

Österreichische Zeitschrift für **Vermessungswesen**

REDAKTION:

Hofrat Dr. h. c. mult. E. Doležal

emer. o. ö. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Dipl.-Ing. Karl Lego

Präsident
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen i. R.

Dipl.-Ing. Dr. Hans Rohrer

o. ö. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Nr. 6

Baden bei Wien, Ende Dezember 1952

XL. Jg.

INHALT:

Abhandlungen:

- Einige Bemerkungen zur Winkelmessung nach der Sektoren-
methode (Schluß) M. Kneißl
- Zur Reduktion der kürzesten Weglänge in die geodätische Bezugs-
fläche K. Hubeny
- Projektion und Lotabweichung K. Ledersteger
- Über die Grundfigur und den Längsfehler in Streckenkettten
(Schluß) G. Schelling
- Kleine Mitteilungen, Literaturbericht, Engl. fianz. Inhaltsverzeichnis. — Mitteilungsblatt zur
„Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen“, redigiert von ORdVD. Dipl.-Ing. Ernst Rudolf



Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

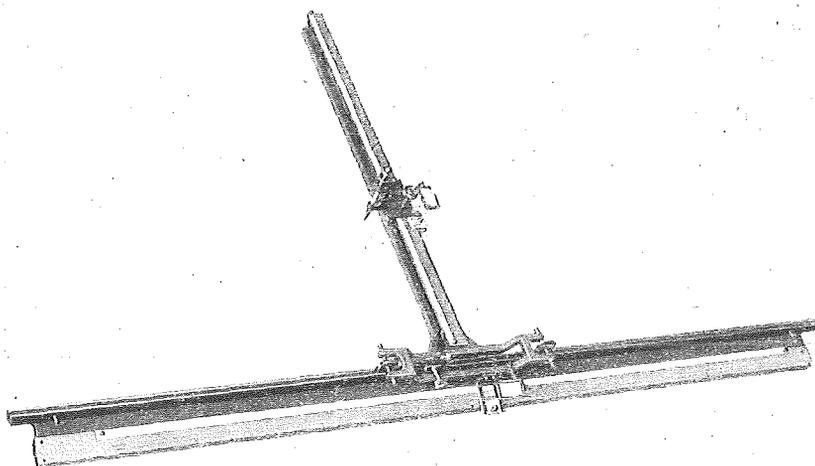
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

Baden bei Wien 1952

ADOLF FROMME

Geodätische und kartographische Instrumente
Fabrik für Zeichenmaschinen

FROMMES PRÄZISIONS- KOORDINATOGRAPH Nr. 322



Nr. 322, Fromme Präzisions-Koordinatograph für eine Nutzfläche von 1000×650 mm

Dieser Präzisions-Koordinatograph, eine Fromme'sche Original-Konstruktion, ermöglicht das rasche und bequeme Auftragen rechtwinkliger Koordinaten auf größeren Flächen. Er besteht aus einem schweren, gußeisernen Abszissenlineal, welches infolge seines eigenen Gewichtes an jedem Platze des Zeichentisches (auch über Ecken) unverrückbar festhält. Das Ordinatenlineal mit Pikiereinrichtung wird mit den Rollen auf das Abszissenlineal aufgelegt und ist damit das Gerät auftragsbereit. Durch seine Handlichkeit und Genauigkeit hat sich dieser Präzisions-Koordinatograph bestens bewährt

Prospekte und Anbote kostenlos

Wien XVIII, Herbeckstraße 27 • Telephon A 26-3-83

Gegründet 1835

Osterreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

Redakteure: Hofrat emer.o. Prof. Dr. h. c. mult. Eduard Doležal, Baden b. Wien, Mozartstr. 7
Präsident i. R. Dipl.-Ing. Karl Lego, Wien I, Hohenstaufengasse 17
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer, Wien IV, Technische Hochschule

Redaktionsbeirat: Dipl.-Ing. Dr. techn. Alois Barvir, Wien VIII, Krotenthallergasse 3
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Hauer, Wien IV, Technische Hochschule
Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny, Graz, Techn. Hochschule, Rechbauerstr. 12
Dr. phil. Karl Ledersteger, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3
wirkl. Hofrat Ing. Karl Neumaier, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3
Dipl.-Ing. Leo Uhllich, Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an Ober-Rat d. V.D. Dipl.-Ing. Ernst Rudolf, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken.

Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich, und zwar Ende jedes geraden Monats.

Redaktionsschluß: jeweils Ende des Vormonats.

Bezugsbedingungen pro Jahr:

Mitgliedsbeitrag für den Verein oder die Österr. Gesellschaft für Photogrammetrie	S 50.—
für beide Vereinigungen zusammen	S 55.—
Abonnementgebühr für das Inland	S 72.—
Abonnementgebühr für Deutschland	DM 15.—
Abonnementgebühr für das übrige Ausland	sfr. 15.—

Postscheck-Konto Nr. 119.093

Telephon: A 24-5-60

Neuerscheinungen:

Österreichische Karten 1:25.000, Preis pro Blatt S 8.—

Blatt 72/1 Gamming	Blatt 125/1 Werfen	Blatt 155/4 Ankogel
72/3 Lackenhof	125/3 St. Johann i. P.	161/2 Knittelfeld
72/4 Mariazell	125/4 Wagrein	161/4 Reichenfels
73/3 Annaberg	127/3 Unterthal	163/2 Gratwein
82/4 Bregenz	127/4 Hochgolling	161/1 Judenburg
110/4 Nofels	149/1 Lizumer Reckner	211/1 Bärnthäl
124/2 Dorf Dienten	155/1 Bad Hofgastein	211/2 Windischbleiberg
124/3 St. Georgen	155/2 Hüttschlag	213/2 Moschgan Berg
124/4 Taxenbach	155/3 Bad Gastein	

Österreichische Karte 1:50.000, Blatt 94 Golling, Wanderkarte mit Wegmarkierung, Preis S 7.—, Blatt 164 Lungau, Preis ohne Wegmarkierung S 6.—, mit Wegmarkierung S 7.—. Umgebungskarte Mayerhofen, Preis S 6.20. Schikarte Innsbruck-Brenner, Preis S 8.—.

Umgebungskarte von Innsbruck mit Wegmarkierung 1:25.000 S 8.20

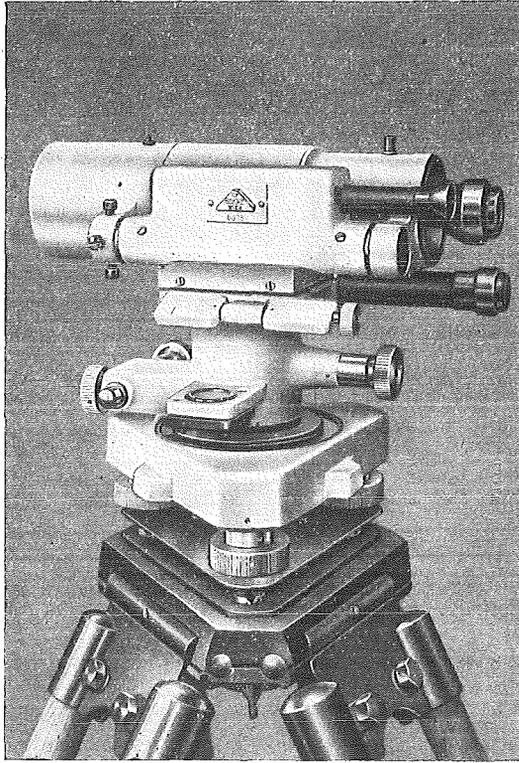
Stadtplan von Salzburg mit Straßenverzeichnis 1:15.000, Preis S 15.—

Historischer Atlas der österreichischen Alpenländer (Pfarr- und Diözesankarte), Preis samt Verzeichnis S 60.—

Verkehrs- und Reisekarte von Österreich 1:600.000, berichtigte Ausgabe, Preis S 7.80, Stations-, Ortsnamen- und Schutzhüttenverzeichnis hiezu, Preis S 3.30.

Straßenkarte von Österreich in zwei Blättern 1:500.000, Preis Nordblatt S 6.50, Südblatt S 9.10

Zu beziehen durch: Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (Landesaufnahme), Wien VIII., Krotenthallergasse 3



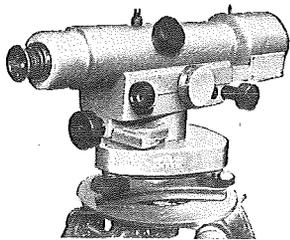
Modernste geodätische Instrumente höchster Präzision:

- | | |
|--|--|
| Nivellierinstrumente, Type V 200, mit
Horizontalkreis, für genaue technische
Nivellements (siehe Abbildung) | Doppelpentagone 90 und 180°
Tachymeter-Vollkreis-Transporteure
Auftragsapparate, System „Demmer“
System „Michalek“ |
| Nivellierinstrumente, Type V 100, ohne
Horizontalkreis, für einfache technische
Nivellements | Abschlebedrelecke,
verbesserte Ausführung
Lattenrichter, mit Dosenlibelle |

Verlangen Sie ausführliches Prospektmaterial

Optische Anstalt **C. P. GOERZ** Gesellschaft m. b. H.
Wien X., Sonnleithnergasse 5 / Telephon Nr. U 42-555 Serle

218



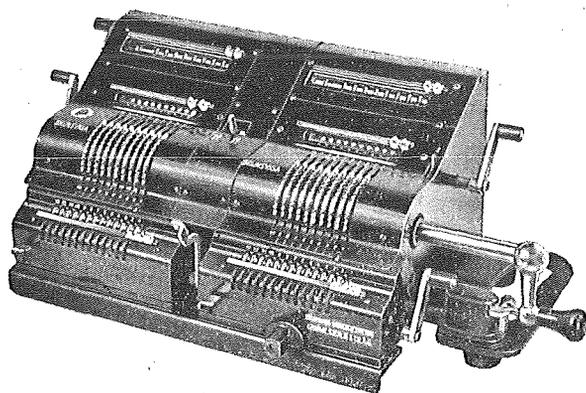
Nivelliere • Theodolite • Tachymeter
Bussolen • Kippregeln • Kompasse

F. W. Breithaupt & Sohn

Fabrik geodätischer Instrumente

Kassel (Deutschland), Adolfsstraße 13

Reserviert



BRUNSVIGA Doppel 13Z für das Vermessungswesen

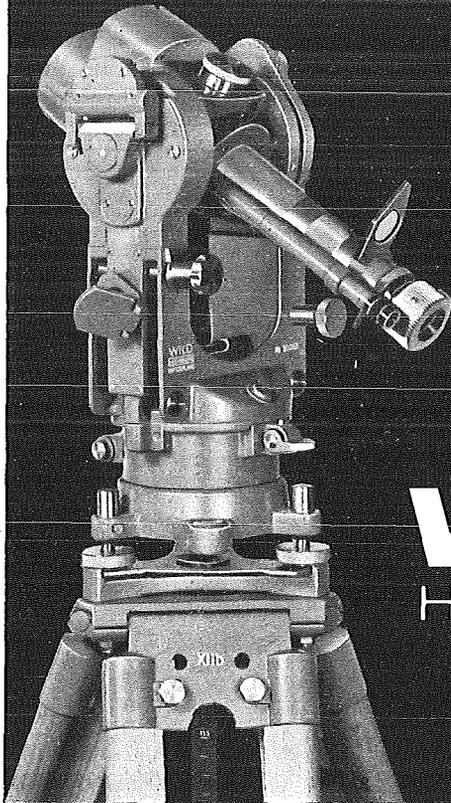
BRUNSVIGA

Vertrieb von Büroeinrichtungen Rothholz & Faber

Wien I, Wildpretmarkt 1 • Fernruf U 27-0-25

Vermessungs-Instrumente von Weltruf

Moderne Theodolite und Nivellierinstrumente, Meßplatten, Präzisions-Distanzmeßer, Reduktions-Distanzmeßer, Meßtischausrüstungen, Astronomische Instrumente, Photogrammetrische Instrumente (Fliegerkammern und Auswertegeräte), Präzisions-Reißzeuge aus rostfreiem Stahl



WILD

HEERBRUGG

Ein neues WILD-
Präzisionsinstrument:

Reduktions-Distanzmeßer WILD RDH

für waagrechte Latte. Besonders geeignet für Polygonzüge und Katasteraufnahmen in Gebieten mit hohem Bodenwert. An der Latte kann nicht nur die horizontale Entfernung, sondern auch der Höhenunterschied zwischen Instrument und Latte abgelesen werden. Genauigkeit der Entfernung: 1—2 cm auf 100 m

Generalvertretung für Österreich und Spezial-Reparaturdienst

Rudolf & August Rost Wien XV, Märzstraße 7

Telephon Y 12-1-20

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

Hofrat Prof. Dr. h. c. mult. E. D o l e ž a l,
Präsident i. R. Dipl.-Ing. K. L e g o und o. ö. Professor Dipl.-Ing. Dr. H. R o h r e r

Nr. 6

Baden bei Wien, Ende Dezember 1952

XL. Jg.

Einige Bemerkungen zur Winkelmessung nach der Sektoren- methode

Von M. K n e i ß l, München

(Schluß)

Damit ergeben sich für das gewählte Beispiel die folgenden Bedingungs- und Fehlergleichungen.

1. $[1.3] + [3.5] + [5.10] + [10.1] - 4R = 0$ oder:
 $(1.3) + \nu_{(1.3)} + (3.5) + \nu_{(3.5)} + (5.10) + \nu_{(5.10)} + (10.1) + \nu_{(10.1)} - 4R = 0$ und mit:
 $(1.3) + (3.5) + (5.10) + (10.1) - 4R = w_1$
 $\nu_{(1.3)} + \nu_{(3.5)} + \nu_{(5.10)} + \nu_{(10.1)} + w_1 = 0$
2. $[1.2] + [2.3] - [1.3] = 0$ oder:
 $\widehat{1.2} + \nu_{1.2} + \widehat{2.3} + \nu_{2.3} - [1.3] = 0$ und mit:
 $\widehat{1.2} + \widehat{2.3} - [1.3] = \{1.3\} - [1.3] = w_2$
 $\nu_{1.2} + \nu_{2.3} + w_2 = 0$
3. $[3.4] + [4.5] - [3.5] = 0$ oder:
 $\widehat{3.4} + \nu_{3.4} + \widehat{4.5} + \nu_{4.5} - [3.5] = 0$ und mit:
 $\widehat{3.4} + \widehat{4.5} - [3.5] = \{3.5\} - [3.5] = w_3$
 $\nu_{3.4} + \nu_{4.5} + w_3 = 0$

4. $[\bar{5}.7] + [7.10] - [5.10] = 0$ oder:
 $(\bar{5}.7) + \nu_{(\bar{5}.7)} + (7.10) + \nu_{(7.10)} - [5.10] = 0$ und mit:
 $(\bar{5}.7) + (7.10) - [5.10] = \{5.10\} - [5.10] = w_4$
 $\nu_{(\bar{5}.7)} + \nu_{(7.10)} + w_4 = 0$
5. $[\bar{5}.6] + [6.7] - [5.7] = 0$ oder:
 $\bar{5}\widehat{.6} + \nu_{\bar{5}\widehat{.6}} + \widehat{6.7} + \nu_{\widehat{6.7}} - [5.7] = 0$ und mit:
 $\bar{5}\widehat{.6} + \widehat{6.7} - [5.7] = \{5.7\} - [5.7] = w_5$
 $\nu_{\bar{5}\widehat{.6}} + \nu_{\widehat{6.7}} + w_5 = 0$
6. $[7.8] + [8.10] - [7.10] = 0$ oder:
 $\widehat{7.8} + \nu_{\widehat{7.8}} + \widehat{8.10} + \nu_{\widehat{8.10}} - [7.10] = 0$ und mit
 $\widehat{7.8} + \widehat{8.10} - [7.10] = \{7.10\}' - [7.10] = w_6$
 $\nu_{\widehat{7.8}} + \nu_{\widehat{8.10}} + w_6 = 0$
7. $[7.9] + [9.10] - [7.10] = 0$ oder:
 $\widehat{7.9} + \nu_{\widehat{7.9}} + \widehat{9.10} + \nu_{\widehat{9.10}} - [7.10] = 0$ und mit:
 $\widehat{7.9} + \widehat{9.10} - [7.10] = \{7.10\}'' - [7.10] = w_7$
 $\nu_{\widehat{7.9}} + \nu_{\widehat{9.10}} + w_7 = 0$
8. $[10.11] + [11.1] - [10.1] = 0$ oder:
 $\widehat{10.11} + \nu_{\widehat{10.11}} + (11.1) + \nu_{(11.1)} - [10.1] = 0$ und mit
 $\widehat{10.11} + (11.1) - [10.1] = \{10.1\} - [10.1] = w_8$
 $\nu_{\widehat{10.11}} + \nu_{(11.1)} + w_8 = 0$
9. $[11.12] + [12.1] - [11.1] = 0$ oder:
 $\widehat{11.12} + \nu_{\widehat{11.12}} + \widehat{12.1} + \nu_{\widehat{12.1}} - [11.1] = 0$ und mit
 $\widehat{11.12} + \widehat{12.1} - [11.1] = \{11.1\} - [11.1] = w_9$
 $\nu_{\widehat{11.12}} + \nu_{\widehat{12.1}} + w_9 = 0$

Schreibt man diesen Gleichungen die Korrelaten k_1, k_2, \dots bis k_9 zu, so ergibt sich folgendes Schema für die Herleitung der Korrelatengleichungen aus den Fehlerbedingungsgleichungen und für die Aufstellung der Normalgleichungen für die Korrelaten.

Korrelatengleichungen

$$p_i v_i = a_i k_1 + b_i k_2 + \dots$$

Fehlerbedingungs-gleichungen

Gewicht	k_i v_{ik}	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
		a_i	b_i	c_i	d_i	e_i	f_i	g_i	h_i	j_i
$(p_{1,3})$	$v_{(1,3)}$	+1								
$(p_{3,5})$	$v_{(3,5)}$	+1								
$(p_{5,10})$	$v_{(5,10)}$	+1								
$(p_{10,1})$	$v_{(10,1)}$	+1								
$p_{1,2}$	$v_{1,2}$		+1							
$p_{2,3}$	$v_{2,3}$		+1							
$p_{3,4}$	$v_{3,4}$			+1						
$p_{4,5}$	$v_{4,5}$			+1						
$(p_{5,7})$	$v_{(5,7)}$				+1					
$(p_{7,10})$	$v_{(7,10)}$				+1					
$p_{5,6}$	$v_{5,6}$					+1				
$p_{6,7}$	$v_{6,7}$					+1				
$p_{7,8}$	$v_{7,8}$						+1			
$p_{8,10}$	$v_{8,10}$						+1			
$p_{7,9}$	$v_{7,9}$							+1		
$p_{9,10}$	$v_{9,10}$							+1		
$p_{10,11}$	$v_{10,11}$								+1	
$(p_{11,1})$	$v_{(11,1)}$								+1	
$p_{11,12}$	$v_{11,12}$									+1
$p_{12,1}$	$v_{12,1}$									+1
		$+w_1=0$	$+w_2=0$	$+w_3=0$	$+w_4=0$	$+w_5=0$	$+w_6=0$	$+w_7=0$	$+w_8=0$	$+w_9=0$

Normalgleichungen

$$\text{I. } \left(\frac{1}{(p_{1,3})} + \frac{1}{(p_{3,5})} + \frac{1}{(p_{5,10})} + \frac{1}{(p_{10,1})} \right) k_1 + w_1 = 0$$

$$\text{oder } k_1 = - \frac{w_1}{\left(\frac{1}{(p_{1,3})} + \frac{1}{(p_{3,5})} + \frac{1}{(p_{5,10})} + \frac{1}{(p_{10,1})} \right)} = - \{p_{1,1}\} \cdot w_1$$

wobei $\{p_{1,1}\}$ das Gewicht der Summe der Sektorenwinkel ist.

$$\text{II. } \left(\frac{1}{p_{1,2}} + \frac{1}{p_{2,3}} \right) \cdot k_2 + w_2 = 0; \text{ oder: } k_2 = - \frac{w_2}{\frac{1}{p_{1,2}} + \frac{1}{p_{2,3}}} = - \{p_{1,3}\} \cdot w_2$$

$$\text{III. } \left(\frac{1}{p_{3,4}} + \frac{1}{p_{4,5}} \right) \cdot k_3 + w_3 = 0; \text{ oder: } k_3 = - \frac{w_3}{\frac{1}{p_{3,4}} + \frac{1}{p_{4,5}}} = - \{p_{3,5}\} \cdot w_3$$

$$\begin{aligned}
 \text{IV.} \quad & \left(\frac{1}{(p_{5.7})} + \frac{1}{(p_{7.10})} \right) \cdot k_4 + w_4 = 0; \text{ oder: } k_4 = - \frac{w_4}{\frac{1}{(p_{5.7})} + \frac{1}{(p_{7.10})}} = - \{p_{5.10}\} \cdot w_4 \\
 \text{V.} \quad & \left(\frac{1}{p_{5.6}} + \frac{1}{p_{6.7}} \right) \cdot k_5 + w_5 = 0; \text{ oder: } k_5 = - \frac{w_5}{\frac{1}{p_{5.6}} + \frac{1}{p_{6.7}}} = - \{p_{5.7}\} \cdot w_5 \\
 \text{VI.} \quad & \left(\frac{1}{p_{7.8}} + \frac{1}{p_{8.10}} \right) \cdot k_6 + w_6 = 0; \text{ oder: } k_6 = - \frac{w_6}{\frac{1}{p_{7.8}} + \frac{1}{p_{8.10}}} = - \{p_{7.10}\}' \cdot w_6 \\
 \text{VII.} \quad & \left(\frac{1}{p_{7.9}} + \frac{1}{p_{9.10}} \right) \cdot k_7 + w_7 = 0; \text{ oder: } k_7 = - \frac{w_7}{\frac{1}{p_{7.9}} + \frac{1}{p_{9.10}}} = - \{p_{7.10}\}'' \cdot w_7 \\
 \text{VIII.} \quad & \left(\frac{1}{p_{10.11}} + \frac{1}{(p_{11.1})} \right) \cdot k_8 + w_8 = 0; \text{ oder: } k_8 = - \frac{w_8}{\frac{1}{p_{10.11}} + \frac{1}{(p_{11.1})}} = - \{p_{10.1}\} \cdot w_8 \\
 \text{IX.} \quad & \left(\frac{1}{p_{11.12}} + \frac{1}{p_{12.1}} \right) \cdot k_9 + w_9 = 0; \text{ oder: } k_9 = - \frac{w_9}{\frac{1}{p_{11.12}} + \frac{1}{p_{12.1}}} = - \{p_{11.1}\} \cdot w_9
 \end{aligned}$$

