung rechtwinkliger und rechtseitiger sphärischer Dreiecke. — HUBENY, Ein Beitrag zur Lösung der zweiten Hauptaufgabe der geodätischen Übertragung. — KILIAN, Luftbild und Lotrichtung. — KRAMES,

(Fortsetzung nächste Seite)

Zur Geometrie der Restparallaxen. — LEDERSTEGER, Die absolute Lage des österreichischen Fundamentalnetzes und der Längenunterschied Ferro—Greenwich. — LEVASSEUR, Ostseering und Zentraleuropäisches Dreiecksnetz. — LINDINGER, Eine fundamentale astronomische Längenbestimmung mit ausschließlicher Verwendung von Quarzuhren. — LÖSCHNER, Trigonometrische Höhenmessung für Ingenieurbauvorhaben im Hochgebirge. — MADER, Genäherte Berechnung des Potentials flacher prismatischer Körper und seiner zwei ersten Ableitungen mittels Kondensation der Masse. — MEIXNER, Optisch-mechanische Einpassung örtlicher Aufnahmen in die Katasterdarstellung. — NEUMAIER, Katasterphotogrammetrie in Österreich. — PRAXMEIER, Rund um den österreichischen Grundkataster. — RESCHL, Die Ingenieurkonsulenten für Vermessungswesen in Österreich. — RINNER, Das Funkmeßbild der Kugel. — ROHRER, Die Entwicklung des geodätischen Unterrichtes in Österreich. — RUDORF, Die Organisation des staatlichen Vermessungswesens im Wandel der Zeiten. — SCHIFFMANN, Über die Grundsteuer. — TOPERCZER, Der Verlauf der magnetischen Deklination zu Wien 1851—1950. — ULBRICH, Feinpolygonometrische Bestimmung von Triangulierungspunkten. — WESSELY, Die Entwicklung des Katasterfortführungsdienstes seit der Gründung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen. — WUNDERLICH, Überblick über die Krümmungsverhältnisse des Ellipsoides.

Zu beziehen durch den Österreichischen Verein für Vermessungswesen
Wien, VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

Redakteure: Hofrat emer. o. Prof. Dr. h. c. mult. *Eduard Doležal*, Baden b. Wien, Mozartstr. 7
Präsident i. R. Dipl.-Ing. *Karl Lego*, Wien I, Hohenstaufengasse 17

o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. *Hans Rohrer*, Wien IV, Technische Hochschule

Redaktionsbeirat: Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. *Alois Barvir*, Graz, Technische Hochschule
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. *Friedrich Hauer*, Wien IV, Technische Hochschule
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. *Karl Hubeny*, Graz, Techn. Hochschule, Rechbauerstr. 12

Dr. phil. *Karl Ledersteiger*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

wirkl. Hofrat Ing. *Karl Neumaier*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Dipl.-Ing. Dr. jur. *Franz Schiffmann*, Präsident des Bundesamtes für Eich- und

Vermessungswesen, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Redakteur des Annoncentheiles: *KdVD. Dipl.-Ing. M. Schenk*, Wien VIII,

Krotenthallergasse 3

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an *Ober-Rat d. VD. Dipl.-Ing. Ernst Rudolf*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken.

Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich, und zwar Ende jedes geraden Monats.

Redaktionsschluß: jeweils Ende des Vormonats.

Bezugsbedingungen pro Jahr:

Mitgliedsbeitrag für den Verein oder die Österr. Gesellschaft für

Photogrammetrie S 50.—

für beide Vereinigungen zusammen S 55.—

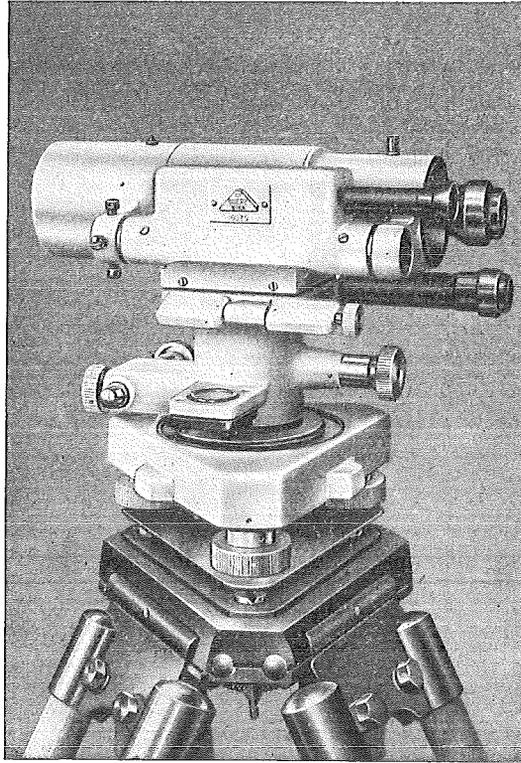
Abonnementgebühr für das Inland S 72.—

Abonnementgebühr für Deutschland DM 15.—

Abonnementgebühr für das übrige Ausland sfr. 15.—

Postscheck-Konto Nr. 119.093

Telephon: A 24-5-60



Modernste geodätische Instrumente höchster Präzision:

Nivellierinstrumente, Type V 200, mit
Horizontalkreis, für genaue technische
Nivellements (siehe Abbildung)

Nivellierinstrumente, Type V 100, ohne
Horizontalkreis, für einfache technische
Nivellements

Doppelpentagone 90 und 180°

Tachymeter-Vollkreis-Transporteure

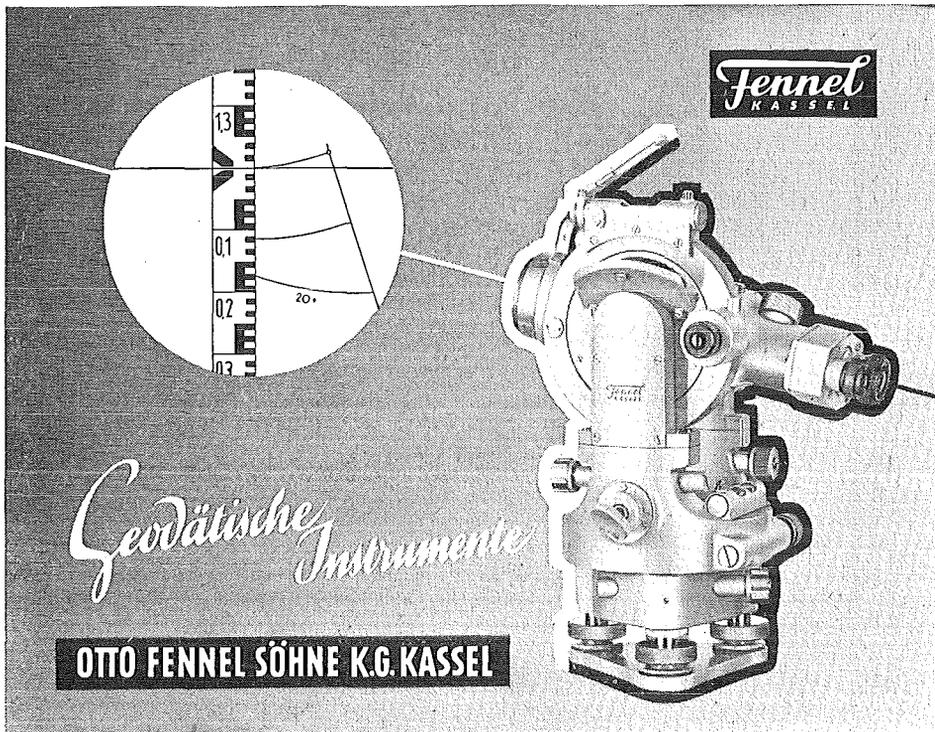
Auftragsapparate, System „Demmer“
System „Mlchalek“

Abschiebedreiecke,
verbesserte Ausführung

Lattenrichter, mit Dosenlibelle

Verlangen Sie ausführliches Prospektmaterial

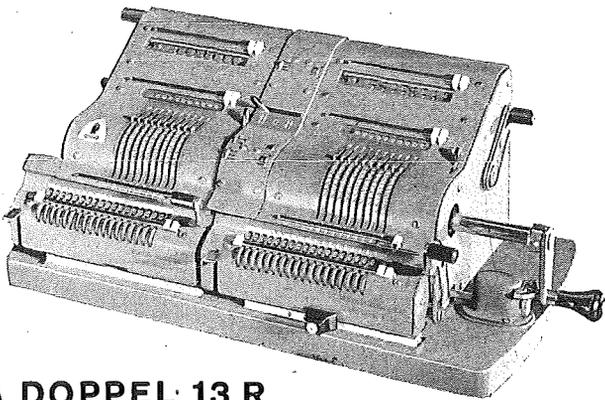
Optische Anstalt **C. P. GOERZ** Gesellschaft m. b. H.
Wien X., Sonnleithnergasse 5 / Telephon Nr. U 42-555 Serie



Fennel
KASSEL

Geodätische Instrumente

OTTO FENNEL SÖHNE K.G. KASSEL

BRUNSVIGA DOPPEL 13 R

für das Vermessungswesen

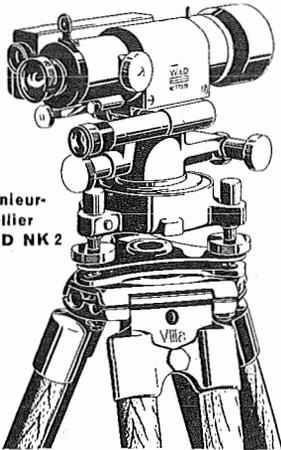
BRUNSVIGA

Vertrieb von Büroeinrichtungen · Rothholz & Faber

Wien I · Wildpretmarkt 1 · Fernruf U 27-0-25



Ingenieur-
Nivellier
WILD NK 2



Auch unter schwierigen klimatischen Verhältnissen

wie in den feuchtheißen Tropen, gibt das WILD-Nivellierinstrument immer zuverlässige, genaue Meßresultate. Es ist speziell gegen Eindringen von Staub oder Feuchtigkeit geschützt. Wer höchste Anforderungen hinsichtlich Genauigkeit und praktischer Eignung an sein Vermessungsinstrument stellen muß, wählt die weltbekannte Marke

WILD
HEERBRUGG

Alleinvertretung und Spezial-Reparaturdienst für Österreich

Rudolf & August Rost Wien XV, Märzstraße 7

Telephon Y 12-1-20

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:
Hofrat Prof. Dr. h. c. mult. E. D o l e ž a l,
Präsident i. R. Dipl.-Ing. K. L e g o und o. ö. Professor Dipl.-Ing. Dr. H. R o h r e r

Nr. 5

Baden bei Wien, Ende Oktober 1954

XLII. Jg.

Die Richtungsübertragung in Streckenkettten

(Mit einer Figurentafel)

Von G. S c h e l l i n g, T. H. G r a z

Die bisher erschienenen Abhandlungen über die Ausgleichung und die Fehlertheorie der Streckenkettten sollen mit der Darstellung der Verhältnisse bezüglich der Winkelgewichte, der Unsicherheit der Richtungsübertragung und des Querfehlers abgerundet werden.

I. WINKELGEWICHTE IN ZENTRALSYSTEMEN

1. Das Gewicht der Winkel in überbestimmten Zentralsystemen

Wir haben in [2] versucht, aus dem Gewicht einzelner Seiten von Zentralsystemen, in denen sämtliche Seiten mit gleicher Meßgenauigkeit vorliegen, auf deren Eignung als Grundfigur einer Streckenkette zu schließen. Die analoge Untersuchung auf Grund des Gewichtes einzelner Winkel kann weitere Schlüsse in dieser Richtung zulassen.

Jeder Winkel in einem Zentralsystem kann mit Hilfe des Cos.-Satzes als Funktion der gemessenen und ausgeglichenen Seiten dargestellt werden (Fig. 1). In der bisherigen Bezeichnungsweise wird jeder Zentralwinkel α_i dargestellt durch

$$\alpha_i = \arccos \frac{r_{i-1}^2 + r_i^2 - s_i^2}{2 r_{i-1} r_i} . \quad (1a)$$

Die beiden peripheren Winkel ergeben sich daraus durch zyklische Vertauschung der Seiten:

$$\beta_i = \arccos \frac{r_i^2 + s_i^2 - r_{i-1}^2}{2 r_i s_i} \quad \gamma_i = \arccos \frac{s_i^2 + r_{i-1}^2 - r_i^2}{2 s_i r_{i-1}} . \quad (1b)$$

Die Ableitungen der obigen Funktionen α_i , β_i und γ_i nach den sie bestimmenden Seiten r_i , r_{i-1} und s_i ergeben die zur Bildung der Gewichtsfunktion erforderlichen Koeffizienten f . Ihre Bestimmung wird uns erleichtert, weil wir die Bedingung in einem einfach überstimmten Zentralsystem durch die Gleichung $F = [\alpha_i] - 2\pi = 0$ formuliert haben¹⁾. Daher sind auch die von uns gesuchten Ableitungen $\frac{\partial \alpha_i}{\partial r_i}$, $\frac{\partial \alpha_i}{\partial r_{i-1}}$ und $\frac{\partial \alpha_i}{\partial s_i}$ bereits in den Ableitungen der Funktion F nach den betreffenden Seiten enthalten, die aber als Koeffizienten $a_{r,i}$, $a_{r,i-1}$ und $a_{s,i}$ der Verbesserungen $v_{r,i}$, $v_{r,i-1}$ und $v_{s,i}$ schon vorliegen²⁾. So finden wir die Koeffizienten f der Funktion α_i und erhalten diejenigen der Funktionen β_i und γ_i entsprechend ihrem Bildungsgesetz durch zyklische Vertauschung.

$$\begin{aligned}
 F &= \alpha_i & F &= \beta_i & F &= \gamma_i \\
 f_{r,i} &= \frac{r_{i-1} \cos \alpha_i - r_i}{\text{sign} \sin \alpha_i 2 J_i} & f_{r,i} &= \frac{s_i \cos \beta_i - r_i}{\text{sign} \sin \beta_i 2 J_i} & f_{r,i} &= \frac{r_i}{\text{sign} \sin \gamma_i 2 J_i} \\
 f_{r,i-1} &= \frac{r_i \cos \alpha_i - r_{i-1}}{\text{sign} \sin \alpha_i 2 J_i} & f_{r,i-1} &= \frac{r_{i-1}}{\text{sign} \sin \beta_i 2 J_i} & f_{r,i-1} &= \frac{s_i \cos \gamma_i - r_{i-1}}{\text{sign} \sin \gamma_i 2 J_i} \quad (2) \\
 f_{s,i} &= \frac{s_i}{\text{sign} \sin \alpha_i 2 J_i} & f_{s,i} &= \frac{r_i \cos \beta_i - s_i}{\text{sign} \sin \beta_i 2 J_i} & f_{s,i} &= \frac{r_{i-1} \cos \gamma_i - s_i}{\text{sign} \sin \gamma_i 2 J_i}
 \end{aligned}$$

Wenn im folgenden Vergleiche zwischen verschiedengestaltigen Figuren angestellt werden, dann ist stets angenommen, daß die jeweils größte in einer Figur vorkommende Seite einer Vergleichsstrecke „ l “ gleichgesetzt wird.

2. Das Gewicht der Winkel in regelmäßigen Zentralsystemen

Unter Benutzung der Vereinfachungen zufolge der symmetrischen Gestalt der regelmäßigen Zentralsysteme³⁾ und der graphischen Methode zur Ermittlung der Koeffizienten⁴⁾ erhalten wir ohne Schwierigkeit die Gewichte der Winkel der regelmäßigen Zentralsysteme Z_n vor und nach der Ausgleichung, die wir für den eingeschränkten Bereich $3 \leq n \leq 6$ zusammenstellen.

Wir bemerken die Zunahme der Gewichte aller Winkel, sowohl vor als auch nach der Ausgleichung, beim Übergang vom Zentralsystem Z_3 zum Z_6 . Das heißt also, daß die Zentral- und peripheren Winkel im Sechseck mit Radialseiten genauer sind als z. B. im Dreieck mit Radialseiten. Bezüglich der Genauigkeit der einzelnen Seiten der Zentralsysteme stellten wir die umgekehrte Tendenz fest⁵⁾.

Die Bestimmung der Winkelgewichte in einem regelmäßigen Zentralsystem gibt aber auch bereits Aufschluß über die Nutzbarkeit zusätzlicher Winkelmessungen.

