

Sonderheft 21  
der Österreichischen Zeitschrift  
für Vermessungswesen

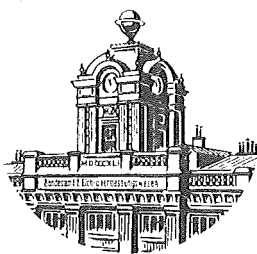
Die zweiten Ableitungen des Newton'schen  
Potentials eines Kugelsegments

Topographisch berechnete partielle  
Geoidhebungen

Tabellen zur Berechnung der Gravitation  
unendlicher, plattenförmiger prismatischer  
Körper

von

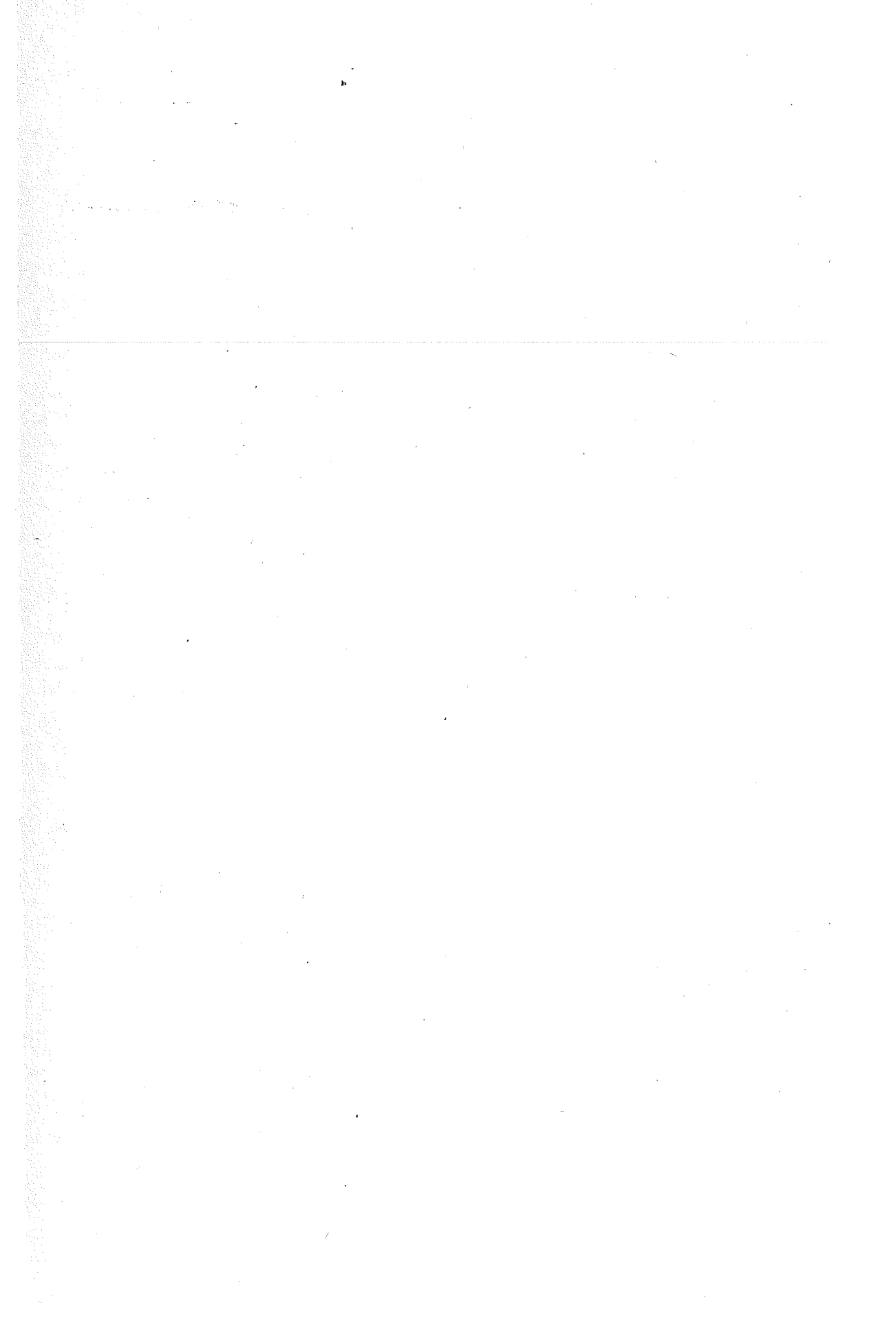
Karl Mader, Wien



Herausgegeben von der  
Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung

Eigentümer und Verleger:  
Österreichischer Verein für Vermessungswesen  
Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Wien 1960



Sonderheft 21  
der Österreichischen Zeitschrift  
für Vermessungswesen

Inventar Nr. 809/21

Die zweiten Ableitungen des Newton'schen  
Potentials eines Kugelsegments

Topographisch berechnete partielle  
Geoidhebungen

Tabellen zur Berechnung der Gravitation  
unendlicher, plattenförmiger prismatischer  
Körper

von

Karl Mader, Wien

Herausgegeben von der  
Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung

Eigentümer und Verleger:

Österreichischer Verein für Vermessungswesen

Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Wien 1960



DIE ZWEITEN ABLEITUNGEN DES NEWTON'SCHEN POTENTIALS  
EINES KUGELSEGMENTS

von Karl Mader, Wien.

Zusammenfassung: Für eine Masse in der Gestalt eines Kugel-  
segments werden die zweiten Ableitungen des Newton-  
schen Raumpotentials berechnet.

Résumé: Les deuxièmes dérivées du Potentiel Newtonien  
sont calculées pour la masse d'un segment d'une  
sphere.

Summary: The second derivates of the Potential Newtonian  
are computed for the mass of a segment of a sphere.

Nur für wenige einfache geometrische Konfigurationen existieren Ausdrücke für ihr Potential und deren Ableitungen. Daher dürften die folgenden Formeln, die ich vor Jahren für Drehwaagen-Messungen entwickelt habe, über ihren praktischen Zweck hinaus auch theoretisch von Interesse sein.

Die zweiten Ableitungen eines Kugelsegments lassen sich nicht in geschlossener Form darstellen, es müssen numerische Integrationen über vollständige elliptische Legendre'sche Integrale erster und zweiter Gattung ausgeführt werden, was mit Hilfe von Tafeln dieser Integrale leicht zu bewerkstelligen ist.

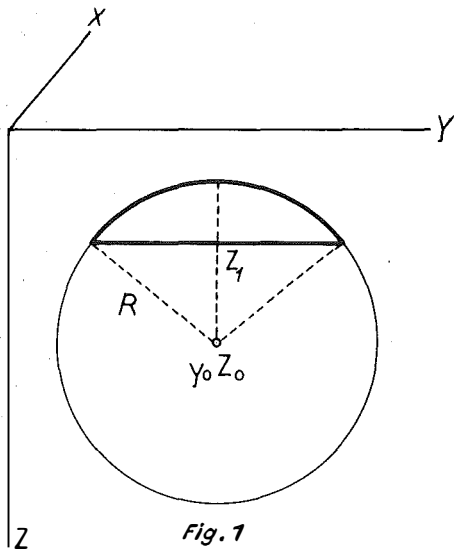


Fig. 1

Im Koordinatensystem der Figur 1. liege die horizontale Y-Achse symmetrisch zum Segment, die horizontale X-Achse sei senkrecht hiezu, und die Z-Achse sei positiv nach abwärts gerichtet. Bei dieser Lage der Achsen ist stets

$$V_{xy} = V_{xz} = 0 \quad (1)$$

Die Koordinaten des Zentrums der Kugel sind

$$x_0 = 0; \quad y_0 \quad \text{und} \quad z_0.$$

Die Gleichung der Kugel mit dem Radius  $R$  ist dann

$$x^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2 \quad (2)$$

Weiter sei  $k^2$  die Gravitationskonstante und  $\varrho$  die Dichte der Masse des Segments.

## I.

Die Integrationen sind über den Raum zu erstrecken, der von der Kugelkalotte und der Ebene  $z = z_1$  begrenzt ist.

Die zweite Ableitung nach  $y$  und  $z$  ist

$$\frac{1}{k^2 \delta} V_{yz} = 3 \int z dz \int dx \int \frac{y dy}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^5} \quad (3)$$

Indem man für  $z$

$$\xi = z - z_0 \quad (4)$$

einführt, sind die Grenzen in (3)

$$\begin{aligned} \text{für } y: & \quad \text{von } y_0 - \sqrt{R^2 - \xi^2 - x^2} \text{ bis } y_0 + \sqrt{R^2 - \xi^2 - x^2} \\ \text{für } x: & \quad \text{von } -\sqrt{R^2 - \xi^2} \text{ bis } +\sqrt{R^2 - \xi^2} \\ \text{für } z: & \quad \text{von } z_0 - R \text{ bis } z_1 \\ \text{oder in } \xi: & \quad \text{von } -R \text{ bis } z_1 - z_0 \end{aligned} \quad (5)$$

Mit den abkürzenden Bezeichnungen

$$\frac{R^2 + y_0^2 + z_0^2 + 2z_0\xi}{2y_0} = m \quad \text{und} \quad R^2 - \xi^2 = \varrho^2 \quad (6)$$

wird (3) nach Integration bezüglich  $y$  zu

$$\frac{1}{k^2 \delta} V_{yz} = -\frac{2}{(\sqrt{2}y_0)^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi (z_0 + \xi) \left[ \int_0^{\varrho} \frac{dx}{(\sqrt{m + \sqrt{\varrho^2 - x^2}})^3} - \int_0^{\varrho} \frac{dx}{(\sqrt{m - \sqrt{\varrho^2 - x^2}})^3} \right] \quad (7)$$

Mit

$$\varrho^2 - x^2 = u^2, \quad dx = -\frac{u du}{\sqrt{\varrho^2 - u^2}} \quad (8)$$

wird (7) gleich

$$-\frac{2}{(\sqrt{2}y_0)^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi (z_0 + \xi) \left[ \int_0^{\varrho} \frac{u du}{(m+u)\sqrt{(\varrho^2 - u^2)}(m+u)} - \int_0^{\varrho} \frac{u du}{(m-u)\sqrt{(m-u)(\varrho^2 - u^2)}} \right]$$

Ersetzt man im zweiten Integral  $u$  durch  $-u$ , so wird sein Integrand gleich dem ersten:

$$\frac{1}{k^2 \vartheta} V_{yz} = -\frac{2}{(\sqrt{2y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi (z_0 + \xi) \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{u \, du}{(m+u)\sqrt{(\varrho^2 - u^2)(m+u)}}$$

Mit

$$\frac{u}{m+u} = 1 - \frac{m}{m+u}$$

erhält man

$$\frac{1}{k^2 \vartheta} V_{yz} = -\frac{2}{(\sqrt{2y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi (z_0 + \xi) \left[ \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{du}{\sqrt{(\varrho^2 - u^2)(m+u)}} - m \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{du}{(m+u)\sqrt{(\varrho^2 - u^2)(m+u)}} \right] \quad (9)$$