Damit werden die Verbesserungen:

$$\begin{aligned}
 \nu_{(1.3)} &= - \frac{k_1}{(p_{1.3})} = - \frac{\{p_{1.1}\} \cdot w_1}{(p_{1.3})}; & \nu_{5.6} &= - \frac{k_5}{p_{5.6}} = - \frac{\{p_{5.7}\} \cdot w_5}{p_{5.6}}; \\
 \nu_{(3.5)} &= - \frac{k_1}{(p_{3.5})} = - \frac{\{p_{1.1}\} \cdot w_1}{(p_{3.5})}; & \nu_{6.7} &= - \frac{k_5}{p_{6.7}} = - \frac{\{p_{5.7}\} \cdot w_5}{p_{6.7}}; \\
 \nu_{(5.10)} &= - \frac{k_1}{(p_{5.10})} = - \frac{\{p_{1.1}\} \cdot w_1}{(p_{5.10})}; & \nu_{7.8} &= - \frac{k_6}{p_{7.8}} = - \frac{\{p_{7.10}\}' \cdot w_6}{p_{7.8}}; \\
 \nu_{(10.1)} &= - \frac{k_1}{(p_{10.1})} = - \frac{\{p_{1.1}\} \cdot w_1}{(p_{10.1})}; & \nu_{8.10} &= - \frac{k_6}{p_{8.10}} = - \frac{\{p_{7.10}\}' \cdot w_6}{p_{8.10}}; \\
 \nu_{1.2} &= - \frac{k_2}{p_{1.2}} = - \frac{\{p_{1.3}\} \cdot w_2}{p_{1.2}}; & \nu_{7.9} &= - \frac{k_7}{p_{7.9}} = - \frac{\{p_{7.10}\}'' \cdot w_7}{p_{7.9}}; \\
 \nu_{2.3} &= - \frac{k_2}{p_{2.3}} = - \frac{\{p_{1.3}\} \cdot w_2}{p_{2.3}}; & \nu_{9.10} &= - \frac{k_7}{p_{9.10}} = - \frac{\{p_{7.10}\}'' \cdot w_7}{p_{9.10}}; \\
 \nu_{3.4} &= - \frac{k_3}{p_{3.4}} = - \frac{\{p_{3.5}\} \cdot w_3}{p_{3.4}}; & \nu_{10.11} &= - \frac{k_8}{p_{10.11}} = - \frac{\{p_{10.1}\} \cdot w_8}{p_{10.11}}; \\
 \nu_{4.5} &= - \frac{k_3}{p_{4.5}} = - \frac{\{p_{3.5}\} \cdot w_3}{p_{4.5}}; & \nu_{(11.1)} &= - \frac{k_8}{(p_{11.1})} = - \frac{\{p_{10.1}\} \cdot w_8}{(p_{11.1})}; \\
 \nu_{(5.7)} &= - \frac{k_4}{(p_{5.7})} = - \frac{\{p_{5.10}\} \cdot w_4}{(p_{5.7})}; & \nu_{11.12} &= - \frac{k_9}{p_{11.12}} = - \frac{\{p_{11.1}\} \cdot w_9}{p_{11.12}}; \\
 \nu_{(7.10)} &= - \frac{k_4}{(p_{7.10})} = - \frac{\{p_{5.10}\} \cdot w_4}{(p_{7.10})}; & \nu_{12.1} &= - \frac{k_9}{p_{12.1}} = - \frac{\{p_{11.1}\} \cdot w_9}{p_{12.1}}.
 \end{aligned}$$

Zur Auswertung der vorstehenden Ausdrücke müssen noch die allgemeinen arithmetischen Mittel für die Sektoren und für die Hauptzwischenwinkel und ihre Gewichte (i, k) sowie die Widersprüche w_i berechnet werden. An Hand der Abbildung findet man hiefür folgende Ausdrücke:

Winkel	Sektor	Beobachtung	Gewicht p	$\frac{1}{p}$
[1.2]	$\underbrace{1.3}$	$\widehat{1.2}$	$p_{1.2}$	$\frac{1}{p_{1.2}}$
[2.3]		$\widehat{2.3}$	$p_{2.3}$	$\frac{1}{p_{2.3}}$
[1.3] über 2		$\{1.3\} = \widehat{1.2} + \widehat{2.3}$	$\{p_{1.3}\} = \frac{1}{\frac{1}{p_{1.2}} + \frac{1}{p_{2.3}}}$	$\left[\frac{1}{p_{ik}} \right]$
[1.3] unmittelbar		1.3	$p_{1.3}$	
[1.3] allg. arith. Mittel		$(1.3) = \frac{p_{1.3} \cdot \widehat{1.3} + \{p_{1.3}\} \cdot \{1.3\}}{p_{1.3} + \{p_{1.3}\}}$	$(p_{1.3}) = p_{1.3} + \{p_{1.3}\}$	$\frac{1}{(p_{1.3})}$
[3.4]	$\underbrace{3.5}$	$\widehat{3.4}$	$p_{3.4}$	$\frac{1}{p_{3.4}}$
[4.5]		$\widehat{4.5}$	$p_{4.5}$	$\frac{1}{p_{4.5}}$
[3.5] über 4		$\{3.5\} = \widehat{3.4} + \widehat{4.5}$	$\{p_{3.5}\} = \frac{1}{\frac{1}{p_{3.4}} + \frac{1}{p_{4.5}}}$	$\left[\frac{1}{p_{ik}} \right]$
[3.5] unmittelbar		$\widehat{3.5}$	$p_{3.5}$	
[3.5] allg. arith. Mittel		$(3.5) = \frac{p_{3.5} \cdot \widehat{3.5} + \{p_{3.5}\} \cdot \{3.5\}}{p_{3.5} + \{p_{3.5}\}}$	$(p_{3.5}) = p_{3.5} + \{p_{3.5}\}$	$\frac{1}{(p_{3.5})}$
[5.6]	$\underbrace{5.10}$	$\widehat{5.6}$	$p_{5.6}$	$\frac{1}{p_{5.6}}$
[6.7]		$\widehat{6.7}$	$p_{6.7}$	$\frac{1}{p_{6.7}}$
[5.7] über 6		$\{5.7\} = \widehat{5.6} + \widehat{6.7}$	$\{p_{5.7}\} = \frac{1}{\frac{1}{p_{5.6}} + \frac{1}{p_{6.7}}}$	$\left[\frac{1}{p_{ik}} \right]$
[5.7] unmittelbar		$\widehat{5.7}$	$p_{5.7}$	
[5.7] allg. arith. Mittel		$(5.7) = \frac{p_{5.7} \cdot \widehat{5.7} + \{p_{5.7}\} \cdot \{5.7\}}{p_{5.7} + \{p_{5.7}\}}$	$(p_{5.7}) = p_{5.7} + \{p_{5.7}\}$	$\frac{1}{(p_{5.7})}$
[7.8]	$\underbrace{7.10}$	$\widehat{7.8}$	$p_{7.8}$	$\frac{1}{p_{7.8}}$
[8.10]		$\widehat{8.10}$	$p_{8.10}$	$\frac{1}{p_{8.10}}$
[7.10] über 8		$\{7.10\}' = \widehat{7.8} + \widehat{8.10}$	$\{p_{7.10}\}' = \frac{1}{\frac{1}{p_{7.8}} + \frac{1}{p_{8.10}}}$	$\left[\frac{1}{p_{ik}} \right]$
[7.9]		$\widehat{7.9}$	$p_{7.9}$	$\frac{1}{p_{7.9}}$
[9.10]		$\widehat{9.10}$	$p_{9.10}$	$\frac{1}{p_{9.10}}$

Winkel	Sektor	Beobachtung	Gewicht p	$\frac{1}{p}$
[7.10] über 9	5.10	$\{7.10\}'' = \widehat{7.9} + \widehat{9.10}$	$\{p_{7.10}\}'' = \frac{1}{\frac{1}{p_{7.9}} + \frac{1}{p_{9.10}}}$	$\left[\frac{1}{p_{ik}} \right]$
[7.10] über 8		$\{7.10\}'$	$\{p_{7.10}\}'$	
[7.10] über 9		$\{7.10\}''$	$\{p_{7.10}\}''$	
[7.10] unmittelbar		$\widehat{7.10}$	$p_{7.10}$	
[7.10] allg. arith. Mittel		$(7.10) = \frac{p_{7.10} \cdot \widehat{7.10} + \{p_{7.10}\}' \{7.10\}' + \{p_{7.10}\}'' \{7.10\}''}{p_{7.10} + \{p_{7.10}\}' + \{p_{7.10}\}''}$	$\{p_{7.10}\} = p_{7.10} + \{p_{7.10}\}' + \{p_{7.10}\}''$	$\frac{1}{(p_{7.10})}$
[5.7] allg. arith. Mittel		(5.7)	$(p_{5.7})$	$\frac{1}{(p_{5.7})}$
[7.10] allg. arith. Mittel		(7.10)	$(p_{7.10})$	$\frac{1}{(p_{7.10})}$
[5.10] kombiniert		$\{5.10\} = (5.7) + (7.10)$	$\{p_{5.10}\} = \frac{1}{\frac{1}{(p_{5.7})} + \frac{1}{(p_{7.10})}}$	$\left[\frac{1}{p_{ik}} \right]$
[5.10] unmittelbar		$\widehat{5.10}$	$p_{5.10}$	
[5.10] allg. arith. Mittel	$(5.10) = \frac{p_{5.10} \cdot \widehat{5.10} + \{p_{5.10}\} \{5.10\}}{p_{5.10} + \{p_{5.10}\}}$	$(p_{5.10}) = p_{5.10} + \{p_{5.10}\}$	$\frac{1}{(p_{5.10})}$	
[11.12]	10.1	$\widehat{11.12}$	$p_{11.12}$	$\frac{1}{p_{11.12}}$
[12.1]		$\widehat{12.1}$	$p_{12.1}$	$\frac{1}{p_{12.1}}$
[11.1] über 12		$\{11.1\} = \widehat{11.12} + \widehat{12.1}$	$\{p_{11.1}\} = \frac{1}{\frac{1}{p_{11.12}} + \frac{1}{p_{12.1}}}$	$\left[\frac{1}{p_{ik}} \right]$
[11.1] unmittelbar		$\widehat{11.1}$	$p_{11.1}$	
[11.1] allg. arith. Mittel		$(11.1) = \frac{p_{11.1} \cdot \widehat{11.1} + \{p_{11.1}\} \{11.1\}}{p_{11.1} + \{p_{11.1}\}}$	$(p_{11.1}) = p_{11.1} + \{p_{11.1}\}$	$\frac{1}{(p_{11.1})}$
[10.11]		$\widehat{10.11}$	$p_{10.11}$	$\frac{1}{p_{10.11}}$
[11.1] allg. arith. Mittel		(11.1)	$(p_{11.1})$	$\frac{1}{(p_{11.1})}$
[10.1] kombiniert		$\{10.1\} = \widehat{10.11} + (11.1)$	$\{p_{10.1}\} = \frac{1}{\frac{1}{p_{10.11}} + \frac{1}{(p_{11.1})}}$	$\left[\frac{1}{p_{ik}} \right]$
[10.1] unmittelbar		$\widehat{10.1}$	$p_{10.1}$	
[10.1] allg. arith. Mittel	$(10.1) = \frac{p_{10.1} \cdot \widehat{10.1} + \{p_{10.1}\} \{10.1\}}{p_{10.1} + \{p_{10.1}\}}$	$(p_{10.1}) = p_{10.1} + \{p_{10.1}\}$	$\frac{1}{(p_{10.1})}$	

Damit können nun der Reihe nach

1. die vorläufigen Sektorenwinkel und Hauptzwischenwinkel und der Widerspruch w_1 ,
2. die endgültigen Sektorenwinkel,
3. die Widersprüche w_2 bis w_9 und
4. mit den Verbesserungen $\nu_{(i,k)}$, bzw. $\nu_{i,k}$ die übrigen endgültigen Winkel berechnet werden.

Sektoren:	Hauptzwischenwinkel:	Zwischenwinkel:
$[1.3] = (1.3) + \nu_{(1,3)}$	$[5.7] = (5.7) + \nu_{(5,7)}$	$[1.2] = \widehat{1.2} + \nu_{1,2}; \quad [7.9] = \widehat{7.9} + \nu_{7,9};$
$[3.5] = (3.5) + \nu_{(3,5)}$	$[7.10] = (7.10) + \nu_{(7,10)}$	$[2.3] = \widehat{2.3} + \nu_{2,3}; \quad [8.10] = \widehat{8.10} + \nu_{8,10};$
$[5.10] = (5.10) + \nu_{(5,10)}$	$[11.1] = (11.1) + \nu_{(11,1)}$	$[3.4] = \widehat{3.4} + \nu_{3,4}; \quad [9.10] = \widehat{9.10} + \nu_{9,10};$
$[10.1] = (10.1) + \nu_{(10,1)}$		$[4.5] = \widehat{4.5} + \nu_{4,5}; \quad [10.11] = \widehat{10.11} + \nu_{10,11};$
		$[5.6] = \widehat{5.6} + \nu_{5,6}; \quad [11.12] = \widehat{11.12} + \nu_{11,12};$
		$[6.7] = \widehat{6.7} + \nu_{6,7}; \quad [12.1] = \widehat{12.1} + \nu_{12,1};$
		$[7.8] = \widehat{7.8} + \nu_{7,8};$

Tabelle 1: Stationsausgleichung bei der Sektorenmethode

Winkel	Sektor	Beobachtung " " "	Gewicht p	$\frac{1}{p}$	Verbesserung "	Stationsausgl. Winkel "
[1.2]	1.3	41 23 20,05	11	0,09	-0,05	20,00
[2.3]		61 38 26,00	12	0,08	-0,05	25,95
[1.3] über 2		103 01 46,05	5,7	0,17	-0,10	45,95
[1.3] unmittelbar		103 01 45,73	6,0			
[1.3] allg. arith. Mittel		103 01 45,88	11,7	0,09	+0,07	45,95
[3.4]	3.5	19 02 21,88	3	0,33	+0,01	21,89
[4.5]		16 56 52,66	3	0,33	0,00	52,66
[3.5] über 4		35 59 14,54	1,5	0,66	+0,01	14,55
[3.5] unmittelbar		35 59 14,46	8			
[3.5] allg. arith. Mittel		35 59 14,47	9,5	0,10	+0,08	14,55
[5.6]	5.10	45 56 31,94	2	0,50	+0,29	32,23
[6.7]		9 47 16,49	4	0,25	+0,14	16,63
[5.7] über 6		55 43 48,43	1,3		+0,43	48,86
[5.7] unmittelbar		55 43 49,10	8			
[5.7] allg. arith. Mittel		55 43 49,01	9,3	0,11	-0,15	48,86
[7.8]		35 50 20,12	5	0,20	-0,34	19,78
[8.10]		46 26 04,60	5	0,20	-0,33	4,27
[7.10] über 8		82 16 24,72	2,5	0,40	-0,67	24,05
[7.9]		12 58 12,09	4	0,25	+0,51	12,60
[9.10]	69 18 11,16	7	0,14	+0,29	11,45	

[7.10] über 9	5.10	82 16 23,25	2,5	0,39	+0,80	24,05
[7.10] über 8		82 16 24,72	2,5			
[7.10] über 9		82 16 23,25	2,5			
[7.10] unmittelbar		82 16 24,32	6,0			
[7.10] allg. arith. Mittel		82 16 24,17	11,0	0,09	-0,12	24,05
[5.7] allg. arith. Mittel		55 43 49,01	9,3	0,11		
[7.10] allg. arith. Mittel		82 16 24,17	11,0	0,09		
[5.10] kombiniert		138 00 13,18	5,0			
[5.10] unmittelbar		138 00 12,40	4,0			
[5.10] allg. arith. Mittel		138 00 12,83	9,0	0,11	+0,08	12,91
[11.12]	10.1	33 01 22,77	4	0,25	-0,58	22,19
[12.1]		21 38 22,85	4	0,25	-0,59	22,26
[11.1] über 12		54 39 45,62	2	0,50	-1,17	44,45
[11.1] unmittelbar		54 39 43,79	4			
[11.1] allg. arith. Mittel		54 39 44,40	6	0,17		
[10.11]		28 19 02,08	5	0,20	+0,06	2,14
[10.1] kombiniert		82 58 46,48	2,7	0,37		
[10.1] unmittelbar		82 58 46,53	8			
[10.1] allg. arith. Mittel		82 58 46,52	10,7	0,09	+0,07	45,59

Tabelle 2: Horizontschluß und Abgleichung der Sektorenwinkel

Vorläufige Sektorenwinkel nach Tabelle 1 Winkel	p	$\frac{1}{p}$	Ver- besserung	Stations- ausgegl. Winkel
o ' "			"	"
(1.3) 103 01 45,88	11,7	0,09	+0,07	45,95
(3.5) 35 59 14,47	9,5	0,10	+0,08	14,55
(5.10) 138 00 12,83	9,0	0,11	+0,08	12,91
(10.1) 82 58 46,52	10,7	0,09	+0,07	46,59
Ist: $\Sigma = 359 59 59,70$		0,39	+0,30	60,00
Soll: $\Sigma = 359 59 60,00$				
$w_1 = -0,30$				

$$(1.3) = 103^{\circ} 01' 45,88'' + 0,30'' \cdot \frac{0,09}{0,39} = 103^{\circ} 01' 45,95'',$$

$$(3.5) = 35^{\circ} 59' 14,47'' + 0,30'' \cdot \frac{0,10}{0,39} = 35^{\circ} 59' 14,55'',$$

$$(5.10) = 138^{\circ} 00' 12,83'' + 0,30'' \cdot \frac{0,11}{0,39} = 138^{\circ} 00' 12,91'',$$

$$(10.1) = 82^{\circ} 58' 46,52'' + 0,30'' \cdot \frac{0,09}{0,39} = 82^{\circ} 58' 46,59''.$$

Für die Fehlerrechnung können nach dem Vorschlag von Zoelly die Unterschiede ν zwischen den stationsausgeglichenen Winkeln und den Einzelsätzen verwendet werden. Wenn für insgesamt d verschiedene Winkel von denen $n =$ Winkel für die Festlegung sämtlicher Richtungen notwendig sind, im ganzen t Sätze gemessen wurden, dann erhält man den mittleren Fehler der Gewichtseinheit, also des in einem Satz gemessenen Winkels aus

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{[\nu^2]}{t-n}}$$

Der mittlere Fehler des Satzmittels, bzw. eines ausgeglichenen Winkels für ein durchschnittliches Gewicht von $\frac{t}{d}$, bzw. $\frac{t}{n}$ wird dann

$$\mu_m = \pm m_1 \sqrt{\frac{d}{t}}, \text{ bzw. } \mu_m' = \pm m_1 \sqrt{\frac{n}{t}}.$$

Da nach der Ausgleichung alle Winkel gleicher Ordnung als gleichgewichtig betrachtet werden, verzichtet man darauf, die mittleren Fehler der Einzelwinkel streng vorzurechnen und begnügt sich mit den angegebenen Durchschnittswerten.

Baeschlin zieht es vor, die Fehlerrechnung mit Hilfe der Verbesserungen ν' durchzuführen, die sich aus den Unterschieden zwischen den ausgeglichenen Winkeln und den Satzmitteln der d verschiedenen Winkel ergeben. Damit wird der mittlere Fehler der Gewichtseinheit

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{[p \nu' \nu']}{d-n}}.$$

Da in den Satzmitteln die Kreisteilungsfehler fast vollständig getilgt sind, ist der Wert m_2 gegenüber m_1 frei vom Einfluß der periodischen Kreisteilungsfehler. Der Einfluß der Kreisteilungsfehler auf einen Winkel kann daher aus

$$\delta_w = \pm \sqrt{m_1^2 - m_2^2}$$

oder für Kreisdurchmesser aus

$$\delta_d = \pm \frac{\delta w}{\sqrt{2}} = \pm \sqrt{\frac{m_1^2 - m_2^2}{2}}$$

berechnet werden.