Ferner kann bei Verwendung von Richtungsmessungen zur Einschaltung weiterer Punkte in ein bereits ausgeglichen vorliegendes Strecken-

Gewichtsreziproke	n			
	3	4	5	6
1. des Zentralwinkels $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ eines Z_n				
a) vor d. Ausgl.: $l^2 [ff] =$ $= \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} 4 (2 - \cos \alpha)$	30	8	3,58	2
b) nach d. Ausgl.: $l^2 \frac{1}{P} =$ $= \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{4}{n} \left\{ (2 - n) \cos \alpha + 2n - 3 \right\}$	14	5	2,58	1,55
c) Gewichtserhöhung durch Ausgl. in %	53	38	28	22
2. des peripheren Winkels $\beta = \gamma = \frac{n-2}{2n} \pi$				
a) vor d. Ausgl.: $l^2 [ff] =$ $= \frac{1}{1 + \cos \alpha} (2 \cos^2 \alpha - \cos \alpha + 3)$	8	3	2,16	2
b) nach d. Ausgl.: $l^2 \frac{1}{P} = \frac{1}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{1}{n}$ $\left\{ (n-1) 2 \cos^2 \alpha + (5-n) \cos \alpha + 3n - 3 \right\}$	4	2,25	1,95	1,89
c) Gewichtserhöhung durch Ausgl. in %	50	25	10	5

Tabelle 1

netz die Orientierung der gemessenen Sätze entsprechend den Gewichten der verschiedenen Winkel zwischen den definierten und in die Satzmessung einbezogenen Richtungen erfolgen. Dabei kann man sich die Horizontbedingung im Zentralpunkt nutzbar machen: Es wird in einem Zentralsystem mit n Zentralwinkel das Gewicht der Summe von k Zentralwinkel gleich dem Gewicht der Ergänzung, also der Summe von $(n-k)$ Zentralwinkel. Desgleichen ist das Gewicht eines Zentralwinkels α gleich der Summe der beiden im selben Dreieck des Zentralsystems gelegenen peripheren Winkel β und γ , wobei im regelmäßigen Zentralsystem $\beta = \gamma$ gilt. Diese aus der Horizontbedingung im Zentralpunkt jedes Systems und aus der Winkelsumme im Dreieck selbstverständlich folgenden Beziehungen ermöglichten die Kontrolle der allgemein geführten Ableitungen.

Wir geben nachstehend für vier Zentralsysteme die Gewichtsreziproken einiger Winkelsummen vor und nach der Ausgleichung.

Wie wir später sehen werden, sind bei der Richtungsübertragung in Ketten, die sich aus regelmäßigen Z. S. Z_4 bilden lassen, Summen von Peripheriewinkel, bei Ketten, die aus regelmäßigen Z. S. Z_6 entstehen, jedoch Summen von Zentralwinkel maßgeblich beteiligt. Der obigen Zusammenstellung entnehmen wir nun als qualitatives Ergebnis eine Zunahme

Gewichtsreziproke	n			
	3	4	5	6
1. des Winkels $\delta_i = \alpha_i + \alpha_{i+1} = \frac{4\pi}{n}$				
a) vor d. Ausgl.: $l^2 [ff] =$ $= \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} 4 (5 - 3 \cos \alpha)$	30	20	8,60	4,67
b) nach d. Ausgl.: $l^2 \frac{1}{P} =$ $= \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{4}{n} \left\{ (8 - 3n) \cos \alpha + 5n - 12 \right\}$	14	8	4,58	2,89
c) Gewichtserhöhung durch Ausgl. in %	53	60	40	38
2. des Winkels $\epsilon_i = \beta_i + \gamma_{i+1} = \frac{n-2}{n} \pi$				
a) vor d. Ausgl.: $l^2 [ff] =$ $= \frac{2}{1 + \cos \alpha} (4 \cos^2 \alpha - \cos \alpha + 3)$	2	6	4,70	4,67
b) nach d. Ausgl.: $l^2 \frac{1}{P} = \frac{1}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{2}{n}$ $\left\{ (4n - 4) \cos^2 \alpha + (10 - n) \cos \alpha + 3n - 6 \right\}$	2	3	3,69	4,22
c) Gewichtserhöhung durch Ausgl. in %	● 50		21	10

Tabelle 2

des Gewichtes der Summe zweier Zentralwinkel und die Abnahme des Gewichtes der Summe zweier Peripheriewinkel mit wachsendem n . Dies ist offenbar für beide der genannten Ketten günstig, so daß mit Berücksichtigung des zahlenmäßigen Ergebnisses in Tabelle 2 zu erwarten ist, daß sowohl aus dem Sechseck als auch aus dem Quadrat mit Radialseiten Ketten mit günstiger Richtungsübertragung gebildet werden können.

Von den regelmäßigen Z. S. bieten sich also das Z_4 und das Z_6 an, für die wir deshalb die entsprechenden Funktionswerte für zwei weitere interessierende Winkelsummen bekanntgeben.

Im Z_4 erhalten wir für die Richtungsübertragung zwischen zwei einander gegenüberliegenden Außenseiten die Werte

$$a) l^2 [ff] = 12 \text{ bzw. } 14 \quad , \quad b) l^2 \frac{1}{P} = 2 \quad , \quad c) 83 \text{ bzw. } 71 \%.$$

Im Z_6 erhalten wir für die Summe dreier Zentralwinkel

$$\eta = \alpha_{i-1} + \alpha_i + \alpha_{i+1}$$

$$a) l^2 [ff] = \frac{22}{3} \quad , \quad b) l^2 \frac{1}{P} = \frac{10}{3} \quad , \quad c) \text{ Gewichtserhöhung } 55 \%.$$

3. Das Gewicht der Winkel weiterer Zentralsysteme

Außer den Winkel regelmäßiger Zentralsysteme wurden Einzelwinkel und Winkelsummen weiterer Z. S. untersucht, die zum Teil bereits in [2] vom Standpunkt der Seitengewichte auf ihre Eignung als Grundfigur einer Streckenkette geprüft worden sind. Es sind dies der Rhombus mit Diagonalen und seine spezielle Form, das Quadrat mit Diagonalen (Fig. 3), das Zentralsystem nach Figur 4 mit variablem Öffnungswinkel α sowie das aus diesem hervorgegangene dreifach überbestimmte Z. S. nach Figur 5. Die teilweise sehr umfangreichen Berechnungen ergaben folgendes Ergebnis:

a) Der Rhombus mit Diagonalen (Fig. 3).

Zur vollständigen Beurteilung dieser Figuren genügt bei Kenntnis der allgemeinen Struktur der Gewichtsreziproken die Angabe spezieller Werte dieser Größen für $\alpha \leq 45^\circ$; denn für $\alpha > 45^\circ$ vertauschen die beiden Diagonalen ihre Eigenschaft als vorgegebene größte Länge „ l “ der Figur. Da α und β zudem Komplementärwinkel sind, ist das Gewicht des einen Winkels gleich dem Gewicht des anderen bei komplementärem Öffnungswinkel des Rhombus:

$$\left(\frac{1}{P(\beta)}\right)_{\alpha=\alpha_i} = \left(\frac{1}{P(\alpha)}\right)_{\alpha=90-\alpha_i}.$$

Diese Feststellung gilt ebenso für die Gewichte der Winkel γ und δ .

Wir geben die Gewichtsreziproken verschiedener Winkel vor und nach der Ausgleichung als Funktion des Öffnungswinkels α_i allgemein, und für drei spezielle Werte von α_i numerisch an.

Wir bemerken den stark asymptotischen Charakter der Gewichtsfunktionen der Winkel α bis ε , die jedoch alle für den Öffnungswinkel $\alpha_i = 45^\circ$ den günstigsten Wert annehmen. Das Quadrat mit Diagonalen (Fig. 3) ist also die günstigste aller Rhombusformen.

b) Das Zentralsystem nach Figur 4 (Doppelkette) mit variablem Winkel α .

In diesem Z. S., das für $\alpha = 60^\circ$ in das regelmäßige Z. S. Z_6 übergeht, und dessen Konfiguration für $\alpha = 45^\circ$ in Figur 4 dargestellt ist, wurde zunächst das Gewicht des für die Richtungsübertragung maßgeblichen Winkels η bestimmt. Es ergibt sich für diesen Winkel:

a) das Gewicht vor der Ausgleichung:

$$[ff] = \frac{2}{l^2 \sin^2 \alpha} (16 \cos^6 \alpha - 16 \cos^5 \alpha - 12 \cos^4 \alpha + 24 \cos^3 \alpha - \cos^2 \alpha - 8 \cos \alpha + 5)$$

b) Das Gewicht nach der Ausgleichung:

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{l^2 \sin^2 \alpha} (16 \cos^6 \alpha - 16 \cos^5 \alpha - 12 \cos^4 \alpha + 24 \cos^3 \alpha - 2 \cos^2 \alpha - 8 \cos \alpha + 5),$$

wofür man auch schreiben kann $\frac{1}{P(\eta)} = \frac{1}{2} [ff] - \frac{\cotg^2 \alpha}{l^2}$.

Winkel	Gewichtsreziproke a) vor der Ausglei chung b) nach der Ausglei chung	α_i		
		15°	30°	45°
α	a) $l^2 [ff] = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (4 \cos^4 \alpha - 3 \cos^2 \alpha + 2)$	40	8	3
	b) $l^2 \frac{1}{P} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (2 \cos^4 \alpha - 3 \cos^2 \alpha + 2)$	14	3,5	2
β	a) $l^2 [ff] = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (4 \sin^4 \alpha - 3 \sin^2 \alpha + 2)$	27	6	3
	b) $l^2 \frac{1}{P} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (2 \sin^4 \alpha - 3 \sin^2 \alpha + 2)$	27	5,5	2
γ	a) $l^2 [ff] = 4 \cotg^2 \alpha (2 \cos^2 \alpha + 1)$	160	30	8
	b) $l^2 \frac{1}{P} = 4 \cotg^2 \alpha$	56	12	4
δ	a) $l^2 [ff] = 4 (2 \sin^2 \alpha + 1)$	4,5	6	8
	b) $l^2 \frac{1}{P} = 4$	4	4	4
ϵ	a) $l^2 [ff] = 3 (1 + \cotg^2 \alpha)$	45	12	6
	b) $l^2 \frac{1}{P} = 1 + \cotg^2 \alpha$	15	4	2

Tabelle 3

Anschließend geben wir die numerischen Werte der Gewichtsreziproken als Funktion des Öffnungswinkels α .

α	$l^2 [ff]$	$l^2 \frac{1}{P} (\eta)$
10°	501,8	218,7
20°	110,3	47,6
30°	40,9	17,5
35°	27,3	11,6
40°	19,1	8,2
45°	14,0	6,0
50°	10,7	4,7
55°	8,6	3,8
60°	7,3	3,3

Tabelle 4

Wir haben die Zusammenstellung in Tabelle 4 bei $\alpha = 60^\circ$ abgebrochen, weil für $\alpha > 60^\circ$ nicht mehr die längste Seite des Z. S. in der Längsrichtung einer zu bildenden Kette liegt und somit laut Voraussetzung eine größere Anzahl von Zentralsystemen zur Überbrückung einer Distanz $L = n \cdot l$ aneinandergereiht werden müssen. Es läßt sich zeigen, daß die mit der Vergrößerung des Winkels α über 60° verbundene Gewichtserhöhung den Nachteil der Vermehrung der Zentralsysteme nicht aufzuheben vermag. Tabelle 4 zeigt den Verlauf der Gewichtsfunktion für den Winkel η und legt nahe, den Bereich der zu ver-

wendenden Zentralsysteme dieses Typus mit $45^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ zu beschränken.

Im Zentralsystem mit $\alpha = 60^\circ$ findet die günstigste Richtungsübertragung statt. Dieses System ist identisch mit dem regelmäßigen Z. S. Z_6

(I., 2.). Nachfolgend stellen wir die Gewichtsreziproken der verschiedenen Winkel dieser Z. S. nur mehr für die beiden Figuren mit den den günstigen Anwendungsbereich begrenzenden Winkel $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 60^\circ$ dar (Tabelle 5).

Da das Z. S. mit $\alpha = 45^\circ$ einen wenn auch nicht bedeutend kleineren Längenfehler aufweist als das System mit $\alpha = 60^\circ$, andererseits letzteres System eine wesentlich bessere Richtungsübertragung gewährleistet, soll untersucht werden, ob sich das Gewicht der Richtungsübertragung im System mit $\alpha \leq 45^\circ$ erhöhen läßt, wenn man zwei weitere Strecken quer zur Längsrichtung als „Versteifung“ einführt. Dieses System, wieder mit beliebigem Öffnungswinkel α , wird im folgenden behandelt und ist in Figur 5 für $\alpha = 45^\circ$ dargestellt. Dabei interessieren nur Systeme mit $\alpha \leq 45^\circ$, weil für einen größeren Öffnungswinkel α die Länge der neu eingeführten Seiten diejenige der Seiten in der Längsrichtung überschreitet und damit die nachteiligen Folgen einer Vermehrung der Einzelfiguren im Verbands einer Kette eintreten.

c) *Das Zentralsystem nach Figur 5 mit variablem Winkel α .*

Wir stellen zunächst fest, ob bei den gegebenen Voraussetzungen eine Versteifung der Zentralsysteme nach Figur 4 durch zwei gemessene Strecken quer zur Längsausdehnung des Z. S., bzw. der zu bildenden Kette, eine Erhöhung des Gewichtes für den maßgeblichen Winkel η ergibt.

In diesem dreifach überbestimmten Z. S. wählen wir zur Formulierung der drei Bedingungsgleichungen folgende drei einfach überbestimmte Zentralsysteme, die einen gemeinsamen Zentralpunkt besitzen: 1. Das Z. S. nach Figur 4, 2. und 3. je einen Rhombus mit Diagonalen. Bezeichnen wir die Koeffizienten der Verbesserungen in den drei Bedingungsgleichungen mit a, b und c, so lautet die Gewichtsgleichung

$$\frac{1}{P(\eta)} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf \cdot 1]^2}{[bb \cdot 1]} - \frac{[cf \cdot 2]^2}{[cc \cdot 2]}.$$

Dafür können wir auch schreiben:

$$\left(\frac{1}{P(\eta)} \right)_{\text{Fig. 5}} = \left(\frac{1}{P(\eta)} \right)_{\text{Fig. 4}} - \frac{[bf \cdot 1]^2}{[bb \cdot 1]} - \frac{[cf \cdot 2]^2}{[cc \cdot 2]}.$$

Soll das Gewicht des Winkels η in den beiden Zentralsystemen nach Figur 5 und Figur 4 verschieden sein, so muß $[bf \cdot 1]$ oder $[cf \cdot 2] \neq 0$ sein. Wir finden, bei beliebigem α , $[aa] = 2 [af]$ und $[ab] = [bc] = 2 [bf] = 2 [cf]$. Daraus folgt jedoch unmittelbar $[bf \cdot 1] = [cf \cdot 1] = [cf \cdot 2] = 0$.

Das Gewicht des Winkels η ist, wie zu erwarten war, in den Z. S. nach Figur 4 und Figur 5 gleich groß, und zwar unabhängig vom Öffnungswinkel α . In den entsprechenden Ketten ist daher durch die Messung der Querseiten keine Verbesserung der Richtungsübertragung und des Querfehlers des Kettenendpunktes zu erwarten. Es verbleibt lediglich zufolge der größeren Zahl von Bedingungen in einer Kette, die aus Figur 5 abzuleiten ist, eine bessere Kenntnis der inneren Genauigkeit, die aber von wesent-

licher Bedeutung sein kann, wenn es gilt, systematische Fehleranteile zu eliminieren.

Der gewichtserhöhende Einfluß der Einführung zweier Querseiten auf einige andere Winkel des Z. S. mit $\alpha = 45^\circ$ ist aus der vergleichenden Zusammenstellung in Tabelle 5 ersichtlich.

Winkel	Vor der Ausgl.: $[[f]] l^2$			Nach der Ausgl.: $\frac{1}{P} l^2$		
	Figur 4		Figur 5	Figur 4		Figur 5
	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 45^\circ$
α	2	3	3	1,89	3	1,96
β	2	3	3	1,55	2,5	1,70
γ	2	8	8	1,89	7,5	3,87
δ	2	3	3	1,89	2,5	2,06
ϵ	2	8	8	1,55	6	4,80
ζ	4,67	11	11	4,22	9	5,33
η	7,33	14	14	3,33	6	6

Tabelle 5

II. DIE RICHTUNGSÜBERTRAGUNG IN STRECKENKETTEN

1.

Wir stellen uns die Aufgabe, zu untersuchen, mit welcher Genauigkeit die Richtung durch eine der ausgewählten Streckenkettens von der ersten auf die letzte in der Längsrichtung der Kette gelegenen Seite übertragen wird. Dabei wird die Kette wieder wie beim Längenfehler für sich allein betrachtet, also ohne Anschlußzwang oder andere netzfremde Bedingungen (freie Kette).

Die Richtungsübertragung kann in jeder Kette auf verschiedenem Weg erfolgen, muß jedoch nach der Ausgleichung zu gleichen Ergebnissen führen. Wir wählen die Übertragung der Richtung durch die Winkel β_i Figuren (6 bis 9). Eine jeweils andere Art der Übertragung wurde als unabhängige Rechenkontrolle durchgeführt und wird hier nicht weiter erwähnt.