Zur Transformation auf die Legendre'schen Normalformen sind die zwei Integrale einzeln zu behandeln. Mit

$$\varrho - u = v$$

wird das erste

$$A = \int_{-\varrho}^{\varrho} \frac{du}{\sqrt{(\varrho^2 - u^2)(m+u)}} \quad \text{zu} \quad \int_0^{2\varrho} \frac{dv}{\sqrt{v(2\varrho - v)(m + \varrho - v)}}$$

weiter mit

$$\frac{v}{2\varrho} = w \quad \text{und} \quad \frac{2\varrho}{m + \varrho} = k^2$$

zu

$$A = \frac{1}{\sqrt{m + \varrho}} \int_0^1 \frac{dw}{\sqrt{w(1-w)(1-k^2w)}}$$

$w = t^2$

Mit

wird es

$$\frac{2}{\sqrt{m + \varrho}} \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}$$

das mit

$$t = \sin \varphi$$

sich in die Normalform erster Gattung verwandelt:

$$A = \frac{2}{\sqrt{m + \varrho}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (10)$$

Das zweite Integral

$$B = \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{du}{(m+u)\sqrt{(\varrho^2 - u^2)(m+u)}}$$



wird mit

$$\frac{1}{m+u} = v \quad du = -\frac{dv}{v^2}$$

transformiert in

$$-\int \frac{dv \sqrt{v}}{\sqrt{1-(m-\varrho)v} \sqrt{(m+\varrho)v-1}}$$

mit den Grenzen

$$\frac{1}{m-\varrho} \quad \text{und} \quad \frac{1}{m+\varrho}$$

weiter mit

$$(m-\varrho)v = w$$

in

$$-\frac{1}{m-\varrho} \int \frac{dw \sqrt{w}}{\sqrt{1-w} \sqrt{(m+\varrho)w-(m-\varrho)}}$$

zwischen den Grenzen

$$1 \quad \text{und} \quad \frac{m-\varrho}{m+\varrho}$$

ferner mit

$$1-w = t$$

in

$$\frac{1}{(m-\varrho)\sqrt{2\varrho}} \int \frac{dt \sqrt{1-t}}{\sqrt{t(1-\frac{m+\varrho}{2\varrho} \cdot t)}}$$

mit den Grenzen 0 und

$$\frac{2\varrho}{m+\varrho}$$

Dauernd sei

$$\frac{2\varrho}{m+\varrho} = k^2$$

(11)

gesetzt. Mit

$$\frac{m+\varrho}{2\varrho} \cdot t = s \quad \text{oder} \quad t = k^2 s$$

wird

$$B = \frac{1}{(m-\varrho)\sqrt{m+\varrho}} \int \frac{ds \sqrt{1-k^2s}}{\sqrt{s(1-s)}}$$

weiter mit

$$s = r^2$$

$$B = \frac{2}{(m-\varrho)\sqrt{m+\varrho}} \int_0^1 \frac{dr \sqrt{1-k^2r^2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Mit der Substitution

$$r = \sin \varphi$$

nimmt B die Legendre'sche Form zweiter Gattung an:

$$B = \frac{2}{(m-\varrho)\sqrt{m+\varrho}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} \quad (12)$$

Mit Anwendung der von Legendre eingeführten Bezeichnung der vollständigen elliptischen Integrale

$$F^1(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} \quad \text{und} \quad E^1(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} \quad (13)$$

wird (8) durch Einführung von (9) und (11)

$$V_{yz} = - \frac{k^2 \sqrt{2}}{(\sqrt{y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} \frac{d\xi(z_0 + \xi)}{\sqrt{m + \varrho}} \left( F^1(k) - \frac{m}{m - \varrho} E^1(k) \right) \quad (14)$$

$m$  und  $\varrho$  sind nach (6),  $k^2$  nach (11) als Funktion von  $\xi$  zu berechnen.

Für die später gebrachten Kurven habe ich (14) und die weiteren Integrale numerisch ausgewertet, indem ich zu äquidistanten  $\xi$ -Werten  $m$ ,  $\varrho$  und  $k^2$  berechnet habe.  $F^1(k)$  und  $E^1(k)$  entnimmt man Tabellen. Zur numerischen Integration habe ich die Summation<sup>x)</sup> benutzt.

$$V_{yy}: \quad \frac{1}{k^2 \sqrt{2}} V_{yy} = - \int dz \int dx \int dy \left[ \frac{1}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} - \frac{3y^2}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^5} \right] \quad (15)$$

ist in den Grenzen (5) zu integrieren. Unter Beibehaltung der Bezeichnungen (4) und (6)

$$z - z_0 = \xi \quad \text{und} \quad R^2 - \xi^2 = \varrho^2$$

wird (15) nach Integration bezüglich  $y$ :

$$- \frac{2}{(\sqrt{2y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi \left[ \int_0^{\varrho} \frac{dx (y_0 + \sqrt{\varrho^2 - x^2})}{(\sqrt{m + \sqrt{\varrho^2 - x^2}})^3} - \int_0^{\varrho} \frac{dx (y_0 - \sqrt{\varrho^2 - x^2})}{(\sqrt{m - \sqrt{\varrho^2 - x^2}})^3} \right]$$

<sup>x)</sup> Handbuch der Physik, Bd. III. S 619.

Mit

$$\varrho^2 - x^2 = u^2, \quad dx = -\frac{u \, du}{\sqrt{\varrho^2 - u^2}}$$

erhält man

$$-\frac{2}{(\sqrt{2y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi \left[ \int_0^{\varrho} \frac{du \, u (y_0 + u)}{(m+u)\sqrt{(m+u)(\varrho^2 - u^2)}} - \int_0^{\varrho} \frac{du \, u (y_0 - u)}{(m-u)\sqrt{(m-u)(\varrho^2 - u^2)}} \right]$$

Durch Ersatz von

$$u \text{ durch } -u$$

verwandelt sich der Integrand des zweiten Integrals in den des ersten, die Grenzen in  $y$  werden damit  $-\varrho$  bis  $+\varrho$ :

$$\frac{1}{k^2 \varrho} V_{yy} = \frac{-2}{(\sqrt{2y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{du \, u (y_0 + u)}{(m+u)\sqrt{(m+u)(\varrho^2 - u^2)}} \quad (16)$$

Wegen

$$\frac{u (y_0 + u)}{m + u} = u + (y_0 - m) - \frac{m (y_0 - m)}{m + u}$$

zerfällt (16) in die zwei Integrale

$$-\frac{2}{(\sqrt{2y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi \left[ \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{du (u + y_0 - m)}{\sqrt{(\varrho^2 - u^2)(m+u)}} - m (y_0 - m) \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{du}{(m+u)\sqrt{(\varrho^2 - u^2)(m+u)}} \right] \quad (17)$$

Hier ist nur

$$C = \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{u \, du}{\sqrt{(\varrho^2 - u^2)(m+u)}} \quad (18)$$

eine neue Type. Die zwei andern sind bereits als A, Formel (10) und B, Formel (12) berechnet.

Mit

$$\varrho - u = v$$

wird

$$C = \int_0^{2\varrho} \frac{(\varrho - v) \, dv}{\sqrt{v(2\varrho - v)(m + \varrho - v)}}$$

weiter mit

$$\frac{v}{2\varrho} = w \text{ und nach (11)} \quad k^2 = \frac{2\varrho}{m + \varrho}$$

$$\frac{2\varrho}{\sqrt{m+\varrho}} \int_0^1 \frac{dw (\frac{1}{2}-w)}{\sqrt{w(1-w)(1-k^2w)}} = \sqrt{m+\varrho} \int_0^1 \frac{dw (1-k^2w - \frac{m}{m+\varrho})}{\sqrt{w(1-w)(1-k^2w)}}$$

und schließlich mit

$$w = t^2 \quad \text{und } t = \sin \varphi$$

$$C = - \frac{2m}{\sqrt{m+\varrho}} F(k) + 2\sqrt{m+\varrho} E(k) \quad (18)$$

Dies in (17) an die Integrale A und B angefügt, gibt

$$V_{yy} = \frac{k^2 \varrho \sqrt{2}}{\sqrt{y_0^3}} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi \left[ \frac{2m - y_0}{\sqrt{m+\varrho}} F^1(k) - \left( \sqrt{m+\varrho} + \frac{m(m-y_0)}{(m-\varrho)\sqrt{m+\varrho}} \right) E^1(k) \right] \quad (19)$$

Mit Einführung der Bezeichnungen

$$z - z_0 = \xi, \quad R^2 - \xi^2 = \varrho^2, \quad y - y_0 = \eta \quad (20)$$

ist

$$\frac{1}{k^2 \varrho} V_{xx} = - \int dz \int dy \int dx \left[ \frac{1}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} - \frac{3x^2}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^5} \right]$$

zu integrieren zwischen den Grenzen

$$\begin{array}{lll} \text{in } x & \text{von } -\sqrt{\varrho^2 - \eta^2} & \text{bis } +\sqrt{\varrho^2 - \eta^2} \\ \text{in } y & \text{von } \eta_0 - \varrho & \text{bis } \eta_0 + \varrho \\ \text{in } z & \text{" } z_0 - R & \text{bis } z_1 \quad \text{oder} \\ & -R & \text{bis } z_1 - z_0 \end{array} \quad (21)$$

und ergibt mit  $m$  nach (6)

$$- \frac{2}{(\sqrt{2y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi \int_{-\varrho}^{+\varrho} \frac{d\eta \sqrt{\varrho^2 - \eta^2}}{(m+\eta)\sqrt{m+\eta}}$$

Wenn man hier den Zähler und Nenner mit

$$\sqrt{\varrho^2 - \eta^2}$$

multipliziert und die Division des neuen Zählers  $\varrho^2 - \eta^2$  durch  $m + \eta$

ausführt, erhält man

$$\frac{1}{k^2 \vartheta} V_{x,x} = \frac{2}{(\sqrt{2y_0})^3} \int_{-R}^{z_1 - z_0 + \vartheta} d\xi \int_{-\vartheta} d\eta \left[ \frac{\eta - m}{\sqrt{\vartheta^2 - \eta^2} (\eta + m)} + \frac{m^2 - \vartheta^2}{\sqrt{\vartheta^2 - \eta^2} \sqrt{m + \eta} (m + \eta)} \right]$$

das sich aus den Typen C, A und B (Formeln (18), (10) und (12)) zusammensetzt, womit man schließlich erhält

$$V_{x,x} = - \left( \frac{2}{y_0} \right)^{\frac{3}{2}} k^2 \vartheta \int_{-R}^{z_1 - z_0} d\xi \left[ \frac{m}{\sqrt{m + \vartheta}} F^1(k) - \sqrt{m + \vartheta} E^1(k) \right] \quad (22)$$

## II.

Das Koordinatensystem der Fig. 2 habe dieselbe Lage wie in Fig. 1, so daß wieder ständig gilt

$$x_0 = 0, \quad V_{xy} = V_{xz} = 0 \quad (1)$$

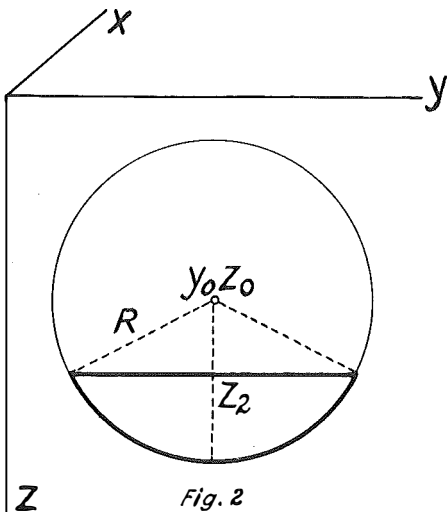
Ebenso bleiben in Geltung die Gleichung der Kugel (2),

$$\xi = z - z_0 \quad (4)$$

und nach (6)  $m$  und  $\vartheta$ .