Zur Reduktion der kürzesten Weglänge in die geodätische Bezugsfläche

Von K. H u b e n y, Graz

I.

Soll eine durch Funkmessung oder mit hochfrequent moduliertem Licht gemessene Strecke — eine Kürzeste im Sinne des Fermatschen Satzes — zu geodätischen Operationen verwendet werden, so ist diese Strecke auf das Rotationsellipsoid zu reduzieren. Nachstehend soll eine derartige Reduktion angegeben werden (siehe auch [1]).

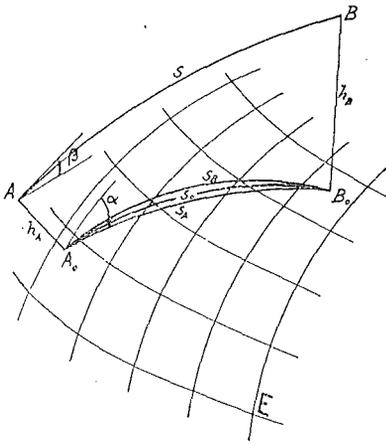


Abb. 1

Die geometrischen Zusammenhänge der vorliegenden Problemstellung können der nebenstehenden Figur entnommen werden. Die beiden Raumpunkte A und B sind durch eine Raumkurve, eine Extremale nach dem Fermatschen Satz, verbunden; die Bogenlänge s dieser Raumkurve ist das Ergebnis der Messung. Die durch die Punkte A und B bestimmten Flächennormalen des Rotationsellipsoids definieren auf diesem die Punkte A_0 und B_0 , denen wir die Parameterwerte φ_A, λ_A und φ_B, λ_B , also geographische Koordinaten, zuordnen. Die in den Flächennormalen dieser Punkte gezählten Abstände $\overline{A_0A} = h_A$ und $\overline{B_0B} = h_B$ sind die auf das Rotationsellipsoid bezogenen Höhen der Punkte A und B . Verbindet man

die Punkte A_0 und B_0 des Rotationsellipsoids durch eine Kürzeste der Fläche, so erhält man die geodätische Strecke A_0B_0 , deren Bogenlänge mit s_0 bezeichnet werden soll.

Unter der „Reduktion der Raumkurve s in die geodätische Bezugsfläche“ verstehen wir nun die Bestimmung der der Raumkurve s zugeordneten geodätischen Strecke s_0 der Bezugsfläche.

II.

Zur Entwicklung der Reduktion bedienen wir uns der folgenden Vereinfachung: Wir definieren durch die Flächennormale A_0A und durch den Punkt B_0 eine Ebene, die das Ellipsoid längs des Normalschnittes $A_0B_0 = s_A$ schneidet. In diese Ebene projizieren wir den Punkt B , die Raumkurve s und die geodätische Strecke s_0 . Für die zu erwartenden Bogenlängen s oder s_0 von maximal einigen hundert Kilometern und für die mögliche Höhe des Punktes B läßt sich zeigen,

daß durch diesen Vorgang weder die Bogenlängen s, s_0 noch die Höhe h_B um praktisch fühlbare Beträge geändert werden können; wir beweisen dies leicht durch die Reduktion des Normalschnittes auf die geodätische Kurve [2] und etwa auch durch die Reduktion des Azimuts zufolge der Höhe des Zielpunktes [3]. In die nebenstehende Figur ist das Ergebnis dieser Projektion eingetragen; die Bezeichnungen s, s_0 und h_B sollen ausdrücken, daß diese Größen praktisch unverändert bleiben.

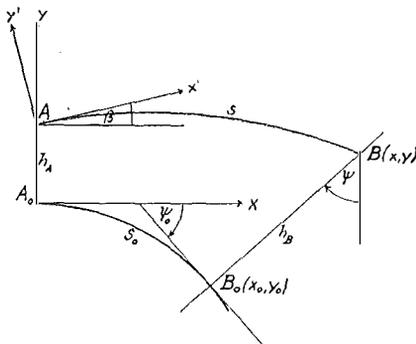


Abb. 2

Über die Art der Kurve s kann nur ausgesagt werden, daß ihre Krümmung gegenüber der Krümmung des Normalschnittes sehr gering ist; ihre Form ist — neben anderen Einflüssen — vom vertikalen und vom horizontalen Druckgefälle

längs des durchlaufenen Weges abhängig. Wir ersetzen sie durch einen Kreisbogen mit dem Radius r und nehmen an, daß für diesen Radius ein Erfahrungswert bekannt sei.

III.

Der hier entwickelten Reduktion der Bogenlänge s auf die geodätische Strecke s_0 liegt folgender Gedanke zugrunde: Aus der vorgegebenen Bogenlänge s und aus dem Höhenwinkel β werden die auf ein nach Abb. 2 angenommenes Koordinatensystem x, y bezogenen Koordinaten des Punktes B berechnet; dem Punkt B ist ein Punkt B_0 des Rotationsellipsoids zugeordnet, der mit dem Punkt A_0 die gesuchte Bogenlänge s_0 bestimmt.

Nach Abb. 2 gilt, zunächst bezogen auf das in der Normalschnittebene mit dem Ursprung in A angenommene Koordinatensystem x', y'

$$x_{B'} = r \sin \frac{s}{r} \qquad y_{B'} = r \cos \frac{s}{r} - r. \quad (1)$$

Da der Winkel $\frac{s}{r}$ nur ein sehr kleiner Winkel sein kann — s beträgt einige hundert, r dagegen sicherlich etliche zehntausend Kilometer —, können die Winkelfunktionen in (1) entwickelt werden. Es ist

$$x_{B'} = s - \frac{s^3}{6r^2} + \dots \qquad y_{B'} = -\frac{s^2}{2r} + \dots \quad (2)$$

Wie eine Abschätzung der weggelassenen Glieder in den vorstehenden Entwicklungen zeigt, erreicht in y' deren Einfluß erst bei $s > 500 \text{ km}$, in x' erst bei noch größeren Bogenlängen die Größenordnung von $0,01 \text{ m}$.

Für das mit dem Ursprung in A_0 angenommene Koordinatensystem x, y gilt

$$x_B = x_{B'} \cos \beta - y_{B'} \sin \beta \qquad y_B = h_A + y' \cos \beta + x' \sin \beta \quad (3)$$

und, nach Eintragung von (2)

$$\begin{aligned} x_B &= \cos \beta \cdot s + \frac{\sin \beta}{2r} s^2 - \frac{\cos \beta}{6r^2} s^3 + \dots \\ y_B &= h_A + \sin \beta \cdot s - \frac{\cos \beta}{2r} s^2 - \frac{\sin \beta}{6r^2} s^3 + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

Damit sind die Koordinaten von B gegeben. Die Koordinaten des Höhenfußpunktes B_0 stellen wir dar als Funktionen der Bogenlänge s_A des Normalschnittes A_0B_0 , dessen Länge wir der geodätischen Strecke s_0 zwischen diesen Punkten gleichsetzen können. Nach [4] gilt mit $s_A = s_0$

$$\begin{aligned} x_0 &= s_0 - \frac{1 + 2 \eta^2 \cos^2 \alpha}{6N^2} s_0^3 + \frac{3 \eta^2 t \cos \alpha}{8N^3} s_0^4 + \frac{1}{120N^4} s_0^5 + \dots \\ y_0 &= -\frac{1 + \eta^2 \cos^2 \alpha}{2N} s_0^2 + \frac{\eta^2 t \cos \alpha}{2N^2} s_0^3 + \frac{1}{24N^3} s_0^4 + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Hierin bedeutet

N den Normalkrümmungshalbmesser des Rotationsellipsoids,
 α das Azimut des Normalschnittes A_0B_0 in A_0
 $\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi$ $e'^2 = 2$. Exzentrizität der Meridianellipse, $t = \operatorname{tg} \varphi$

Die von der geographischen Breite abhängigen Größen N , η^2 , t beziehen sich auf die geographische Breite des Punktes A_0 . In den Gleichungspaaren (4) und (5) liegt je eine Parameterdarstellung der Kurven s und s_0 vor.

Denkt man sich in B_0 die Kurventangente und die Kurvennormale — diese muß B enthalten —, so schließt die erstere mit der x -Achse den Winkel Ψ_0 , die letztere mit der Richtung der y -Achse den Winkel Ψ ein. Diese beiden Winkel müssen als Normalwinkel einander gleich sein.

Es muß also

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{x_0 - x_B}{y_0 - y_B} = \operatorname{tg} \Psi_0 = - \frac{\dot{y}_0}{\dot{x}_0} \quad (6)$$

sein, wenn wir mit \dot{y}_0 und \dot{x}_0 die Ableitungen $\frac{dy_0}{ds_0}$ und $\frac{dx_0}{ds_0}$ bezeichnen. In der Gleichung

$$\frac{x_0 - x_B}{y_0 - y_B} = - \frac{\dot{y}_0}{\dot{x}_0} \quad (7)$$

liegt daher nach der Eintragung von (4), (5) und der aus (5) gebildeten Ableitungen der gesuchte Zusammenhang zwischen s und s_0 vor.

Die Auflösung der vorstehenden Gleichung nach der gesuchten Bogenlänge s_0 gelingt sehr leicht mit Hilfe des Iterationsverfahrens, dessen rasches Konvergieren im vorliegenden Fall dadurch begründet ist, daß sich eine Änderung von s_0 auf den Winkel Ψ wesentlich stärker auswirkt als auf den Winkel Ψ_0 . Es ist nämlich

$$d\Psi = - \frac{ds_0}{h_B} \quad , \quad d\Psi_0 = \frac{ds_0}{N} \quad (8)$$

und

$$\frac{d\Psi}{d\Psi_0} = - \frac{N}{h_B} \quad (9)$$

Wir stellen noch einen Ausdruck zur Berechnung des Winkels Ψ_0 in Funktion der Bogenlänge s_0 bereit; aus

$$\operatorname{tg} \Psi_0 = - \frac{\dot{y}_0}{\dot{x}_0}$$

folgt mit den Gleichungen (5) nach einer einfachen Rechnung

$$\operatorname{tg} \Psi_0 = \frac{1 + \eta^2 \cos^2 \alpha}{N} s_0 - \frac{3\eta^2 t \cos \alpha}{2 N^2} s_0^2 + \frac{2 + 9\eta^2 \cos^2 \alpha}{6 N^3} s_0^3 + \dots \quad (10)$$

Zur Berechnung des dem Bogen s zugeordneten Bogens s_0 nehmen wir zunächst einen Näherungswert \bar{s}_0 für den letzteren an und berechnen mit (4), (5) und (10) die Werte x_B , y_B sowie die Näherungswerte \bar{x}_0 , \bar{y}_0 und $\bar{\Psi}_0$.

Aus

$$\operatorname{tg} \bar{\Psi} = \frac{\bar{x}_0 - x_B}{\bar{y}_0 - y_B}$$

berechnen wir jenen Wert $\bar{\Psi}$ von Ψ , der der vorläufigen Lage von B_0 entspricht. Da, wie erwähnt, ein Näherungswert von s_0 den Winkel Ψ_0 mit einer viel geringeren Abweichung vom Sollwert ergibt als den Winkel Ψ , sehen wir für den Augenblick den mit \bar{s}_0 errechneten Wert $\bar{\Psi}_0$ als den Sollwert von Ψ_0 und damit auch von Ψ an. Wir erhalten damit den am Näherungswert \bar{s}_0 anzubringenden Zuschlag ds aus

$$ds_0 = -h_B (\bar{\Psi}_0 - \bar{\Psi}), \quad s_0 = \bar{s}_0 + ds_0 \quad (11)$$

Eine Wiederholung des Verfahrens mit dem so gewonnenen Wert s_0 erübrigt sich in der Regel, kann aber zur Kontrolle vorgenommen werden.

Wie man sieht, ist die Reduktionsrechnung in der vorliegenden Art sehr einfach ausführbar; auch eine mehrmalige Annäherung erfordert nur geringe Rechenarbeit, da die Koeffizienten der Potenzreihen (5) und (10) nur einmal, bezogen auf den fest vorgegebenen Punkt A_0 , berechnet werden müssen. Mit der angegebenen Gliederzahl von (5) und (10) liegt die Genauigkeit der Reduktion bei Bogenlängen bis etwa 500 km in der Größenordnung von 0,01 m.

IV.

Wir hatten zur Berechnung der Reduktion vorausgesetzt, daß der Winkel β zwischen der Horizontalen und der Kurventangente in A gegeben sei. Ist dies nicht der Fall, so kann die Reduktion trotzdem in ähnlicher Weise wie früher erfolgen. Mit Hilfe des Wertes r berechnen wir zunächst aus der Bogenlänge s die Sehne $s' = \overline{AB}$; es ist

$$s' = \overline{AB} = s - \frac{s^3}{24r^2} + \dots \quad (12)$$

Als nächsten Schritt errechnen wir mit einem Näherungswert \bar{s}_0 für s_0 die vorläufigen Koordinaten \bar{x}_0, \bar{y}_0 von B_0 und den dem Näherungswert \bar{s}_0 zugeordneten Wert $\bar{\Psi}_0$. Daraus folgt weiter

$$\bar{x}_B = \bar{x}_0 + h_B \sin \bar{\Psi}_0 \quad \bar{y}_B = \bar{y}_0 + h_B \cos \bar{\Psi}_0 \quad (13)$$

Aus

$$\bar{s}' = \sqrt{(x_A - \bar{x}_B)^2 + (y_A - \bar{y}_B)^2}, \quad x_A = 0, \quad y_A = h_A$$

ergibt sich die dem Wert \bar{s}_0 entsprechende Sehne $\bar{s}' = \overline{A\bar{B}}$; die Differenz

$$s' - \bar{s}' = ds'$$

ergibt in der Regel bereits hinreichend genau den Zuschlag, der am Wert \bar{s}_0 anzubringen ist.

Es sei noch erwähnt, daß mit der Annahme von s, β, r sowie h_A und h_B eine Überbestimmung vorliegt. Es wäre denkbar, hieraus Schlüsse auf die Krümmung der Raumkurve zu ziehen.

Literatur:

- [1] *J. Th. Verstelle* Some geodetic problems involed in the computation of long distances measured by Shoran or similar electronic or radio equipment (Photogrammetria 1949, Amsterdam).
- [2] *Jordan-Eggert* Handbuch der Vermessungskunde III/2, 1941, Seite 37.
- [3] *derselbe* Seite 34.
- [4] *W. Großmann* Reihenentwicklungen zur Theorie der Normalschnitte (Zeitschrift für Vermessungswesen 1935, Stuttgart, Seite 33).

Projektion und Lotabweichung

Von K. Ledersteger, Wien

(Veröffentlichung der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung)

Zusammenfassung: Für die übliche Netzausgleichung ist Helmer's Definition der relativen Lotabweichungen die allein richtige. Hingegen erfordert die exakte Definition der absoluten Lotabweichungen die Projektion der Geoidpunkte auf das mittlere Erdellipsoid. Nur für diese Projektion im Sinne Vening-Meinesz' gilt in aller Strenge das Theorem von Laplace. Bei genauer Kenntnis der Geoidundulationen kommt nach entsprechenden Reduktionen die astronomisch-geodätische Netzausgleichung der Projektion hinreichend nahe.

Summary: For the usual adjustment of nets Helmer's definition of relative deflections of the plumbline is all correct. But the exact definition of absolute deflections of the plumbline needs a projection of the points of geoid to the mean ellipsoid of the earth. Only for this projection in the sense of Vening-Meinesz the theorem of Laplace is exactly valid. With complete knowledge of the undulations of geoid and after corresponding reductions the astronomic-geodetic adjustment of nets sufficiently approaches to a projection.

Résumé: Pour la compensation usuelle des réseaux, la définition de Helmer sur les déviations relatives de la verticale est la seule correcte. Cependant la définition exacte des déviations absolues de la verticale exige la projection des points du géoïde sur l'ellipsoïde terrestre moyen. Ce n'est que pour cette projection dans le sens voulu par Vening-Meinesz que le théorème de Laplace vaut dans toute sa rigueur. A supposer la connaissance exacte des ondulations du géoïde, la compensation astronomico-géodésique des réseaux, une fois les réductions convenablement effectuées, approche suffisamment de la projection.

1.

In jüngster Zeit wurde neuerdings das Problem der exakten Definition der Lotabweichungen aufgerollt. Dieses Problem ist aufs engste mit der Frage verknüpft, ob und inwieweit die übliche Ausgleichung rein geodätischer oder astronomisch-geodätischer Netze auf einem bis zu einem gewissen Grade willkürlichen Referenzellipsoid als eine Projektion der Geoidpunkte auf diese Bezugsfläche interpretiert werden darf. Wir verfolgen zunächst die Helmer'schen Gedankengänge, wobei es allerdings auf die Herausstellung jener bisher wenig oder gar nicht

beachteter Gesichtspunkte ankommt, die die spätere Synthese mit der neuen Auffassung von V e n i n g - M e i n e s z¹⁾ ermöglichen.

Es sei ein Triangulierungsnetz 1. Ordnung auf einem Referenzellipsoid nach seinen rein geometrischen Bedingungen ausgeglichen worden, indem die den Netzmaßstab bestimmende Grundlinie und die Winkelbeobachtungen vorher auf das Geoid reduziert und unverändert auf die Referenzfläche übernommen wurden. Werden nun die im Triangulierungshauptpunkt oder Fundamentalpunkt astronomisch bestimmten Elemente, nämlich die Länge, die Breite und das Azimut einer Ausgangsseite unverändert beibehalten, so kann das ganze Netz mittels geodätischer Übertragungen koordiniert werden. Sobald dann in irgendeinem Netzpunkt abermals die Polhöhe, die Länge und das Azimut einer Netzseite astronomisch ermittelt werden, lassen sich aus der Gegenüberstellung der astronomischen (φ' , λ' , α') und geodätischen Koordinaten (φ , λ , α) die Komponenten der „relativen“ Lotabweichung definieren:

$$(\varphi' - \varphi); (\lambda' - \lambda); (\alpha' - \alpha). \quad (1)$$

Nach der exakteren Auffassung P i z z e t t i s müssen dazu die astronomischen Beobachtungen auf das Geoid reduziert werden, und zwar die Breite wegen der Krümmung der Lotlinie und das Azimut des Vertikalschnittes wegen der Meereshöhe des Zielpunktes.

Geoid und Referenzellipsoid können jetzt in eine derartige gegenseitige Lage gebracht werden, daß der Hauptpunkt mit seinem Bildpunkt zusammenfällt und sowohl die physische Lotrichtung in diesem Punkt mit der Ellipsoidnormalen wie auch die beiden Meridianebenen zur Deckung gelangen. Dann sind zwangsläufig die Rotationsachse der Erde und die Figurenachse des Rotationsellipsoides einander parallel. Da ferner die auf das Geoid reduzierte Basis mit unveränderter Länge auf die Referenzfläche übernommen wurde, müssen wir diese noch entlang der gemeinsamen Lotrichtung des Hauptpunktes solange verschieben, bis sie die Basis in ihrem Mittelpunkt schneidet. Damit ist auch über die Höhenlage des Bezugsellipsoides verfügt. Bei dieser gegenseitigen Festlegung der beiden Flächen liegen die korrespondierenden Punkte nicht in ihrer Lotlinie streng übereinander. Denn die Netzausgleichung hat nichts mit einer Projektion zu tun. Infolge der weitgehenden Unabhängigkeit der Dreiecksexzesse von den Krümmungsverhältnissen der Rechenfläche werden vielmehr die Netzseiten gleichsam unverändert vom Geoid auf das Referenzellipsoid übertragen. Anders ausgedrückt, bleibt bei der Netzausgleichung der variable Neigungsunterschied zwischen Geoid und Ellipsoid gänzlich unberücksichtigt.

Die Lotabweichungen (1) sind bekanntlich in zweierlei Hinsicht relativ. Sie hängen ja nicht nur von den Konstanten des willkürlich gewählten Referenzellipsoides ab; ebenso willkürlich ist auch die Gleichsetzung der astronomischen und geodätischen Ausgangswerte im Fundamentalpunkt, derzufolge daselbst die

¹⁾ F. A. V e n i n g - M e i n e s z: Nieuwe Formules voor Schietloodafwijkingssystemen en het Theorema van Laplace, Proceedings of the Netherlands Academy of Science, Vol. LIII, No. 4, 1944 und: New Formulas for Systems of Deflections of the Plumblines and Laplace's Theorem, Bulletin Géodésique No. 15, März 1950.

Lotabweichung Null ist. Neben diesen willkürlichen Systemen relativer Lotabweichungen lassen sich grundsätzlich leicht die „absoluten“ Lotabweichungen definieren. Mit großer Annäherung dürfen wir der Normalfigur der Erde eine rotationsellipsoidische Gestalt zuschreiben; die Bestimmung von Achse und Abplattung dieses sogenannten „mittleren Erdellipsoides“ ist eine der vornehmsten Aufgaben der physikalischen Geodäsie. Das mittlere Erdellipsoid ist vor allem dadurch ausgezeichnet, daß sein Mittelpunkt mit dem Erdschwerpunkt und seine Figurenachse mit der Rotationsachse der Erde zusammenfällt. Geoid und mittleres Erdellipsoid liegen somit von vornherein eindeutig gegeneinander fest und man darf das Endziel der kontinentalen Großraumvermessungen darin erblicken, daß die Geoidpunkte auf das mittlere Erdellipsoid projiziert werden. Die mathematische Erdfigur kann dann gegenüber dem mittleren Erdellipsoid durch seine vertikalen Hebungen und Senkungen, die sogenannten Geoidundulationen, punktweise festgelegt werden.