Die gesuchte Funktion ist somit $K(s_{jk}) = [\beta]_{i=1}^{i=n-1}^{-1}$, wobei β_i selbst als Summe einzelner Winkel von je zwei benachbarten Zentralsystemen auftritt: $\beta_i = [\alpha_i]$. Die Zahl der Winkel α_i , aus welchen sich β_i zusammensetzt, ist von der Kettenform abhängig. Bei den Ketten nach Figur 8 und 9 beträgt sie drei, bei denjenigen nach Figur 6 und 7 vier, bzw. zwei. Mit s_{jk} bezeichnen wir eine Seite der Kette, wobei j die Ordnungszahl des Zentralsystems innerhalb der Kette und k die Ordnungszahl der Seite innerhalb eines Z. S. bedeutet. Zur Gewichtsbestimmung der Funktion $K(s_{jk})$ benötigen wir wieder deren partielle Ableitungen nach den gemessenen Seiten s_{jk} . Diese Differentialquotienten $\frac{\partial K}{\partial s_{jk}} = \frac{\partial [\beta]}{\partial s_{jk}}$ reduzieren sich auf den Ausdruck

$\frac{\partial \beta_{i-1}}{\partial s_{jk}} + \frac{\partial \beta_i}{\partial s_{jk}}$, weil bei einer Änderung der Seite s_{jk} die Funktion $K = [\beta]$

nur durch die Veränderung der beiden Winkel β_{i-1} und β_i beeinflusst werden kann. Die Differentialquotienten erhält man entsprechend $\frac{\partial \beta_i}{\partial s_{jk}} = \frac{\partial}{\partial s_{jk}} ([\alpha_{ij}]_i)$ einfach mittels der bereits mehrfach erwähnten graphischen Methode⁴⁾. Es resultiert für jede Kettenform ein einfaches Schema. Die Koeffizienten $\frac{\partial K}{\partial s_{jk}} = f_{jk}$ sind für entsprechende Seiten s_k des ersten und letzten Zentralsystems einerseits und aller übrigen Zentralsysteme andererseits aus Symmetriegründen gleich groß. Die Gewichtsfunktion bestimmen wir dann unter Zuhilfenahme des Verfahrens zur Bestimmung von Funktionsgewichten in überbestimmten symmetrischen Streckenkettensystemen [3].

2.

Da es uns letztlich nicht nur um die absolute Größe des Fehlers der Richtungsübertragung, sondern um einen Vergleich dieser Werte für verschiedene Kettenformen geht, müssen wir den Vergleichsmaßstab definieren. In allen ausgewählten und zu Ketten zusammengeführten Z. S. kommen in der Längserstreckung nur zwei Seitenlängen vor; sie verhalten sich zueinander wie Seite und Diagonale eines Quadrates. Die längere vorkommende Strecke haben wir als Vergleichsstrecke „ l “ festgelegt. Je nach Art der Kette liegen daher die die Richtungsübertragung bewerkstellenden Winkel β um die Strecke l oder $l \frac{\sqrt{2}}{2}$ voneinander entfernt. Wir bestimmen zunächst die Gewichtsfunktion für jede Kette unter der Annahme von $n-1$ Richtungsübertragungen, so daß die Länge L der Kette entweder $n \cdot l$ oder $n \cdot l \frac{\sqrt{2}}{2}$ beträgt. Anschließend gehen wir zu einer Vergleichslänge $\bar{L} = n \cdot l$ über. Damit erhalten wir abschließend eine vergleichende Gegenüberstellung des Gewichtes einer Richtung, welche durch die verschiedenen Ketten der gleichbleibenden Länge \bar{L} von der ersten auf die letzte in der Längsrichtung der Kette gelegenen Seite übertragen wird.

Wir entsprechen dem Ergebnis der Untersuchung der für die Richtungsübertragung maßgeblichen Winkel in verschiedenen Grundfiguren durch eine etwas ausführlichere Behandlung der doppelten Dreieckskette mit dem Öffnungswinkel α nach Figur 8, die sich aus Einzelsystemen nach Figur 4 zusammensetzt. Obwohl wir von vornherein die Konfiguration mit $\alpha = 60^\circ$ als günstigste zu erwarten haben, führen wir die Untersuchung doch allgemein, um den Einfluß einer Änderung von α auf den Fehler der Richtungsübertragung zu erfassen. Die numerischen Werte für die Kette mit $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 60^\circ$ sind in Tabelle 6 enthalten.

Für das Gewicht der Richtungsübertragung vor der Ausgleichung erhalten wir:

$$[//] = \frac{2}{l^2 \sin^2 \alpha} \left\{ n (16 \cos^6 \alpha - 16 \cos^5 \alpha - 12 \cos^4 \alpha + 16 \cos^3 \alpha + 4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1) - 16 \cos^6 \alpha + 16 \cos^5 \alpha + 12 \cos^4 \alpha - 8 \cos^3 \alpha - 9 \cos^2 \alpha + 3 \right\}.$$

Diese Funktion stellt zugleich auch die Gewichtsreziproke einer einfachen Dreieckskette dar.

Das Konvergenzglied der Gewichtsfunktion (siehe [3]) ergibt sich mit

$$\frac{\bar{B}^2}{\bar{A}} = \frac{B_2^0{}^2}{A_1 + 2K} = \frac{B_2^0}{2} = \frac{1}{l^2 \sin^2 \alpha} (16 \cos^6 \alpha - 16 \cos^5 \alpha - 12 \cos^4 \alpha + 16 \cos^3 \alpha + 6 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1).$$

Wir ersetzen in der Gewichtsfunktion auch die ersten Terme durch den Konvergenzausdruck $\frac{\bar{B}^2}{\bar{A}}$ und erhalten damit einen groben Näherungswert:

$$\begin{aligned} \frac{1}{P} &= [ff] - (n-1) \frac{\bar{B}^2}{\bar{A}} = \\ &= \frac{1}{l^2 \sin^2 \alpha} \left\{ n (16 \cos^6 \alpha - 16 \cos^5 \alpha - 12 \cos^4 \alpha + 16 \cos^3 \alpha + 2 \cos^2 \alpha - \right. \\ &\quad \left. - 4 \cos \alpha + 1) - 16 \cos^6 \alpha + 16 \cos^5 \alpha + 12 \cos^4 \alpha - 12 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 7 \right\}. \end{aligned}$$

Dieser Näherungswert der Gewichtsfunktion $\frac{1}{P}$ nimmt mit wachsendem α stetig ab, erreicht für $\alpha = 45^\circ$ den Wert $\frac{1}{l^2} (2n + 4)$ und für $\alpha = 60^\circ$ den Wert $\frac{1}{l^2} \left(\frac{2}{3} n + 4 \right)$. Die berechneten exakten Werte der Gewichtsfunktion ergeben sich hingegen mit

$$\left(\frac{1}{P} \right)_{\alpha=45^\circ} = \frac{1}{l^2} (2n + 2) \quad \text{und} \quad \left(\frac{1}{P} \right)_{\alpha=60^\circ} = \frac{1}{l^2} \left(\frac{2}{3} n + 2 \right).$$

Das Ergebnis der Untersuchung für die übrigen Kettenformen stellen wir in Tabelle 6 zusammen.

Gewichtsreziproke der Richtungsübertragung von der ersten auf die letzte Längsseite einer Streckenkette				
Kette nach	Länge	vor der Ausgl.	nach der Ausgl.	nach der Ausgl. Länge der Kette $\bar{L} = n \cdot l$
		$l^2 [ff]$	$l^2 \frac{1}{P}$	$l^2 \frac{1}{P}$
Fig. 6 (Z ₄)	$n \cdot l$	$16n - 18$	$2n + 2$	$2n + 2$
Fig. 7, $\alpha = 45^\circ$	$n \cdot l \frac{\sqrt{2}}{2}$	$24n - 28$	$4n$	$4 \sqrt{2} n$
Fig. 8, $\alpha = 60^\circ$	$n \cdot l$	$\frac{8}{3} n + 2$	$\frac{2}{3} n + 2$	$\frac{2}{3} n + 2$
Fig. 8, $\alpha = 45^\circ$	$n \cdot l$	$8n - 2$	$2n + 2$	$2n + 2$
Fig. 9, $\alpha = 45^\circ$	$n \cdot l$	$8n - 2$	$2n + 2$	$2n + 2$

Tabelle 6

Das Quadrat des mittleren Richtungsfehlers der letzten Längsseite einer freien Streckenkette ist im wesentlichen proportional zur Länge der Kette.

III. DER QUERFEHLER IN STRECKENKETTEN

1.

Wir legen die positive x -Achse eines orthogonalen Koordinatensystemes in die durch den Anfangspunkt A einer Streckenkette gehende und in die Längsrichtung der Kette weisende Seite. Dann können wir — eine gestreckte Kette vorausgesetzt — ohne wesentliche Vernachlässigung den Fehler der y -Koordinate des Endpunktes B der Kette als den Querfehler bezeichnen. Wir haben demgemäß y_B als Funktion der gemessenen und ausgeglichenen Seiten der Kette darzustellen. Das Gewicht dieser Funktion vermittelt den Querfehler. Wir bestimmen y_B wie in einem Polygonzug und führen anschließend die durch die gestreckte Form der Kette und die Kongruenz der einzelnen Z. S. bedingten Vereinfachungen durch.

$$y_B = H(s_{jk}) = [s_{j2} \sin \tau_j]_{j=1}^{i=n} \quad , \quad \tau_j = [\beta_i]_{i=0}^{j-1} - (j-1)\pi \quad , \quad \beta_0 = 0. \quad (3)$$

Hierin bedeutet s_{j2} die an der Koordinatenübertragung beteiligte Seite des Polygonzuges im Zentralsystem der Ordnungszahl j , während τ_j den Richtungswinkel dieser Seite angibt.

Zufolge der Voraussetzungen sind die τ_j sehr kleine Winkel. Wir schreiben daher:

$$y_B = H(s_{jk}) = [s_{j2} \cdot \tau_j]_{j=1}^{i=n} = [s_{j2} \{ [\beta_i]_{i=0}^{j-1} - (j-1)\pi \}]_{j=1}^{i=n} \quad (4a)$$

oder ausführlich angeschrieben

$$y_B = H(s_{jk}) = s_{22} (\beta_1 - \pi) + s_{3,2} (\beta_1 + \beta_2 - 2\pi) + \dots + s_{n2} (\beta_1 + \dots + \beta_{n-1} - (n-1)\pi). \quad (4b)$$

2.

Als nächsten Schritt haben wir die Ableitungen der Funktion $H(s_{jk})$ nach den Seiten der Kette zu bilden. Wir wählen ganz allgemein die Ableitung nach der Seite mit der Ordnungszahl p im Z. S. der Ordnungszahl r .

$$\frac{\partial H(s_{jk})}{\partial s_{rp}} = f_{rp} = \left[\frac{\partial s_{j2}}{\partial s_{rp}} \cdot \tau_j + s_{j2} \frac{\partial \tau_j}{\partial s_{rp}} \right]_{j=1}^{i=n}. \quad (5)$$

Wegen der beiden Voraussetzungen — gestreckte Kette und Kongruenz der Z. S. — ist $\tau_j \sim 0$, $s_{j2} = \text{const.} = s$. Ferner gilt

$$\frac{\partial s_{j2}}{\partial s_{rp}} = 0 \quad \text{für } j \neq r \\ \frac{\partial s_{j2}}{\partial s_{rp}} = 1 \quad \text{für } j = r.$$

Somit erhalten wir

$$f_{rp} = s \left[\frac{\partial \tau_j}{\partial s_{rp}} \right]_{j=1}^{i=n}, \quad (6)$$

oder auch

$$f_{rp} = s \frac{\partial}{\partial s_{rp}} \left\{ (n-1) \beta_1 + (n-2) \beta_2 + \dots + \beta_{n-1} \right\} = s \frac{\partial}{\partial s_{rp}} \left[(n-i) \beta_i \right]_{i=1}^{i=n-1}. \quad (7)$$

Da es sich wieder um die Ableitungen der Winkel β_i nach einer Seite s_{rp} handelt, gelten die Bemerkungen des Abschnittes II, 1., denen zufolge gilt:

$$\frac{\partial \beta_i}{\partial s_{rp}} = 0 \text{ für } i \neq r-1 \text{ und } i \neq r.$$

Daher reduziert sich die Gleichung (7) auf den Ausdruck

$$f_{rp} = s \left\{ (n-r+1) \frac{\partial \beta_{r-1}}{\partial s_{rp}} + (n-r) \frac{\partial \beta_r}{\partial s_{rp}} \right\}. \quad (8)$$

Kehren wir, nachdem alle Summationen durchgeführt sind, wieder zu den laufenden Indizes zurück, so erhalten wir

$$f_{jk} = s \left\{ (n-j+1) \frac{\partial \beta_{j-1}}{\partial s_{jk}} + (n-j) \frac{\partial \beta_j}{\partial s_{jk}} \right\}. \quad (9)$$

Damit ist aber die Bildung der Koeffizienten f_{jk} der Funktion H (s_{jk}) auf die Bestimmung der Koeffizienten der im vorigen Abschnitt behandelten Funktion K (s_{jk}) zurückgeführt.

3.

Mit Hilfe der graphischen Methode der Koeffizientenermittlung⁴⁾ können die Werte f_{jk} direkt einer zeichnerischen Darstellung der Streckenkette entnommen werden. Wir haben die Koeffizienten anschließend quadriert und mit Anwendung der Regeln zur Summation arithmetischer Reihen höherer Ordnung die Koeffizientensumme $[ff]$ für jede Kette gebildet.

Bei der Bildung der Summen $[af]$, $[bf]$ usw. und deren Reduktionsstufen ergibt sich ein für alle Ketten gültiges Bildungsgesetz, aus dem schließlich die Terme der Gewichtsfunktion folgten⁶⁾. Ohne auf den beträchtlichen Umfang an allgemeinen Entwicklungen und speziellen Berechnungen weiter einzugehen, sei das sich ergebende Fehlergesetz für den Querfehler mitgeteilt:

$$\frac{1}{P(H)} = \frac{s^2}{l^2} (c_0 + c_1 n + c_2 n^2 + c_3 n^3).$$

Da n proportional zur Länge L der Kette ist, kann das mittlere Quadrat des Querfehlers durch ein Polynom dritten Grades in L dargestellt werden:

$$\frac{1}{P(H)} = (d_0 + d_1 L + d_2 L^2 + d_3 L^3).$$

Hiebei haben wir den Faktor $\frac{s^2}{l^2}$, der das Verhältnis der Länge einer in der Längsrichtung der Kette gelegenen Seite zur größten Seite „ l “ charakterisiert, in den Koeffizienten d bereits berücksichtigt. Das Ergebnis der behandelten Kettenformen stellen wir nachfolgend zusammen.

Dem Querfehler einer Streckenkette zugeordnete Gewichtsreziproke				
Kette nach	Länge	vor der Ausgl.	nach der Ausgl.	nach der Ausgl. Länge der Kette $\bar{L} = n \cdot l$
		$9 [//]$	$9 \frac{1}{P}$	$9 \frac{1}{P}$
Fig. 6 (Z_4)	$n \cdot l$	$48 n^3 - 81 n^2 + 33 n$	$6 n^3 + 9 n^2 - 15 n$	$6 n^3 + 9 n^2 - 15 n$
Fig. 7, $\alpha = 45^0$	$n \cdot l \frac{\sqrt{2}}{2}$	$36 n^3 - 63 n^2 + 27 n$	$6 n^3 - 6 n$	$12 \sqrt{2} n^3 - 6 \sqrt{2} n$
Fig. 8, $\alpha = 60^0$	$n \cdot l$	$8 n^3 + 9 n^2 - 17 n$	$2 n^3 + 9 n^2 - 11 n$	$2 n^3 + 9 n^2 - 11 n$
Fig. 8, $\alpha = 45^0$	$n \cdot l$	$24 n^3 - 9 n^2 - 15 n$	$6 n^3 + 9 n^2 - 15 n$	$6 n^3 + 9 n^2 - 15 n$
Fig. 9, $\alpha = 45^0$	$n \cdot l$	$24 n^3 - 9 n^2 - 15 n$	$6 n^3 + 9 n^2 - 15 n$	$6 n^3 + 9 n^2 - 15 n$

Tabelle 7

Die Genauigkeit der Richtungsübertragung und der Querfehler einer Streckenkette hängen eng miteinander zusammen. Daher folgt auch aus dem Querfehler an Hand der Tabelle 7 eine gleichartige Qualifikation der einzelnen Kettenformen wie bei der Richtungsübertragung.

Da die Formeln für $n - 1$ Richtungsübertragungen, bzw. für n Längsseiten einer Kette entwickelt wurden, gelten sie für $n \geq 2$. Für $n = 2$ können wir den Querfehler auch direkt aus dem Gewicht der Richtungsübertragung bilden: $s^2 \frac{1}{P(K)} = \frac{1}{P(H)}$. Wir finden diese Bedingung in allen untersuchten Ketten erfüllt, was als Rechenkontrolle gelten kann.