Die Integrationsgrenzen für  $y$  und  $x$  bleiben dieselben wie in (5), dagegen werden sie bei dem Kugelsegment in der unteren Lage (Fig. 2)

$$\begin{aligned} \text{für } z: & \quad z_2 \quad \text{bis} \quad z_0 + R \\ \text{oder in } \xi: & \quad z_2 - z_0 \quad \text{bis} \quad R \end{aligned} \quad (23)$$



Die Berechnung von

$$V_{yz}$$

erfolgt in der gleichen Weise wie die von (14) durch Einführung der Substitutionen

$$\varrho^2 - x^2 = u^2, \quad \varrho - u = v, \quad v = 2\varrho w, \quad w = t^2, \quad t = \sin \vartheta \quad (24)$$

und man erhält

$$V_{yz} = -\frac{k^2 \vartheta \sqrt{2}}{\sqrt{y_0^3}} \int_{z_1 - z_0}^R \frac{d\xi(z_0 + \xi)}{\sqrt{m + \varrho}} \left( F^1(k) - \frac{m}{m - \varrho} E^1(k) \right) \quad (25)$$

mit

$$k^2 = \frac{2\varrho}{m + \varrho} \quad (11)$$

Mit den Grenzen (23) für  $\xi$  und den Substitutionen (24) wird berechnet analog (19)

$$V_{yy} = \frac{k^2 \vartheta \sqrt{2}}{\sqrt{y_0^3}} \int_{z_1 - z_0}^R d\xi \left[ \frac{2m - y_0}{\sqrt{m + \varrho}} F^1(k) - \left( \sqrt{m + \varrho} + \frac{m(m - y_0)}{(m - \varrho)\sqrt{m + \varrho}} E^1(k) \right) \right] \quad (26)$$

worin nach (13)  $F^1(k)$  und  $E^1(k)$  die vollständigen elliptischen Integrale 1. und 2. Gattung nach Legendre sind.

Mit

$$y - y_0 = \eta$$

den Grenzen für  $x$  und  $y$  nach (21) und  $\xi$  nach (23) wird

$$V_{xx} = -\left(\frac{2}{y_0}\right)^{\frac{3}{2}} k^2 \vartheta \int_{z_1 - z_0}^R d\xi \left[ \frac{m}{\sqrt{m + \varrho}} F^1(k) - \sqrt{m + \varrho} E^1(k) \right] \quad (27)$$

### III.

Wenn der Kugelmittelpunkt in der  $z$ -Achse liegt wie in Fig. 3, dann versagt eine direkte Anwendung der Formeln (14), (19), (22), (25), (26) und (27) der zweiten Ableitungen der Potentiale der zwei Kugelsegmente, da nun neben  $x_0 = 0$  auch

$$y_0 = 0$$

ist.

Weiter sind hier

$$V_{yz} = V_{xy} = V_{xz} = 0.$$

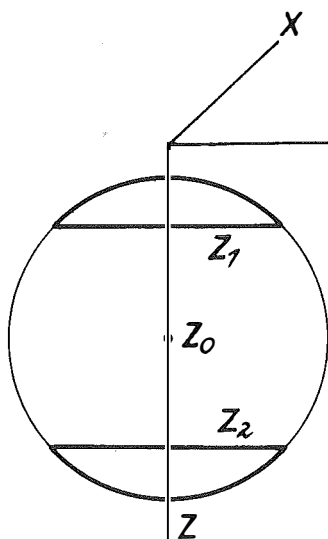


Fig. 3

Die Gleichung der Kugeloberfläche ist:

$$x^2 + y^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

Mit Einführung von Polarkoordinaten in der XY-Ebene

$$x^2 + y^2 = r^2$$

wird

$$V_{xx} = V_{yy} = -k^2 \int d\varphi \int dz \int \frac{r dr}{(\sqrt{r^2 + z^2})^3} + 3k^2 \int d\varphi \cos^2 \varphi \int dz \int \frac{r^3 dr}{(\sqrt{r^2 + z^2})^5}$$

Die Grenzen der Integrationen sind für das obere Segment

$$\begin{array}{lll} \varphi : & 0 & \text{bis } 2\pi \\ z : & z_0 - R & \text{bis } z_1 \\ r : & 0 & \text{bis } \sqrt{R^2 - (z_0 - z)^2} \end{array}$$

Die Integration läßt sich hier elementar durchführen und man erhält in geschlossener Form:

$$\begin{aligned} V_{xx} = V_{yy} = \frac{k^2 \int \pi}{12 z_0^3} & \left\{ \left( \sqrt{z_1^2 + R^2 - (z_0 - z_1)^2} \right)^3 - (z_0 - R)^3 - \right. \\ & - 6(z_0^2 + R^2) \left[ \left( \sqrt{z_1^2 + R^2 - (z_0 - z_1)^2} - (z_0 - R) \right) - \right. \\ & \left. \left. - 3(z_0^2 - R^2)^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{z_1^2 + R^2 - (z_0 - z_1)^2}} - \frac{1}{z_0 - R} \right] \right\} \right. \end{aligned}$$

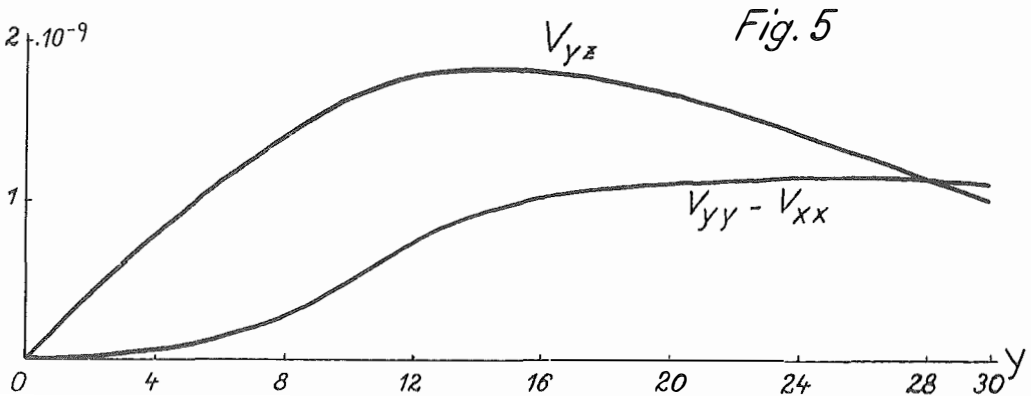
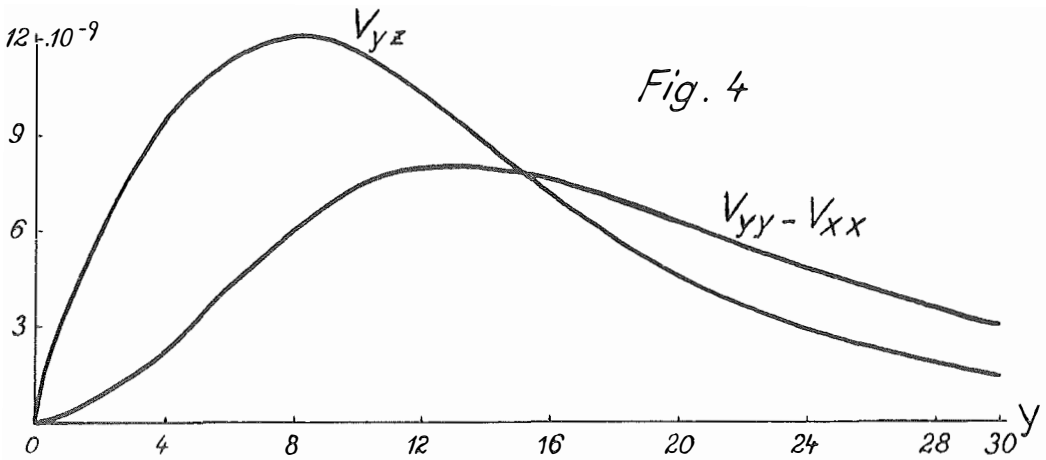
Bei dem unteren Segment findet man mittels der Integrationsgrenzen:

$$\begin{array}{lll} \psi: & 0 & \text{bis } 2\pi \\ z: & z_2 & \text{bis } z_0 + \frac{R}{\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}} \\ r: & 0 & \text{bis } \end{array}$$

$$V_{xx} = V_{yy} = \frac{k^2 \vartheta \pi}{12 z_0^3} \left\{ (z_0 + R)^3 - \left( \sqrt{z_2^2 + R^2 - (z_2 - z_0)^2} \right)^3 - \right. \\ \left. - 6(z_0^2 + R^2) \left[ z_0 + R - \sqrt{z_2^2 + R^2 - (z_2 - z_0)^2} \right] - \right. \\ \left. - 3(z_0^2 - R^2)^2 \left[ \frac{1}{z_0 + R} - \frac{1}{\sqrt{z_2^2 + R^2 - (z_2 - z_0)^2}} \right] \right\}$$

$V_{zz}$  berechnet man wie in den Fällen I und II aus der Laplace-schen Gleichung:

$$V_{zz}^2 = -V_{xx}^2 - V_{yy}^2$$





Figur 4 bringt die Kurven des Gradienten  $V_{yz}$  und der Krümmungsgröße  $V_{yy} - V_{xx}$  für ein Kugelsegment in der Lage der Figur 1. Die Dimensionen des Segments sind gegeben durch die Verhältniszahlen :

$$R = 10, \quad z_0 = 20, \quad z_1 = 15 ,$$

also die Höhe des Segments  $= 5 = R/2$ .