Der Unterschied zwischen den Richtungen der beiden Lote in den korrespondierenden Punkten von Geoid und mittlerem Erdellipsoid definiert nun die absolute Lotabweichung. Wegen der empirischen Kleinheit der Geoidundulationen (im Mittel $\pm 30 \text{ m}$) und der Lotabweichungen — letztere dürften kaum $20''$ übersteigen —, ist es praktisch bedeutungslos, ob man sich die erwähnte Projektion der Geoidpunkte mittels der physischen Lotrichtung oder mittels der Ellipsoidnormalen vorgenommen denkt; eine Lotabweichung von $10''$ bewirkt bei einer Undulation von 100 m erst eine Lageunsicherheit von 5 mmm . Der absolute Charakter der so definierten Lotabweichungen, deren Komponenten zum Unterschied von den relativen Lotabweichungen mit $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ und $\Delta\alpha$ bezeichnet sein sollen, ist nicht nur in der eindeutigen gegenseitigen Lage von Geoid und mittlerem Erdellipsoid, sondern auch in der durch die Projektion bedingten „absoluten“ Lage der Dreiecksnetze und der dadurch — zunächst rein gedanklich! — erzielten Unabhängigkeit der einzelnen Punkte von einem Fundamentalpunkt gelegen.

Diese Unabhängigkeit gestattet es, jeden Punkt für sich zu betrachten. Läßt man durch eine Parallelverschiebung des mittleren Erdellipsoides einen Geoidpunkt P_1 mit seinem Bildpunkt P'_1 auf dem Ellipsoid zusammenfallen, so kann man um diesen Punkt eine Gaußsche Richtungskugel schlagen. Die beiden Lot- oder Zenitrichtungen schließen dann miteinander den Lotabweichungswinkel ϑ ein, der in eine meridionale (ξ) und eine Ostwest-Komponente (η) zerlegt werden kann. Zählen wir diese beiden Komponenten positiv nach Nord und Ost und auch das auf die Ellipsoidnormale bezogene Azimut A der astronomischen Zenitrichtung nordöstlich, so ist vorerst:

$$\xi = \vartheta \cos A; \quad \eta = \vartheta \sin A. \quad (2)$$

In nachstehender Figur 1 stellt Z das ellipsoidische, Z' das astronomische Zenit dar. Beide Lotabweichungskomponenten sind positiv, also A ein Winkel des ersten Quadranten. Da auch die Längen positiv nach Osten gezählt werden, ist λ' größer als λ und das sphärische Dreieck $ZZ'P$ liefert bei Vernachlässigung von Größen höherer Ordnung den Sinussatz:

$$\eta = \vartheta \sin A = \Delta\lambda \cos \varphi'. \quad (3)$$

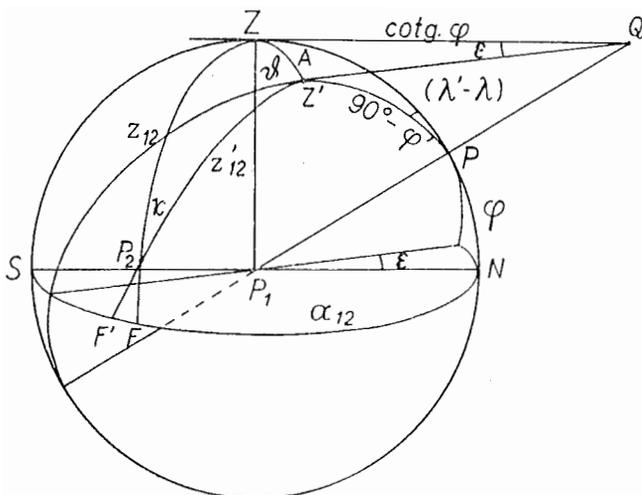


Fig. 1

Ferner wird die Tangentialebene an die Einheitskugel in Z vom ellipsoidischen und astronomischen Meridian in zwei Geraden geschnitten, die sich in der verlängerten Rotationsachse unter dem Winkel ε treffen; dabei ist die Strecke ZQ gleich $\cotg \varphi$. Um denselben Winkel ε weicht die Spur des astronomischen Meridians in der Horizontebene vom Nordpunkt in westlicher Richtung ab, so daß für alle Punkte des Horizontes die Differenz zwischen astronomischem und ellipsoidischem Azimut dem Winkel ε gleich ist: $\varepsilon = (\alpha' - \alpha)$. Dabei hängt ε mit der η -Komponente der Lotabweichung durch die einfache Beziehung $\eta = \varepsilon \cotg \varphi$ zusammen.

Liegt aber ein Zielpunkt P_2 über dem Horizont von P_1 , so wird sein astronomisches Azimut um den Winkel $\delta\alpha$ zu groß beobachtet. Bezeichnet man in dem Dreieck $ZZ'P_2$ den Winkel bei P_2 mit \varkappa , so liefert der Sinussatz die Relation:

$$\sin z'_{12} \sin \varkappa = \xi \sin (\alpha_{12} - A) = \xi \sin \alpha_{12} - \eta \cos \alpha_{12}.$$

Andererseits gibt das rechtwinklige Dreieck zwischen P_2 und den beiden Fußpunkten F und F' ähnlich:

$$\cos z'_{12} \sin \varkappa = \delta\alpha_{12}$$

und man findet durch Division der beiden letzten Gleichungen:

$$\delta\alpha_{12} = \cotg z'_{12} (\xi \sin \alpha_{12} - \eta \cos \alpha_{12}).$$

Daraus folgt für die azimutale Lotabweichungskomponente:

$$(\alpha' - \alpha) = \Delta\alpha = \varepsilon + \delta\alpha = \xi \cotg z' \sin \alpha + \eta (\tg \varphi - \cotg z' \cos \alpha). \quad (4)$$

Im Triangulierungsnetz 1. O. sind aber die Visuren glücklicherweise zumeist fast horizontal, so daß im allgemeinen $\cotg z' \sim 0$ gesetzt werden darf. Dann reduziert sich (4) auf den Ausdruck:

$$\eta = \Delta\alpha \cotg \varphi \quad (5)$$

Aus der Gleichsetzung der beiden Ausdrücke (3) und (5) ergibt sich somit zwischen der longitudinalen und azimutalen Komponente der absoluten Lotabweichung bei Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung das berühmte Theorem von Laplace:

$$\Delta\alpha = \Delta\lambda \sin \varphi. \quad (6)$$

Die Laplacesche Gleichung ist von großer Wichtigkeit, weil ihr empirisch auftretender Widerspruch:

$$w = \Delta\alpha - \Delta\lambda \sin \varphi \quad (7)$$

Beobachtungsfehlern und deren Anhäufung zur Last gelegt werden kann. Sie eignet sich daher vorzüglich zur Orientierungskontrolle geodätischer Netze und wird zur wichtigsten Bedingung bei der astronomisch-geodätischen Netzausgleichung.

Zu beachten ist aber, daß hier die Laplacesche Gleichung nur für die absoluten Lotabweichungen abgeleitet wurde. Dieselbe Figur kann nun zwar auch den relativen Lotabweichungen zugrundegelegt werden, weil infolge der Parallelität der Rotationsachse und der Figurenachse des Referenzellipsoides die Richtungskugel abermals nur einen Pol aufweist. Trotzdem darf aber streng genommen für die relativen Lotabweichungen die Gültigkeit der Laplaceschen Gleichung nicht behauptet werden. Denn hier handelt es sich nicht um die Laplacesche Gleichung eines isolierten Punktes, sondern um die Laplacesche Gleichung jener geodätischen Linie, die den betrachteten Punkt mit dem Fundamentalpunkt der Triangulierung verbindet, wobei mit zunehmender Länge dieser Linie die auftretenden Glieder zweiter Ordnung nicht mehr vernachlässigt werden dürfen. Selbstverständlich kann man jedoch für die relativen Lotabweichungen dieselben Ausdrücke wie oben bilden und die Differenz:

$$(\alpha' - \alpha)_k - (\lambda' - \lambda)_k \sin \varphi_k = w_{hk} \quad (8)$$

als den Laplaceschen Widerspruch der Linie zwischen dem Hauptpunkt P_h und dem laufenden Punkt P_k bezeichnen. Weil aber diese Differenz theoretisch gar nicht verschwindet, ist die übliche Bezeichnung als „Widerspruch“ logisch nicht ganz einwandfrei; sie zwingt zur Anerkennung „theoretischer Widersprüche“.

Die Frage der Lotabweichungen ist untrennbar mit dem Problem der Lage eines Dreiecksnetzes auf der Rechenfläche verbunden. Jede Lageänderung besteht nun in einer differentialen Verschiebung und Verdrehung, bei der die Koordinaten- und Orientierungsänderung jedes Punktes P_k : $d\varphi_k$, $d\lambda_k$ und $d\alpha_k$ in Funktion der drei Verschiebungsgrößen $d\varphi_0$, $d\lambda_0$ und $d\alpha_0$ in einem Bezugspunkt P_0 zu berechnen sind. Grundsätzlich kann man als vierte Unbekannte noch einen Maßstabfaktor k einführen, der so zu verstehen ist, daß jede Netzseite eine zu ihrer Länge proportionale Änderung $ds = ks$, also $(s + ds) = (1 + k)s$, erfährt. Schließlich steht noch die Möglichkeit eines Ellipsoidüberganges, d. h. einer Änderung der Ellipsoidkonstanten $\frac{da}{a}$ und $d\alpha$ offen. Der funktionale Zusammenhang dieser Größen ist durch Helmersts fundamentale Differentialgleichungen der geodätischen Linie ge-

geben; sie seien sofort in jener Form angeschrieben, bei der die Koeffizienten der sechs Elemente weder die Länge der geodätischen Linie noch deren beide Azimute enthalten:

$$\begin{aligned}
 d\varphi_k'' &= \frac{M_0}{M_k} \cos l \, d\varphi_0'' + p_5 \left(k - \frac{da}{a} \right) - \frac{N}{M} \cos \varphi_0 \sin l \, d\alpha_0'' \\
 &\quad + (2 b'' \cos^2 \varphi_M - p_5 \sin^2 \varphi_M) \, da \\
 d\lambda_k'' &= d\lambda_0'' + \frac{M_0}{N_k} \operatorname{tg} \varphi_k \sin l \, d\varphi_0'' + l'' \cos \varphi_0 \operatorname{sec} \varphi_k \left(k - \frac{da}{a} \right) \\
 &\quad + \frac{p_5}{\rho''} \operatorname{sec} \varphi_k \, d\alpha_0'' - l'' \cos \varphi_0 \operatorname{sec} \varphi_k \sin^2 \varphi_0 \, da \quad (9) \\
 d\alpha_k'' &= \sin l \operatorname{sec} \varphi_k (1 - e^2 \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \varphi_0) \, d\varphi_0'' + l'' \cos \varphi_0 \operatorname{tg} \varphi_k \left(k - \frac{da}{a} \right) \\
 &\quad + \cos \varphi_0 \left(\cos l \operatorname{sec} \varphi_k - \frac{e^2 b''}{\rho''} \sin \varphi_k \right) \, d\alpha_0'' - \\
 &\quad - l'' \cos \varphi_0 \left(\operatorname{tg} \varphi_k \sin^2 \varphi_0 - \frac{b''}{\rho''} \cos^2 \varphi_0 \right) \, da.
 \end{aligned}$$

In diesen Gleichungen bedeuten M und N den Meridian- und Querkrümmungsradius, l die Längendifferenz der beiden Endpunkte der Linie ($\lambda_k - \lambda_0$), b'' und l'' die Breiten- und Längendifferenz in Bogensekunden, e die Exzentrizität der Meridianellipse und

$$p_5 = b'' - \frac{l''^2}{2 \rho''} \sin \varphi \cos \varphi.$$

Dort, wo M , N und φ ohne Index vorkommen, kann ohne Genauigkeitsverlust irgendein Wert zwischen o und k verwendet werden. Die Koeffizienten gelten bis auf Größen 3. Ordnung, wenn man e und die Länge $\left(\frac{s}{a}\right)$ der Linie als kleine Größen 1. O. auffaßt. Wie man sieht, erniedrigt sich die Zahl der Elemente von 6 auf 5, weil selbstverständlich die Koeffizienten der Maßstabänderung und der Achsenverbesserung entgegengesetzt gleich sind.

In den Helmerischen Gleichungen sind $d\varphi_0$, $d\lambda_0$ und $d\alpha_0$ drei unabhängige Verschiebungsgrößen auf der Fläche. Dabei nimmt $d\lambda_0$ begrifflicher Weise eine Sonderstellung ein, weil wir es mit einer Rotationsfläche zu tun haben. Eine alleinige Verschiebung im Parallelkreis läuft auf eine bloße Umbezeichnung der Meridiane hinaus, die ohne Einfluß auf die Breiten und Azimute bleibt. Anders liegen die Verhältnisse, wenn wir entgegen der bisherigen Festlegung des Dreiecksnetzes auch im Fundamentalpunkt eine Lotabweichung zulassen. Soll dabei nachträglich im Fundamentalpunkt kein Laplace'scher Widerspruch auftreten, so sind die Längen- und Azimutverschiebung nicht mehr unabhängig voneinander, sondern müssen der Bedingung:

$$d\alpha_h = d\lambda_h \sin \varphi_h \quad (10)$$

genügen. Geometrisch bedeutet dies, daß der Fundamentalpunkt P_h , der jetzt die Rolle des obigen Bezugspunktes P_0 übernimmt, räumlich gesehen eine reine Translation erfährt. Am klarsten tritt dieser Unterschied zutage, wenn man $d\varphi_h = 0$ setzt. Die Verschiebung $d\lambda_h$ ist dann die Verschiebung in einer Sehne, bei der die zugehörige Änderung des Ausgangsazimutes $d\alpha_h$ automatisch infolge der Meridiankonvergenz eintritt, die ja bekanntlich gleichfalls in erster Annäherung durch $\gamma = d\lambda \sin \varphi$ gegeben ist. Weil aber in den Helmer'schen Gleichungen $d\lambda_h$ als eine Verschiebung im Parallelkreis auf der Fläche zu verstehen ist, so ist die damit verbundene Drehung durch die azimutale Verschiebung $d\alpha_h = d\lambda_h \sin \varphi_h$ wieder rückgängig zu machen. Diese Translation gilt jedoch nur für den Hauptpunkt und die Ausgangselemente; das übrige Netz wird wie ein feines Drahtgitter auf der gekrümmten Fläche des Rotationsellipsoides verschoben, was in aller Strenge mit einer geringen Deformation verbunden ist. Durch eine anschließende, der Translation des Hauptpunktes entgegengesetzt gleiche Verschiebung des Ellipsoides mitsamt dem Netz in seiner neuen Lage kann abermals der Bildpunkt des Ursprunges in die Lotlinie seines Urbildes gebracht werden, und zwar genau an die Ausgangsstelle. Jetzt schließt aber die Ellipsoidnormale mit der Lotrichtung den gewünschten Lotabweichungswinkel ϑ ein; die beiden Meridianebenen decken sich nicht mehr, wodurch die Änderung des Ausgangsazimutes bewirkt wird, die nichts mit einer räumlichen Drehung zu tun hat. Mithin sind nach wie vor die beiden Achsen von Geoid und Ellipsoid parallel und man darf in diesem Sinne von einer „Parallelverschiebung“ sprechen, wiewohl sie nicht für das gesamte Netz gilt.

Für die analytische Darstellung dieser geometrischen Operation und ihre Auswirkung auf den Laplace'schen Widerspruch geodätischer Linien setzen wir volle Freiheit von astronomischen Beobachtungsfehlern und von geodätischen Netzfehlern voraus. Wir gehen von dem Widerspruch (8) aus, der für die ursprüngliche Lage des Netzes gilt. Nimmt man im Hauptpunkt eine beliebige Verschiebung $d\varphi_h, d\lambda_h, d\alpha_h$ vor, so geht dieser Widerspruch über in:

$$w_{hk}' = (\alpha' - \alpha - d\alpha)_k - (\lambda' - \lambda - d\lambda)_k \sin \varphi_k = w_{hk} - d\alpha_k + d\lambda_k \sin \varphi_k$$

und die Helmer'schen Gleichungen liefern dafür:

$$w_{hk}' = w_{hk} - A_{hk} d\varphi_h - B_{hk} d\alpha_h + d\lambda_h \sin \varphi_k, \quad (11)$$

wobei wir die Koeffizienten rein sphärisch ($e = 0, M = N = 1$) berechnen dürfen, wenn die Zusatzglieder auf Größen 2. O. beschränkt werden:

$$\begin{aligned} A_{hk} &= \sin l_{hk} \cos \varphi_k \\ B_{hk} &= \cos l_{hk} \cos \varphi_h \sec^* \varphi_k - \frac{p_5}{\rho''} \operatorname{tg} \varphi_k. \end{aligned} \quad (11a)$$

Um zunächst vom Hauptpunkt unabhängig zu werden, verschieben wir das Netz in einem beliebigen Punkt P_i um die Komponenten der daselbst ursprünglich aufgetretenen relativen Lotabweichung:

$$\begin{aligned} d\varphi_i &= (\varphi' - \varphi)_i; \quad d\lambda_i = (\lambda' - \lambda)_i; \quad d\alpha_i = (\alpha' - \alpha)_i \\ \text{und finden:} \quad w_{ik} &= w_{hk} - A_{ik} d\varphi_i - B_{ik} d\alpha_i + d\lambda_i \sin \varphi_k. \end{aligned} \quad (12)$$

w_{ik} ist jetzt der Widerspruch der geodätischen Linie $P_i P_k$ unter der Voraussetzung, daß in P keine Lotabweichung vorhanden ist, daß also P_i die Rolle des bisherigen Hauptpunktes P_h übernommen hat. Wäre ferner auf gravimetrischem Wege die absolute Lotabweichung ξ_i, η_i im Punkte P_i ermittelt worden, so könnte das Netz durch eine weitere Verschiebung in P_i um die negativen Komponenten dieser absoluten Lotabweichung:

$$d\varphi_i = -\xi_i; \quad d\lambda_i = -\eta_i \sec \varphi_i; \quad d\alpha_i = -\eta_i \operatorname{tg} \varphi_i$$

in die absolute Lage gebracht werden, wodurch im laufenden Punkt P_k der „absolute“ Widerspruch

$$\overline{w_{ik}} = w_{ik} + A_{ik} \xi_i + (B_{ik} \operatorname{tg} \varphi_i - \sec \varphi_i \sin \varphi_k) \eta_i \quad (13)$$

auftreten muß.

Nunmehr ist noch der Übergang von dem beliebigen Referenzellipsoid auf das mittlere Erdellipsoid vorzunehmen. Bei einer durch die Beziehung $d\alpha = d\lambda \sin \varphi$ gekennzeichneten Verschiebung bleibt aber eine Änderung der Achse oder des Maßstabes ohne Einfluß auf den *L a p l a c e* schen Widerspruch, wie man aus den Gleichungen (9) unmittelbar erkennt. Die Änderung der Abplattung erzeugt wohl eine Änderung des Widerspruches:

$$\delta w \doteq \frac{1}{\varphi_{ij}} l'' b'' \cos^3 \varphi_M d\alpha, \quad (14)$$

die aber sehr klein ist, besonders dann, wenn die Abplattung des Referenzellipsoides nur wenig verschieden ist von der Abplattung des mittleren Erdellipsoides. Dies ist aber unschwer zu erreichen, weil die Abplattung ohnedies am besten mit Hilfe des *C l a i r a u t* schen Theorems aus dem Schwerfeld der Erde abgeleitet wird. Wir dürfen also annehmen, daß obiger Deduktion von vornherein das mittlere Erdellipsoid als Referenzfläche zugrundeliegt.

Nehmen wir daher unter Vorbehaltung einer eingehenderen Diskussion an, daß die soeben erzielte Lage des Netzes mit der absoluten Lage zusammenfällt, die früher aus der Projektion der Geoidpunkte auf das mittlere Erdellipsoid definiert wurde, so tritt nicht nur in P_i , sondern in allen Netzpunkten P_k die absolute Lotabweichung auf. Diese ist aber unabhängig von jedwedem Ausgangspunkt und bei der vorausgesetzten Fehlerfreiheit auch vollständig widerspruchsfrei. Es ist also:

$$\overline{w_{ik}} = w_{k, abs} = 0 \quad (15)$$

was wegen (13) mit der Relation:

$$w_{ik} = -A_{ik} \xi_i - (B_{ik} \operatorname{tg} \varphi_i - \sec \varphi_i \sin \varphi_k) \eta_i \quad (16)$$

zusammenfällt. Dies ist die vollständige *L a p l a c e* sche Gleichung der Linie $P_i P_k$ bei vorausgesetzter Fehlerfreiheit, die innerhalb gewisser enger Grenzen für die Abplattung allgemein für alle Referenzellipsoide gilt. Sie zeigt tatsächlich, daß die ursprünglichen relativen Widersprüche w_{ik} gar nicht Null sein können, sondern eine Funktion der absoluten Lotabweichung im Ausgangspunkt P_i sind. Nur wenn

zufällig die absolute Lotabweichung daselbst verschwindet: $\zeta_i = \eta_i = 0$, ist w_{ik} Null. Dann aber ist bereits die absolute Lage erzielt und alle Widersprüche verschwinden wegen (15). Ferner sind die Beträge (16) klein von 2. O., wenn man wieder die Länge $\left(\frac{s}{a}\right)$ der geodätischen Linie als kleine Größe 1. O. betrachtet.