IV. DAS VERHÄLTNISS VON QUERFEHLER ZU LÄNGSFEHLER IN STRECKENKETTEN

Entsprechend dem allgemeinen Fehlergesetze für die Länge einer Streckenkette ist $\frac{1}{P(F)} = e_0 + e_1 L$, während die dem Querfehler zugeordnete Gewichtsfunktion durch $\frac{1}{P(H)} = d_0 + d_1 L + d_2 L^2 + d_3 L^3$ dargestellt werden kann. Damit ergibt sich für das Verhältnis $\frac{P(H)}{P(F)}$ ein Polynom 2. Grades.

Es resultiert der Satz:

Das Verhältnis des Querfehlers zum Längenfehler einer Streckenkette wächst im wesentlichen proportional mit der Länge der Kette.

Daraus ergibt sich auch die Notwendigkeit, die Richtungsübertragung in Streckenketten durch zusätzliche Maßnahmen zu verbessern, worauf hier jedoch nicht näher eingegangen werden kann.

Für die gleichseitige doppelte Dreiecks-kette fügen wir zur Illustration einige Zahlenwerte an. In Tabelle 8 bedeuten m_L den mittleren Längenfehler, m_Q den mittleren Querfehler, m_τ den mittleren Richtungsfehler der letzten Längsseite und m den mittleren Fehler einer Streckenmessung.

$n =$	2	5	10	15	20
$\frac{m_L}{m}$	1,35	1,68	2,12	2,48	2,80
$\frac{m_Q}{m}$	1,83	6,83	17,6	30,9	46,5
$\frac{m_Q}{m_L}$	1,35	4,06	8,32	12,4	16,6
$l \frac{m_\tau}{m}$	1,83	2,31	2,94	3,46	3,91

Tabelle 8

Z u s a m m e n f a s s u n g:

Als Grundlage für eine die speziellen Verhältnisse des Meßverfahrens und der gestellten Triangulationsaufgabe berücksichtigenden Beurteilung verschiedener Formen von Streckenkette wurden untersucht:

1. Die Genauigkeit der Winkel in verschiedenen bestimmten und überbestimmten Einzelfiguren, sowie
2. die Genauigkeit der Richtungsübertragung und der Querfehler in verschiedenen Einfach- und Doppelketten (einfache Dreieckskette, Diagonalquadratkette, doppelte Dreieckskette usw.).

Die Vergleichsgrundlage wurde durch die Annahme der vollen Ausnutzbarkeit des Meßgerätes bestimmt, so daß sich die vergleichenden Ergebnisse auf Ketten beziehen, deren längste direkt zu messende Strecken gleich lang sind. Eine Modifizierung dieser Ergebnisse für andere Verhältnisse ist jedoch ohne Schwierigkeit möglich.

Als wesentliche Bestandteile einer Fehlertheorie der gestreckten Streckenkette wurden folgende Fehlergesetze ermittelt:

1. Das Quadrat des mittleren Längenfehlers ist proportional der Länge der Kette.
2. Das Quadrat des mittleren Fehlers der Richtungsübertragung ist proportional der Länge der Kette.
3. Das Quadrat des mittleren Querfehlers wächst mit der dritten Potenz der Länge der Kette.

Aus diesen Gesetzen folgt die Notwendigkeit, die Richtungsübertragung in Streckenkette durch geeignete zusätzliche Messungen zu verbessern.

L i t e r a t u r:

- [1] K. H u b e n y: Die Ausgleichung von Dreiecksnetzen mit direkt gemessenen Seiten. Ö. Z. f. V. W., Heft Nr. 5/6, 1950.
- [2] G. S c h e l l i n g: Über die Grundfigur und den Längsfehler in Streckenkette. Ö. Z. f. V. W., Heft Nr. 5/6, 1952.
- [3] G. S c h e l l i n g: Zur Bestimmung von Funktionsgewichten in überbestimmten symmetrischen Streckenkette. Ö. Z. f. V. W., Heft Nr. 5, 1953.

Fußnoten:

1) [2], Gleichung (1a).

4) [2], Abschnitt A, letzter Absatz.

2) [2], Gleichung (2b).

5) [2], Tabelle 1.

3) [2], Abschnitt B, a).

6) [3], Abschnitt 4, 5 und 6.

I Figurenbeilage.

Die Rolle der Grundlinien bei der Netzprojektion

Von K. Ledersteger, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

(Schluß)

Der mit diesen Betrachtungen gewonnene Einblick in das Maßstabproblem der Projektion setzt uns in den Stand zu prüfen, inwieweit bei den verschiedenen Methoden der astronomisch-geodätischen Netzausgleichung die Verwertung der Grundlinien den prinzipiellen Erfordernissen der Projektion gerecht wird. Wie bereits erwähnt, bedauert Helmer t schon für die übliche Netzausbreitung die mangelnde Reduktion der Grundlinien vom Geoid auf das Referenzellipsoid. Denn der dadurch bedingte Fehler in den Vergrößerungsseiten beeinträchtigt, wenn auch zumeist nur sehr geringfügig, die Berechtigung der Basisgleichungen. Der Sachverhalt ändert sich aber sofort, wenn ein ursprünglich rein geometrisch ausgeglichenes Großnetz nachträglich einer astronomisch-geodätischen Ausgleichung im Sinne der translativen Methode Helmer t s unterworfen wird. Weil nämlich diese geodätisch dahin gedeutet werden kann, daß sie auf die Gesamtheit aller Projektionen abzielt, steht hier für die exakte Lösung des Maßstabproblems nur folgender Weg offen. Man reduziert alle Grundlinien exakt auf das ursprüngliche Referenzellipsoid und muß beim Ellipsoidübergang genau so wie bei der Netzverschiebung die Änderung der Geoidhöhen berücksichtigen. Dann ergeben sich gemäß (12) alle Verbesserungen in Funktion von 5 statt wie bei Helmer t in Funktion von 4 Größen, weil Δz_0 als weitere Unbekannte auftritt. Außerdem erfahren selbstverständlich die Koeffizienten der übrigen vier Unbekannten ξ_0 , η_0 , $\frac{da}{a}$ und da gewisse Änderungen. Kennt man aber die ursprünglichen Geoidhöhen nicht, kann also die Grundlinien nur auf das Geoid reduzieren, so wäre es zwecklos, den von Krassowski j vorgeschlagenen Weg zu gehen; denn ist eine individuelle Behandlung aller Ellipsoide und Netzlagen unmöglich, so sind die auf dem Geoid liegenden Grundlinien wenigstens bestmöglich im Sinne aller Projektionen reduziert und das Helmer t sche Verfahren stellt noch den besten Ausweg aus dem Dilemma dar. In diesem Falle brauchen die Basisgleichungen auch nicht Zwangsbedingungen zu sein, sondern können in die erste, geometrische Netzausgleichung ohneweiters Verbesserungen für die Basisvergrößerungsseiten einbezogen werden, deren Gewicht natürlich sorgfältig bestimmt werden muß.

Für die weitere Diskussion wollen wir von einer Änderung des Referenzellipsoides und der Ausgangswerte im Fundamentalpunkt abstrahieren, d. h. nicht mehr die Gesamtheit aller Projektionen, sondern nur eine individuelle Projektion ins Auge fassen. Es ist klar, daß man in erster Linie an das naturtreue Netz denken wird; doch gelten die folgenden Überlegungen für jedes geodätisch fehlerfreie Netz, oder für jede Projektion. Ferner sei vorausgesetzt, daß die Grundlinien exakt auf das Referenzellipsoid reduziert wurden und daß die Basisgleichungen bei der rein geometrischen Netzausgleichung als Zwangsbedingungen Berücksichtigung fanden. Außerdem legen wir sofort ein modernes Rahmennetz von Dreiecksketten zugrunde, die im wesentlichen den Richtungen der Meridiane und Parallelkreise folgen. In den Kreuzungsstellen dieser Ketten, den sogenannten „Knoten“, sei je ein „Knotenstrahl“ gleichzeitig Basisvergrößerungsseite wie auch durch ein *L a p l a c e* sches Azimut festgelegt. Dann kann jede Verbindungskette zwischen benachbarten Knotenpunkten P_i und P_k durch eine geodätische Linie s_{ik} und ihre beiden „Anschlußwinkel“ β_{ik} und β_{ki} ersetzt werden, die sie mit den Knotenstrahlen $P_i P_i'$ und $P_k P_k'$ bildet.

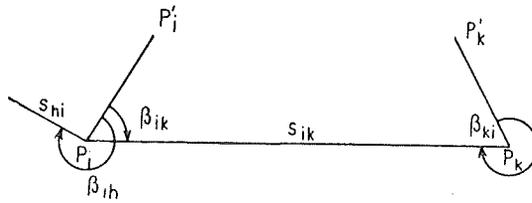


Fig. 3

Die moderne, bedingte Groß-Ausgleichung zerfällt nun bekanntlich in die vorläufige Ausgleichung der Kettenabschnitte oder Verbindungsketten, in die Hauptausgleichung des aus den geodätischen Linien gebildeten Polygonnetzes und in die anschließende, definitive Ausgleichung der Verbindungsketten. Werden also, wie oben angenommen, die Basisgleichungen in die geometrische Ausgleichung der Verbindungsketten einbezogen, so beruhen die daraus abgeleiteten geodätischen Linien s_{ik} auf einem partiellen Minimum und müssen demnach in der Hauptausgleichung Korrekturen erfahren. Der definitive Projektionsmaßstab kann eben erst bei gleichzeitiger Berücksichtigung der *L a p l a c e* schen Bedingungen gewonnen werden. Wegen der Unempfindlichkeit der *L a p l a c e* schen Widersprüche treten die Seitenverbesserungen aber nur in den Breiten- und Längengleichungen der geschlossenen Polygone auf und man erkennt, daß die Anlage des Netzes keineswegs gleichgültig ist. In der ursprünglichen *H e l m e r t* schen Form enthält das astronomisch-geodätische Netz noch vielfach freie Polygonzüge, deren translativer Maßstab nicht die notwendige projektive Korrektur erfährt. Wohl vermitteln für diese Polygonzüge die Basisgleichungen unter den obigen Voraussetzungen gleichfalls ein lineares Maßstabgefälle, doch ist dieses im allgemeinen nicht mit dem Maßstabgefälle der gewünschten Projektion identisch; denn die *L a p l a c e* schen Widersprüche der freien Züge

werden in der Hauptausgleichung lediglich durch eine Drehung der Linien beseitigt. In den Polygonen haben die Seitenverbesserungen gleichsam nur die Nebenfunktion, den durch die L a p l a c e schen Bedingungen zerstörten geometrischen Netzzusammenhang wieder herzustellen. Auch wenn man die abgeleiteten Funktionen s_{ik} , β_i , β_k nicht wie unmittelbare Beobachtungen behandelt, sondern die H e l m e r t sche Methodeder Netzausgleichung mit E g g e r t ⁷⁾ auf Grund der Theorie der partielläquivalenten Beobachtungen in ein strenges Verfahren verwandelt, würde man bei einer derartigen Netzform nicht die reine Projektion erzielen. Die modernen Rahmennetze sind daher wesentlich günstiger, zumal sie keine freien Polygonzüge enthalten. Aber auch hier wird man, gleichgültig, ob man die strenge E g g e r t sche Methode oder das verbesserte Näherungsverfahren von K r a s s o w s k i j ⁸⁾ verwendet, den veränderlichen Projektionsmaßstab umso sicherer erfassen, je enger die Polygonschleifen sind. Es scheint demnach besser zu sein, die nötige Versteifung des Rahmennetzes statt durch Doppelketten lieber durch Verkürzung der Verbindungsketten herbeizuführen. Damit erhält auch das durch die Basisgleichungen vermittelte lineare Maßstabgefälle eine erhöhte Berechtigung. Gleichzeitig wird aber eine Grundlinienausgleichung umso dringlicher, weil sich das Verhältnis ⁸⁾ mit abnehmender Länge der Verbindungsketten immer mehr von Null entfernt.

An diesen Überlegungen ändert sich grundsätzlich nichts, wenn an Stelle der Längen der geodätischen Linien und ihrer Anschlußwinkel oder auch ihrer Azimute die Koordinatendifferenzen benachbarter Knotenpunkte als abgeleitete Funktionen auftreten. So werden z. B. bei der Methode von B o w i e ⁹⁾ aus den Verschneidungen der Ketten Knotennetze gebildet, die je aus einer Grundlinie und einem L a p l a c e schen Azimut sofort ihre definitive Dimensionierung und Orientierung erhalten, während ihre endgültige gegenseitige Lage aus der vermittelnden Hauptausgleichung der Koordinatendifferenzen der Knotenpunkte hervorgeht. Dies bedeutet aber auch die definitive Festlegung des projektiven Maßstabgefälles. Auch W o l f ¹⁰⁾ verwendet bei seiner im Anschluß an E g g e r t und B o w i e entwickelten Iterationsmethode, der strengen Ausgleichung „mittels schrittweiser Annäherung“, die Längen- und Breitendifferenzen der Endpunkte der die Verbindungsketten ersetzenden geodätischen Linien als abgeleitete Funktionen.

⁷⁾ O. E g g e r t: Über die Ausgleichung großer Dreiecksnetze, Verhandlungen der 9. Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission 1936, Helsinki 1937.

⁸⁾ Th. N. K r a s s o w s k i j: Methoden zur Ausgleichung der staatlichen Triangulation I. O., Arbeiten des Staatl. Inst. f. Geodäsie u. Kartographie, Moskau 1931. In deutscher Übersetzung herausgegeben von M. K n e i ß l, Mitteil. d. Chefs Kriegs-Kart. u. Verm.-Wes., 1. Jg., Heft 3, Berlin 1942.

⁹⁾ O. S. A d a m s: The Bowie-Method of Triangulation Adjustment as Applied to the First-Order Net in the Western Parts of the United States, Washington, 1930. Deutsche Übersetzung herausgegeben von M. K n e i ß l, Mitteil. d. Chefs Kriegs-Kart. u. Verm.-Wes., 2. Jg., Heft 7, Berlin, 1943.

¹⁰⁾ H. W o l f: Die strenge Ausgleichung großer astronomisch-geodätischer Netze mittels schrittweiser Annäherung, Veröff. d. Inst. f. Erdmessung, Band 7, Bamberg, 1950.

Bei diesem sehr scharfsinnigen Verfahren ist vollkommen korrekt in die Hauptausgleichung eine Grundlinienausgleichung einbezogen. Doch hat dieser Vorgang die exakte Reduktion auch der Winkel zur unumgänglichen Voraussetzung, wie sie bisher leider noch niemals verwirklicht wurde. Ansonst wäre diese Maßnahme eher geeignet, das natürliche Maßstabgefälle der Projektion zu zerstören.

Bei der zweiten Hauptform der astronomisch-geodätischen Netzausgleichung, der vermittelnden Koordinatenausgleichung *H e l m e r t s*, tritt die bekannte Bedingung

$$s_{ik}' + \delta s_{ik}' = s_{ik} + d s_{ik} \quad (13)$$

nicht für lange geodätische Linien, sondern für die Basisvergrößerungsseiten auf. Dabei ist s_{ik}' die aus der reduzierten Grundlinie abgeleitete, also beobachtete Seitenlänge, s_{ik} die dem gewählten System der Näherungskordinaten streng zugehörige Seite, deren Verbesserung in Funktion der sechs Verbesserungen $d\varphi_i, d\lambda_i, d\varphi_K, d\lambda_K, da$ und $d\alpha$ darzustellen ist. Im Gegensatz zur bedingten Netzausgleichung kann hier der reine Messungsfehler $-\delta s_{ik}'$ trotz der Veränderlichkeit des Projektionsmaßstabes ganz zwanglos berücksichtigt werden; es wird ja keine Bedingung aufgestellt, die an die Voraussetzung eines streng einheitlichen Maßstabes gebunden ist. Sind aber weder die Geoidundulationen ζ , noch die Geoidhöhen z über dem Referenzellipsoid bekannt, kann also jede Grundlinie bloß auf das Geoid reduziert werden, so ist der Fehler $-\delta s_{ik}'$ meist weniger auf die Beobachtungsfehler als auf die mangelnde Reduktion auf das Referenzellipsoid zurückzuführen. Dann aber empfiehlt *H e l m e r t*, den reinen Messungsfehler zu unterdrücken, mithin mit jeder Basisgleichung (13) eine Unbekannte zu eliminieren, wobei aber jede Grundlinie in den Absolutgliedern der Normalgleichungen eine unbestimmte Größe $\delta s'$ zurückläßt, die in der Form

$$\delta s' = -\frac{s}{a} z \quad (14)$$

dargestellt werden kann, wenn man unter z die Geoidhöhe im Basismittelpunkt versteht. Will man übrigens wieder die Gesamtheit aller Projektionen gewinnen, läßt also beliebige Ellipsoidübergänge zu, so kommt hier noch deutlicher als bei der translativen Methode zum Ausdruck, daß die Grundlinien besser nur auf das Geoid reduziert werden. Denn jedes Ellipsoid erfordert für jede Grundlinie, gleichgültig, ob der Messungsfehler vernachlässigt oder berücksichtigt wird, eine zusätzliche individuelle Korrektur (14), die am bequemsten anzusetzen ist, wenn die Grundlinien prinzipiell nur auf das Geoid reduziert werden. Liegen schließlich alle Koordinatenverbesserungen in Funktion der Verbesserungen $d\varphi_o, d\lambda_o$ des Fundamentalpunktes, der Elemente des Ellipsoidüberganges da und $d\alpha$, sowie aller $\delta s'$ vor, so kann man auf das naturtreue Netz übergehen, indem man für die Geoidhöhen z die Gleichung (11) einsetzt. Einzige Voraussetzung ist, daß das ursprüngliche Referenzellipsoid das Geoid im Fundamentalpunkt berührt.