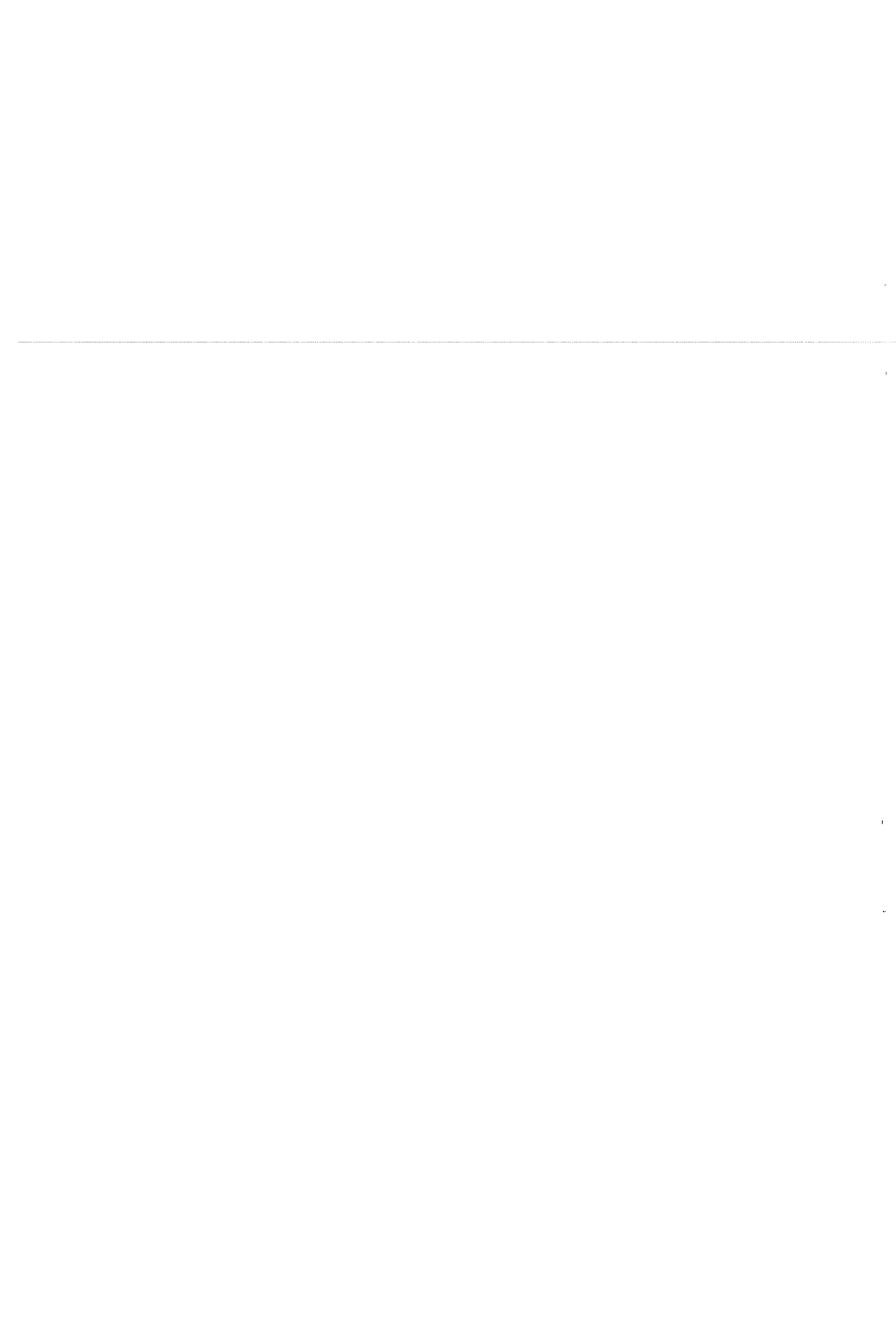
Figur 5 zeigt die Kurven des Gradienten und der Krümmungsgröße des unteren Segments der Figur 2 wieder mit der Höhe gleich dem halben Radius und

$$R = 10, \quad z_0 = 20, \quad z_2 = 25 .$$

Die Figur 4 ist vom Typus der Antiklinale; die Figur 5 gibt, um die y-Achse gespiegelt, die Kurven einer Synklinale.

Die Kurven sind gerechnet mit

$$k^2 = 66,8 \cdot 10^{-9} \quad \text{und} \quad \mathcal{A} = 1.$$



## TOPOGRAPHISCH BERECHNETE PARTIELLE GEOIDGEBUNGEN

von

Karl Mader, Wien.

Zusammenfassung: Die partielle Hebung des Geoids, bewirkt durch Gebirgsmassen, wird aus ihrer Topographie bis zur Distanz von 30 km berechnet.

Résumé: L'élévation partielle du Géoïde, effectuée par des masses de la montagne, est calculée en usant la topographie jusqu'une distance de 30 km.

Summary: The partial elevation of the Geoid, effected by masses of mountains, is computed using the topography up to a distance of 30 km.

In der Publikation: "Die orthometrische Schwerekorrektion des Präzisionsnivelements in den Hohen Tauern" <sup>⌘</sup>) habe ich zur Berechnung der topographischen Schwerekorrektion in jedem Meßpunkt einen Netzraster von Kreisringen, geteilt in 16 Sektoren benützt; die gleiche Schablone wird auch hier verwendet.

Ein prismatischer, mit Masse erfüllter Körper mit der Grundfläche eines solchen Sechzehntels eines Kreisringes bewirkt eine Geoidhebung

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{g}$$

worin  $\Delta V$  das Potential des Prismas im zentralen Aufpunkt und  $g$  ein Mittelwert

$$g = 981 \text{ cm sec}^{-2}$$

ist. Im innersten Kreis (im Folgenden mit dem Radius  $R = 0,5 \text{ km}$ ) entstehen durch die Sektorenteilung prismatische Körper. (Figur 1).

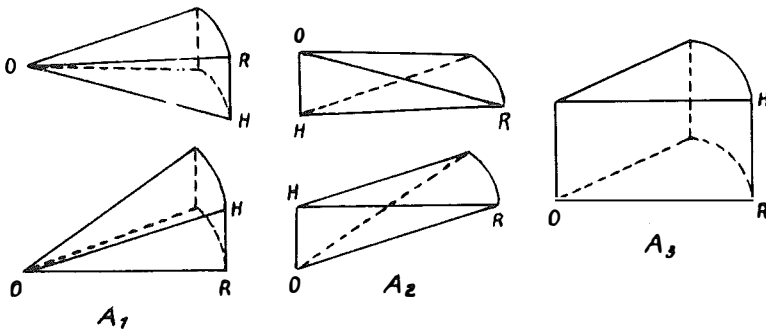


Fig. 1

Die zwei oberen Bilder von  $A_1$  und  $A_2$  haben den Aufpunkt  $O$  als Gipfelpunkt, die unteren zwei als Talpunkt.  $A_3$  ist die Summe der zwei links stehenden Prismen, gleichgültig, ob sich die Figur ober oder symmetrisch unter der Horizontalebene durch den Aufpunkt erstreckt.

Mit der Dichte  $\rho$  der Masse und der Gravitationskonstante

$$k^2 = 6,68 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

ist das Potential einer Masse der Gestalt  $A_1$  mit dem Steigungs- oder Gefällswinkel  $\beta$  in  $O$ :

<sup>⌘</sup>) Sonderheft 15 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen 1954.

$$A_1: \Delta V = k^2 \vartheta \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha \int_0^R \varrho d\varrho \int_0^{\varrho \tan \beta} \frac{dz}{\sqrt{\varrho^2 + z^2}} = \frac{k^2 \vartheta (\alpha_2 - \alpha_1)}{2} R^2 \operatorname{Ular} \tilde{\sin} \frac{H}{R} \quad (1)$$

mit

$$\tan \beta = \frac{z}{\varrho} = \frac{H}{R}$$

Mit dem Horizontalwinkel

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{8} = 22 \frac{1}{2}^\circ$$

wird

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta V}{g} = \frac{k^2 \vartheta \pi}{16g} R^2 \operatorname{Ular} \tilde{\sin} \frac{H}{R} \quad (1')$$

Ebenso findet man mit

$$\gamma = 90 - \beta \quad \tan \gamma = \frac{\varrho}{z} = \frac{R}{H}$$

$$A_2: \Delta h_2 = \frac{k^2 \vartheta \pi}{8g} \int_0^H dz \int_0^{\frac{z \tan \gamma}{\varrho}} \frac{\varrho d\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + z^2}} = \frac{k^2 \vartheta \pi}{16g} H (\sqrt{H^2 + R^2} - H) \quad (2)$$

Mit

$$\frac{H}{\sqrt{R^2 + H^2}} = \cos \beta$$

wird für die Keile der Gruppe  $A_2$ :

$$A_2: \Delta h = \frac{k^2 \vartheta \pi}{8g} H \sqrt{R^2 + H^2} \cdot \sin^2 \frac{\beta}{2} \quad (2')$$

Für das Prisma  $A_3$  ist die Hebung in 0 oder dem darüber gelegenen Kantenpunkt:

$$A_3: \Delta h_3 = \frac{k^2 \vartheta \pi}{8g} \int_0^H dz \int_0^R \frac{\varrho d\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + z^2}} = \frac{k^2 \vartheta \pi}{16g} \left( R^2 \operatorname{Ular} \tilde{\sin} \frac{H}{R} + H \sqrt{R^2 + H^2} - H^2 \right) \quad (3)$$

Die Tabelle für  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  ist mit den Konstanten

$$R = 0,5 \text{ km}, \quad \vartheta = 1, \quad \frac{k^2 \pi}{16g} = 0,13370 \cdot 10^{-10}$$

bis  $H = 600 \text{ m}$  gerechnet.

Durch sie kann die Wirkung der nächsten Umgebung erfasst werden.

Die Geoidhebung durch ein Prisma (Figur 2) in der Gestalt eines Sechzehntels eines Kreisringes

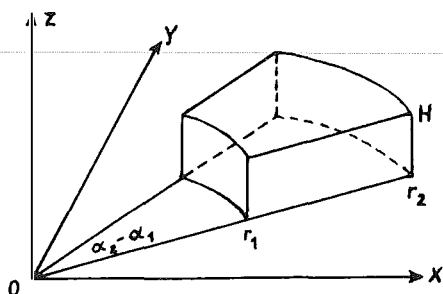


Fig. 2

ist nach der Formel (3):

$$\Delta h_3 = \Delta h_{3,R=r_2} - \Delta h_{3,R=r_1} \quad (3')$$

und mit ihr sind die Tabellen B,C und D gerechnet. Die Kreise des Netzes sind gezeichnet in den Distanzen

$r = 0,5; 1; 1,5; 2; 3; 4; 6; 8; 11; 15; 20; 25; \text{ und } 30 \text{ km.}$

Die Radien sind bis auf die Unterteilung des letzten Ringes 20 - 30 km in 20 - 25 und 25 - 30 km die gleichen, wie sie schon Sterneck<sup>o)</sup> verwendet hat.

Die Schwerewirkung eines Zylinders strebt mit wachsendem  $r$  dem endlichen Grenzwert der Bouguer-Platte zu. Die Tabelle 3 im Sonderheft 15 zeigt in den letzten 2 Spalten, daß die Schwerewirkung eines Zylinders mit dem Radius 30 km und der Höhe  $H = 3,2 \text{ km}$  schon hart an die Wirkung der unendlichen Bouguer-Platte mit der gleichen Höhe heranreicht. Die Schwerewirkung besitzt also rasche Konvergenz und die Wirkung einer Masse verschwindet mit wachsendem  $r$  quadratisch.

<sup>o)</sup> Sonderheft 15 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen 1954, Seite 10.

Da das Potential einer unendlichen Platte selbst unendlich ist, stellt sich hier keine Konvergenz ein. Doch streben hier  $\Delta V$  und damit  $\Delta h$  bei gleichbleibender Breite der Kreisringe  $r_2 - r_1$  und konstantem  $H$  einem endlichen konstanten Wert zu, die Formel (3') reduziert sich, wenn die Entfernung gegenüber der Höhe groß ist, auf

$$\Delta h = \frac{k^2 \rho \pi}{16 g} \cdot 2 H (r_2 - r_1)$$

was in den Tabellen D in den Spalten XI, XII und XIII deutlich sichtbar ist.

Die Spalte XIV enthält die Werte der Hebung durch einen Vollzylinder der Höhe  $H$  und des Radius  $30 \text{ km}$ , ist also die 16-fache Summe der vorausgehenden 13 Stücke der gleichen Höhe.

#### E r g e b n i s s e :

Nach altem geographischen Gebrauch habe ich als mittlere Höhe eines Prismas das arithmetische Mittel der größten und kleinsten Höhe in der Oberfläche gewählt. Ich habe hier die gleichen mittleren Höhenzahlen benützt wie im Sonderheft 15 für die Schwere.