Nur bei kleineren Netzen darf also der theoretische Effekt vernachlässigt werden.

Bei Einbeziehung aller möglichen Fehlergrößen geht (16) in die erweiterte Laplace'sche Gleichung über, die der astronomisch-geodätischen Netzausgleichung zugrundeliegt. Ihre Verwendung ist aber prinzipiell an zwei Voraussetzungen gebunden:

1. Sie darf nur auf die absoluten Lotabweichungen angewendet werden. Ihre bisherige Anwendung auf das Minimalssystem der Lotabweichungen ist streng genommen unstatthaft. Denn das Minimalssystem:

$$\Sigma (\xi^2 + \eta^2) = \min , \quad (17)$$

wird selbst bei sehr großer Ausdehnung eines Netzes nicht unbedingt mit dem absoluten System zusammenfallen, weil die Geoidundulationen in sehr großen, flachen Wellen erfolgen; bei dem Vorhandensein einer mittleren Neigungsdifferenz zwischen Geoid und Erdellipsoid kann aber das Mittel der Lotabweichungen nicht verschwinden, was der Minimumforderung (17) widerspricht.

2. Ist das Dreiecksnetz auf dem üblichen Ausgleichsweg berechnet worden, so darf es in seiner absoluten Lage auf dem mittleren Erdellipsoid nur um Größen 3. Ordnung von einer reinen Projektion der Geoidpunkte abweichen, um die Gültigkeit der Gleichungen (15) und (16) zu gewährleisten.

2.

Neben der bisherigen, auf Helmer t fußenden Auffassung der relativen Lotabweichungen ist prinzipiell noch eine zweite denkbar, die wir Venings Meinesz¹⁾ verdanken. Bei dieser wird der oben den absoluten Lotabweichungen vorbehaltene Gedanke einer reinen Projektion der Geoidpunkte auf jedes beliebige Referenzellipsoid in den beiden geschilderten Lagen ausgedehnt. Dies hätte den großen Vorteil, daß die Laplace'sche Gleichung (6) auch für die relativen Lotabweichungen gelten müßte. Denn infolge der gedachten Projektion handelt es sich auch in diesem Falle um die Laplace'sche Gleichung isolierter Punkte. Die zweifache Relativität der Lotabweichungen ist jetzt einerseits durch die Parameter des Bezugsellipsoides, andererseits unmittelbar durch dessen Lage gegenüber dem Geoid bedingt.

Wir gehen wieder von der früheren ersten Lage des Ellipsoides aus, bei der im gewählten Nullpunkt P_0 — wir sprechen absichtlich nicht mehr vom Fundamentaltalpunkt der Triangulierung P_h , weil wir die Netzausgleichung durch die Projektion ersetzt haben! — keine relative Lotabweichung vorhanden ist und die Figurenachse des Ellipsoides der Rotationsachse der Erde parallel liegt. Die Zulassung einer Lotabweichung in P_0 bedeutet nun geometrisch eine Translation des Ellipsoides, derzufolge die Lotlinien des Geoides die Ellipsoidfläche in anderen Punkten durch-

stoßen. Selbstverständlich können wir auch das Ellipsoid festhalten und dem Geoid eine entgegengesetzt gleiche Translation erteilen. Diese Parallelverschiebung des Geoides werde in drei zueinander senkrechte Komponenten p, q, r zerlegt: die erste liege parallel der Rotationsachse und werde positiv nach Nord gezählt; die zweite liege parallel der Meridianebene des Nullpunktes, während die dritte nach der Länge 90° Ost weise. Bei dieser Verschiebung wird der Fußpunkt der Lotlinie eines Geoidpunktes P_k auf dem Ellipsoid vom Punkte P_k' in den Punkt P_k'' wandern.

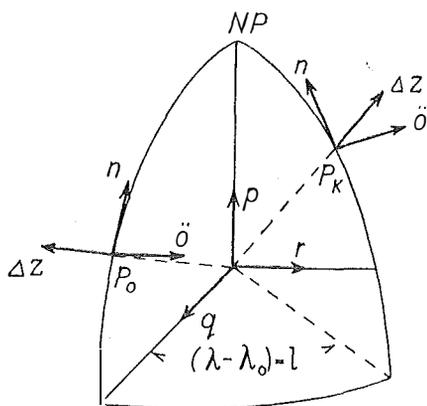


Fig. 2

Die Bewegung des Geoidpunktes P_k selbst kann ferner außer durch p, q, r auch durch die nördliche (u), östliche (\ddot{o}) und zenitale (Δz) Komponente im Horizontsystem des Fußpunktes P_k' beschrieben werden. Diese zweite Zerlegung liefert für den Ursprung P_0 :

$$\begin{aligned} u_0 &= p \cos \varphi_0 - q \sin \varphi_0 \\ \ddot{o}_0 &= r \\ \Delta z_0 &= p \sin \varphi_0 + q \cos \varphi_0 \end{aligned} \quad (18)$$

und für P_k :

$$\begin{aligned} u_k &= p \cos \varphi_k - q \sin \varphi_k \cos l - r \sin \varphi_k \sin l \\ \ddot{o}_k &= -q \sin l + r \cos l \\ \Delta z_k &= p \sin \varphi_k + q \cos \varphi_k \cos l + r \cos \varphi_k \sin l. \end{aligned} \quad (19)$$

Die nördlichen und östlichen Verschiebungen definieren aber die Zunahme der geodätischen Breite und Länge des Fußpunktes, die mit entgegengesetztem Vorzeichen in die Komponenten der relativen Lotabweichung eingehen. Versteht man daher unter M und N wieder den Meridian- und Querkrümmungsradius, unter $\Delta \xi$ und $\Delta \eta$ die Zunahme der meridionalen und östlichen Lotabweichung, so ist:

$$\begin{aligned} u_k &= -M_k \Delta \xi_k \\ \ddot{o}_k &= -N_k \Delta \eta_k \end{aligned} \quad (20)$$

Wird jetzt wie früher die ursprüngliche Höhenlage zwischen Geoid und Referenzellipsoid beibehalten, die aus der auf das Geoid reduzierten Basis folgte, so muß $\Delta z_0 = 0$ sein und wir können p, q, r gemäß (18) und (20) in Funktion der in P_0 angestrebten relativen Lotabweichung ξ_0 und η_0 darstellen:

$$\begin{aligned} p &= u_0 \cos \varphi_0 + \Delta z_0 \sin \varphi_0 = u_0 \cos \varphi_0 = -M_0 \xi_0 \cos \varphi_0 \\ q &= -u_0 \sin \varphi_0 + \Delta z_0 \cos \varphi_0 = -u_0 \sin \varphi_0 = +M_0 \xi_0 \sin \varphi_0 \\ r &= -N_0 \eta_0 \end{aligned} \quad (21)$$

Führt man diese Werte und (20) in (19) ein, so sind bereits die Änderungen der Lotabweichungen ξ_k und η_k in Funktion von ξ_0 und η_0 gefunden:

$$\begin{aligned}\Delta \xi_k &= \frac{M_0}{M_k} (\cos \varphi_0 \cos \varphi_k + \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \cos l) \xi_0 - \frac{N_0}{M_k} \eta_0 \sin \varphi_k \sin l \\ \Delta \eta_k &= \frac{M_0}{N_k} \xi_0 \sin \varphi_0 \sin l + \frac{N_0}{N_k} \eta_0 \cos l\end{aligned}\quad (22)$$

$$\Delta z_k = -M_0 (\cos \varphi_0 \sin \varphi_k - \sin \varphi_0 \cos \varphi_k \cos l) \xi_0 - N_0 \eta_0 \cos \varphi_k \sin l.$$

Ganz neu tritt in diesen Gleichungen die Änderung des Höhenunterschiedes von Geoid und Ellipsoid an der Stelle P_k auf. Dies ist ein sehr bedeutsames Resultat. Denn die durch die Parallelverschiebung bewirkte Änderung der relativen Neigung von Geoid und Ellipsoid wird dabei in den Vertikalabständen erfaßt. Bei der Verschiebung des geschlossenen Netzes auf der Referenzfläche ist dies nicht möglich, weil die korrespondierenden Punkte nicht vertikal übereinander liegen.

Es ist nun von großem Interesse, die Unterschiede der beiden Methoden festzustellen. Zu diesem Zweck hat man die ursprüngliche Konfiguration der Fußpunkte P_k' auf dem Ellipsoid als geschlossenes Netz aufzufassen, das im Ursprung P_0' die Verschiebung:

$$d\varphi_0 = -\xi_0; \quad d\lambda_0 = -\eta_0 \sec \varphi_0; \quad d\alpha_0 = -\eta_0 \operatorname{tg} \varphi_0$$

erfährt. Die Breiten- und Längengleichung (9) liefern dann gemäß:

$$d\varphi_k = -\Delta \xi_k; \quad d\lambda_k = -\Delta \eta_k \sec \varphi_k$$

die Änderungen der beiden senkrechten Lotabweichungskomponenten:

$$\Delta \xi_k = \frac{M_0}{M_k} \cos l \cdot \xi_0 - \frac{N_0}{M_0} \sin \varphi_0 \sin l \cdot \eta_0 \quad (23)$$

$$\Delta \eta_k = \eta_0 \sec \varphi_0 \cos \varphi_k + \frac{M_0}{N_k} \sin \varphi_k \sin l \cdot \xi_0 + \frac{p_5}{\rho''} \eta_0 \operatorname{tg} \varphi_0.$$

Bildet man jetzt die Differenzen im Sinne (Helmert – Vening-Meinesz), wobei man sofort die sphärischen Näherungen ($M = N = 1$) benützen darf, wenn man sich in den Koeffizienten von ξ_0 und η_0 auf die Glieder 2. O. beschränkt, so wird:

$$\begin{aligned}\delta(\Delta \xi_k) &= \left[\cos l - \cos(\varphi_k - \varphi_0) + \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \cdot \frac{l^2}{2} \right] \xi_0 + \\ &+ \eta_0 \sin l (\sin \varphi_k - \sin \varphi_0),\end{aligned}\quad (24)$$

$$\delta(\Delta \eta_k) = \xi_0 \sin l (\sin \varphi_k - \sin \varphi_0) - \eta_0 \left[\cos l - \sec \varphi_0 \cos \varphi_k - \frac{p_5}{\rho''} \operatorname{tg} \varphi_0 \right].$$

Setzt man:

$$b = (\varphi_k - \varphi_0)$$

und beachtet, daß:

$$\frac{p_5}{\rho''} \doteq \sin b - \frac{l^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi,$$

wobei im quadratischen Glied für φ jeder beliebige Wert zwischen φ_0 und φ_k verwendet werden darf, so läßt sich sehr leicht die Gleichheit der beiden eckigen Klammern beweisen. Damit erhält man:

$$\begin{aligned}\hat{\partial}(\Delta\xi_k) &= D\xi_0 + E\eta_0 \\ \hat{\partial}(\Delta\eta_k) &= E\xi_0 - D\eta_0\end{aligned}\quad (25)$$

mit:

$$\begin{aligned}D &= \cos l - \cos b + \frac{l^2}{2} \sin^2 \varphi = \frac{b^2}{2} - \frac{l^2}{2} \cos^2 \varphi \\ E &= \sin l (\sin \varphi_k - \sin \varphi_0) = lb \cos \varphi.\end{aligned}\quad (25a)$$

Hieraus folgt sofort, daß die theoretischen Widersprüche (16), bei denen die Koeffizienten der Lotabweichungskomponenten von 1. O. sind, nur durch die Azimutübertragung in den Dreiecksnetzen bedingt sein können.

Die Auswirkung des Unterschiedes der beiden Auffassungen sei an Hand der Figur 3 für einen Meridianbogen ($l = 0$) gezeigt. Identifizieren wir Geoid und Ellipsoid mit der mittleren Schmiegun gskugel für das Vermessungsgebiet, so entsteht im Ursprung P_0 eine positive meridionale Lotabweichung ξ_0 , wenn wir das Geoid relativ zur Referenzfläche in der Meridianebene von P_0 ($r = \eta_0 = 0$) von 0 nach M verschieben. Einem beliebigen Geoidpunkt P_k in diesem Meridian: $(\varphi_k' - \varphi_0') = b$ gehört dann der Meridianbogen s_{0k} zu, der auf dem Referenzellipsoid nach Hel m e r t den Bildpunkt P_k^H liefert; die Hel m e r t'schen Lotabweichungsgleichungen sind ja durch die Konstanz der Längen der geodätischen Linien gekennzeichnet. Andererseits schneidet der projizierende Radiusvektor MP_k nach V e n i n g - M e i n e s z die Bildfläche in dem Bildpunkt P_k^V . Während in P_k^H natürlich abermals die Lotabweichung ξ_0 aufscheint, hat P_k^V eine um den kleinen Winkel $\Delta\varphi$ größere Polhöhe und daher die kleinere Lotabweichung $(\xi_0 - \Delta\varphi)$.

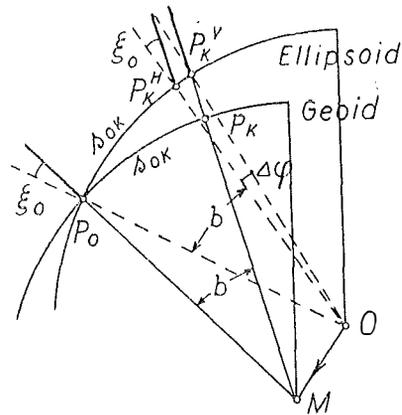


Fig. 3

Nach (25) ist im angenommenen Falle $\Delta\varphi = \frac{b^2}{2} \xi_0$. Für $\xi_0 = 10''$ und $b = 10^\bullet$ macht dies $0'152$ aus, welchem Wert eine Seitenverlängerung von 4.7 m auf rund 1100 km entspricht. Bei einer Erhebung des Geoides über das Ellipsoid sind ξ_0 und $\Delta\varphi$ negativ und es tritt bei der Projektion eine Seitenverkürzung ein. Praktisch gesehen überschreitet dieser Effekt einer Seitenänderung im Betrage $k = 4 \cdot 10^{-6}$ kaum den mittleren Maßstabfehler der Triangulierungsnetze. Mit wachsendem Breitenabstand b nimmt aber die Seitenänderung k linear zu.

Wenn also auch praktisch der Unterschied zwischen den beiden Auffassungen sehr gering ist, so ist die Frage vom theoretischen Standpunkt aus doch von prinzipieller Wichtigkeit. Zusammenfassend kann festgestellt werden: die Unkenntnis des Geoides zwingt zur Netzausgleichung auf einer günstig gewählten Referenz-

fläche und für diesen Fall ist die H e l m e r t s c h e Auffassung der Lotabweichungen die einzig adäquate. Andererseits müssen wir uns den Standpunkt von V e n i n g - M e i n e s z für die Abbildung des Geoides auf das mittlere Erdellipsoid zu eigen machen. Nur so lassen sich nämlich in aller Strenge die absoluten Lotabweichungen definieren.

Selbstverständlich wird eine direkte Projektion einzelner Geoidpunkte auf das Erdellipsoid auch bei voller Kenntnis der Geoidundulationen niemals mit der nötigen Genauigkeit möglich sein. Dies folgt schon aus der Lageunsicherheit, die in der begrenzten astronomischen Beobachtungsgenauigkeit begründet liegt. Ferner werden darüber hinaus auch die gravimetrisch ermittelten absoluten Lotabweichungen nie an die hohe Genauigkeit der relativen Punktfestlegung durch Triangulierung heranreichen können. Hingegen läßt sich die astronomisch-geodätische Ausgleichung eines kontinentalen Triangulierungsnetzes bereits weitgehend dem Idealzustand einer reinen Projektion vom Geoid auf das mittlere Erdellipsoid angleichen:

1. Alle Grundlinien werden sofort nicht bloß auf das Geoid, sondern wegen der örtlichen Undulation weiter auf das mittlere Erdellipsoid reduziert. So wird ein mittlerer Netzmaßstab gewonnen, der der mittleren Höhenlage des Geoides über dem Erdellipsoid Rechnung trägt.

2. Schon nach einer ersten provisorischen Berechnung des Netzes auf dem Referenzellipsoid kann aus der Gegenüberstellung der astronomisch-geodätischen und der gravimetrischen Lotabweichungen nicht nur die Achse des mittleren Erdellipsoides, sondern auch die absolute Lage eines möglichst zentral gewählten Fundamentalpunktes mit sehr hoher Sicherheit abgeleitet werden.

3. Die so gefundenen guten Näherungen für die absoluten Lotabweichungen in allen astronomisch bestimmten Punkten gestatten dann, falls überhaupt steilere Visuren vorkommen, die weitere Reduktion der beobachteten Winkel vom Geoid auf das Erdellipsoid.

4. Die nachfolgende astronomisch-geodätische Ausgleichung bewahrt das innere Netzgefüge vor geodätischen Orientierungsfehlern.

Besondere Beachtung verdient noch die Reduktion der Beobachtungen wegen der Krümmung der Lotlinien. Diese ist bekanntlich eine genau so leidige Angelegenheit wie die Reduktion der beobachteten Schwerewerte. In obigen theoretischen Entwicklungen konnte sie durch den Ausgang von P i z z e t t i s Definition der Lotabweichungen umgangen werden. Bei dem geschilderten Verfahren ist nun wohl der störende Einfluß einer mangelhaften Reduktion wegen der Krümmung der Lotlinien dadurch stark herabgedrückt, daß nach Punkt 2 nur die absolute Lage eines einzigen Punktes erforderlich ist, die aus dem gesamten Lotabweichungsmaterial abgeleitet wird. Trotzdem wird der angestrebte Idealzustand letzten Endes am besten durch eine direkte Berechnung der Triangulierung auf dem mittleren Erdellipsoid erreicht, wobei die Hauptschwierigkeit in der Reduktion der beobachteten Winkel besteht ²⁾.

²⁾ Ich verdanke diesen Hinweis einer brieflichen Mitteilung des Herrn Prof. Dr. h. c. C. F. Bäschnlin.

Einzig und allein die wechselnde Neigung der Geoides gegenüber dem Erdellipsoid kann bei diesem Verfahren nicht berücksichtigt werden. Wirklich gefährlich ist dabei nur ein von Null verschiedener Mittelwert dieser Neigung; denn er erzeugt gegenüber der idealen Projektion, wie wir in obigem Beispiel gesehen haben, einen mit wachsendem Abstand vom Fundamentalpunkt linear zunehmenden Maßstabfehler k . Doch wird die mittlere Neigung bei wirklich kontinentaler Ausdehnung des Netzes (z. B. über Amerika oder Eurasien) höchstwahrscheinlich verschwinden. Eine örtlich oder regional wechselnde Neigung verursacht bei der strengen Projektion einen variablen Maßstab, dessen notwendige Vernachlässigung bei der Netzausgleichung jedoch sicherlich nur sehr geringe Fehler zur Folge hat.

Eine voll befriedigende Lösung des Problems der Großraumvermessung und der Lotabweichungen ist somit an eine hinreichende Kenntnis der Geoidundulationen gebunden, wie sie auf Grund eines symmetrisch über die ganze Erde verteilten Materiales repräsentativer Schwerewerte in absehbarer Zeit zu erwarten ist.

Über die Grundfigur und den Längsfehler in Streckenkettten

Von G. S c h e l l i n g, T. H. Graz

(Schluß)

C. Kettenformen

Es liegt nun nahe, Ketten zu untersuchen, die sich aus Einzelsystemen nach Figur 7 und Figur 5 zusammensetzen. Dabei ergeben sich als zweckmäßig erscheinende Formen die Ketten nach Figur 8 und Figur 9. Zu Vergleichszwecken wurden noch zwei weitere Kettenformen bearbeitet.

Wir untersuchen in diesem Abschnitt den zu erwartenden Längsfehler jeder Kette und bestimmen dazu das Gewicht einer Funktion, die annähernd die Längs Streckung der Kette darstellt.

a) Die Kette nach Figur 8

Für die Zusammensetzung dieser Figur war ausschlaggebend, daß im Quadrat mit Diagonalen nach Figur 7 die Diagonale das größte Gewicht nach der Ausgleichung besitzt. Um den Längsfehler einer Kette klein zu halten, muß daher eine Diagonale des Quadrates in der Längsrichtung der Kette liegen. Da durch Aneinanderreihen von Quadraten mit Diagonalen in der gewünschten Art jedoch keine Kette gebildet werden kann, wurden je zwei benachbarte Systeme durch zwei Strecken miteinander verbunden; in Figur 8 sind dies die Seiten 7, 8; 15, 16 usw. Dadurch entsteht für je zwei aufeinanderfolgende Einzelfiguren eine weitere Überbestimmung.

Neben den n Bedingungsgleichungen für die n einfach überbestimmten Quadrate mit Diagonalen sind deshalb $(n - 1)$ weitere Bedingungsgleichungen anzusetzen. Dies erfolgt zweckmäßig für die $(n - 1)$ regelmäßigen Zentralsysteme Z_4 , deren Zentralpunkte die gemeinsamen Eckpunkte der Quadrate mit Diagonalen sind.