Die Koordinatenmethode ist eine strenge Ausgleichung in einem Guß, die unter dem Nachteil leidet, daß eine vielgliedrige Fehlerquadratsumme in der Gegend ihres Minimums sehr unempfindlich wird. Demgegenüber hat die bedingte Hauptausgleichung den Vorteil, daß in ihr die Maßstabfrage gleichsam ein zweitesmal bei der Prüfung langer geodätischer Linien aufgegriffen wird. In diesem Zusammenhang ist es sehr bemerkenswert, daß Ö l a n d e r ¹¹⁾ nach sorgfältigster Kritik zu dem Schlusse kommt, daß hinsichtlich der Seitenlängen die bedingte, gruppenweise Ausgleichung den Vorzug verdient. Derselbe Vorzug zeichnet übrigens auch die genäherte Netzausgleichung von U r m a j e w ¹²⁾ aus. Wie die B o w i e sche Methode ist dies ein gemischtes Verfahren, bei dem die Kettenausgleichung bedingt, die Hauptausgleichung hingegen vermittelnd erfolgt. Bei dieser Abart der Koordinatenmethode wird also die Gleichung für ds' nicht für die Basisvergrößerungsseiten, sondern für alle geodätischen Linien des Polygonnetzes aufgestellt. Auch wenn jeder Knoten eine Basis enthält und dementsprechend jede der in Azimut beobachteten Seiten $P_i P_i'$ als Basisanschlußseite dient, wird jetzt die Zahl der Basisfehlergleichungen im allgemeinen größer sein als bei der Ausgleichung der unmittelbaren Beobachtungen. Außerdem ist jede Seite s_{ik}' selbst Ergebnis einer Ausgleichung unter Einbeziehung einer Basisbedingungsgleichung. So werden in gewisser Hinsicht die Vorzüge der Korrelaten- und der Koordinatenausgleichung vereinigt und das Verfahren von U r m a j e w stellt eine glückliche Kombination der Gedanken von B o w i e und K r a s s o w s k i j dar.

Damit sind die Hauptformen der modernen Ausgleichung kontinentaler Netze erschöpft. Für die sichere Erfassung des veränderlichen Maßstabes der Projektion haben sich folgende Richtlinien ergeben:

1. Der gegenseitige Abstand der Grundlinien soll 200 bis 300 *km* nicht übersteigen, um das durch die Basisgleichung vermittelte lineare Maßstabgefälle zu rechtfertigen.

2. Die auf das beizubehaltende Referenzellipsoid reduzierten Grundlinien müssen als Zwangsbedingungen in die Netzausgleichung eingeführt werden, solange die Reduktion der Richtungen auf das Referenzellipsoid nicht einwandfrei ist.

3. In letzterem Falle könnte die berechtigte Forderung nach einer Grundlinienausgleichung noch am ehesten erfüllt werden, wenn die bloß auf das Geoid reduzierten Grundlinien vor der eigentlichen Netzausgleichung einer gesonderten Ausgleichung unterzogen werden.

¹¹⁾ V. R. Ö l a n d e r: Zwei Ausgleichungen des großen südfinnischen Dreiecks-kranzes, Veröff. d. Finnischen Geodätischen Institutes, Nr. 21, Helsinki 1935.

¹²⁾ N. A. U r m a j e w: Verfahren zur Ausgleichung von Triangulationen I. O., Arbeiten des Zentralen wissenschaftlichen Forschungsinstitutes, Folge 19, Moskau 1937. In deutscher Übersetzung mit Einleitung herausgegeben von M. K n e i ß l, Mitteil. d. Chfs Kriegs-Kart. u. Verm.-Wes., 2. Jg., Heft 12, Berlin 1943.

4. Die formale Strenge des Ausgleichsverfahrens allein genügt nicht für die einwandfreie Erzielung der gewünschten Projektion. Hier spielt auch die Netzform eine nicht zu unterschätzende Rolle.

5. Für die Projektion haben die Grundlinien dieselbe wichtige Funktion wie die L a p l a c e schen Bedingungen.

Übrigens erweist sich auch hinsichtlich des Maßstabproblems das naturtreue Netz als das günstigste. Denn die Projektion auf das mittlere Erdellipsoid liefert nicht nur das ähnlichste Abbild der Punktkonfiguration des Geoides, wenn man die ganze Erde betrachtet; unter diesem Gesichtspunkt können auch die Geoidundulationen nicht im gleichen Ausmaß systematisch anwachsen wie die Geoidhöhen bezüglich irgendeines Referenzellipsoides. Für das naturtreue Netz ist auch eine Grundlinienausgleichung vollkommen korrekt, wenn die beobachteten Richtungen auf das Geoid, die Grundlinien jedoch auf das Ellipsoid reduziert sind. Abschließend braucht wohl kaum betont zu werden, daß diese prinzipiellen Betrachtungen praktisch nur bei kontinentalen Netzen fühlbar werden.

Die funktionellen Zusammenhänge von γ -Parallaxengröße und Beobachtungsort in einem Stereomodell; ein neues numerisches Orientierungsverfahren

Von H. S c h m i d, Wien

(Schluß)

VII. Erweiterung des Anwendungsbereiches durch Berücksichtigung der Glieder 2. Ordnung in den Parallaxengleichungen

Sämtliche bisher veröffentlichten Orientierungsverfahren gehen von der Voraussetzung aus, daß man die Vororientierung so genau durchführen kann, daß bei der Schlußorientierung die Glieder 2. und höherer Ordnung keinen Einfluß mehr auf die Endergebnisse haben. Außerdem wurde in den bisher veröffentlichten Verfahren auf die Achsstellungen der Auswertegeräte und ihren Einfluß bei der Bestimmung der Orientierungselemente keine Rücksicht genommen. H. Bernhard [9] hat jene Gleichungen abgeleitet, die es am Ende des Orientierungsverfahrens gestatten, die Verbesserungen wegen der Achsstellungen an die Elemente anzubringen; diese Verbesserungen sind größer, als bisher angenommen wurde, und werden bei Bündelbewegungen von etwa 20° schon fühlbar. Die Vernachlässigung der Glieder 2. und höherer Ordnung setzt voraus, daß man die Vororientierung schon so genau ausführt, daß die noch verbleibenden Restparallaxen den Betrag von etwa $\pm 0.3-0.5 \text{ mm}$ nicht übersteigen. In normalen Fällen wird eine derartige Vororientierung von geübten Operateuren in etwa 10 Minuten zu-

stande gebracht. Handelt es sich aber um schwierige Geländeformen, d. h. um Modelle, in welchen die Höhenunterschiede der Orientierungspunkte sehr groß, etwa $\frac{1}{4}$ der Flughöhe über Grund, sind, so können diese Vororientierungen recht langwierig werden. Es wäre daher äußerst vorteilhaft, wenn man ohne oder fast ohne Vororientierung sofort das Schlußverfahren anwenden könnte. Da beim vorliegenden Orientierungsverfahren sämtliche Beobachtungen trotz größter Höhenunterschiede auf eine Ebene reduziert werden, sind die Endwerte für die Orientierungselemente auch unter Berücksichtigung der Glieder 2. Ordnung relativ rasch zu ermitteln. Geeignete Nomogramme ermöglichen eine rasche Berechnung dieser Zusatzglieder.

Entwickelt man die von O. v. Gruber [10] angegebenen Grundgleichungen für die y -Parallaxen⁵⁾ bis einschließlich Glieder 2. Ordnung für die Elemente φ' , φ'' , \varkappa' , \varkappa'' und ω , so gelangt man, wenn man φ' und \varkappa' durch db_z'' , bzw. db_y'' ersetzt, zur folgenden Parallaxenrelation:

$$\begin{aligned}
 p^* = & db_y + \frac{Y}{Z} db_z - \frac{(B-X)Y}{Z} d\varphi + (B-X) \cdot dx - Z \left(1 + \frac{Y^2}{Z^2}\right) \cdot d\omega \\
 & + \frac{2X-B}{B} \cdot \frac{Y}{Z^2} db_z^2 - \left[1 + \frac{2(X-B)^2}{Z^2}\right] \frac{Y}{2} d\varphi^2 + \frac{Y}{Z} \cdot dx^2 - \left(1 + \frac{Y^2}{Z^2}\right) Y \cdot d\omega^2 \\
 & + \frac{2X-B}{BZ} \cdot db_y \cdot db_z + \frac{Y^2 - (X-B)^2}{BZ} db_y \cdot d\varphi + \frac{Y}{B} db_y \cdot dx - \frac{2(X-B)Y}{BZ} db_y \cdot d\omega \\
 & + \left[1 + \frac{2(X-B)^2}{Z^2}\right] \frac{Y}{B} db_z \cdot d\varphi + \frac{Y^2 - (X-B)^2}{BZ} db_z \cdot dx + \left(1 - \frac{X}{B}\right) \left(1 + \frac{2Y^2}{Z^2}\right) db_z \cdot d\omega \\
 & + \frac{Y^2 - (X-B)^2}{Z} d\varphi \cdot dx + (X-B) \left(1 + \frac{2Y^2}{Z^2}\right) d\varphi \cdot d\omega \\
 & - \frac{2(X-B)Y}{Z} \cdot dx \cdot d\omega .
 \end{aligned} \tag{22}$$

Sie gilt für den Fall der Hinzuorientierung des rechten zum festen linken Bild⁶⁾, wobei die Basis „innen“ eingedreht wurde. Für die ersten 5 Gruberschen Punkte kann man nun durch Einsetzen der Koordinatenwerte die für die Ebene $Z_1 = \text{const.}$ bestehenden Parallaxengleichungen aufstellen.

⁵⁾ Siehe auch Finsterwalder, Lehrbuch für Photogrammetrie, Ausgabe 1953.

⁶⁾ Die analogen Ausdrücke für die Zuorientierung des linken zum festen rechten Bild folgen direkt aus Gleichung (1 a).

Sie lauten:

Glieder 1. Ordnung

$$\begin{aligned}
 p_1 &= dby && - Zd\omega && - Bdx \\
 p_2 &= dby && - Zd\omega && \\
 p_3 &= dby - \frac{K}{Z} dbz + \frac{KB}{Z} d\varphi - \left(Z + \frac{K^2}{Z}\right) d\omega + Bdx \\
 p_4 &= dby - \frac{K}{Z} dbz && - \left(Z + \frac{K^2}{Z}\right) d\omega && \\
 p_5 &= dby + \frac{K}{Z} dbz - \frac{KB}{Z} d\varphi - \left(Z + \frac{K^2}{Z}\right) d\omega + Bdx
 \end{aligned}$$

Glieder 2. Ordnung

$$\text{zu } p_1 \quad - \frac{1}{Z} dby dbz - \frac{B}{Z} dby d\varphi - \frac{B}{Z} dbz dx + dbz d\omega - \frac{B^2}{Z} d\varphi dx - Bd\varphi d\omega,$$

$$\text{zu } p_2 \quad + \frac{1}{Z} dby dbz,$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 &+ \frac{K}{Z^2} dbz^2 + \left(1 + 2 \frac{B^2}{Z^2}\right) \frac{K}{2} d\varphi^2 - \frac{K}{2} dx^2 + K \left(1 + \frac{K^2}{Z^2}\right) d\omega^2 \\
 &- \frac{1}{Z} dby dbz + \frac{K^2 - B^2}{BZ} dby d\varphi - \frac{K}{Z} dby dx - \frac{2K}{Z} dby d\omega \\
 \text{zu } p_3 & \left\{ \begin{aligned}
 &- \frac{K}{B} \left(1 + 2 \frac{B^2}{Z^2}\right) dbz d\varphi + \frac{K^2 - B^2}{ZB} dbz dx + \left(1 + \frac{2K^2}{Z^2}\right) dbz d\omega \\
 &\frac{K^2 - B^2}{Z} d\varphi \cdot dx - B \left(1 + \frac{2K^2}{Z^2}\right) d\varphi d\omega - \frac{2KB}{Z} dx \cdot d\omega,
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 &- \frac{K}{Z^2} dbz^2 + \frac{K}{Z} d\varphi^2 - \frac{K}{Z} dx^2 + K \left(1 + \frac{K^2}{Z^2}\right) d\omega^2 + \frac{K^2}{BZ} dby d\varphi + \frac{1}{Z} dby dbz \\
 \text{zu } p_4 & \left\{ \begin{aligned}
 &- \frac{K}{B} dbz d\varphi + \frac{K^2}{ZB} dbz dx - \frac{K}{B} dby dx + \frac{K^2}{Z} d\varphi \cdot dx,
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 &- \frac{K}{Z^2} dbz^2 - \frac{K}{2} \left(1 + 2 \frac{B^2}{Z^2}\right) d\varphi^2 + \frac{K}{2} dx^2 - K \left(1 + \frac{K^2}{Z^2}\right) d\omega^2 + \frac{K^2 - B^2}{BZ} dby d\varphi \\
 \text{zu } p_5 & \left\{ \begin{aligned}
 &+ \frac{K}{B} dby dx + \frac{2K}{Z} dby \cdot d\omega - \frac{1}{Z} dby dbz + \frac{K}{B} \left(1 + 2 \frac{B^2}{Z^2}\right) dbz d\varphi + \frac{K^2 - B^2}{ZB} dbz dx \\
 &+ \left(1 + \frac{2K^2}{Z^2}\right) dbz \cdot d\omega + \frac{K^2 - B^2}{Z} d\varphi \cdot dx - B \left(1 + \frac{2K^2}{Z^2}\right) d\varphi \cdot d\omega + \frac{2KB}{Z} dx \cdot d\omega.
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \right.$$

Löst man dieses Gleichungssystem nach den linearen Gliedern der Orientierungselemente auf, wobei für

$$\begin{aligned}
 dby &= p_2 + \frac{Z^2}{2K^2} (2p_1 - p_3 - p_5) - \frac{1}{Z} dby dbz + \frac{Z}{B} dby d\varphi + \\
 &\quad + \frac{Z}{B} dbz dx + 2 dbz d\omega + Z d\varphi dx - 2 B d\varphi d\omega, \\
 dbz &= -\frac{Z}{K} \left(p_1 - p_2 + p_4 - \frac{p_3 + p_5}{2} \right) - \frac{1}{Z} dbz^2 + \frac{Z}{2} d\varphi^2 - \frac{Z}{2} dx^2 + \\
 &\quad + Z \left(1 + \frac{K^2}{Z^2} \right) d\omega^2 - \frac{Z}{B} dby dx - \frac{Z}{B} dbz d\varphi - \frac{2K}{Z} dbz d\omega + \frac{2KB}{Z} d\varphi d\omega, \\
 d\varphi &= \frac{Z}{KB} (-p_1 + p_2 + p_3 - p_4) - \frac{2}{BZ} dbz^2 - \frac{B}{Z} d\varphi^2 + \frac{2}{B} dby d\omega + \\
 &\quad + \frac{2}{Z} dbz d\varphi - \frac{2K}{BZ} dbz d\omega + \frac{2K}{Z} d\varphi d\omega + 2 dx d\omega, \\
 dx &= \frac{1}{B} (p_1 - p_2) + \frac{2}{BZ} dby dbz + \frac{1}{Z} dby d\varphi + \frac{1}{Z} dbz dx - \frac{1}{B} dbz d\omega + \\
 &\quad + \frac{B}{Z} d\varphi dx + d\varphi d\omega, \\
 d\omega &= \frac{Z}{2K^2} (2p_1 - p_3 - p_5) + \frac{1}{B} dby d\varphi + \frac{1}{B} dbz dx + \frac{2}{Z} dbz d\omega + d\varphi dx - \\
 &\quad - \frac{2B}{Z} d\varphi d\omega
 \end{aligned} \tag{24}$$

folgt, so stellen diese Ergebnisse eine strenge Lösung des Gleichungssystems (23) dar. Die Berechnung der Unbekannten geschieht durch ein Iterationsverfahren, das nach dem ersten Rechengang bereits die Endresultate liefert, nachdem die Glieder 2. Ordnung in der Größenordnung von einem Hundertstel der Hauptglieder sind. Zur Berechnung der Glieder 2. Ordnung wurde das Nomogramm 1 entworfen.