Als Beispiel bringe ich die Berechnung der Geoidhebung der Station Hochtör (H = 2500 m) im Punkt an der Erdoberfläche und am Fußpunkt im Meeresniveau. Der Einfachheit halber habe ich den Ring  $20 - 30 \text{ km}^{\circ}$ ) hier nicht unterteilt und die Zahlen von XII und XIII in D zusammengenommen.

Die Tabelle 1 bringt die relativen Höhen der Prismenoberflächen bezüglich der Höhe  $H = 2500 \text{ m}$  im Zentralpunkt, die Tabelle 2 die einzelnen  $\Delta h$  aus B, C und D.

Mit der Dichte $\rho = 1$ erhält man als Summe	- 50,764 cm
Zu $R = 30 \text{ km}$ und $H = 2500 \text{ m}$ gibt XIV in D für den Vollzylinder	----- + 307,892 cm
zusammen:	+ 257,128 cm

Schließlich mit der Dichte 2,7 ist

$$\Delta h = 694,246 \text{ cm.}$$

---

<sup>00)</sup> Sonderheft 15 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen 1954, Tabelle 6 und 8.

Für den Fußpunkt im Meeresniveau gibt die Tabelle 3 die Höhen der Prismen und Tabelle 4 die Hebungen. Die Summe derselben ist

für die Dichte 1: 258,548 cm  
 und für die Dichte 2,7: 698,080 cm.

Auf diese Weise habe ich die Rechnungen für 11 Nivellementpunkte in den Hohen Tauern durchgeführt; die Lage der Punkte ersieht man aus der Figur 3, die Hebungen bringt die folgende Tabelle.

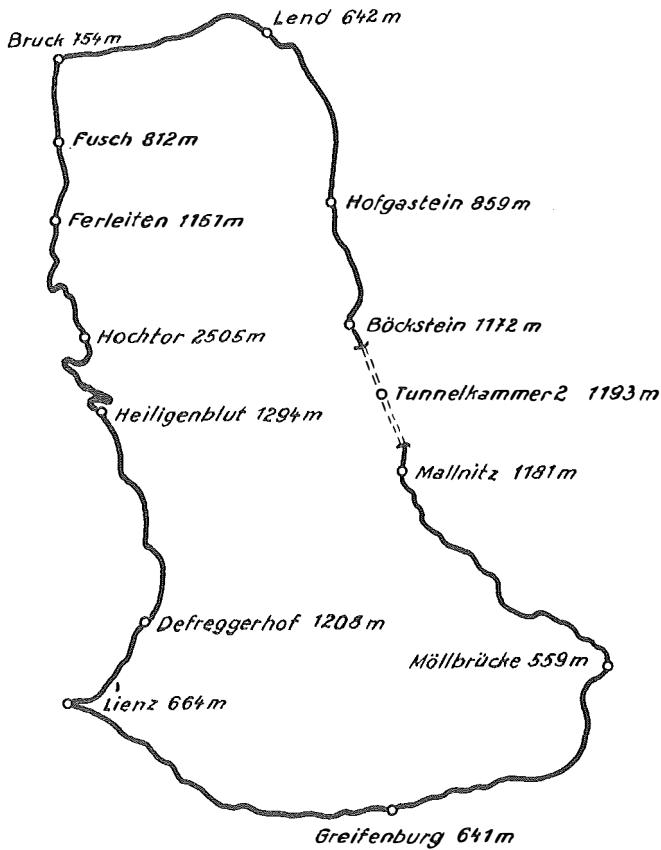


Fig. 3



Partielle Geoidhebungen

Ort:	Seehöhe	Geoidhebung in cm:	
		oben	unten
Bruck-Kendelbacher	750 m	564,12 cm	562,93 cm
Ferleiten-Lukashansel	1150	-	684,17
Hochtor	2500	694,25	698,08
Heiligenblut	1300	-	671,62
Defreggerhof	1200	-	591,41
Lienz	650	-	565,96
Greifenburg	640	481,52	478,49
Möllbrücke	550	-	491,05
Tunnelkammer 2	1200	656,02	645,05
Hofgastein	850	-	598,34
Lend	650	-	524,24

Die partiellen Hebungen von 5 bis 7 m, hervorgerufen durch die sichtbaren Massen bis 30 km, zeigen den bekannten flachen Verlauf.

Bei einem Gipfelpunkt, wie Hochtor, liegen die Aufpunkte oben und unten auf dem Rande des zylindrischen Massenkörpers. Da oben der Gebirgsverlauf Depressionen gegen den Meßpunkt aufweist, also sozusagen Massen fehlen, ist die Hebung auf der Erdoberfläche geringer als im Fußpunkt.

Für einen Talpunkt, wie Greifenburg, ist die Hebung auf der Erdoberfläche größer als unten, da der Punkt oben mehr in der Mitte der wirksamen Massen liegt, während der untere Punkt Randpunkt der Masse ist. Stark tritt der Unterschied der Werte im Meßpunkt und im Fußpunkt bei Tunnelkammer 2 in Erscheinung. Bei der Gebirgshöhe von 3200 m hat der Tunnelpunkt eine 1200 m dicke Masse unter sich und eine 2000 m mächtige ober sich, während der Fußpunkt einseitig zur Masse liegt, also die wirkenden Massen ~~ihm~~ vielfach ferner liegen als dem Punkt inmitten des Berges.

Das hier gebrauchte Netz der Ringradien ist für die Berechnung der topographischen Schwerekorrektion <sup>+</sup>) konstruiert worden und

---

<sup>+</sup>) Sonderheft 15 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen 1954, Tabelle 3.

hiefür sehr geeignet. Bei der Berechnung des Potentials weist diese Einteilung aber den Schönheitsfehler auf, daß die Werte mit zunehmender Entfernung der Netzstücke nicht ab-, sondern zunehmen. Ich habe aber hier keine andere radiale Schablone gewählt, da beim Potential bei seiner fehlenden Konvergenz die Art des Netzes weniger bedeutungsvoll ist. Dann konnte ich hier die schon vorliegenden mittleren Prismenhöhen benützen.

Daß man mit einer einzigen topographischen Schablone die Schwerekorrektion und das Potential tabellarisch gewinnen kann, scheint mir so vorteilhaft, daß der Nachteil der schlechteren Konvergenz des Potentials, die unvermeidlich ist, weniger störend empfunden wird. So kann also vielleicht die zweifache Verwendungsmöglichkeit des gleichen Netzes eines Systems mittlerer Höhen der Anwendung der Methode der topographischen Berechnung von relativen Geoidhebungen förderlich sein.

Der Abteilung "Erdmessung" des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen bin ich für die Überlassung des Beobachtungsmaterials zu Dank verpflichtet.

Tabelle A

## Keilförmige Masse am Zentrum

H m	A <sub>1</sub> cm	A <sub>2</sub> cm	A <sub>3</sub> cm	H m	A <sub>1</sub> cm	A <sub>2</sub> cm	A <sub>3</sub> cm
0	0,0000	0,0000	0,0000	300	0,0190	0,0114	0,0304
10	7	7	13	310	196	115	311
20	13	13	26	320	201	117	318
30	20	19	39	330	207	119	326
40	27	25	51	340	213	120	333
50	33	30	64	350	218	122	340
60	40	36	76	360	224	123	347
70	47	41	88	370	229	125	354
80	53	46	99	380	234	126	360
90	60	50	110	390	240	127	367
100	0,0066	0,0055	0,0121	400	0,0245	0,0129	0,0373
110	73	59	132	410	250	130	380
120	80	63	143	420	255	131	386
130	86	67	153	430	260	132	392
140	92	71	163	440	265	133	398
150	99	75	174	450	270	134	404
160	105	78	183	460	275	135	410
170	112	81	193	470	280	136	416
180	118	85	203	480	285	137	422
190	124	88	212	490	290	138	428
200	0,0130	0,0091	0,0221	500	0,0295	0,0138	0,0433
210	137	93	230	510	299	139	438
220	143	96	239	520	304	140	444
230	149	99	248	530	309	141	450
240	155	101	256	540	313	141	455
250	161	103	264	550	318	142	460
260	167	106	272	560	322	143	465
270	173	108	280	570	327	143	470
280	179	110	289	580	331	144	475
290	184	112	296	590	335	145	480
300	0,0190	0,0114	0,0304	600	0,0340	0,0145	0,0485

z km	Tabelle					B <sub>1</sub>
	I' 0 -0,5 km cm	II 0,5- 1 km cm	III 1-1,5 km cm	IV 1,5 -2 km cm	V 2 - 3 km cm	
0,05	0,006	0,007	0,007	0,007	0,013	
0,10	0,012	0,013	0,013	0,013	0,027	
0,15	0,017	0,020	0,020	0,020	0,040	
0,20	0,022	0,026	0,027	0,027	0,053	
0,25	0,026	0,033	0,033	0,033	0,067	
0,30	0,030	0,039	0,040	0,040	0,080	
0,35	0,034	0,045	0,046	0,046	0,093	
0,40	0,037	0,051	0,053	0,053	0,107	
0,45	0,040	0,057	0,059	0,060	0,120	
0,50	0,043	0,062	0,065	0,066	0,133	
0,55	0,046	0,068	0,071	0,072	0,146	
0,60	0,048	0,073	0,077	0,079	0,159	
0,65	0,051	0,078	0,083	0,085	0,172	
0,70	0,053	0,083	0,089	0,091	0,185	
0,75	0,055	0,088	0,095	0,097	0,198	
0,80	0,057	0,092	0,101	0,103	0,210	
0,85	0,059	0,097	0,106	0,109	0,223	
0,90	0,061	0,101	0,112	0,115	0,236	
0,95	0,062	0,105	0,117	0,121	0,248	
1,00	0,064	0,109	0,122	0,127	0,261	
1,05	0,066	0,113	0,127	0,133	0,273	
1,10	0,067	0,117	0,132	0,139	0,285	
1,15	0,068	0,121	0,137	0,144	0,297	
1,20	0,070	0,124	0,142	0,150	0,309	
1,25	0,071	0,128	0,147	0,155	0,321	
1,30	0,072	0,131	0,152	0,161	0,333	
1,35	0,074	0,134	0,156	0,166	0,345	
1,40	0,075	0,137	0,161	0,171	0,357	
1,45	0,076	0,140	0,165	0,176	0,368	
1,50	0,077	0,143	0,169	0,181	0,380	
1,55	0,078	0,146	0,173	0,186	0,391	
1,60	0,079	0,149	0,177	0,191	0,402	