Für die Quadrate mit Diagonalen gilt

$$\text{laut Gleichung (9): } a_d = -\frac{s\sqrt{2}}{2J} (o), \quad a_s = +\frac{s}{2J} (.)$$

Für die regelmäßigen Zentralsysteme Z_4 gilt unter

Berücksichtigung des Überganges von

(10)

r in s und von s in $d = s\sqrt{2}$

$$\text{laut Gleichung (4): } a_d = +\frac{s\sqrt{2}}{2J} (x), \quad a_s = -\frac{s}{J} (+).$$

Wegen der Symmetrie der Kette lassen sich die Koeffizienten bei entsprechender Bezifferung der Seiten in eine gesetzmäßige Anordnung bringen. Wir bezeichnen die Koeffizienten aus den Bedingungsgleichungen der Quadrate mit Diagonalen mit a, b, \dots, x , diejenigen aus den Bedingungsgleichungen der Z_4 mit $\bar{a}, \bar{b}, \dots, \bar{w}$. Das folgende Koeffizientenschema ist entsprechend den zwei Gruppen gleichartiger Einzelfiguren und Bedingungsgleichungen geteilt; in ihm sind die Koeffizienten durch die in den Gleichungen (10) angeführten Symbole kenntlich gemacht.

Koeffizientenschema:

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24...		
I	a				b								c													
 o o			 o o							 o o													
II	++		×××			++										×		++				×××				
											++		×××			++										×
	\bar{a}										\bar{b}								\bar{c}							

Wir bestimmen das Gewicht der Funktion

$$F = s_5 + s_{13} + s_{21} + s_{29} + \dots$$

Das Gewicht dieser Funktion erhalten wir nach Gleichung (3) aus:

$$\frac{1}{P(nd)} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf.1]^2}{[bb.1]} - \frac{[cf.2]^2}{[cc.2]} - \dots - \frac{[xf.n-1]^2}{[xx.n-1]} - \frac{[\bar{a}f.n]^2}{[\bar{a}\bar{a}.n]} - \frac{[\bar{b}f.n+1]^2}{[\bar{b}\bar{b}.n+1]} - \dots - \frac{[\bar{w}f.2n-2]^2}{[\bar{w}\bar{w}.2n-2]} \quad (11)$$

Wegen der Unabhängigkeit der n Quadrate mit Diagonalen gilt für den ersten Teil der Gewichtsgleichung (11)

$$\frac{[af]^2}{[aa]} = \frac{[bf.1]^2}{[bb.1]} = \frac{[cf.2]^2}{[cc.2]} = \dots = \frac{[xf.n-1]^2}{[xx.n-1]}$$

Im zweiten Teil der Gewichtsgleichung, der den Zusammenhang der $(n-1)$ regelmäßigen Zentralsysteme Z_4 untereinander und mit den n -Quadraten mit

Diagonalen berücksichtigt, bildet jeder Term in den ersten $(n-1)$ Reduktionsstufen nur zwei voneinander verschiedene Formen. Es gilt:

$$\begin{aligned} [\bar{a}\bar{a}.1] &= [\bar{b}\bar{b}.2] = [\bar{c}\bar{c}.3] = \dots = [\bar{w}\bar{w}.n-1] = [\bar{a}\bar{a}] - \frac{[a\bar{a}][a\bar{a}]}{[aa]} \\ [\bar{a}\bar{a}.2] &= [\bar{b}\bar{b}.3] = [\bar{c}\bar{c}.4] = \dots = [\bar{v}\bar{v}.n] = [\bar{a}\bar{a}] - 2 \frac{[a\bar{a}][a\bar{a}]}{[aa]} \\ [\bar{a}\bar{b}.2] &= [\bar{b}\bar{c}.3] = [\bar{c}\bar{d}.4] = \dots = [\bar{v}\bar{w}.n-1] = [\bar{a}\bar{b}] - \frac{[a\bar{a}][a\bar{a}]}{[aa]} \\ [\bar{a}f.1] &= [\bar{b}f.2] = [\bar{c}f.3] = \dots = [\bar{w}f.n-1] = - \frac{[a\bar{a}][af]}{[aa]} \\ [\bar{a}f.2] &= [\bar{b}f.3] = [\bar{c}f.4] = \dots = [\bar{v}f.n] = - 2 \frac{[a\bar{a}][af]}{[aa]} \end{aligned}$$

Für die verbleibenden $(n-1)$ Reduktionsstufen im zweiten Teil der Gewichtsgleichung zeigen wir den gesetzmäßigen Zusammenhang auf.

Wir bezeichnen die Ausdrücke im Nenner, nämlich $[\bar{a}\bar{a}.n]$, $[\bar{b}\bar{b}.n+1]$ usw. mit A_1, A_2 , allgemein mit A_i und die linearen Ausdrücke im Zähler, also $[\bar{a}f.n]$, $[\bar{b}f.n+1]$ usw. mit B_1, B_2 , allgemein mit B_i . Die Terme im zweiten Teil der Gewichtsgleichung (11) kann man somit durch die Ausdrücke $\frac{B_i^2}{A_i}$ ersetzen.

Man findet nun leicht das Bildungsgesetz der Größen A_i und B_i :

$$A_i = A_1 - \frac{K^2}{A_{i-1}} \quad B_i = B_1 \left(1 - \frac{K}{A_{i-1}} \right).$$

Dabei ist $K = [\bar{a}\bar{b}] - \frac{[a\bar{a}][a\bar{a}]}{[aa]} = \text{const.}$

$$A_1 = [\bar{a}\bar{a}.n] = [\bar{a}\bar{a}.2] = [\bar{a}\bar{a}] - 2 \frac{[a\bar{a}][a\bar{a}]}{[aa]}, \quad A_0 = \infty$$

$$B_1 = [\bar{a}f.n] = [\bar{a}f.2] = - 2 \frac{[a\bar{a}][af]}{[aa]}.$$

Man kann jetzt leicht zeigen, daß die Folge der A_i und damit auch die Folge der Terme im zweiten Teil der Gewichtsgleichung (11) konvergiert, womit sich die Gleichung (11) wesentlich vereinfacht. Für die Konvergenz der Folge A_i ist notwendig und hinreichend, daß $K^2 \leq \frac{A_1^2}{4}$.

Zur Bestimmung dieser Werte bilden wir mit Hilfe des Koeffizientenschemas und der Gleichung (10)

$$[aa] = 2 \frac{s^2}{J^2}, \quad [a\bar{a}] = - \frac{3}{2} \frac{s^2}{J^2}, \quad [\bar{a}\bar{a}] = 6 \frac{s^2}{J^2}, \quad [\bar{a}\bar{b}] = \frac{1}{2} \frac{s^2}{J^2}, \quad [af] = - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{s}{J}.$$

Durch Einsetzen dieser Werte in die obigen Bestimmungsgleichungen erhalten wir

$$A_1 = \frac{15}{4} \cdot \frac{s^2}{J^2} \quad K = - \frac{5}{8} \frac{s^2}{J^2} \quad B_1 = - \frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{s}{J}.$$

Die Anwendung des Konvergenzkriteriums gibt $K^2 = \frac{A_1^2}{36} < \frac{A_i^2}{4}$. Die betrachteten Folgen werden daher sehr rasch konvergieren. Die ersten drei Elemente jeder Folge sind in Tabelle 3 zusammengestellt.

i	A_i	B_i^2	$\frac{B_i^2}{A_i}$
1	$\frac{15}{4} \frac{s^2}{J^2} \doteq 3.75 \frac{s^2}{J^2}$	$\frac{9}{8} \frac{s^2}{J^2} \doteq 1.13 \frac{s^2}{J^2}$	$\frac{3}{10} = 0.30$
2	$\frac{175}{48} \frac{s^2}{J^2} \doteq 3.65 \frac{s^2}{J^2}$	$\frac{49}{32} \frac{s^2}{J^2} \doteq 1.53 \frac{s^2}{J^2}$	$\frac{294}{700} = 0.42$
3	$\frac{51}{14} \frac{s^2}{J^2} \doteq 3.64 \frac{s^2}{J^2}$	$-\frac{151}{98} \frac{s^2}{J^2} \doteq 1.54 \frac{s^2}{J^2}$	$\frac{1059}{2499} \doteq 0.42$

Tabelle 3

Der erste Teil der Gewichtsgleichung (11) ist bestimmt durch die Terme

$$\frac{[af]^2}{[aa]} = \frac{[bf.1]^2}{[bb.1]} = \frac{[cf.2]^2}{[cc.2]} = \dots = \frac{[xf.n-1]^2}{[xx.n-1]} = \frac{s^2}{2J^2} \cdot \frac{J^2}{2s^2} = \frac{1}{4}.$$

Unter bewußter Vernachlässigung des durch das Abbrechen der Folge $\frac{B_i^2}{A_i}$ verursachten Fehlers erhält man das Gewicht der Funktion $F = s_5 + s_{13} + \dots$ mit

$$\frac{1}{P(nd)} \doteq n - n \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[\bar{a}f.n]^2}{[\bar{a}\bar{a}.n]} - (n-2) \frac{[\bar{l}f.n+1]^2}{[\bar{b}\bar{b}.n+1]}$$

$$\frac{1}{P(nd)} \doteq n - 0.25n - 0.30 - (n-2)(0.42)$$

$$\frac{1}{P(nd)} \doteq 0.33n + 0.54 \quad (\text{für } n \geq 2).$$

b) Die Kette nach Figur 9

Diese Kette besteht aus sich teilweise überdeckenden Einzelfiguren nach Figur 5. Die Längserstreckung der Kette wird durch die Funktion $F = s_5 + s_{12} + s_{19} + \dots$ annähernd bestimmt.

Zur Ermittlung des Gewichtes dieser Funktion bilden wir mit Hilfe von Gleichung (7) die Koeffizientensummen und erhalten damit die rasch konvergierenden Terme der Gewichtsfunktion.

$$\frac{[af]^2}{[aa]} = 0.50, \frac{[bf.1]^2}{[bb.1]} \doteq 0.64, \frac{[cf.2]^2}{[cc.2]} \doteq 0.66, \frac{[df.3]^2}{[dd.3]} \doteq 0.66.$$

Wird die Länge der Kette mit $l = n.d$ angesetzt, so sind dazu $(n-1)$ Einzelsysteme aneinander zu fügen. Deswegen wird

$$\frac{1}{P(nd)} \doteq n - 0.50 - 0.64 - (n-3)(0.66)$$

$$\frac{1}{P(nd)} \doteq 0,34 n + 0,84 \quad (\text{für } n \geq 2).$$

c) Die Kette nach Figur 10

Die Kette setzt sich aus n Quadraten mit Diagonalen zusammen, von denen je zwei benachbarte eine Seite gemeinsam haben. Wir ermitteln das Gewicht der Funktion $F = s_2 + s_7 + s_{12} + \dots$.

Die Koeffizientensummen bilden wir aus Gleichung (9) und gewinnen daraus die Summanden der Gewichtsfunktion:

$$\frac{|af|^2}{[aa]} = \frac{1}{8}, \quad \frac{|bf.1|^2}{[bb.1]} \doteq \frac{1}{10}, \quad \frac{|cf.2|^2}{[cc.2]} \doteq \frac{1}{10}.$$

$$\frac{1}{P(ns)} \doteq n - \frac{1}{8} - (n-1) \quad (0,10).$$

$$\frac{1}{P(ns)} \doteq 0,9 n.$$

d) Die Kette nach Figur 11

Diese Kette wird aus n regelmäßigen Zentralsystemen Z_4 gebildet. Zwei aufeinanderfolgende Einzelsysteme haben eine gemeinsame Außenseite.

Wir bestimmen das Gewicht der Funktion $F = s_2 + s_9 + s_{16} + \dots$.

Die Koeffizientensummen haben wir aus Gleichung (4) zu entnehmen und erhalten als Summanden der Gewichtsfunktion die Größen

$$\frac{|af|^2}{[aa]} \doteq 0,083, \quad \frac{|bf.1|^2}{[bb.1]} \doteq 0,071, \quad \frac{|cf.2|^2}{[cc.2]} \doteq 0,071.$$

$$\frac{1}{P(ns)} \doteq 0,93 n.$$

c) Diskussion der Kettenformen

Der Vergleich der einzelnen Kettenformen erfolgt mittels einer Vergleichsstrecke l . Dabei interessiert das Gewicht der untersuchten Funktionen, durch welche die Längserstreckung der Kette annähernd bestimmt wird; ferner der für die jeweilige Kette erforderliche Arbeitsaufwand, charakterisiert durch die Zahl der zu messenden Seiten.

Die entsprechenden Zahlenwerte sind für die behandelten Ketten in Tabelle 4 zusammengefaßt.

Kettenform	Zahl der Einzelfiguren	$\frac{1}{P(F)}$	Zahl der Seiten
Fig. 8	n	$0,33 n + 0,54$	$8n - 2$
Fig. 9	n	$0,34 n + 0,84$	$7n - 2$
Fig. 10	$n \sqrt{2}$	$1,27 n$	$7,1 n + 1$
Fig. 11	n	$0,93 n$	$7n + 1$

Tabelle 4

Das größte Gewicht für die Längserstreckung der Kette wird in der Kettenform nach Figur 8 erzielt, ohne daß dabei ein wesentlich größerer Arbeitsaufwand als bei den anderen untersuchten Kettenformen erforderlich ist. Mehrere Ketten dieser Art lassen sich leicht zu einem Streckennetz vereinigen, wie es z. B. in Figur 12 dargestellt ist.

Ein nur unwesentlich kleineres Gewicht für die Längserstreckung zeigt die Kette nach Figur 9, für die aber auch ein etwas geringerer Arbeitsaufwand erforderlich ist. Obwohl diese Kette aus den selbständig behandelten Einzelfiguren nach Figur 5 gebildet wurde, geht sie als Ganzes aus der zuerst behandelten Kette nach Figur 8 hervor, wenn man in dieser die Querverbindungen (6, 14, 22 usw.) entfernt; das heißt aber, daß es für den Längsfehler der Kette ohne Bedeutung ist, wenn in der Kette nach Figur 8 die eine oder andere Querverbindung ausfällt.

Die beiden anderen Kettenformen zeigen bei annähernd gleichem Arbeitsaufwand ein beträchtlich geringeres Gewicht für die Längserstreckung.

Zusammenfassung

Die Untersuchung hat ergeben, daß weder das regelmäßige Zentralsystem Z_4 in der Anordnung von Figur 10 noch das Quadrat mit Diagonalen (Figur 9) das beste Ergebnis — den kleinsten Längsfehler — zeitigen. Vielmehr ist es eine Zusammensetzung beider Einzelsysteme (Fig. 8) oder eine Modifikation dieser Kettenform (Fig. 9), die bezüglich des Längsfehlers und der praktischen Verwendbarkeit den gestellten Forderungen am meisten entspricht.

Es kann deshalb kein einzelnes einfach überbestimmtes Zentralsystem als prädestinierte Grundfigur von Streckenkettensystemen oder Streckennetzen bezeichnet werden.

Literatur:

- [1] K. Hubeny Die Ausgleichung von Dreiecksnetzen mit direkt gemessenen Seiten. Österr. Z. f. V.W., Heft Nr. 5/6/1950.
 [2] Jordan-Eggert Handbuch der Vermessungskunde, 1. Band.

Kleine Mitteilungen

Emer. o. Professor Dr. E. Harbert — 70 Jahre

Der erste Vorsitzende des Deutschen Vereines für Vermessungswesen, Dr. Egbert Harbert, vollendete am 25. November 1952 sein 70. Lebensjahr. Seine Heimat ist Arnberg, die Hauptstadt des gleichnamigen Regierungsbezirkes in Westfalen. Nach Absolvierung der geodätischen Studien an der Landwirtschaftlichen Hochschule in Berlin erweiterte er seine Kenntnisse als Assistent am dortigen geodätischen Institut und habilitierte sich als Privatdozent. Praktische Kenntnisse erwarb er sich als Kulturamtslandmesser in Enskirchen (Rheinprovinz). Im Jahre 1922 wurde er als ord. Professor und Vorstand des Institutes für Vermessungswesen an die Technische Hochschule in Braunschweig berufen, wo er bis zu seinem Übertritt in den Ruhestand wirkte. Mit seinem Scheiden aus dem Lehramt zog er sich jedoch nicht ins Privatleben zurück; denn er wirkte als 1. Vorsitzender des DVW im Dienste des Vermessungswesens weiter.

Den österreichischen Vermessungsingenieuren ist Prof. Harbert durch seine 1930 und 1942 erschienene „Vermessungskunde“, durch seine Veröffentlichungen in der

Zeitschrift für Vermessungswesen und durch sein Eintreten für enge, fachliche Beziehungen zwischen den deutschen und österreichischen Vermessungsingenieuren bekannt.

Sie danken ihm für sein ihnen jederzeit bekundetes Interesse, beglückwünschen ihn zu seinem 70. Geburtstag auf das herzlichste und wünschen ihm eine erfolgreiche Tätigkeit durch viele weitere Jahre zum Nutzen des Vermessungswesens und zu seiner eigenen Freude!

Legó

Verleihung des Goldenen Doktordiploms an den ersten Doktor der technischen Wissenschaften in Österreich

Am 29. November 1952 fand im Festsaal der Technischen Hochschule in Graz ein akademischer Festakt statt, bei welchem dem emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans L ö s c h n e r, der im Jahre 1901 als E r s t e r in der Österr.-ung. Monarchie die Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften erwarb, das G o l d e n e Doktordiplom in feierlicher Weise überreicht wurde. Diese Feier ist in der Chronik des österreichischen Vermessungswesens besonders zu vermerken, weil die e r s t e Promotion zum Doktor der technischen Wissenschaften¹⁾ auf Grund einer Dissertation auf g e o d ä t i s c h e m Gebiete erfolgte²⁾ und weil der damals Promovierte später Hochschulprofessor für Geodäsie geworden ist.

Der Rektor der Grazer Technischen Hochschule, Se. Magnifizenz Prof. Dipl.-Ing. Arch. L o r e n z, begrüßte die zahlreich erschienenen Festgäste, darunter den Rektor der Grazer Universität, Prof. Dr. E d e r, sowie zahlreiche Professoren und Vertreter staatlicher und anderer Behörden.

Hierauf würdigte der Dekan der Fakultät für Bauingenieurwesen, o. Prof. Dr. H. G r e n g g, in ehrenden Worten die Verdienste des ersten Doktors der technischen Wissenschaften³⁾, der als gebürtiger Leobner zuerst bei der Statthalterei in Graz tätig war, von wo er im Jahre 1907 an die Deutsche Technische Hochschule in Brünn als o. Professor für Geodäsie und Sphärische Astronomie berufen wurde. Das Wirken des Jubilars an dieser Hochschule, der er trotz mehrfacher ehrenvoller Berufungen treu blieb, ist durch unermüdlige Lehr- und Forschungsarbeit (5 Bücher, 118 Abhandlungen, 88 Berichte und Besprechungen), durch den Aufbau der Abteilung für Vermessungswesen und durch zweimaligen erfolgreichen Einsatz als Rektor in den Studienjahren 1916/17 und 1931/32 in hart bedrängter Zeit gekennzeichnet.

Nach dem zweiten Weltkrieg hielt Prof. L ö s c h n e r noch bis zu seinem 75. Lebensjahr in nimmermüder Schaffensfreude Vorlesungen über Geodäsie an der Montanistischen Hochschule in Leoben und als Honorarprofessor an der Universität Wien.

Nach der Rede des Professors G r e n g g berichtete der Vorsitzende der II. Staatsprüfungskommission, Prof. Dr. E. F r i e d r i c h, über das Wirken jener Ingenieure, die vor 50 Jahren die zweite Staatsprüfung abgelegt hatten. Unter ihnen befand sich auch ein Absolvent der Brünner Deutschen Technischen Hochschule. Es wurde mit besonderer Genugtuung die Erklärung entgegengenommen, daß die Grazer Alma mater die Betreuung der ehemaligen Hörer der Deutschen Technischen Hochschule Brünn übernommen hat.

Nach der Überreichung der „Goldenen Diplome“ durch den Rektor hielt Prof. DDr. h. c. K. F e d e r h o f e r den Festvortrag, in dem er der Entwicklung der Technischen Hochschule in den letzten fünfzig Jahren gedachte.

¹⁾ R o h r e r: 50 Jahre technisches Doktorat. Ö. Z. f. V. 1951, S. 133.

²⁾ Das Dissertationsthema lautete: „Genauigkeitsuntersuchungen für Längenmessungen mit besonderer Berücksichtigung einer neuen Vorrichtung für Präzisionsstahlbandmessung.“

³⁾ D o l e ž a l: „Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans L ö s c h n e r — 75 Jahre“, Ö. Z. f. V. 1950, S. 1—4.

Die Feier wurde durch Musikvorträge sowie durch eindrucksvolle Gesangsvorträge des akademischen Gesangsvereines „G o t h i a“, dem Prof. L ö s c h n e r heute noch angehört, eingeleitet und beendet.

Abschließend hatte der Rektor die Jubilare in das Hotel Steirerhof geladen, wo der im 78. Lebensjahr stehende Professor L ö s c h n e r namens aller Ausgezeichneten eine mit großem Beifall aufgenommene Dankrede hielt, die mit einem Bekenntnis ihrer Liebe und Treue zur Alma mater Grazia und der Versicherung schloß, daß die Goldenen Diplome allen damit Ausgezeichneten eine Verpflichtung bedeuten, mit allen ihren Kräften auch weiterhin der Wissenschaft, der Hochschule und ihrem Fach zu dienen.