Bevor auf die Arbeitsweise mit diesem eingegangen wird, sei noch bemerkt, daß die Korrekturen 2. Ordnung in Gleichung (24) aus Nomogramm 1 im Winkelmaß gefunden werden, es sind deshalb die im Streckenmaß ausgedrückten Elemente by und bz in das Winkelmaß umzuformen, was durch die Quotienten $\frac{by}{B} \rho^c$ und $\frac{bz}{B} \rho^c$ geschehen ist. Das einfache Nomogramm 2 erlaubt für verschiedene Basislängen sofort die entsprechenden Winkelwerte aus den Streckenmaßen abzugreifen, wobei der Maßstab der gleiche wie im Nomogramm 1 ist.

Die praktische Ermittlung der Glieder 2. Ordnung ist so durchzuführen, daß mittels der reduzierten Parallaxensummen aus der Gleichungsgruppe (24) zuerst die Hauptwerte 1. Ordnung mit dem Rechenschieber berechnet

werden. Man erhält diese Ergebnisse für φ , α und ω im Winkelmaß, während by und bz in Millimetern erhalten werden. Die Produkte 2. Ordnung werden nun mit dem Stechzirkel an der logarithmischen Leiter unterhalb des Nomogramms 1 gebildet, wobei die 0-Stelle mit 1^g bezeichnet wurde. Die Beträge größer als 1^g sind als positive Strecken, die kleiner als 1^g als negative Strecken dargestellt. Hat man nun das Produkt durch graphische Summierung unter Berücksichtigung des Vorzeichens gefunden, so geht man damit in das Nomogramm 1 so ein, daß positive Strecken oberhalb und negative unterhalb der 0-Linie bei der entsprechenden vertikalen Koeffizientengeraden aufgetragen werden. Die Koeffizienten sind für ein Modell konstant und können leicht angegeben werden. Es sind dies die Werte $\frac{2B}{Z}$, $\frac{B}{Z}$, 1, 2, $\frac{2K}{Z}$, $\frac{Z}{2B}$, $\frac{Z}{B} \left(1 + \frac{K}{Z}\right)$, $\frac{Z}{B}$, wenn man in Gleichung (24) für by und bz die Winkelwerte einführt.

An einem praktischen Beispiel soll der Rechenvorgang gezeigt werden. Die in die Ebene $Z = 250 \text{ mm}$ reduzierten y -Raumparallaxen sind ausgedrückt in Millimetern

$$\begin{aligned} p_1 &= -1.67, & p_3 &= -2.78, & p_5 &= -1.34. \\ p_2 &= -2.93, & p_4 &= -3.64, \end{aligned}$$

$B = K = 80 \text{ mm}$; die strenge Grubersche Punktlage soll vorausgesetzt werden. Für die Bündeldrehungen 1. Ordnung ergeben sich daraus die Werte

$$\begin{aligned} d\alpha_1 &= 100^\circ 00, & dby_1 &= +1.00 \text{ mm}, \\ d\varphi_1 &= 100^\circ 00, & dbz_1 &= +1.00 \text{ mm}, \\ d\omega_1 &= 100^\circ 00, \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Nomogramme 1 und 2 erhält man für die Bündelbewegungen 2. Ordnung in Neuminuten

$$\begin{aligned} d\alpha_{II} &= +0.64 + 0.40 - 1.25 - 0.40 - 0.50 - 1.57 = -2^\circ 68, \\ d\varphi_{II} &= -0.64 - 0.50 - 0.80 - 0.80 + 2.50 - 1.01 + \\ &\quad + 3.14 = +1^\circ 89, \\ d\omega_{II} &= +1.25 + 0.80 - 1.25 - 1.60 + 1.01 = +0^\circ 21, \\ dby_{II} &= -0.004 + 0.050 + 0.031 - 0.050 - 0.060 + 0.040 = +0.007 \text{ mm}, \\ dbz_{II} &= -0.004 + 0.031 - 0.031 + 0.050 - 0.010 - 0.050 - \\ &\quad - 0.010 + 0.060 = +0.036 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Bildet man nun die entsprechenden Summen und führt man die Berechnung ein zweites Mal mit den verbesserten Werten durch, so erhält man dieselben Ergebnisse. Das Iterationsverfahren hat somit bereits nach dem 1. Durchgang die endgültigen Werte geliefert. Man erhält für die endgültigen Bündelbewegungen die Werte

$$d\alpha = 97^\circ 32, \quad d\varphi = 98^\circ 11, \quad d\omega = 100^\circ 21, \quad dby = +1.01 \text{ mm}$$

und $dbz = + 1.04 \text{ mm}$ als Summe der entsprechenden Werte I. und II. Ordnung. Die Gleichungen (23) werden durch diese Bündeldrehungen bis auf Abrundungsgrößen erfüllt.

Die Glieder 2. Ordnung haben ferner einen Einfluß sowohl auf die bedingte Ausgleichung bei Verwendung von sechs Parallaxen, als auch auf die Parallaxenrelationen. Um die Einflüsse auf die Bedingungsgleichung (13) zu studieren, geht man von der Gleichungsgruppe (12) aus. Die Größenordnung der Glieder 2. Ordnung ist etwa ein Hundertstel der Hauptglieder. Man sieht sofort, daß diese Größen praktisch ohne Einfluß auf die bedingte Ausgleichung bleiben.

(Die Aufstellung dieser Bedingungsgleichung durch ein Iterationsverfahren ist möglich, wenn man sich die Gleichungsgruppe (12) auf der rechten Gleichungsseite durch die Glieder 2. Ordnung ergänzt denkt. Dies gelingt, wenn man die Gleichungen (24) in die Parallaxengleichung (22) für die sechs Schemapunkte einsetzt. Die Summen der Glieder 2. Ordnung werden nun entsprechend dem Iterationsverfahren auf die linke Gleichungsseite gebracht, wodurch an Stelle der gemessenen Parallaxen p^* die Summen $p^* \pm \Delta p^*$ in die Bedingungsgleichung (13) einzusetzen sind. In einer folgenden Arbeit werden diese hier skizzierten Berechnungen durchgeführt werden.)

Die erweiterten Parallaxenrelationen werden durch Einsetzen der Werte aus der Gleichungsgruppe (24) in die für gebirgiges Gelände transformierten Gleichungen (23) gewonnen. Man erhält:

$$\begin{aligned}
 p_1^* &= p_1, \\
 p_2^* &= p_2 - 2 \varepsilon \zeta_2 p_1 + \varepsilon \zeta_2 p_3 + \varepsilon \zeta_2 p_5 - \frac{\Delta Z_2}{B} dby d\varphi - \frac{\Delta Z_2}{B} dbz dx - 2 \zeta_2 dbz d\omega \\
 &\quad - \Delta Z_2 d\varphi dx + 2 B \zeta_2 d\varphi d\omega, \\
 p_3^* &= p_3 \left(\varepsilon \zeta_3 + \frac{1}{Z_3'} \right) + p_1 \left(-2 \varepsilon \zeta_3 + \frac{\zeta_3}{Z_3'} \right) + p_5 (\varepsilon \zeta_3) \\
 &\quad - \frac{\Delta Z_3}{B} dby d\varphi - \frac{\Delta Z_3}{B} dbz dx - 2 \zeta_3 dbz d\omega \\
 &\quad - \Delta Z_3 d\varphi dx + 2 B \zeta_3 d\varphi d\omega, \\
 p_4^* &= p_4 \frac{1}{Z_4'} + p_1 (-2 \varepsilon \zeta_4) + p_2 \frac{\zeta_4}{Z_4'} + p_3 \varepsilon \zeta_4 + p_5 \varepsilon \zeta_4 - \frac{\Delta Z_4}{B} dby d\varphi - \frac{\Delta Z_4}{B} dbz dx \\
 &\quad - 2 \zeta_4 dbz d\omega - \Delta Z_4 d\varphi dx + 2 B \zeta_4 d\varphi d\omega, \\
 p_5^* &= p_5 \left(\varepsilon \zeta_5 + \frac{1}{Z_5'} \right) + p_1 \left(-2 \varepsilon \zeta_5 + \frac{\zeta_5}{Z_5'} \right) + p_3 \varepsilon \zeta_5 - \frac{\Delta Z_5}{B} dby d\varphi - \\
 &\quad - \frac{\Delta Z_5}{B} dbz dx - 2 \zeta_5 dbz d\omega - \Delta Z_5 d\varphi dx + 2 B \zeta_5 d\varphi d\omega.
 \end{aligned} \tag{25}$$

In diesen Gleichungen sind nur jene Glieder angeführt, die praktisch eine Rolle spielen können. Für die praktische Berechnung hätte man also zu den

Verbesserungen 2. Ordnung, wie sie sich aus den Gleichungen (24) ergeben, noch zweite Verbesserungen aus den Parallaxenrelationen (25) hinzuzufügen. Zur Auflösung der Gleichungen (25) wendet man wieder ein Iterationsverfahren an, wonach die Summe der Glieder 2. Ordnung für jede Parallaxe zu bilden ist. Aus den Gleichungen (10) ergeben sich dadurch wieder Verbesserungen für die Ebenenparallaxen p , die schließlich die zweiten Verbesserungen für die Orientierungselemente ergeben. Im angeführten Rechenbeispiel würden bei maximalen ζ -Werten von 0·25 der Flughöhe die Einflüsse auf die Ebenenparallaxen etwa $\pm 0\cdot001 \text{ mm}$ betragen; sie können praktisch vernachlässigt werden.

Abschließend soll die chronologische Reihenfolge dieser Berechnungen angeführt werden.

1. Messung der y -Parallaxen ohne Vororientierung;
2. Ausgleich der y -Parallaxen nach Gleichung (13);
3. Reduktion der p^* -Werte auf die p -Werte nach Gleichung (10);
4. Berechnung der Werte 1. Ordnung für db_y , db_z , $d\varphi$, dx , $d\omega$ nach den Gleichungen (2) oder (3);
5. Berechnung der Glieder 2. Ordnung, nach Gleichung (25), deren Summe jeweils Δp^* ergibt, woraus mittels Gleichung (10) die endgültigen ebenen Parallaxen gefunden werden;
6. Berechnung der Verbesserungen der Orientierungselemente wegen Δp^* und wegen der Glieder 2. Ordnung entsprechend Gleichung (24).

Die Glieder 2. Ordnung in Gleichung (25) lassen sich sehr rasch durch eine dem Nomogramm 1 sehr ähnliche Netztafel berechnen. Es sind lediglich die Koeffizienten und die Bezifferungen entsprechend zu ändern.

VIII. Z u s a m m e n f a s s u n g

1. Das vorliegende Orientierungsverfahren gestattet, die Bündelbewegungen mathematisch streng und ohne Idealisierung des Geländes zu berechnen.

2. Die aufgewendeten Zeiten sind trotz strenger Berechnung nicht nur nicht größer, sondern werden bei Verwendung geeigneter Rechentafeln und Nomogramme kürzer als bei den meisten bisher veröffentlichten Verfahren, wobei die Herleitung der Endformeln einfach und übersichtlich ist. Sonderfälle, für die das Verfahren nicht oder nur auf Umwegen, etwa durch Eindrehen „künstlicher“ $d\omega$ usw., konvergiert, treten nicht auf.

3. Durch die Reduktion der Parallaxen auf die Ebene ist die Berücksichtigung der Glieder 2. Ordnung relativ einfach möglich. Dadurch ist die Vororientierung überflüssig geworden. Dies ist wohl einer der wesentlichsten Vorteile dieses Verfahrens. Es wurde bisher noch bei keinem Orientierungsverfahren ⁷⁾ auf die Berechnung der Glieder 2. Ordnung eingegangen. Nach-

⁷⁾ F. Schroeder, Die rechnerische Orientierung von Luftbildaufnahmen auf Grund von Messungen am Stereokomparator und ihr Verhältnis zu den optisch-mechanischen Verfahren! Dieses Verfahren beruht auf Parallaxenmessungen im Komparator und ist nach Finsterwalder für die Praxis ungeeignet.

dem durch die Gleichungen von H. Bernhard [9] auch die Einflüsse der Achsstellungen am Gerät berechnet werden können, ist bei Ausführung einer Relativorientierung nach diesem Verfahren wohl eine hohe Genauigkeit zu erwarten. Es sei jedoch ausdrücklich festgestellt, daß diese Gleichungen vom Verfahren unabhängig und daher am Ende jedes Orientierungsverfahrens anzuschließen sind.

4. Die Grubersche Grundrißpunktlage ist durch Entwicklung geeigneter Formeln nicht unbedingt erforderlich, obwohl bei ihrer Einhaltung das Verfahren sehr abgekürzt wird.

5. Das Verfahren ist ein rein numerisches und auf einfachen Formeln aufgebaut; es kann daher auch von theoretisch wenig geschulten Kräften, die lediglich y -Parallaxen genau zu messen imstande sind, durchgeführt werden. Die in dieser Arbeit skizzierten Tabellen und Nomogramme stellen bloß Vorschläge dar; die Praxis wird zeigen, welche Form von Tabellen und Nomogrammen schließlich die besten technischen und wirtschaftlichen Ergebnisse liefert.

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s :

- [1] *W. K. Bachmann* Théorie des erreurs de l'orientation relative, Lausanne, Imprimerie La Concorde 1943.
- [2] *Van der Weele* Die numerische gegenseitige Orientierung auf die Aerotriangulation angewendet. Bulletin de la Société Belge de Photogrammetrie 1951, Nr. 23.
- [3] *H. Kasper* Ein numerisches Verfahren des Folgebildanschlusses für gebirgisches Gelände. Schweizer Zeitschr. f. Verm.Wesen 1950, Heft 4.
- [4] *H. Schmid* Fehlertheoretische Untersuchung der neueren Verfahren zur gegenseitigen Orientierung von Luftbildern. Österr. Zeitschr. f. Verm.Wesen 1952, Heft 2—4.
- [5] *G. Poivilliers* Formation de l'image plastique dans les appareils de restitution. Photogrammetria 1949/50, Heft 3.
- [6] *L. Pauwen* Sur un procédé d'orientation relative fondé sur la mesure des parallaxes verticales en de nombreux points. Bulletin de la Société Belge de Photogrammetrie 1949.
- [7] *H. Schmid* Fehlertheorie der gegenseitigen Orientierung von Luftbildern unter Zugrundelegung eines Orientierungspunktgitters. Sitzungsberichte der Österr. Akademie der Wissenschaften Mathem.-naturw. Klasse, Abtlg. II a, 159. Bd. 3. bis 6. Heft, 1950.
- [8] *K. Killian* Luftbild und Lotrichtung. Festschrift Doležal zum 90. Geburtstag.
- [9] *H. Bernhard* Über den Einfluß der Achsstellungen des Auswertegerätes auf die gegenseitige Orientierung von Luftaufnahmen (unter besonderer Berücksichtigung der Autographen A 5 und A 7 von Wild). Erscheint demnächst in der Photogrammetria.
- [10] *O. v. Gruber* Ferienkurs für Photogrammetrie. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1930.
- [11] *J. Krames* Über ein graphisches Verfahren zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen. Ö. Z. f. V. W. 1949.
- [12] *J. Krames* Graphisches Einpassen von Luftaufnahmen bei beschränktem Gesichtsfeld Ö. Z. f. V. W. 1953 (siehe dort weitere Literaturhinweise).

Berichtigungen und Ergänzungen

1. Seite 52, Absatz 2, Zeile 7 ist nach „600 m“ einzufügen: „bei einer Flughöhe von etwa 2500 m über Grund“.
2. Seite 53, Absatz 3, Zeile 8: der Betrag von 15% ist praktisch noch nicht nachgewiesen worden und scheint zu groß zu sein.
3. Seite 76, Fußnote zur 4. Zeile von unten: „Der mittlere Fehler einer Parallaxenmessung vor der Ausgleichung (m_p) ist durch $\sqrt{[\overline{v^2}]}$ gegeben.“
4. Das Berechnungsschema 1 gehört im 2. Punkt „Parallaxenausgleich“ in der Zeile 5 durch „ $m_p = \pm 0.023$ “ ergänzt.