Tabelle

B<sub>2</sub>

z	I	II	III	IV	V
km	0-0,5 km	0,5- 1 km	1-1,5 km	1,5- 2 km	2 - 3 km
	cm	cm	cm	cm	cm
1,65	0,080	0,152	0,181	0,196	0,413
1,70	0,081	0,155	0,186	0,201	0,424
1,75	0,082	0,157	0,190	0,206	0,435
1,80	0,083	0,160	0,193	0,211	0,446
1,85	0,084	0,162	0,197	0,215	0,457
1,90	0,085	0,165	0,201	0,220	0,468
1,95	0,086	0,167	0,204	0,224	0,478
2,00	0,086	0,170	0,208	0,229	0,489
2,05	0,087	0,172	0,212	0,233	0,499
2,10	0,088	0,174	0,215	0,237	0,509
2,15	0,089	0,176	0,218	0,242	0,519
2,20	0,090	0,179	0,222	0,246	0,529
2,25	0,090	0,181	0,225	0,250	0,539
2,30	0,091	0,183	0,228	0,254	0,549
2,35	0,092	0,185	0,231	0,258	0,559
2,40	0,092	0,187	0,234	0,262	0,569
2,45	0,093	0,189	0,237	0,266	0,578
2,50	0,094	0,191	0,240	0,270	0,588
2,55	0,095	0,193	0,243	0,273	0,597
2,60	0,095	0,195	0,246	0,277	0,606
2,65	0,096	0,196	0,249	0,281	0,615
2,70	0,096	0,198	0,252	0,285	0,625
2,75	0,097	0,200	0,255	0,288	0,634
2,80	0,098	0,201	0,258	0,292	0,642
2,85	0,098	0,203	0,260	0,295	0,651
2,90	0,099	0,205	0,263	0,299	0,660
2,95	0,099	0,207	0,266	0,302	0,669
3,00	0,100	0,208	0,268	0,305	0,677
3,05	0,100	0,210	0,271	0,309	0,686
3,10	0,101	0,212	0,273	0,312	0,694
3,15	0,101	0,213	0,276	0,316	0,702
3,20	0,102	0,215	0,278	0,319	0,711

z km	Tabelle					$C_1$
	VI 3-4 km cm	VII 4-6 km cm	VIII 6-8 km cm	IX 8-11 km cm	X 11-15 km cm	
0,05	0,013	0,027	0,027	0,040	0,053	0,053
0,10	0,027	0,053	0,054	0,080	0,107	0,107
0,15	0,040	0,080	0,080	0,120	0,160	0,160
0,20	0,054	0,107	0,107	0,160	0,214	0,214
0,25	0,067	0,134	0,134	0,201	0,267	0,267
0,30	0,080	0,160	0,160	0,241	0,321	0,321
0,35	0,093	0,187	0,187	0,281	0,374	0,374
0,40	0,107	0,214	0,214	0,321	0,428	0,428
0,45	0,120	0,240	0,240	0,361	0,481	0,481
0,50	0,133	0,267	0,267	0,401	0,535	0,535
0,55	0,146	0,294	0,294	0,441	0,588	0,588
0,60	0,160	0,320	0,321	0,481	0,642	0,642
0,65	0,173	0,347	0,347	0,521	0,695	0,695
0,70	0,186	0,373	0,374	0,561	0,748	0,748
0,75	0,199	0,400	0,400	0,601	0,802	0,802
0,80	0,212	0,426	0,427	0,641	0,855	0,855
0,85	0,225	0,452	0,453	0,681	0,909	0,909
0,90	0,238	0,479	0,480	0,721	0,962	0,962
0,95	0,251	0,505	0,507	0,761	1,015	1,015
1,00	0,264	0,531	0,533	0,801	1,068	1,068
1,05	0,277	0,557	0,559	0,841	1,122	1,122
1,10	0,289	0,584	0,586	0,880	1,175	1,175
1,15	0,302	0,610	0,612	0,920	1,229	1,229
1,20	0,315	0,636	0,639	0,960	1,282	1,282
1,25	0,327	0,662	0,665	1,000	1,335	1,335
1,30	0,340	0,687	0,691	1,039	1,388	1,388
1,35	0,352	0,713	0,717	1,079	1,441	1,441
1,40	0,365	0,739	0,744	1,119	1,494	1,494
1,45	0,377	0,765	0,770	1,159	1,548	1,548
1,50	0,390	0,790	0,796	1,198	1,601	1,601
1,55	0,402	0,816	0,822	1,238	1,654	1,654
1,60	0,414	0,841	0,848	1,277	1,707	1,707

z km	Tabelle					$G_2$
	VI 3-4 km cm	VII 4-6 km cm	VIII 6-8 km cm	IX 8-11 km cm	X 11-15 km cm	
1,65	0,426	0,867	0,874	1,317	1,760	
1,70	0,438	0,892	0,900	1,356	1,813	
1,75	0,450	0,917	0,926	1,396	1,866	
1,80	0,462	0,942	0,952	1,435	1,919	
1,85	0,474	0,967	0,978	1,475	1,972	
1,90	0,486	0,992	1,004	1,514	2,025	
1,95	0,497	1,017	1,030	1,553	2,078	
2,00	0,509	1,042	1,055	1,592	2,131	
2,05	0,520	1,067	1,081	1,632	2,184	
2,10	0,532	1,091	1,107	1,671	2,236	
2,15	0,543	1,116	1,132	1,710	2,289	
2,20	0,555	1,140	1,158	1,749	2,342	
2,25	0,566	1,165	1,183	1,788	2,395	
2,30	0,577	1,189	1,209	1,827	2,447	
2,35	0,588	1,213	1,234	1,866	2,500	
2,40	0,599	1,237	1,259	1,905	2,553	
2,45	0,610	1,261	1,284	1,944	2,605	
2,50	0,621	1,285	1,310	1,982	2,658	
2,55	0,632	1,309	1,335	2,021	2,710	
2,60	0,643	1,333	1,360	2,060	2,762	
2,65	0,653	1,356	1,385	2,099	2,814	
2,70	0,664	1,380	1,410	2,137	2,867	
2,75	0,674	1,403	1,434	2,176	2,920	
2,80	0,685	1,426	1,459	2,214	2,972	
2,85	0,695	1,450	1,484	2,253	3,024	
2,90	0,706	1,473	1,509	2,291	3,076	
2,95	0,716	1,496	1,534	2,329	3,128	
3,00	0,726	1,519	1,558	2,367	3,180	
3,05	0,736	1,541	1,583	2,406	3,232	
3,10	0,746	1,564	1,607	2,444	3,284	
3,15	0,756	1,587	1,632	2,482	3,336	
3,20	0,766	1,609	1,656	2,520	3,388	

Tabelle					$D_1$
$z$	XI 15-20 km	XII 20-25 km	XIII 25-30 km	XIV 0-30 km Vollzylinder	$z$
km	cm	cm	cm	cm	km
0,05	0,067	0,067	0,067	6,412	0,05
0,10	0,134	0,134	0,134	12,814	0,10
0,15	0,201	0,201	0,201	19,205	0,15
0,20	0,267	0,267	0,267	25,586	0,20
0,25	0,334	0,334	0,334	31,956	0,25
0,30	0,401	0,401	0,401	38,315	0,30
0,35	0,468	0,468	0,468	44,664	0,35
0,40	0,535	0,535	0,535	51,002	0,40
0,45	0,602	0,602	0,602	57,330	0,45
0,50	0,668	0,668	0,668	63,646	0,50
0,55	0,735	0,735	0,735	69,953	0,55
0,60	0,802	0,802	0,802	76,249	0,60
0,65	0,869	0,869	0,869	82,535	0,65
0,70	0,936	0,936	0,936	88,810	0,70
0,75	1,003	1,003	1,003	95,074	0,75
0,80	1,069	1,069	1,069	101,328	0,80
0,85	1,136	1,136	1,136	107,572	0,85
0,90	1,203	1,203	1,203	113,806	0,90
0,95	1,270	1,270	1,270	120,029	0,95
1,00	1,337	1,337	1,337	126,241	1,00
1,05	1,403	1,403	1,403	132,444	1,05
1,10	1,470	1,470	1,470	138,636	1,10
1,15	1,536	1,536	1,536	144,817	1,15
1,20	1,603	1,603	1,603	150,989	1,20
1,25	1,670	1,670	1,670	157,150	1,25
1,30	1,737	1,737	1,737	163,301	1,30
1,35	1,803	1,803	1,804	169,441	1,35
1,40	1,870	1,870	1,871	175,571	1,40
1,45	1,937	1,937	1,938	181,692	1,45
1,50	2,003	2,004	2,005	187,802	1,50
1,55	2,070	2,071	2,072	193,902	1,55
1,60	2,136	2,137	2,139	199,991	1,60



Tabelle					$D_2$
z	XI 15-20 km	XII 20-25 km	XIII 25-30 km	XIV 0-30 km Vollzylinder	z
km	cm	cm	cm	cm	km
1,65	2,203	2,204	2,205	206,071	1,65
1,70	2,269	2,271	2,271	212,140	1,70
1,75	2,335	2,338	2,338	218,200	1,75
1,80	2,402	2,404	2,405	224,250	1,80
1,85	2,469	2,470	2,472	230,289	1,85
1,90	2,535	2,537	2,539	236,318	1,90
1,95	2,601	2,604	2,606	242,337	1,95
2,00	2,668	2,670	2,673	248,346	2,00
2,05	2,735	2,736	2,739	254,345	2,05
2,10	2,801	2,803	2,806	260,335	2,10
2,15	2,867	2,870	2,873	266,314	2,15
2,20	2,933	2,937	2,939	272,283	2,20
2,25	3,000	3,003	3,005	278,243	2,25
2,30	3,066	3,069	3,072	284,193	2,30
2,35	3,132	3,136	3,138	290,132	2,35
2,40	3,199	3,202	3,205	296,062	2,40
2,45	3,265	3,269	3,271	301,982	2,45
2,50	3,332	3,335	3,337	307,892	2,50
2,55	3,398	3,402	3,404	313,793	2,55
2,60	3,464	3,468	3,471	319,683	2,60
2,65	3,530	3,534	3,538	325,564	2,65
2,70	3,596	3,600	3,604	331,435	2,70
2,75	3,662	3,667	3,671	337,296	2,75
2,80	3,728	3,733	3,737	343,148	2,80
2,85	3,794	3,800	3,804	348,990	2,85
2,90	3,860	3,866	3,870	354,822	2,90
2,95	3,925	3,932	3,936	360,645	2,95
3,00	3,991	3,999	4,003	366,458	3,00
3,05	4,057	4,066	4,069	372,261	3,05
3,10	4,123	4,132	4,135	378,055	3,10
3,15	4,189	4,198	4,201	383,839	3,15
3,20	4,255	4,264	4,267	389,612	3,20

17542

Hochtor H = 2500 m  
 relative Höhendifferenz gegen H = 2500 m.