Aus der Reihe der eingelaufenen Glückwunschtelegramme, die bei diesem Bankett zur Verlesung gelangten, sei das Nachstehende an den Rektor der Technischen Hochschule gerichtete, wiedergegeben:

Die Österreichische Kommission für die Internationale Erdmessung und der Österreichische Verein für Vermessungswesen beehren sich, Eure Magnifizenz und das hochgeehrte Professorenkollegium zur ersten Verleihung des Doktorates der technischen Wissenschaften in Österreich zu beglückwünschen, die vor fünfzig Jahren an der Grazer Technischen Hochschule stattgefunden hat und nunmehr durch die Verleihung des Goldenen Doktordiplomes neuerlich bekundet wird. Wir bringen aus diesem Anlaß auch dem Jubilar, dem verdienten akademischen Lehrer und international geschätzten Geodäten und Forscher Professor Dr. Hans L ö s c h n e r unsere herzlichsten Glückwünsche zu dieser besonderen akademischen Ehrung zum Ausdruck.

Gez.: D o l e ž a l, L e g o.

Literaturbericht

1. Bücherbesprechungen

N i e m c z y k, Prof. Dr. phil. Dr. Ing. e. h., Bergmännisches Vermessungswesen. Ein Handbuch des Markscheidewesens in fünf Bänden. 1. Band: Mathematisch-markscheiderische Grundlagen — Ausgleichsrechnung — Landesvermessung. XXII, 553 S. mit 152 Abb., 5 Offsettafeln und 59 S. Anhang mit Zahlentafeln. Akademie-Verlag Berlin 1951. Format 18×25 cm. Geb. S 235,20, § 10,08.

Im Gegensatz zu den zahlreichen Neuerscheinungen vermessungstechnischer Bücher ist die markscheiderische Literatur seit Jahrzehnten auf Veröffentlichungen in Zeitschriften beschränkt geblieben. Eine Ausnahme bilden lediglich die beiden bekannten Lehrbücher der Markscheidekunde von S c h u l t e - L ö h r (Springer-Verlag, Berlin 1932, 2. Aufl. 1941) und W i l s k i (Springer-Verlag, Berlin 1929), die zwar mangels sonstiger Fachbücher weite Verbreitung gefunden haben, aber in erster Linie für den Gebrauch an mittleren Lehranstalten — den Bergschulen — sowie als Behelf für den betrieblich tätigen Bergingenieur bestimmt waren; sie können daher den höher gestellten mathematisch-theoretischen Ansprüchen des Markscheiders keineswegs genügen.

Die Ursachen für diese Lücke in dem sonst erscheinungsfreudigen deutschen Schrifttum sind naheliegend: Solange sich die Tätigkeit des Markscheiders auf das vorwiegend Vermessungstechnische beschränkte und die Grubenaufnahme hinsichtlich Methoden und Genauigkeit keine besonderen Probleme aufwarf, konnte er sich auf die geodätische und ältere markscheiderische Literatur stützen. Die Erweiterung seines Aufgabenbereiches, insbesondere aber die Intensivierung des Abbaubetriebes im Zuge der Mechanisierung, die Einbeziehung der Gebirgsdruckforschung, die Bildung größerer Betriebseinheiten und die damit verbundene Forderung nach genauerem und rationellerem Messen führte zur

Entwicklung von Vermessungs- und Darstellungsverfahren und zu Instrumentenkonstruktionen, wie sie im obertägigen Vermessungswesen teils wenig üblich, teils überhaupt unbekannt sind. Eine geordnete und zusammenfassende Darstellung der bis dahin verstreuten Zeitschriftenliteratur war somit eine allseits erkannte Notwendigkeit, — nur der Fachmann fehlte, der sich dieser mühevollen Arbeit unterziehen sollte.

Die angeführten Umstände begründen ausreichend die Erwartung, mit der die markscheiderischen Fachkreise der seinerzeitigen Vorankündigung über das Werk von Niemczyk gegenüberstanden, und es ist dem Autor zu danken, daß er dem Verlangen nach einer neuen Markscheidekunde Rechnung trug. Es wurde aber — der gewohnten Gründlichkeit und Vollständigkeit entsprechend — gleich ein in fünf Bänden geplantes Handbuch daraus, von dem nunmehr der I. Band vorliegt.

Es darf angenommen werden, daß dem Autor bei seinem Vorhaben gewissermaßen eine für den Markscheider bestimmte Parallele zum „Jordan-Egget“ vorschwebte, womit jenem ein geschlossener Überblick über seinen gesamten Tätigkeitsbereich gegeben werden sollte. Denn die fünf Bände sind inhaltlich wie folgt aufgeteilt: I. Mathematische Grundlagen, Ausgleichsrechnung und Landesvermessung; II. Messungen ober und unter Tage; III. Karten- und Rißwesen; IV. Bodenbewegung und Gebirgsmechanik; V. Angewandte Geophysik, Grenzgebiete und Geschichte der Markscheidekunde.

Die Bewältigung eines derart umfangreichen Stoffgebietes durch einen Einzelnen stellt natürlich ein gewisses Wagnis vor, das nur einem Manne wie Niemczyk zugemutet werden kann, der neben der erforderlichen Arbeitsintensität und dem Schaffensdrang über eine so reichhaltige persönliche Erfahrung als praktisch tätig gewesener Markscheider wie als Hochschullehrer verfügt und der darüber hinaus als langjähriger Vorsitzender des Deutschen Markscheidervereins über die Wünsche und Nöte dieses Berufskreises genau Bescheid weiß.

Über das Gesamtkonzept des geplanten Werkes kann natürlich erst nach seinem vollständigen Erscheinen geurteilt werden. Der vorliegende I. Band beinhaltet zunächst eine Einführung in vermessungstechnische Begriffe und Koordinatensysteme und in die markscheiderische Nomenklatur, erläutert Rechenschieber und Rechenmaschinen, dem folgen 40 Seiten mathematische Formeln von der Algebra bis zur Reihenentwicklung. Die Ausgleichsrechnung wird in der üblichen Reihenfolge: Fehlertheorie, direkte, vermittelnde, bedingte Beobachtungen, mit einem Anhang über Fehlerwahrscheinlichkeit und Grenzfehler auf 80 Seiten gebracht; daran schließt sich ein umfangreicher Abschnitt von 193 Seiten mit Anwendungsbeispielen aus der ober- und untertägigen Vermessungspraxis, unter denen neben der für den Markscheider gleich wichtigen Ausgleichung von Höhen- und Winkelmessungen, Dreiecksnetzen und Punkteinschaltungen vor allem die bei der Grubenvermessung vorwiegenden Polygonmessungen, Einrechnungs- und Durchschlagszüge sowie die Schachtlotungen behandelt werden.

Der 2. Buchabschnitt: „Grundzüge der Landesvermessung“ behandelt — ausschließlich der Triangulierung I. Ordnung — die Dreiecks- und Koordinatenberechnung auf der Kugel und dem Sphäroid (100 S.), welcher Abschnitt sich, dem Benützerkreis entsprechend, auf die Ableitung der Gebrauchsformeln für die Koordinatenberechnung, bzw. Umwandlung rechtwinkliger und geographischer Koordinaten beschränkt.

Der Abschnitt „Abbildung auf die Ebene“ (50 S.) behandelt die Cassini-Soldnersche und die konformen Projektionen einschließlich der Gauß-Krügerschen Meridianstreifen; mit Rücksicht auf die engen Beziehungen zwischen Ruhrrevier und dem niederländischen Steinkohlenbezirk ist dabei auch die in der niederländischen Landesvermessung gebräuchliche konforme stereographische Projektion in den Kreis der Betrachtung mit einbezogen.

Die mannigfaltige Verwendung von Soldnerschen und konformen Partialsystemen in den deutschen Ländern vor einheitlicher Einführung des Krügerschen Meridianstreifensystems stellte und stellt den dortigen Markscheider wiederholt vor die Notwendigkeit, Koordinatentransformationen zwischen den verschiedenen Systemen vorzunehmen. Diesem Bedarf ist Niemczyk mit dem eigenen Kapitel: „Koordinatenbestimmungen und Koordinatenumformungen in Bergbaugebieten“ (72 S.) entgegengekommen, was

zweifellos von all jenen dankbar begrüßt werden wird, die ohne sonstige Bindung mit Problemen der Landesvermessung nur fallweise an ähnliche Aufgaben herankommen. Für die Umformung aus dem Soldnerschen System in ein konformes, bzw. in das System Gauß-Krüger werden die Gebrauchsformeln entwickelt, desgleichen für die verschiedenen Möglichkeiten der Transformation konformer Koordinaten in solche nach Gauß-Krüger sowie jene gleichartiger Projektionsart in benachbarte Koordinatensysteme. Eine Besprechung der im deutschen Bergbau, einschließlich des früheren Oberschlesien, überhaupt in Verwendung stehenden Koordinatensysteme beschließt das Kapitel; dazu weiß der Autor von der praktischen Seite her alle jene Aufgaben und Problemstellungen zu erörtern, die ihm aus einer reichen Praxis als Markscheider und Bergdirektor in Oberschlesien geläufig sind.

Den Schluß des Buches bilden 12 Zahlentafeln (47 S.) mit Werten aus dem Gaußschen Fehlerintegral, über Krümmungshalbmesser am Erdellipsoid und Konstanten, bzw. Korrektionsgliedern für das Zahlenrechnen bei der Koordinatenberechnung. Schließlich sei noch auf die fünf beigegebenen Bildtafeln hingewiesen, unter denen als besonders willkommen die Übersichtskarte früherer deutscher Projektionssysteme und das Diagramm zur graphischen Ermittlung der Fehlerellipse erwähnt seien.

Wie bereits betont, ist die stoffliche Gestaltung in erster Linie auf die Benutzung seitens des praktisch tätigen Vermessungsingenieurs und Markscheiders unter Bedachnahme auf die Verhältnisse im deutschen Bergbau abgestimmt. Diesem Ziel dienen auch die überaus zahlreichen und vollständig durchgerechneten Zahlenbeispiele, so daß auch der mathematisch weniger Interessierte gewissermaßen ein Rezept vorliegen hat. Dadurch ist das Buch natürlich in die Breite gewachsen, wofür, wenn es sich um ein Lehrbuch handelte, keine Notwendigkeit vorläge. Andererseits sind, selbst im Rahmen des „Handbuches“, verschiedene Stellen mit Einzelheiten bedacht, die nahezu einem Zeitschriftenaufsatz gleichkommen; sie gehören verständlicherweise zu Themen, die dem Autor im Laufe seiner langen beruflichen und wissenschaftlichen Tätigkeit besonders nahe standen, wie z. B. die Erörterung über den zulässigen Grenzfehler im Markscheidewesen, über den Schreiberschen Satz und die Mehrgewichtslotung u. a. m.

Es liegt auf der Hand, daß ein Werk von so umfangreicher Konzeption nicht nur lauter positive Seiten aufweist. So war der Referent beim Durchblättern überrascht über primitive mathematische Erläuterungen, die dem fachlichen Niveau des Buches sicher Abbruch tun. Ist man z. B. gefühlsmäßig nicht ein wenig betroffen, wenn man in der vorangestellten Formelsammlung die Aussprachebezeichnung für Begriffe wie Fakultät, Binomialkoeffizienten und Differentialquotienten liest, oder wenn z. B. im Laufe der Berechnung der Gauß-Krügerschen Koordinaten (S. 468) für die Entwicklung von $(a + b)^3$ auf die Formelsammlung verwiesen wird?

Zweifellos sind solche Einzelheiten einer mehr oder weniger zur Gewohnheit gewordenen Exaktheit und Ordnungsliebe zugute zu halten, aber vielleicht soll dafür die im Vorwort angedeutete Absicht des Verfassers ausschlaggebend gewesen sein, das Buch gleichzeitig den nicht entsprechend vorgeschulten vermessungstechnischen Hilfskräften — wenigstens hinsichtlich einzelner Kapitel — zugänglich zu machen. Anders läßt sich z. B. auch nicht die ausführliche Beschreibung und Handhabung eines Rechenschiebers, mit einer 1:1 Skizze erläutert, verstehen, die wohl von jedem Ingenieur als bekannt vorausgesetzt werden muß.

Vereinzelte Fehler, die bei der Korrektur übersehen worden sind, lassen sich in einer späteren Neuauflage ausmerzen. Dazu gehören auch wiederholte Rechenfehler in den Rechen- und Zahlenbeispielen, die zwar leicht als solche erkennbar sind, aber für den weniger geschulten Benutzer einen Irrtum nicht ausschließen. Hiezu Einzelheiten aufzuzählen, würde den Rahmen einer Besprechung überschreiten.

Wenn eingangs die Notwendigkeit einer neueren Literatur über das bergmännische Vermessungswesen begründet wurde, so zählt eigentlich die Ausgleichsrechnung und Landesvermessung nicht unter diese Forderung; das werden erst die angekündigten weiteren Bände so recht unter Beweis stellen. Daß es Niemczyk im großen ganzen gesehen

trotzdem gelungen ist, bereits mit dem ersten Band neben der vorhandenen Fachliteratur ein dem Praktiker — sowohl dem Vermessungsingenieur wie Markscheider — willkommenes Nachschlagewerk zu geben, erfreut nicht nur den Benutzer, sondern kann auch den Autor mit berechtigter Genugtuung erfüllen. Denn die ausgewählten Beispiele beziehen sich durchwegs auf wirkliche in der Markscheidepraxis auftretende Fälle, sie sind nicht bloße Schulbeispiele, und dabei sind auch die neueren Erkenntnisse und modernere Berechnungsmethoden mitberücksichtigt, wie z. B. die gruppenweise Ausgleichung ausgedehnter Höhenetze nach Schmidt-Anèr.

Nachdem solcherart das Hauptgewicht der Darstellung auf die praktische Anwendung und die, man möchte fast sagen: erschöpfenden Berechnungsbeispiele gelegt ist, wird das Handbuch von Niemczyk sehr bald in allen Markscheidereichen zu finden sein. Es kann aber ebenso sehr dem reinen Vermessungsingenieur und dem Studierenden empfohlen werden. Bei all dem ist auch dem Verlag zu gratulieren, daß es ihm gelang, einen so stattlichen Band in solider drucktechnischer Ausführung verhältnismäßig billig herauszugeben.

F. Perz, Leoben

2. Zeitschriftenschau

Die hier genannten Zeitschriften liegen, wenn nicht anders vermerkt, in der Bibliothek des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen auf

I. Geodätische Zeitschriften

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Berlin - Wilmersdorf (Jahrg. 1952): **Nr. 10.** Peters, Das Vermessungsamt der Freien und Hansestadt Hamburg. — Sieber, Die Seevermessung des Deutschen Hydrographischen Instituts. — Hink, Mitarbeit des Vermessungsamtes bei der Durchführung des Aufbaugesetzes in Hamburg. — Horn, Der Wertmaßstab im Umlegungsverfahren. — Reck, Die Bereitstellung von Aufassungsunterlagen ohne vorherige Vermessung der Trennstücke. — Jäger, Der Rechenschieber für die Vermessungspraxis ARISTO-„Geodät“. — **Nr. 11.** Engel, Die Polygonnetze an den westdeutschen Wasserstraßen. — Dolezal, Grundkarten der Wattaufnahmen an der Westküste Schleswig-Holsteins. — Engelbert, Herstellung und Verwendung von Katasterrahmenkarten. — Johannsen, Kleinsttriangulation. — Arnold, Blick ins Ausland.

Bollettino di Geodesia e Scienza affini, Firenze (11. Jahrg., 1952): **Nr. 3.** Trombetti, Santonis Sonnentriangulierung: Arbeitsmethoden, Ausgleichung und Ergebnisse der neuen Experimente. — Cuniatti, Schwereanomalien in Nordwestitalien. — Vecchia, Karte der Dichte in Norditalien bis zum Meeresniveau.

Bulletin géodésique, Paris (Nouvelle Série): **Nr. 25.** Rige, Deflections of the vertical from Gravity Anomalies. — Levallois, Sur la réfraction atmosphérique. — Johnson, Calculation of mean error by adjustment with correlate equations. — Ölander, A few words concerning the Formulare for the simple transformation of coordinates. — Dupuy, Nouvelle formule employée pour la correction angulaire finie (réduction à la projection) en conique conforme. Tables correspondantes. — Dufour, Etude générale de la correction angulaire finie (réduction à la corde) pour une courbe quelconque tracée sur le plan ou sur la sphère. — Drodofsky, Zeiss-Opton GmbH. — Nouveaux instruments de nivellement.

Der Fluchtsstab, Essen (3. Jahrg., 1952): **Nr. 3.** Herrmann, Stellungnahme zur Lehrplanerweiterung an den Staatsbauschulen. — Arweiler, Planung und Gestaltung einer Ringstraße zur Entlastung des innerstädtischen Verkehrs. — Krehl, Mißweisung und Nadelabweichung. — Kremser, Anwendung des Winkelbildverfahrens (Nalenz-Höfer-Verfahren). — Heckelmann, Wurzelziehen nach Töpler. — Heynik, Bestimmung der Tachymeterkonstanten c und k .

Geodetski list, Zagreb (6. Jahrg., 1952): **Nr. 4—9**. B e r e n o v, Sur la transformation des coordonnées. — B a t u r i ć, Compensation par la méthode de moyenne pondérée. — B o j k o v i ć, Détermination de l'ampleur du miroir héliotropique pour différentes longueurs. — K l a k, Limites des tolérances du nivellement de précision de II^e ordre. — M. J., Quelques aperçus concernant notre revue. — B r o c k s, Ressources météorologiques pour la mesure géodétique des hauteurs.

Geodezja i Kartografia, Warszawa (1. Jahrg., 1952): **Nr. 3**. K a m e l a, Compensation d'un réseau de triangulation d'un nouveau type (triangulation linéaire). — R ó z y c k i, Représentations cartographiques appliquées aux géodésiques et aux cartes topographiques détaillées sur le territoire de Pologne. — K o c h m a ń s k i, Problème du nivellement de l'horizon dans les mesures de direction.

Photogrammetric Engineering, Washington (XVIII. Jahrg., 1952): **Nr. 4**. K a v a n a g h, Report on Bridging by A-6-B. — A l t e n h o f e n, The Accuracy of Poivillier Plotters. — M e r r i t t, Methods of Field Camera Calibration, Part IV, Star Exposure Method. — F r a z e r, Navy Electronic Shutter Analyzer. — E l m e r, Photography in the Rocket-Test Program. — S a m b u r o f f, Autofocusing Desk Projector. — L a m b e r t, An Account of Some Recent Attempts to Improve Air Negative Quality by Processing Control. — O'N e i l l a n d N a g e l, The O'Neill-Nagel Non-Glare Adjustable Illumination for Stereoscopy. — F r o s t, The Airphoto-Interpretation Program of Research and Instruction at Purdue University. — M o n t a n o, Engineering Soils Mapping of Indiana from Airphotos. — M a c F a d d e n, The Uses of Aerial Photographs in Geographic Research. — K e s s e l i, Use of Air Photographs by Geographers. — L o s e e, The Applications of Photogrammetry to Forestry in Canada. — S c h n e e b e r g e r, Aerial Survey and Oil Exploration. — G r i n t e r, The Gift of Engineering. — B i l l, Use of Aerial Photography in Urban Planning.

Przeegląd Geodezyjny, Warszawa (8. Jahrg., 1952): **Nr. 9**. S z c z u c k i, Quelques directives de la VII^e Assemblée du Comité Central du Parti Ouvrier Polonais Unifié — et le travail des géodésiens. — K o w a l c z y k, Le problème de perçement en rapport avec la construction du métro. — K o c h m a ń s k i, La précision de l'orientation des mines à l'aide de deux ou plusieurs puits, et la comparaison de cette méthode avec orientation des mines à l'aide d'un puits. — K o z u b s k i, Remarques au sujet du susdit rapport du prof. Kochmański. — S a l u s t o w i c z, Influence de la construction et de l'exploitation du tunnel exercée sur la surface. — K n o t h e, Influence de la construction et de l'exploitation du tunnel exercée sur la surface. — M i c h a l c z y k, Importance des espaces verts dans l'élaboration des plans de construction des cités. — B u c h h o l c, Classification des terrains. — **Nr. 10**. B a r a ń s k i, Bureau Central de Géodésie et Cartographie. — W e y c h e r t, Plan d'exécution en Géodésie. — O d l a n i c k i, Le rôle de la géodésie dans l'urbanisme. — O l e c h o w s k i, Extraits de l'histoire du système agraire en Pologne après son partage. — C z e c h o w i c z, Démarcation des établissements industriels. — Z g i e r s k i, Le cercle de ZMRP.

Revue des Géomètres-Experts et Topographes Français, Paris (113. Jahrg., 1952): **Nr. 9**. P e l t i e r, Journées Internationales de Lyon. — G r e l a u d, Courbes de raccordement à courbure progressive. — **Nr. 10**. G r e l a u d, Courbes de raccordement à courbure progressive (Suite). — W e i l l - R a y n a l, Le problème du remembrement agricole en Union soviétique.