Kleine Mitteilungen

Prof. Simon Stampfer — ein Pionier der Kinematographie

In der Bibliothek der Technischen Hochschule Wien befindet sich unter den vielen Werken des bekannten Geodäsieprofessors Simon Stampfer auch ein kleines Büchlein, betitelt: „Die stroboscopischen Scheiben oder optischen Zauberscheiben. Deren Theorie und wissenschaftliche Anwendung, erklärt von dem Erfinder S. Stampfer, Professor der Praktischen Geometrie am k. k. polytechnischen Institute in Wien.“ Es erschien im Verlag Trentsensky und Vieweg, Wien und Leipzig, im Jahre 1833. Diese Zauberscheiben, welche ein in früheren Zeiten beliebtes optisches Spielzeug waren, bestanden ursprünglich aus zwei miteinander fest verbundenen horizontalen Scheiben, die um eine gemeinsame vertikale Achse in Drehung versetzt werden konnten. Die obere Scheibe hatte längs des Umfanges geeignete Schaulöcher, denen gegenüber auf der unteren Scheibe Bilder angebracht waren, die die einzelnen Phasen einer periodischen Bewegung (z. B. Phasen aus der Bewegung eines laufenden Pferdes) darstellten. Der Beobachter blickte in fixer Richtung durch die Schaulöcher der in Rotation befindlichen Scheiben auf die immer wechselnden Bilder und bekam den Eindruck eines „lebenden Bildes“. Dieser optische Apparat, der später auch in Form eines um seine vertikal stehende Achse drehbaren Zylinders, Wundertrommel genannt, gebaut wurde, beruht auf der Eigenschaft des menschlichen Auges, daß die Lichtempfindung etwas länger dauert als der sie hervorrufende Reiz. Diese Nachwirkung, die die Verschmelzung zweier aufeinanderfolgender Bilder bewirkt, erzeugt einen kontinuierlichen Eindruck. Dies ist die physiologische Grundlage der Kinematographie.

Die diesbezüglichen optischen Täuschungsphänome waren schon längere Zeit bekannt und z. B. von Faraday beschrieben worden. Stampfer war jedoch der erste, der auf den Gedanken kam, sie zur Erzeugung „lebender Bilder“ zu verwenden und einen entsprechenden Apparat zu bauen.

Leider sind in der letzten Zeit zwei Publikationen erschienen, die diese eindeutig von Stampfer gemachte Erfindung als gemeinsame Arbeit des Verlagsbuchhändlers M. Trentsensky und Professor Stampfers hinstellen*). Daß dies nicht zutreffend ist, ergibt sich aus dem Titel des Büchleins, aber auch aus dem von den Verlagsbuchhändlern Trentsensky und Vieweg verfaßten und unterschriebenen Vorwort dazu, in dem sie mitteilen, daß Herr Professor Stampfer im Dezember 1832 seine Versuche mit den stroboskopischen Scheiben begonnen habe und im Februar 1833 eine Sammlung von sechs Doppelscheiben fertig hatte, die bald bekannt wurde. Das Interesse, welches diese Erfindung erregte, war weit über seine Erwartung, und von allen Seiten, besonders hohen Ortes aufgefordert, diese, Österreich gebührende neueste Erfindung im Gebiete

*) Notring Almanach 1954. S. 83. „Die Privilegiensammlung der Technischen Hochschule in Wien“ und Band 20 der „Abhandlungen des Dokumentationszentrums für Technik und Wirtschaft“ von A. Grüller.

der Optik durch ein k. k. ausschließendes Privilegium geschützt, zur allgemeinen Publizität zu bringen, veranlaßte ihn“, um ein Privilegium (diese sind Vorläufer des Patentes gewesen) anzusuchen, das er auch am 7. Mai 1833 erhielt. Gleichzeitig übertrug er der Verlagsbuchhandlung den Haupt-Debit (d. i. den Haupt-Verkauf) mit dem Cessionsrecht an in- und ausländische Firmen, was möglicherweise zu dem Irrtum den Anlaß gab. Obgleich diese Erfindung durch das Privilegium patentrechtlich geschützt war, wurde sie vielfach im In- und Ausland, selbst in Amerika, nachgeahmt.

1841 konstruierte der durch die Erfindung des Kanonenmetalls bekannte nachmalige Feldmarschalleutnant U c h a t i u s einen Projektionsapparat, mit dem man die Bilder des Stroboskops auf die Wand projizieren konnte. Damit war der erste kinematographische Apparat geschaffen.

Wenn auch heute die Stampfersche Erfindung auf dem Gebiete der Kinematographie nur mehr historisches Interesse hat, so hat sie sich doch auf anderen Gebieten behauptet, ja sogar andere Anwendungsmöglichkeiten gefunden. Das Prinzip des Stroboskops wird in der Technik und Industrie in Umkehrung seines ursprünglichen Zweckes zur Beobachtung schnell bewegter Gegenstände verwendet, zur Zerlegung eines Bewegungsvorganges in einzelne Phasen, um zu erkennen, wie die Bewegungsvorgänge stattfinden und ob sie wunschgemäß verlaufen. Das Stroboskop findet auch in der Kriegstechnik Anwendung, z. B. bei Tanks zur Verschließung von Beobachtungsscharten, um freie Sicht zu ermöglichen und gleichzeitig Schutz vor feindlichen Gewehrschüssen zu bieten.

Lego

Literaturbericht

1. Buchbesprechungen

S é b o r János, *Altalános Geodézia* (Allgemeine Geodäsie). 1. Band. 17 × 24,5 cm, 392 Seiten mit 432 Abbildungen. Budapest 1953.

Wie S é b o r im Vorwort erwähnt, beabsichtigt er in diesem Lehrbuch alles das zu geben, was ein in der Praxis stehender Ingenieur im allgemeinen braucht. Dabei sind die Grenzen der Niederen Geodäsie in einem geringen Maße überschritten worden, weshalb der Titel „Allgemeine Geodäsie“ gewählt wurde. Der Verfasser gedenkt im Vorwort seines ehemaligen Professors A l e x a n d e r J a n k ö, der ihm die geodätischen Grundbegriffe vermittelt hat, und spricht in Ausdrücken tiefster Dankbarkeit von Prof. Dr. mult. E d u a r d D o l e ž a l, dem er seine volle geodätische Ausbildung verdankt. Wie der Verfasser betont, hat er als Professor die Unterrichtsmethode Doležals sowohl in den Vorträgen wie auch bei den Übungen mit bestem Erfolg angewendet.

Der vorliegende I. Band des Lehrbuches behandelt die Ausgleichsrechnung und die Instrumentenkunde. Im besonderen wird der Stoff dieses Bandes in die folgenden Abschnitte unterteilt:

Ausgleichsrechnung (68 Seiten), Maße und Maßstäbe (23 Seiten), Geodätische Hilfsinstrumente (31 Seiten), Visiermittel (41 Seiten), Ablesemittel (19 Seiten), Längenmeßmittel (14 Seiten), Indirekte Entfernungsmessung (32 Seiten), Instrumente zum Abstecken von Winkeln (19 Seiten), Winkelmeßinstrumente (70 Seiten), der Meßtisch (11 Seiten), Fehler bei der Winkelmessung (5 Seiten), Höhenmessung (28 Seiten), Flächenberechnungsinstrumente (15 Seiten), Auftragsapparate (6 Seiten), Instrumente zum Verkleinern und Vergrößern (5 Seiten), Inhaltsverzeichnis (4 Seiten).

Von den neueren Instrumentkonstruktionen sind die Wild-Theodolite T 0 bis T 4, der Zeiß-Theodolit II, das selbstreduzierende Tachymeter Zeiß-Dahlta, der Reduktions-Distanzmesser Zeiß-Boßhardt, die Präzisions-Distanzmeßvorsätze zu den Wild-Theodoliten T 1 und T 2 besprochen. Hingegen ist das neuartige Nivellierinstrument Ni 2 von Zeiß-Opton mit automatischer horizontierter Ziellinie noch nicht erwähnt. Auch ein

Hinweis auf die Doppelkreistheodolite und sonstigen neueren geodätischen Instrumente von Kern in Aarau fehlt.

Das Werk ist reichlich mit sehr sauber gezeichneten, instruktiven Figuren bebildert, die ebenso wie die 45 photographischen Abbildungen von geodätischen Instrumenten viel zum leichteren Verständnis des Textes beitragen.

Wir wünschen dem I. Band der „Allgemeinen Geodäsie“, welcher eine fühlbare Lücke in der ungarischen geodätischen Literatur ausfüllt, die wohlverdiente Anerkennung und Verbreitung. R.

Das Schichtfolien-Ritzverfahren nach Wienecke bei der Kartenherstellung. Sonderheft 1/1954 zu den Nachrichten der Niedersächsischen Vermessungs- und Katasterverwaltung. Herausgeber und Verleger: Niedersächsisches Landesvermessungsamt Hannover.

Das Niedersächsische Landesvermessungsamt Hannover hat sich der anerkanntswerten Aufgabe unterzogen, seine Erfahrungen beim Arbeiten mit der Wienecke-Schicht mit diesem Sonderheft allen Interessenten in übersichtlicher, gründlicher und nach Sachgebieten geordneter Weise zur Kenntnis zu bringen.

Im Abschnitt 1 werden von Vermessungsamtman K a s p e r e i t die allgemeinen Voraussetzungen für das Ritzen, die Zeichengeräte und -träger, das Einfärben und Entschichten und auch die Möglichkeit der Fortführung behandelt. Der Autor dieses Abschnittes weist auf die Dringlichkeit und Notwendigkeit der Anwendung neuer Verfahren bei der Kartenherstellung hin, da die klassischen Verfahren wegen ihrer langen Dauer den heutigen Erfordernissen nicht mehr genügen.

Der Abschnitt 2 von Oberregierungsvermessungsrat v. d. Weiden, Vermessungsinspektor M a r t e n s und behördl. gepr. Verm.-Techniker W e n d t verfaßt, behandelt das Ritzen der Katasterrahmenkarten und sonstigen großmaßstäblichen Karten eingehend. Die Verfasser verweisen auf die großen Vorteile gegenüber den alten Methoden, verschweigen aber auch die Grenzen der Wirtschaftlichkeit nicht.

Die Deutsche Grundkarte 1:5000 im Ritzverfahren wird von Vermessungsoberspektor A h r e n s und Vermessungsinspektor W e h e b r i n k im Abschnitt 3 beschrieben. Auch hier erweist sich das Ritzverfahren als vorteilhaft und wirtschaftlich. Schriftstempel und Signaturschablonen vereinheitlichen das Kartenbild. Die Gravirnadel gestattet überdies den Einsatz auch von Nichtkartographen (siehe Schweden), ohne die Qualität herabzusetzen, und hat auch eine bedeutende Zeitersparnis zum Vorteil.

Den Wendepunkt in Bezug auf Wirtschaftlichkeit und Qualität bringt der Abschnitt 4 von Regierungsvermessungsrat Dipl.-Ing. S c h r o e d e r - H o h e n w a r t h bei der Herstellung der Karten kleinerer Maßstäbe im Ritzverfahren. Die Schwierigkeiten sind groß und zahlreich. Doch verweist der Verfasser in seinem Schlußsatz auf die Möglichkeit der Glasgravur, wie sie in der Schweiz gehandhabt wird, und erkennt als Fachmann den Vorteil des Glases als Originalträger, sowohl was die Maßhaltigkeit als auch die Schärfe und Güte des gravierten Striches betrifft. Die vorliegenden Ergebnisse der Glasgravur sind so, daß der Satz des Verfassers, daß „die Glasgravur eine ganz neue Entwicklung der modernen Kartenherstellung einzuleiten verspricht“, eigentlich schon Wirklichkeit geworden ist.

Die Abbildungen über Leuchttisch, Graviergeräte, Schrift- und Signaturschablonen ergänzen den textlichen Teil sehr gut. Es kann daher das besprochene Sonderheft allen Interessenten zum Studium sehr empfohlen werden, da sie sich dadurch vor Fehlresultaten weitestgehend schützen und ihre Versuche zielstrebig auf ihren eigenartigen Bedarf hinwenden können und damit Zeit und Kosten sparen. Das Niedersächsische Landesvermessungsamt und die Bearbeiter dieses Sonderheftes haben sich durch die Herausgabe dieses instruktiven Leitfadens für das Arbeiten mit der Wienecke-Schicht den Dank aller Fachinteressenten erworben. *Schenk*

2. Zeitschriftenschau

Die hier genannten Zeitschriften liegen, wenn nicht anders vermerkt, in der Bibliothek des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen auf.

1. Geodätische Zeitschriften

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Berlin - Wilmersdorf (Jahrg. 1954): *Nr. 7.* G a m p e r l, Probleme, Aufgaben und Organisation der Flurbereinigung in Bayern. — K n e i ß l, Der Vermessungsingenieur und die Flurbereinigung. — D r a h e i m, Die städtische Bodenpolitik in internationaler Schau. — K a n o w, Beschreibung einer amerikanischen Karte. — *Nr. 8.* J ä g e r, Technische Methoden im bayerischen Flurbereinigungsverfahren. — W e n d t, Die geometrische Gestaltung von Übergangskurven. — H e r r m a n n, Zweck und Inhalt einer Vermessungsanweisung. — B e b l o, Farbige Kopien auf Papier. — E n g e l b e r t, Einsatz von Optischen Pantographen in Vermessungs- und Katasterämtern. — L o r e n z, Bewertung von Gebäuderesten. — *Nr. 9.* K u r a n d t, Das Kataster- und Vermessungswesen in Hessen. — C o e s f e l d, Aus dem Tätigkeitsbereich des Hessischen Landesvermessungsamtes. — M a r x, Der kommunale Vermessungsdienst im Lande Hessen. — W i r t h, Gedanken über ein neues Katastergesetz und ein neues Abmarkungsgesetz im Lande Hessen. — L a n g, F a u l s t i c h, Die Flurbereinigung und Siedlung im Lande Hessen. — K r i e g e l, Vereinfachungen bei Grenzanerkennungen (Grenzverhandlungen).

Annali di Geofisica, Roma (7. Jahrg., 1954): *Nr. 1.* M a t s c h i n s k i, Formation des fissures primaires de l'ecorce terrestre. — V a l l e, Sull'omogeneità e sullo stato di equilibrio del mantello interno della Terra. — M o r e l l i, Rilievo gravimetrico dell'Alto Adriatico. — W e s t e r h a u s e n, Über die Ortung mikroseismischer Unruheherde.

Bildmessung und Luftbildwesen, Berlin (Jahrg. 1954): *Heft 3.* H e i ß l e r, Untersuchungen über den wirtschaftlich zweckmäßigsten Bildmaßstab bei Bildflügen mit Hochleistungsobjektiven. — B r a u m, Der Entzerrungsvorgang am SEG V von Zeiss-Aerotopograph. — H i l l e b r a n d, Terrestrisch-photogrammetrische Aufnahmen im Hochland von Äthiopien.

Bollettino di Geodesia e Science Affini, Firenze (13. Jahrg., 1954): *Nr. 3.* T r o m b e t t i, Beantwortung des Fragebogens der Studienkommission Nr. 3 des A. I. G. über das Studium des ED-1950-Netzes. — P a c e l l a, Die ersten Operationen des I. G. M. mit dem Worden-Gravimeter. — S a l v i o n i, Der Längenkompensator „S. Salvadori“ und die Normen für die Taratur der bei den hochpräzisen Nivellierungen zu benutzenden Meßplatten.

Der Fluchtstab, Wuppertal-Elberfeld (5. Jahrg., 1954): *Nr. 4.* K r ö g e r, Vermessungstechnische Bauüberwachung. — S c h o l z, Vom Vermessungswesen im alten Ägypten. — P e t e r s, Ein Weltatlas im Maßstab 1: 1.000.000.

Photogrammetria, Amsterdam (10. Jahrg., 1953—1954): *Heft 3.* B o n n e v a l, Réflexions sur les problèmes de compensation du cheminement aérien. — K r a m e s, Ergänzungen zum Artikel von H. G. J e r i e „Beitrag zum Numerischen Orientierungsverfahren für gebirgiges Gelände“. — B e r t e l e, Ein neues Vergrößerungsobjektiv für photogrammetrische Zwecke. — O d l e, Ein neues Auswertegerät für Luftbilder. — S a r a l e g u i, Sur un procédé de correction du „Relais“ du Stéréotopographe type „B“ Poivilliers — S. O. M.

Revue des Géomètres-Experts et Topographes Français, Paris (116. Jahrg., 1954): *Nr. 7.* G r e l a u d, La règle à calculs „Géo-Polytechnique“ (suite). — G a r r e s, Interpolation graphique des logarithmes et des antilogarithmes des nombres. — *Nr. 8.* G r e l a u d, La règle à calculs „Géo-Polytechnique“ (suite).

Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali, Rom (9. Jahrg., 1954): *Nr. 2.* B o n i f a c i n o, Meridiankonvergenz und Deformationsmodul für die vom Zentralmeridian der konformen Abbildung nach Gauss-Boaga entfernt liegenden Punkte. — M a s e r a n o, Die modernen Verfahren zur Ausgleichung von

Aerotriangulationen. — Bonfigli, Der Parabel angepaßte angenäherte Integralformel. — Geri, Die Symbole der Matrixen in der Auflösung des Gauss'schen Normalgleichungssystems. — Romano, Betrachtungen über die Aufnahme eines viereckigen Geländes mit Längenmessungen allein. — Ricco, Vieleckige Überfälle.