Sektor	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
N	-40	-100	-250	-500	-650	-400	-300	-100	-200	-900	-500	-900
	0	-50	-250	-500	-350	-400	-800	-700	-700	-900	-700	-900
	0	-100	-250	-200	-100	-300	-500	-200	-300	-1100	-400	-900
	+40	0	-100	+50	+100	+200	+100	-300	-300	-700	-500	-800
O	+80	+50	0	0	+100	0	+200	+400	-150	0	-200	-500
	+100	+50	0	0	-200	-400	+100	-200	+300	+100	0	-300
	+100	0	-50	-100	-100	-500	-500	-500	-200	-500	-200	-700
	-60	-100	-150	-300	-150	-600	-1000	-1000	-900	-900	-700	-1100
S	-40	-100	-50	-300	-550	-600	-900	-300	+200	-100	-300	-700
	+40	0	-50	-150	-500	-700	-900	-500	-300	+200	+400	-700
	+140	+200	0	-350	-500	-200	-500	-300	-200	-200	-500	-500
	+220	+100	-100	-250	-300	+400	0	0	+300	+500	-100	-500
W	+140	+100	0	0	-100	+300	+300	+400	+100	+600	+200	+200
	+20	+100	+50	+50	+400	+300	-500	-700	+500	+250	-500	-500
	-50	-50	-50	-100	+300	-200	-700	-900	0	0	-400	-1000
	-50	-100	-100	-150	0	-200	-200	-700	-900	-600	-700	-1000
N												

17542

Hochtor H = 2500 m

Geoidhebung oben auf der Erdoberfläche in cm

Sektor	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Summe
N	-0,001	-0,013	-0,033	-0,066	-0,172	-0,107	-0,160	-0,054	-0,160	-0,962	-0,668	-2,406	-4,802
	0	- 7	- 33	- 66	- 93	- 107	- 426	- 374	- 561	- 962	- 936	-2,406	-5,971
	+	1	- 13	- 33	- 27	- 27	- 80	- 267	- 107	- 241	-1,175	- 535	-2,406
	+	3	0	- 13	+ 7	+ 27	+ 54	+ 53	- 160	- 241	- 748	- 668	-2,138
O													
	+	4	+ 7	0	0	+ 27	0	+ 107	+ 214	- 120	0	- 267	-1,336
	+	5	+ 7	0	0	- 53	- 107	+ 53	- 107	+ 241	+ 107	0	- 802
	+	1	0	- 7	- 13	- 27	- 133	- 267	- 267	- 160	- 535	- 267	-1,872
	-	2	- 13	- 20	- 40	- 40	- 160	- 531	- 533	- 721	- 962	- 936	-2,940
S													
	0	- 13	- 7	- 40	- 146	- 160	- 479	- 160	+ 160	- 107	- 401	-1,872	-3,225
	+	4	0	- 7	- 20	- 133	- 186	- 479	- 267	- 241	+ 214	+ 535	-1,872
	+	8	+ 26	0	- 46	- 133	- 54	- 267	- 160	- 160	- 214	- 668	-1,336
	+	8	+ 13	- 13	- 33	- 80	+ 107	0	0	+ 241	+ 535	- 134	-1,336
W													
	+	3	+ 13	0	0	- 27	+ 80	+ 160	+ 214	+ 80	+ 642	+ 267	+ 534
	-	1	+ 13	+ 7	+ 7	+ 107	+ 80	- 267	- 374	+ 401	+ 267	- 668	-1,336
	-	2	- 7	- 7	- 13	+ 80	- 54	- 373	- 480	0	0	- 535	-2,674
	-	2	- 13	- 13	- 20	- 54	- 54	- 107	- 374	- 721	- 642	- 936	-2,674
N													
Summe:	+0,029	0,000	-0,179	-0,370	-0,690	-0,881	-3,250	-2,989	-2,203	-4,542	-6,817	-28,872	<u>-50,764</u>

$$- 50,764 \times 2,7 = - \underline{137,063} \text{ cm}$$

17542

Hochtor H = 2500 m

Meereshöhen der Sektoren der Zonen

Sektor	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
N	2480	2400	2250	2000	1850	2100	2200	2400	2300	1600	2000	1600
	2500	2450	2250	2000	2150	2100	1700	1800	1800	1600	1800	1600
	2500	2400	2250	2300	2400	2200	2000	2300	2200	1400	2100	1600
	2520	2500	2400	2550	2600	2700	2600	2200	2200	1800	2000	1700
O	2540	2550	2500	2500	2600	2500	2700	2900	2350	2500	2300	2000
	2550	2550	2500	2500	2300	2100	2800	2300	2800	2600	2500	2200
	2550	2500	2450	2400	2400	2000	2000	2000	2300	2200	2300	1800
	2470	2400	2350	2200	2350	1900	1500	1500	1600	1600	1800	1400
S	2480	2400	2450	2200	1950	1900	1600	2200	2700	2400	2200	1800
	2520	2500	2450	2350	2000	1800	1600	2000	2200	2700	2900	1800
	2570	2700	2500	2150	2000	2300	2000	2200	2300	2300	2000	2000
	2610	2600	2400	2250	2200	2900	2500	2500	2800	3000	2400	2000
W	2570	2600	2500	2500	2400	2800	2800	2900	2600	3100	2700	2700
	2510	2600	2550	2550	2900	2800	2000	1800	3000	2750	2000	2000
	2475	2450	2450	2400	2800	2300	1800	1600	2500	2500	2100	1500
N	2475	2400	2400	2350	2500	2300	2300	1800	1600	1900	1800	1500

17542

Hochtor H = 2500 m

Geoidhebung auf dem Fußpunkt im Meeresniveau in cm

Sektor	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Summe
N	0,094	0,187	0,225	0,229	0,457	0,532	1,140	1,259	1,827	1,707	2,668	4,276	14,601
	94	189	225	229	519	532	892	952	1,435	1,707	2,402	4,276	13,452
	94	187	225	254	569	555	1,042	1,209	1,749	1,494	2,801	4,276	14,455
	94	191	234	273	606	664	1,333	1,158	1,749	1,919	2,668	4,542	15,431
O	95	193	240	270	606	621	1,380	1,509	1,866	2,658	3,066	5,343	17,847
	95	193	240	270	549	532	1,426	1,209	2,214	2,762	3,332	5,876	18,698
	95	191	237	262	569	509	1,042	1,055	1,827	2,342	3,066	4,809	16,004
	93	187	231	246	559	486	790	796	1,277	1,707	2,402	3,741	12,515
S	94	187	237	246	478	486	841	1,158	2,137	2,553	2,933	4,809	16,159
	94	191	237	258	489	462	841	1,055	1,749	2,867	3,860	4,809	16,912
	95	198	240	242	489	577	1,042	1,158	1,827	2,447	2,668	5,343	16,326
	95	195	234	250	529	706	1,285	1,310	2,214	3,180	3,199	5,343	18,540
W	95	195	240	270	569	685	1,426	1,509	2,060	3,284	3,596	7,204	21,133
	94	195	243	273	660	685	1,042	952	2,367	2,920	2,668	5,343	17,442
	94	189	237	262	642	577	942	848	1,982	2,658	2,801	4,009	15,241
	94	187	234	258	588	577	1,189	952	1,277	2,025	2,402	4,009	13,792
N													
Summe:	1,509	3,055	3,759	4,092	8,878	9,186	17,653	18,089	29,557	38,230	46,532	78,008	<u>258,548</u>

$$+ 258,548 \times 2,7 = + \underline{698,080} \text{ cm}$$



## TABELLEN

zur Berechnung der Gravitation unendlicher, plattenförmiger  
prismatischer Körper

von

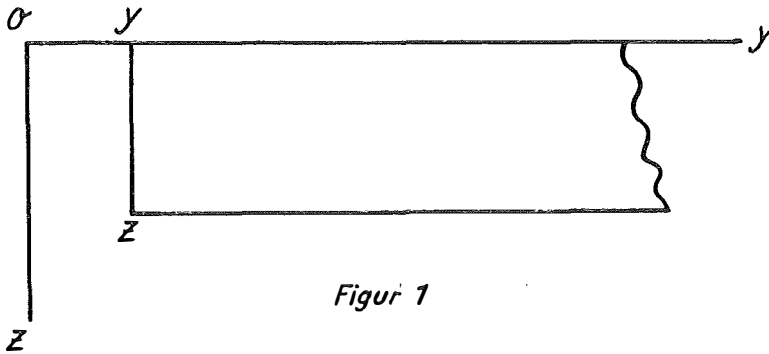
Karl Mader, Wien

**Zusammenfassung:** Zur Erleichterung geophysikalischer Rechnungen werden Tabellen der Gravitation unendlicher, ebener, horizontal liegender Platten von rechteckigem Querschnitt und der Dicke von 0,1 km bis 100 km gebracht.

**Résumé:** L'auteur a calculé des tables de l'attraction des plaques infinies planes et disposées horizontalement, d'une section rectangulaire et d'une épaisseur de 0,1 km à 100 km, servant à faciliter les recherches géophysiques.

**Summary:** Tables of gravity are computed for infinite prisms plain and lying horizontally with rectangular cross-section and thickness of 0,1 km up to 100 km in order to facilitate geophysical researches.

Für geophysikalische Untersuchungen in den Alpen mußte ich oft die Gravitation unendlicher, ebener, horizontal liegender Platten von rechteckigem Querschnitt berechnen. Die Erweiterung zu ausgedehnten Tabellen scheint mir daher nützlich.



Figur 1

Die Figur 1 zeigt den Querschnitt einer ebenen Platte, die sich in der Z-Richtung von 0 bis z, in der Y-Richtung von y bis  $\infty$  und in der X-Dimension von  $-\infty$  bis  $+\infty$  erstrecken möge. Die X-Richtung ist senkrecht zur Papier-Ebene vorzustellen. Die Gravitation dieses prismatischen Körpers ist mit den angegebenen Grenzen und der Dichte  $\rho$

$$k^2 \rho \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_y^{\infty} dy \int_0^z \frac{z dz}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} =$$

$$= k^2 \rho \left( \pi z - y \log \frac{y^2 + z^2}{y^2} - 2z \operatorname{arctg} \frac{y}{z} \right)$$

Mit der Dichte 1 und

$$k^2 = 66,8 \cdot 10^{-9}$$

sind die Tabellen für Massen der Figur 1 berechnet, beginnend mit

y = 0 bis, wenn noch merkbar, y = 300 km.



Für Zwecke der angewandten Geophysik sind die ersten Tabellen mit engen Z-Intervallen gebracht bei

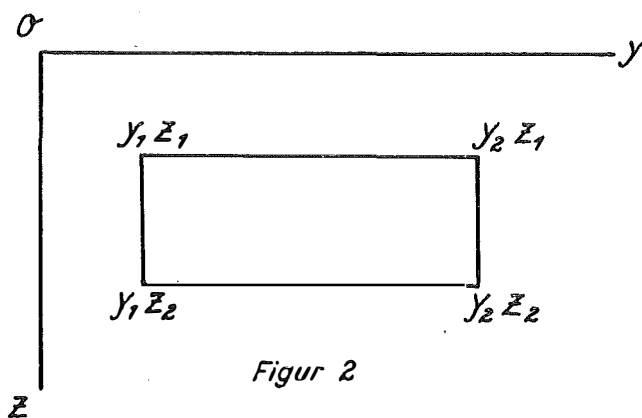
$$z = 0,1, 0,2, 0,3 \quad \text{bis} \quad 1 \text{ km,}$$

dann in km-Abstand von 1 bis 30 km, weiter in 2,5 km-Intervallen bis 50 km und schließlich in 5 km Abständen bis  $z = 100$  km.

Bis  $z = 21$  km sind die Tabellenwerte auf 0,01 mgal genau gebracht. Bei tiefer liegenden Schichten kommen nur Dichtedifferenzen der Gesteine gegen die Umgebung in Betracht, also Werte von 0,02 bis 0,06, so daß die Tabellierung auf 0,1 mgal genau genug sein dürfte.

Die Tabellenwerte sind so eng, daß man mit linearer Interpolation ausreichen wird.

Aus den folgenden zwei Beispielen ersieht man die Verwendung der Tabellen.