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, Winterthur (50. Jahrg., 1952): **Heft 10**. H e g g, Les réunions parcellaires dans le Canton de Vaud. — S o l a r i, Un convegno internazionale per l'irrigazione a pioggia a Verona. (Mit deutscher Zusammenfassung.) — Das einseitige Gefälle in Straßenkurven. — **Heft 11**. Zur Geschichte des Schweizerischen Vereins für Vermessungswesen und Kulturtechnik. Festvortrag von Herrn J. Ganz (Fortsetzung). — R e g a m e y, Les chaussées en béton dans les dévotions rurales. — K r a m e s, Zur praktischen Handhabung des graphischen Verfahrens zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen. — Der neue Amsterdam—Rhein-Kanal.

Svensk Landmåteritidskrift, Stockholm (44. Jahrg., 1952): **Nr. 3**. M ö l l e r, Quelques instruments de géodésie et de photogrammétrie. — B j e r h a m m a r, Triangulation avec des tours de tubes d'acier.

Tijdschrift voor Kadaster en Landmeetkunde, Rotterdam (68. Jahrg., 1952): **Nr. 5**. B a a r d a, Verkenning van een Snelliuspunt (Fortsetzung). — L e n s e n, Gewijzigde inrichting van de transversalschaal.

Vermessungstechnische Rundschau, Zeitschrift für Vermessungswesen, Hamburg (14. Jahrg., 1952): **Heft 10**. J u n g, Kongreß für Photogrammetrie in Washington vom 4. bis 16. September 1952. — K a i s e r, Geradenschnitt. — W i t t k e, Schutz dem Vermessungstechniker. — L e m n i t z / W i t t k e, Geodätentag in Hamburg. — M a r t i n, Luftbild und Luftbildmessung. — J o h a n n s e n, Zwei Numerierungsvorschläge. — S c h e u e r, Grenzbegang an der Autobahn. — W a l d m a n n, Geradenschnitt mit Näherungswerten. — **Heft 11**. M a t t h e w s, Absteckung von Kurven. — J u n g, Kongreß für Photogrammetrie (Fortsetzung und Schluß). — V o g e l, Nochmals „Pythagoras“-Lösung mit dem Rechenstab. — F o r t m a n n, Feste Grenzzeichen. — W i t t k e, Wurzel-Rechenmaschine FRIDEN. — W i t t k e, Kunststoff und Vermessungswesen. — W i t t k e, Vollautomatischer Kataster? — Ein Zukunftsbild? — Geometer am Polarkreis.

Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart (77. Jahrg., 1952): **Heft 10**. G a ß n e r, Parzellierung und Erschließungsaufwand. — S c h l e g t e n d a l, Die Eingliederung der Katasterämter im Lande Nordrhein-Westfalen in die Stadt- und Landkreise. — R e i s t, Die Topographische Karte 1:100.000. — S t a n g e, Über das Ausgleichen von gemessenen flächenhaft verteilten räumlichen Punktreihen, 1. Teil. — G r o ß m a n n, Deutscher Geodätentag Hamburg 1952. — **Heft 11**. H u n g e r, Entwicklungslinien in der deutschen Geodäsie seit dem ersten Weltkrieg. — L a c h n e r, Vermessungsarbeiten beim Bau des Lechspeichers Roßhaupten. — S t a n g e, Über das Ausgleichen von flächenhaft verteilten räumlichen Punktreihen (Fortsetzung).

Zeměměřičtví, Prag (2. Jahrg., 1952): **Heft 10**. La carte officielle 1:5000-dérivée. — P t á k, L'origine et le but de la carte officielle 1:5000-dérivée. — M a t ě j ů, Les cartes forestières 1:5000. — P t á k, L'organisation de la fabrication de la carte officielle 1:5000-dérivée. — **Heft 11**. Développement de l'étude de la géodésie et cartographie en URSS. — D u r n e v, Professeur F. N. Krasovskij et son rôle au développement de la science soviétique en géodésie et cartographie. — Z a g r e b i n, Les dates géodésiques et gravimétriques quant au Globe à trois axes. — K r u m p h a n z l, La pratique de la géométrie et topographie soviétique.

II. Andere Zeitschriften

Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae, Budapest (Band III, 1952): **Heft 1—2**. S c h e f f e r, K a n t a s, Regionale Geophysik von Transdanubien (2. Teil). — T a r c z y - H o r n o c h, Über die Berechnung der magnetischen Deklination im Karpathenbecken. — T a r c z y - H o r n o c h, Das Soproner Richtungsfixiergerät. — T a r c z y - H o r n o c h, Bericht über im Gang befindliche Untersuchungen auf dem Gebiet der höheren Geodäsie.

Burgenländische Heimatblätter, Eisenstadt (14. Jahrg., 1952): **Heft 3**. U l b r i c h, Die Grenzkarte Ungarn-Niederösterreich von C. J. Walter (1754—56).

Physikalische Verhandlungen, Mosbach/Baden (3. Jahrg., 1952): **Heft 6**. F r e i e s l e b e n, Funkortung und Wellenausbreitung. — H a l c k, Die Genauigkeit eines modernen Gravimeters. — S t a h l, Neuere Erfahrungen mit Gravimetern in Grönland und Island. — R o s e n b a c h, Ein Verfahren zur Berechnung des Horizontalgradienten aus Schwerewerten. — S c h l e u s n e r, Radius der sphärischen Bouguer-Platte bei Benutzung des üblichen ebenen Bouguer-Faktors 0,0419 mgal/m. — S c h l e u s n e r, Abgrenzung des größten zu reduzierenden Ringes bei der Geländeverbesserung für Gravimetermessungen der Praxis.

3. Bücherschau

Die mit * bezeichneten Bücher liegen in der Bücherei des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen auf.

Abkürzungen: A. V. N. = Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Ö. Z. f. V. = Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, Schw. Z. f. V. u. K. = Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, V. R. = Vermessungstechnische Rundschau, Z. f. V. = Zeitschrift für Vermessungswesen.

1. Astronomie, Höhere Geodäsie und Geophysik:

Deutsche Geodätische Kommission: Berichte über die Vollsitzung der Deutschen Geodätischen Kommission am 24. bis 26. März 1952 in München. Herausg. von der Deutschen Geodätischen Kommission. (Bespr.: Z. f. V. 11/1952.)

Levallois und Dupuy, Note sur le calcul des grandes géodésiques. Publications Techniques de l'Institut Géographique National. Paris 1952. (Bespr.: Z. f. V. 11/1952.)

* Schweizerische geodätische Kommission. Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz. Band 24. I. Engi, Neubestimmung der Lotabweichung auf dem Monte Generoso im Jahre 1939. II. Engi und Hunziker, Die Geoidprofile im Parallelkreis von Locarno und im Meridian von Lugano. Verlag Schweiz. geodätische Kommission, Adresse Eidg. Landestopographie, Wabern 1951. (Bespr.: Schw. Z. f. V. u. K. 11/1952.)

Werner, Orientierung im Gelände nach Gestirnen. 4. Auflage. Piscator-Verlag, Stuttgart 1952. (Bespr.: Z. f. V. 7/1952.)

2. Vermessungswesen:

Lesemann, Studien zur graphischen Flächenermittlung. Dissertation Bonn 1952. (Bespr.: V. R. 11/1952.)

* Stahlkopf, Katasteranweisung IX für die trigonometrischen und polygonometrischen Arbeiten bei der Erneuerung der Karten und Bücher des Liegenschaftskatasters vom 25. Oktober 1881, unter Berücksichtigung aller Abänderungen und technischen Fortschritte aufgestellt am 1. August 1952.

Steigleder-Brodbeck, Feldmessung, Lagemessungen. Mundus-Verlag, Stuttgart 1952. (Bespr.: Z. f. V. 9/1952.)

Abgeschlossen am 30. November 1952.

Zeitschriften- und Bücherschau zusammengestellt im amtlichen Auftrag
von Bibliotheksangestellten K. Gartner.

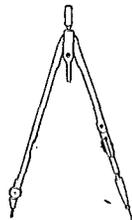
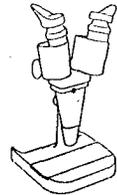
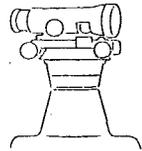
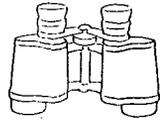
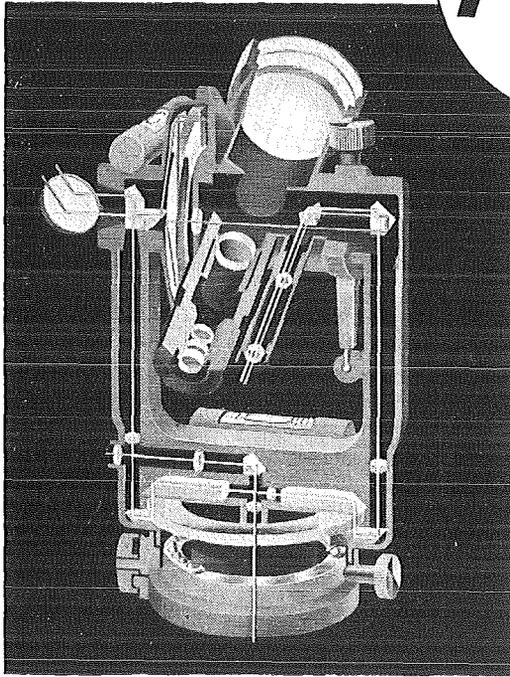
Contents:

Kneissl: Some notes to the measurement of angles according to the method of sectors; Hubeny: To the reduction of the shortest distances to the geodetic reference surface; Ledersteger: Projection and deflection of the vertical; Schelling: About the basic figure and the longitudinal error in chains of measured distances.

Sommaire:

Kneissl: Quelques observations sur la goniométrie suivant la méthode des secteurs; Hubeny: Sur la réduction des distances les plus courtes sur la surface de référence géodésique; Ledersteger: Projection et déviation de la verticale; Schelling: Sur la figure de base et l'erreur longitudinale dans les chaînes de distances mesurées.

Kern
AARAU



Vermessungsinstrumente, Theodolite, Reduktions-Tachymeter, Doppelkreis-Theodolite, Nivellierinstrumente, Meßtisch-Ausrüstungen, Selbstreduzierende Kippregeln, Pentaprismen, Prismen-Feldstecher, Aussichtsfernrohre, binokulare Prismenlupen, Kolposkop, Kolpograph, Polarimeter, Mikro-Elektrophorese-Apparatur, Kino-Aufnahme- und Projektionsobjektive, Super-Stroboskop, Präzisions-Reißzeuge in rostfreier Ausführung

Verlangen Sie Prospekte von:

Vertretung für Österreich: Dipl.-Ing. Richard Möckli
Wien V/56, Kriehberggasse 10 • Telephon U 49-5-99

Österreichischer Verein für Vermessungswesen

Wien VIII., Friedrich Schmidt-Platz 3

I. Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen

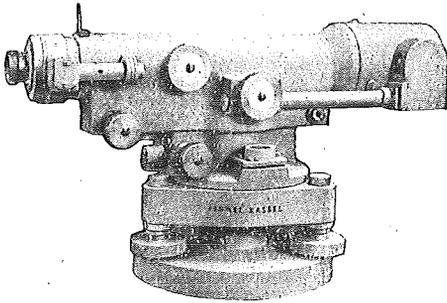
- Sonderheft 1: *Festschrift Ednard Doležal*. 198 Seiten, Neuauflage, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 2: *Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme*. 40 Seiten, 1935. Wird neu aufgelegt.
- Sonderheft 3: *Ledersteger, Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid*. 140 Seiten, 1948. Preis S 25.—.
- Sonderheft 4: *Zaar, Zweimedienphotogrammetrie*. 40 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 5: *Rinner, Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie*. 45 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 6: *Hauer, Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene*. 31 Seiten, 1949. Preis S 15.—.
- Sonderh. 7/8: *Ledersteger, Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung. Zur Analyse der Laplace'schen Widersprüche*. 59 + 22 Seiten, 1949. Preis S 25.—.
- Sonderheft 9: *Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich*. 56 Seiten, 1949. Preis S 22.—.
- Sonderheft 11: *Mader, Das Newton'sche Räumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung*. 74 Seiten, 1951. Preis S 25.—.
- Sonderheft 12: *Ledersteger, Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoides und der absoluten Lage der Landestriangulationen*. 140 Seiten, 1951, Preis S 35.—.

II. Dienstvorschriften

- Nr. 1. *Behelfe, Zeichen und Abkürzungen im österr. Vermessungsdienst*. 38 Seiten 1947. Preis S 7.50.
- Nr. 2. *Allgemeine Bestimmungen über Dienstvorschriften, Rechentafeln, Muster und sonstige Drucksorten*. 50 Seiten, 1947. Preis S 10.—.
- Nr. 8. *Die österreichischen Meridianstreifen*. 62 Seiten, 1949. Preis S 12.—.
- Nr. 14. *Fehlergrenzen für Neuvermessungen*. 4. Aufl., 1952, 27 Seiten, Preis S 10.—.
- Nr. 15. *Hilfstabellen für Neuvermessungen*. 34 Seiten, 1949. Preis S 7.—.
- Dienstvorschrift Nr. 35 (Feldarbeiten der Verm. Techn. bei der Bodenschätzung)*. Wien, 1950. 100 Seiten, Preis S 25.—.
- Nr. 46. *Zeichenschlüssel der Österreichischen Karte 1:25.000 samt Erläuterungen*. 88 Seiten, 1950. Preis S 18.—.
- Technische Anleitung für die Fortführung des Grundkatasters*. Wien, 1932. Preis S 25.—.
- Liegenschaftsteilungsgesetz 1932*. (Sonderdruck des B. A. aus dem Bundesgesetzblatt.) Preis S 1.—.

III. Weitere Publikationen

- Prof. Dr. *Rohrer, Tachymetrische Hilfstafel für sexagesimale Kreisteilung*. Taschenformat. 20 Seiten. Preis S 10.—.
- Der österreichische Grundkataster*. 66 Seiten, 1948. Preis S 15.—.
- Behelf für die Fachprüfung der österr. Vermessungsingenieure* (herausgegeben 1949)
- Heft 1: *Fortführung 1. Teil*, 55 Seiten, Preis S 11.—.
- Heft 2: *Fortführung 2. Teil*, 46 Seiten, Preis S 10.—.
- Heft 3: *Höhere Geodäsie*, 81 Seiten, Preis S 16.—.
- Heft 4: *Triangulierung*, 46 Seiten, Preis S 9.—.
- Heft 5: *Neuvermessung, Nivellement und topographische Landesaufnahme*. 104 Seiten, Preis S 20.—.
- Heft 6: *Photogrammetrie, Kartographie und Reproduktionstechnik*. 70 Seiten. Preis S 15.—.



Geodätische Instrumente

mit sämtlichem Zubehör

OTTO FENNEL SÖHNE

Kom.-Ges.

KASSEL

Königstor 16 . Telegr.-Adr.: Fennelos . Tel. 48-10

Offizielle österreichische amtliche Karten der Landesaufnahme

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen
in Wien VIII., Krotenthallergasse 3 / Tel. A 23-5-20



Es werden folgende Kartenwerke empfohlen:

Für Amtszwecke sowie für Wissenschaft und Technik

Die Blätter der
Österreichischen Karte 1 : 25.000 bzw. der
Alten österreichischen Landesaufnahme 1 : 25.000
Österreichische Karte 1 : 50.000 bzw. die
Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1 : 50.000
Generalkarte von Mitteleuropa 1 : 200.000
Übersichtskarte von Mitteleuropa 1 : 750.000
Plan von Wien 1 : 15.000 mit Straßenverzeichnis
Bezirkspläne von Wien 1 : 10.000 bzw. 1 : 15.000
Arbeitskarten 1 : 200.000 und 1 : 500.000 von Österreich
Ortsgemeindengrenzenkarten von allen Bundesländern 1 : 500.000

Zum Zusammenstellen von Touren und Reisen

Karte der Republik Österreich 1 : 850.000
Karte der Republik Österreich 1 : 500.000
Verkehrs- und Reisekarte von Österreich 1 : 600.000

Für Auto-Touren

die Straßenkarte von Österreich 1 : 500.000 in zwei Blättern,
mit Terraindarstellung, Leporellofaltung

sowie für Motorrad und Radfahrer

die Straßenübersichtskarte von Österreich 1 : 850.000 in Form
eines praktischen Handbüchleins

Für Wanderungen

die Blätter der Wanderkarte 1 : 50.000 mit Wegmarkierungen

Die Karten sind in sämtlichen Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle Wien VIII., Krotenthallergasse 3, erhältlich.

Theodolite, Nivelliere, Boussolen-Instrumente

sowie **sämtliche Vermessungsrequisiten**

für Feld- und Kanzleibedarf liefert in erstklassiger Ausführung

Neuhöfer & Sohn Akt.-Ges., Wien V., Hartmannngasse 5

Telephon A 35-4-40

Reparaturen von Instrumenten auch fremder Provenienz raschest und billigst

Prospekte gratis

KRIECHBAUM-SCHIRME

ERZEUGUNG ALLER ARTEN

VERMESSUNGS-

RUCKSACK- und

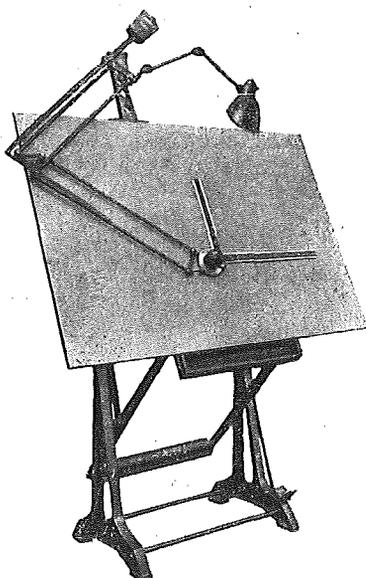
GARTEN-SCHIRME

Hauptbetrieb:

WIEN 16

Neulerchenfelderstr. 40

Telephon B 40-8-27



„Planis“ Zeichenmaschine 1000 × 1500 mm
mit verstellbarem Tisch

Zeichenmaschinen

Bauart Fromme

„Planis“ Maßstäbe

für jede Zeichenmaschine
mit jeder Teilung

ADOLF FROMME

FABRIK FÜR GEODÄTISCHE UND
KARTHOGRAPHISCHE INSTRUMENTE
ZEICHENMASCHINEN

WIEN XVIII., Herbeckstraße 27

Tel. A 26-3-83



Feinpapier Spezialpapier
Zellulose

LEYKAM-JOSEFSTHAL

Actiengesellschaft für Papier- und Zellstoff-Industrie

Wien, I., Parkring 2

Telephon R 27-5-95

Fernschreib Nr. 1824

Seit 1888

RUDOLF & AUGUST ROST

Werkstätten für Präzisions-Mechanik

Vermessungsinstrumente, Auftragsapparate und sämtliches Zubehör

Präzisions-Kreis- und Längenteilungen

WIEN XV., MÄRZSTRASSE 7 · TELEFON: B 33-4-20

typon

Phototechnische Filme und Papiere

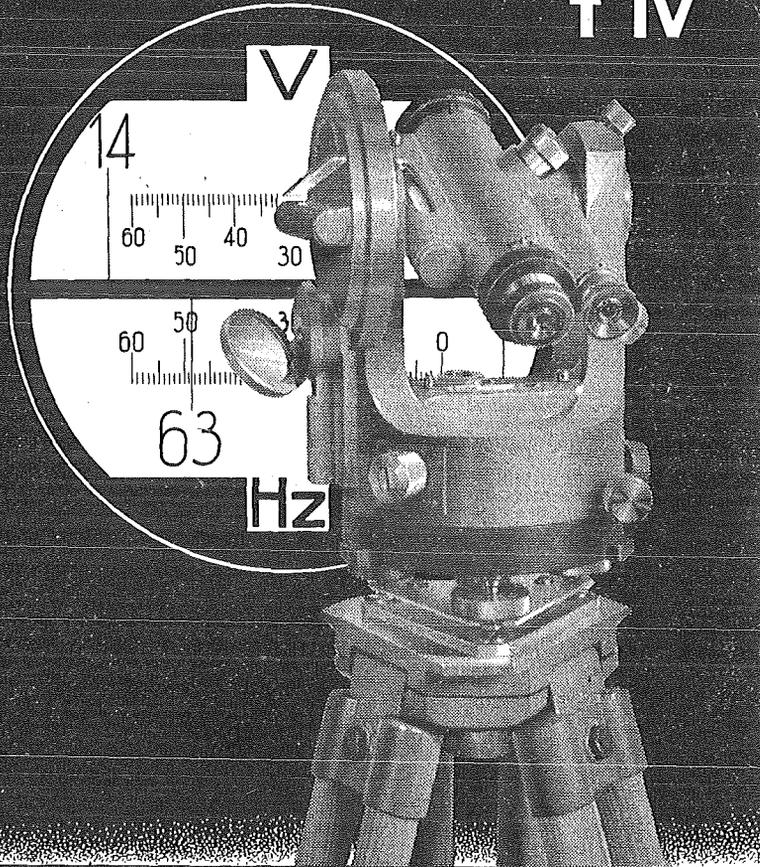
Das bewährte Material für feinste kartographische Arbeiten

Verlangen Sie bitte Prospekt von



Gesellschaft für Reproduktionsbedarf, Inhaber Friedrich A. Heinrici
Wien, XII., Steinbauergasse 25

**REPETITIONS - THEODOLIT
T IV**



MILLER
INNSBRUCK · AUSTRIA

KURZFRISTIG LIEFERBAR