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie, Winterthur (52. Jahrg., 1954): Nr. 9. Kramers, Gegenseitige Orientierung zweier Luftbilder bei Schräglage der Kammerdrehachsen und der Aufnahmebasis. — Kasper, Zur Serienkontrolle der Autographen WILD A 7 und der Stereokartiergeräte WILD A 8.

Vermessungstechnische Rundschau, Zeitschrift für Vermessungswesen, Hamburg (16. Jahrg., 1954): Heft 8. Zwickert, Die Produktion bei Otto Fennel Söhne. — Weßler, Optograph, ein selbstgefertigter optischer Pantograph. — Hohlux-Pantograph. — Bormann, Topographische Karte 1:100.000 (Fortsetzung und Schluß). — Gutmann, Kataster-Rahmenkarten auf Astralon (Fortsetzung und Schluß). — Frank, Landaufteilung und Bodenschätzung im Altertum. — Geschichtliches vom Metermaß. — Wittke, Kaschieren und Lackieren. — Maßhaltigkeit von Ultraphan. — Heft 9. Kruidhof, Beseitigung optischer Fehler durch systematisches Distanzmessen. — Zwickert, Produktion bei Fennel. — Schrammek, Verbesserter Strahlenpantograph. — Lautsch, Temperatureinfluß auf Stahlbandmessung. — Klossek, Neue Reproduktionsmethoden. — Vorhoff, Nivelliere von Fennel. — Jahns, Kartenfaltung. — Happach, Kreisabschnittsberechnung. — Kremer, Herstellung von Dauerhandrissen.

Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart (79. Jahrg., 1954): Heft 7. Jung, Übersicht der Literatur für Vermessungswesen und Kulturtechnik des Jahres 1953. — Merkel, Die Badische Landesvermessung in ihrer historischen Entwicklung. — Pfrommer, Entwicklungsarbeiten in der Kunstdruckerei Künstlerbund Karlsruhe zur Karte 1:100.000. — Schelling, Ein Vergleich zwischen Triangulationsketten mit Winkel- und Streckenmessung. — Wolf, Bemerkungen zur Frage der Gestalt von Strecken-Ketten und Stellungnahme von Schelling. — Heft 8. Christ, Darstellung von Nivellementsfehlern. — Amberger, Berechnung von Gleisverbindungen gleichmittiger Bogen. — Bender, Die Berechnung und Absteckung der Halbbogenträger-Verankerungen. — Merkel, Die Badische Landesvermessung in ihrer historischen Entwicklung (Schluß). — Lichte, Vermessungswesen und Kartographie in Liberia. — Hothmer, Das „International Training Centre for Aerial Survey“. — Bode Müller, Der Schwereunterschied in korrespondierenden Punkten. — Sonderheft 1. Ramsayer, Beiträge zur Fehlertheorie der Schwerereduktion von Nivellements. — Sonderheft 2. Ellenberger, Die Erdzeitenforschung unter besonderer Berücksichtigung des deutschen Beitrages.

Abgeschlossen am 30. September 1954

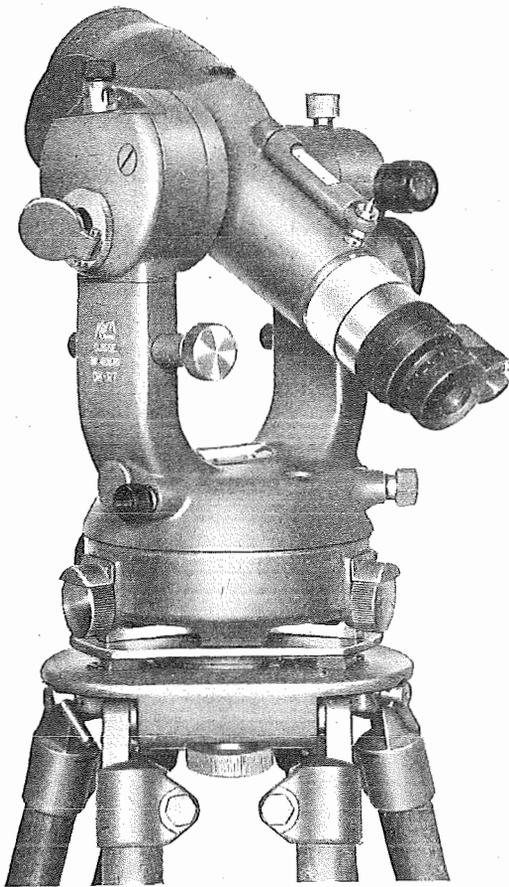
Zeitschriftenschau zusammengestellt im amtlichen Auftrag
von Bibliotheksangestellten K. Gärtner.

Contents:

- G. Schelling: Transfer of directions in chains of measured distances.
K. Ledersteger: The use of base-lines for the net-projection.
H. Schmid: Correlation between y-parallaxe and site of observation in a stereo-model; a new numerical method of orientation.

Sommaire:

- G. Schelling: Transfert de directions en chaînes de distances mesurées.
K. Ledersteger: L'emploi des bases à la projections des réseaux.
H. Schmid: Les rapports fonctionnels existant entre la grandeur de la parallaxe y et le lieu d'observation dans un modèle stéréoscopique; un procédé nouveau d'orientation numérique.



Doppelkreis- Reduktions- Tachymeter DK-RT

Leichter Präzisions-Tachymeter, besonders geeignet für Katastervermessungen nach der Polarkoordinaten-Methode.

Sehr helles Doppelbild-Fernrohr mit absoluter Bildtrennung, ergibt automatisch Horizontaldistanzen.

Neue einfache Lattenablesung:

An der horizontalen Latte mit 2-cm-Teilung werden am Doppelindex die ganzen m, an der Mikrometertrummel die cm abgelesen.

Erreichbare Genauigkeit bei ruhiger Luft $\frac{1}{10.000}$ der Horizontaldistanz. Sehr einfache und klare Kreisablesung nach dem patentierten Doppelkreissystem, wobei jede Ablesung das arithmetische Mittel aus zwei diametralen Kreisstellen darstellt.

Vergütete Optik (AR-Belag).

Gewicht des Instrumentes ohne Verpackung 4.6 kg.

Kern & Co. A. G., Aarau

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik
Gegründet 1819

Verlangen Sie Prospekte von der

Vertretung für Österreich: Dipl.-Ing. Richard Möckli
Wien V/55, Kriehbergasse 10 · Telephon U 49-5-99

Österreichischer Verein für Vermessungswesen

Wien VIII., Friedrich Schmidt-Platz 3

I. Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen

- Sonderheft 1: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 70. Geburtstag.* 198 Seiten, Neuauflage, 1948, Preis S 18.—.
- Sonderheft 2: *Leg o* (Herausgeber), *Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme.* 40 Seiten, 1935. Preis S 24.—.
- Sonderheft 3: *Ledersteger*, *Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid.* 140 Seiten, 1948. Preis S 25.—.
- Sonderheft 4: *Za a r*, *Zweimedienphotogrammetrie.* 40 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 5: *R i n n e r*, *Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie.* 45 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 6: *H a u e r*, *Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene.* 31 Seiten, 1949. (Vergriffen.)
- Sonderh. 7/8: *Ledersteger*, *Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung. Zur Analyse der Laplace'schen Widersprüche.* 59 + 22 Seiten, 1949. Preis S 25.—.
- Sonderheft 9: *Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich.* 56 Seiten, 1949. Preis S 22.—.
- Sonderheft 11: *M a d e r*, *Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung.* 74 Seiten, 1951. Preis S 25.—.
- Sonderheft 12: *Ledersteger*, *Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoids und der absoluten Lager der Landestriangulationen.* 140 Seiten. 1951. Preis S 35.—.
- Sonderheft 13: *H u b e n y*, *Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoids.* 208 Seiten, 1953. Preis S 60.—.
- Sonderheft 14: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 90. Geburtstag.* 764 Seiten und viele Abbildungen, 1952. Preis S 120.—.
- Sonderheft 15: *M a d e r*, *Die orthometrische Schwerekorrektion des Präzisions-Nivellements in den Hohen Tauern.* 26 Seiten und 12 Tabellen, 1954. Preis S 28.—.

II. Dienstvorschriften

- Nr. 1. *Behelfe, Zeichen und Abkürzungen im österr. Vermessungsdienst.* 38 Seiten, 1947. Preis S 7.50.
- Nr. 2. *Allgemeine Bestimmungen über Dienstvorschriften, Rechentafeln, Muster und sonstige Drucksorten.* 50 Seiten, 1947. Preis S 10.—.
- Nr. 8. *Die österreichischen Meridianstreifen.* 62 Seiten, 1949. Preis S 12.—.
- Nr. 14. *Fehlergrenzen für Neuvermessungen.* 4. Aufl., 1952, 27 Seiten, Preis S 10.—.
- Nr. 15. *Hilftabellen für Neuvermessungen.* 34 Seiten, 1949. Preis S 7.—.
- Dienstvorschrift Nr. 35* (Feldarbeiten der Verm. Techn. bei der Bodenschätzung). Wien, 1950. 100 Seiten, Preis S 25.—.
- Nr. 46. *Zeichenschlüssel der Österreichischen Karte 1:25.000 samt Erläuterungen.* 88 Seiten, 1950. Preis S 18.—.
- Technische Anleitung für die Fortführung des Grundkatasters.* Wien, 1932. Preis S 25.—.
- Liegenschaftsteilungsgesetz 1932.* (Sonderdruck des B. A. aus dem Bundesgesetzblatt.) Preis S 1.—.

(Fortsetzung nächste Seite)

III. Weitere Publikationen

Prof. Dr. R o h r e r, *Tachymetrische Hilfstafel für sexagesimale Kreisteilung*. Taschenformat. 20 Seiten. Preis S 10.—.

Der österreichische Grundkataster. 66 Seiten, 1948. Preis S 15.—.

Behelf für die Fachprüfung der österr. Vermessungsingenieure (herausgegeben 1949)

Heft 1: Fortführung 1. Teil, 55 Seiten, Preis S 11.—.

Heft 2: Fortführung 2. Teil, 46 Seiten, Preis S 10.—.

Heft 3: *Höhere Geodäsie*, 81 Seiten, Preis S 16.—.

Heft 4: *Triangulierung*, 46 Seiten, Preis S 9.—.

Heft 5: *Neuermessung, Nivellement und topographische Landesaufnahme*. 104 Seiten, Preis S 20.—.

Heft 6: *Photogrammetrie, Kartographie und Reproduktionstechnik*. 70 Seiten. Preis S 15.—.

Offizielle österreichische amtliche Karten der Landesaufnahme

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen
in Wien VIII., Krotenthallergasse 3 / Tel. A 23-5-20



Es werden folgende Kartenwerke empfohlen:

Für Amtszwecke sowie für Wissenschaft und Technik

Die Blätter der

Österreichischen Karte 1:25.000, bzw. der
Alten österreichischen Landesaufnahme 1:25.000
Österreichische Karte 1:50.000, bzw. die
Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200.000
Übersichtskarte von Mitteleuropa 1:750.000
Plan von Wien 1:15.000 mit Straßenverzeichnis
Plan von Salzburg 1:15.000
Bezirkspäne von Wien 1:10.000, bzw. 1:15.000
Arbeitskarten 1:200.000 und 1:500.000 von Österreich
Ortsgemeindegrenzenkarten von allen Bundesländern 1:500.000

Zum Zusammenstellen von Touren und Reisen

Karte der Republik Österreich 1:850.000
Karte der Republik Österreich 1:500.000, mit Suchgitter und Index
Karte der Republik Österreich 1:500.000, hypsometrische Ausgabe
Verkehrs- und Reisekarte von Österreich 1:600.000

Für Auto-Touren

die Straßenkarte von Österreich 1:500.000 in zwei Blättern,
mit Terraindarstellung, Leporellofaltung

sowie für Motorrad und Radfahrer

die Straßenübersichtskarte von Österreich 1:850.000 in Form
eines praktischen Handbüchleins

Für Wanderungen

die Blätter der Wanderkarte 1:50.000 mit Wegmarkierungen

Die Karten sind in sämtlichen Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle Wien VIII., Krotenthallergasse 3, erhältlich.

Auf Wunsch werden Übersichtsblätter kostenlos abgegeben.

Neuerscheinungen

von offiziellen amtlichen Karten der Landesaufnahme

Österreichische Karte 1 : 25.000

(Preis pro Blatt S 8.—)

Blatt 55/2 Ober-Grafendorf
72/2 Frankenfels
123/1 Hochfilzen
124/1 Saalfelden
127/1 Schladming
203/2 Painach
213/1 Eisenkappel

Österreichische Karte 1 : 50.000

(Preis pro Blatt mit Wegmarkierung S 6.—,
ohne Wegmarkierung S 7.—)

Blatt 155 Bad-Hofgastein
181 Obervellach
197 Kötschach
198 Weißbriach

*

Berichtigt erschienen:

Karte der Republik Österreich 1 : 500.000

- a) geschummerte Ausgabe mit Suchgitter und Index Preis S 22.—
- b) hypsometrische Ausgabe „ S 18.—
- c) politische Ausgabe „ S 21.—

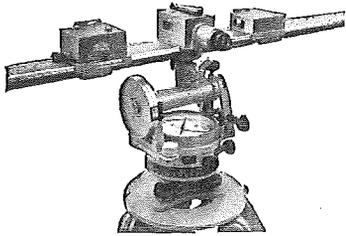
Umgebungskarte von Salzburg 1 : 25.000

Preis S 5'20

Karte der Hohen Wand 1 : 40.000

Preis S 5.—

Zu beziehen durch alle Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Landesaufnahme), Wien 8, Krotenthallergasse 3



Nivelliere · Theodolite · Tachymeter
Bussolen · Kippregeln · Kompass

F. W. Breithaupt & Sohn

Fabrik geodätischer Instrumente

Kassel (Deutschland), Adolfstraße 13

Seit 1888

RUDOLF & AUGUST ROST

Geodätische und kartographische Instrumente

Präzisionsapparate sowie sämtliches Zubehör für Bau und Vermessung

Eigene Erzeugung

WIEN XV., MÄRZSTRASSE 7 · TELEFON: Y 12-1-20

Telegramm-Adresse: Georost Wien

Theodolite, Nivelliere, Bussolen-Instrumente

sowie **sämtliche Vermessungsrequisiten**

für Feld- und Kanzleibedarf liefert in erstklassiger Ausführung

Neuhöfer & Sohn Akt.-Ges., Wien V., Hartmannngasse 5

Telephon A 35-4-40

Reparaturen von Instrumenten auch fremder Provenienz raschest und billigst

Prospekte gratis

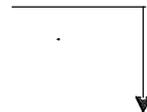
KRIECHBAUM-SCHIRME

ERZEUGUNG ALLER ARTEN

VERMESSUNGS-

RUCKSACK- und

GARTEN-SCHIRME



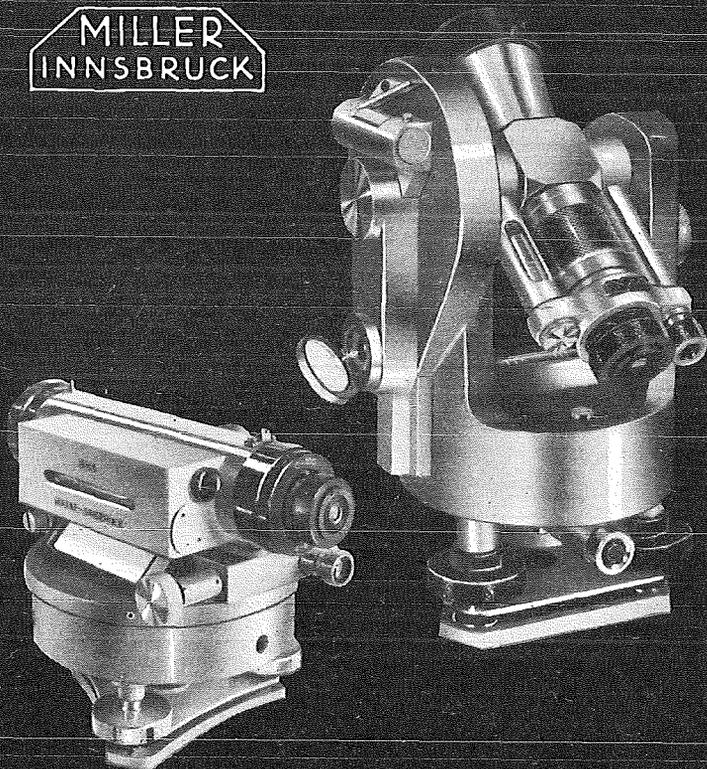
Hauptbetrieb:

WIEN 16

Neulerchenfelderstr. 40

Telephon B 40-8-27

MILLER
INNSBRUCK



OPTISCHE THEODOLITE UND
NIVELLIERINSTRUMENTE