Figur 2

In der Figur 2 liegt der Aufpunkt seitwärts der Masse  
Die Kantenwerte sind:

$$y_1 = 3 \text{ km,} \quad y_2 = 15 \text{ km,} \quad z_1 = 3 \text{ km} \quad \text{und} \quad z_2 = 7 \text{ km.}$$

Aus der Tabelle 5 entnimmt man der Spalte 7 km bei

$$y = 3 \text{ km:} \quad a = 71,70 \text{ mgal}$$

$$y = 15 \text{ km:} \quad b = 21,10 \text{ mgal}$$

$$\text{Differenz } a-b = 50,60 \text{ mgal}$$

und der Tabelle 3 unter  $z = 3$  km zu

$$y = 3 \text{ km:} \quad c = 17,59 \text{ mgal}$$

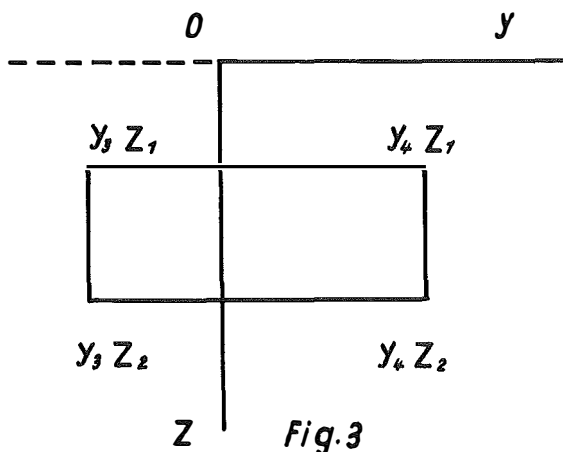
$$y = 15 \text{ km:} \quad d = 3,98 \text{ mgal}$$

$$\text{Differenz } c-d = 13,61 \text{ mgal}$$

Für die Dichte 1 erhält man daher die Gravitation des in der X-Richtung unendlichen Prismas der Figur 2:

$$a - b - (c - d) = 50,60 - 13,61 = 36,99 \text{ mgal.}$$

In der Figur 3 liegt der Aufpunkt oberhalb der Masse; die Wirkungen der Prismen rechts und links der Z-Achse sind zu addieren.



Die Ecken sind gegeben durch:

$$y_3 = 4 \text{ km}, \quad y_4 = 6 \text{ km}, \quad z_1 = 3 \text{ km}, \quad z_2 = 7 \text{ km.}$$

Wenn  $f(y)$  den zu  $y$  gehörigen Tabellenwert bezeichnet, so sind für die linke Masse die Differenzen  $f(0) - f(4)$  zu bilden und rechts  $f(0) - f(6)$ , jeweils zu  $z = 7 \text{ km}$  und  $z = 3 \text{ km}$ .

Man entnimmt für das linke Prisma aus den Tabellen

für $z = 7 \text{ km}$ : $f(0) = 146,90$	und für $z = 3 \text{ km}$ : $f(0) = 62,96$
<u><math>-f(4) = -60,89</math></u>	<u><math>-f(6) = -13,87</math></u>

Differenz (a) = 86,01	Differenz (b) = 49,09
-----------------------	-----------------------

Die Wirkung links ist (a) - (b) = 36,92 mgal

Analog rechts vom Aufpunkt:

bei $z = 7 \text{ km}$ : $f(0) = 146,90$	und für $z = 3 \text{ km}$ : $f(0) = 62,96$
<u><math>-f(6) = -46,20</math></u>	<u><math>-f(6) = -9,64</math></u>

Differenz (c) = 100,70	Differenz (d) = 53,32
------------------------	-----------------------

Die Gravitation des rechten Prismas ist daher: (c)-(d) =  
= 47,38 mgal

Die Summe gibt nunmehr (a) - (b) + (c) - (d) = 84,30 mgal für das ganze Prisma.

Wenn ein Prisma des Querschnittes wie Figur 2 in der X-Richtung endlich ist, dann hat man aus den Tabellenwerten für das unendliche Prisma noch die Wirkung der bezüglichen einseitigen unendlichen Stücke in Abzug zu bringen, die sich vom betreffenden x bis  $\infty$  erstrecken.

Zur Abkürzung diene das Symbol:

$$f(xyz) = y \operatorname{Obr} \operatorname{Lim} \frac{x}{\sqrt{y^2+z^2}} - x \operatorname{Obr} \operatorname{Lim} \frac{y}{\sqrt{x^2+z^2}} + z \operatorname{arctg} \frac{xy}{z\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \quad *)$$

Mit den Grenzen x bis  $\infty$ ,  $y_1$  bis  $y_2$  und  $z_1$  bis  $z_2$  wird die Gravitation des abziehenden unendlichen Prismenstückes

$$k^2 \gamma \int_x^\infty dx \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} \frac{z dz}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3} =$$

$$k^2 \gamma \left[ f(x, y_2, z_2) - f(x, y_1, z_2) - f(x, y_2, z_1) + f(x, y_1, z_1) \right]$$

---

\*) Die Berechnung der Formel erfolgt analog S. 7 und 8 in Sonderheft 11 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen (K. Mader, Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper u. seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung) besonders Formel (17).

$\Delta g$			Dichte 1		
$y \backslash z$	0,1 km	0,2 km	$y \backslash z$	0,3 km	0,4 km
km	milligal		km	milligal	
0,00	2,10	4,20	0,00	6,30	8,39
0,05	0,94	2,60	0,05	4,43	6,34
0,1	0,59	1,88	0,1	3,47	5,19
0,2	0,32	1,17	0,2	2,36	3,77
0,3	0,22	0,83	0,3	1,76	2,91
0,4	0,17	0,64	0,4	1,39	2,35
0,5	0,14	0,52	0,5	1,14	1,95
0,6	0,11	0,44	0,6	0,96	1,67
0,7	0,10	0,38	0,7	0,83	1,45
0,8	0,08	0,33	0,8	0,73	1,29
1,0	0,07	0,27	1,0	0,59	1,04
1,2	0,06	0,22	1,2	0,50	0,87
1,5	0,05	0,18	1,5	0,40	0,70
1,7	0,04	0,16	1,7	0,35	0,62
2,0	0,03	0,13	2,0	0,30	0,53
3,0	0,02	0,09	3,0	0,20	0,36
3,5	0,02	0,08	3,5	0,17	0,30
4,0	0,02	0,07	4,0	0,15	0,27
4,5	0,02	0,06	4,5	0,13	0,24
5,0	0,01	0,05	5,0	0,12	0,21
6,0	0,01	0,04	6,0	0,10	0,18
8,0	0,01	0,03	8,0	0,08	0,13
10,0	0,01	0,03	10,0	0,06	0,11
15,0	0,01	0,02	15,0	0,04	0,07

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	0,5 km	0,6 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	0,7 km	0,8 km
	milligal			milligal	
0,00	10,49	12,59	0,00	14,69	16,79
0,05	8,29	10,26	0,05	12,26	14,27
0,1	7,00	8,86	0,1	10,75	12,67
0,15	6,00	7,79	0,15	9,58	11,42
0,2	5,30	6,94	0,2	8,64	10,39
0,3	4,22	5,65	0,3	7,17	8,76
0,4	3,47	4,73	0,4	6,09	7,53
0,5	2,93	4,04	0,5	5,26	6,58
0,6	2,53	3,52	0,6	4,62	5,82
0,7	2,22	3,10	0,7	4,10	5,20
0,8	1,97	2,77	0,8	3,68	4,69
0,9	1,77	2,50	0,9	3,34	4,27
1,0	1,61	2,28	1,0	3,05	3,91
1,2	1,35	1,93	1,2	2,59	3,34
1,5	1,09	1,56	1,5	2,11	2,73
1,7	0,97	1,39	1,7	1,87	2,43
2,0	0,83	1,19	2,0	1,61	2,08
2,5	0,66	0,95	2,5	1,29	1,68
3,0	0,55	0,80	3,0	1,08	1,41
3,5	0,48	0,68	3,5	0,93	1,21
4,0	0,42	0,60	4,0	0,81	1,06
4,5	0,37	0,53	4,5	0,72	0,95
5,0	0,33	0,48	5,0	0,65	0,85
6,0	0,28	0,40	6,0	0,54	0,71
7,0	0,24	0,34	7,0	0,47	0,61
8,0	0,21	0,30	8,0	0,41	0,53
10,0	0,17	0,24	10,0	0,33	0,43
15,0	0,11	0,16	15,0	0,22	0,29
20,0	0,08	0,12	20,0	0,16	0,21
50,0	0,03	0,05	50,0	0,07	0,09

$\Delta g$				Dichte 1			
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	0,9 km	1 km	2 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	0,9 km	1 km	2 km
milligal				milligal			
0,00	18,89	20,99	41,97	4,5	1,19	1,47	5,76
0,05	16,29	18,32	38,84	5,0	1,08	1,33	5,21
0,10	14,61	16,57	36,63	5,5	0,98	1,21	4,76
0,15	13,28	15,17	34,78	6,0	0,90	1,11	4,37
0,20	12,18	14,00	33,14	7	0,77	0,95	3,77
0,3	10,40	12,09	30,34	8	0,68	0,84	3,31
0,4	9,04	10,61	27,99	10	0,54	0,67	2,65
0,5	7,96	9,42	25,96	12	0,45	0,56	2,22
0,6	7,09	8,44	24,19	15	0,36	0,45	1,78
0,7	6,38	7,63	22,62	17	0,32	0,40	1,57
0,8	5,78	6,94	21,22	20	0,27	0,33	1,34
0,9	5,28	6,36	19,96	25	0,22	0,27	1,07
1,0	4,85	5,87	18,83	30	0,18	0,22	0,89
1,2	4,16	5,06	16,88	40	0,14	0,17	0,67
1,5	3,42	4,17	14,54	50	0,11	0,13	0,53
1,7	3,05	3,73	13,28	60	0,09	0,11	0,44
2,0	2,62	3,22	11,72	80	0,07	0,09	0,33
2,5	2,12	2,60	9,77	100	0,05	0,07	0,27
3,0	1,78	2,19	8,34	120	0,05	0,06	0,22
3,5	1,53	1,88	7,26	200	0,03	0,03	0,13
4,0	1,34	1,66	6,43	300	0,02	0,02	0,09

$\Delta g$				Dichte			
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	3,0 km	4,0 km	5,0 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	3,0 km	4,0 km	5,0 km
milligal				milligal			
0,00	62,96	83,94	104,93	10	5,92	10,42	16,06
0,05	59,55	80,35	101,18	12	4,96	8,75	13,54
0,10	57,08	77,68	98,37	15	3,98	7,04	10,93
0,15	54,95	75,36	95,91	17	3,52	6,23	9,69
0,2	53,05	73,26	93,66	20	2,99	5,31	8,27
0,3	49,72	69,55	89,64	22	2,72	4,83	7,53
0,4	46,83	66,28	86,08	25	2,40	4,26	6,64
0,5	44,28	63,35	82,86	27	2,22	3,94	6,15
0,6	41,99	60,69	79,90	30	2,00	3,55	5,54
0,7	39,91	58,24	77,16	35	1,72	3,05	4,76
0,8	38,02	55,98	74,61	40	1,50	2,67	4,16
1,0	34,68	51,93	69,98	45	1,34	2,38	3,70
1,2	31,83	48,37	65,87	50	1,20	2,13	3,33
1,5	28,25	43,80	60,47	55	1,10	1,94	3,03
1,7	26,23	41,15	57,29	60	1,00	1,78	2,78
2,0	23,64	37,66	53,04	65	0,92	1,64	2,57
2,5	20,22	32,88	47,08	70	0,86	1,52	2,38
3,0	17,59	29,08	42,19	80	0,75	1,33	2,09
3,5	15,52	25,99	38,13	90	0,67	1,19	1,85
4,0	13,87	23,45	34,71	100	0,60	1,07	1,67
5,0	11,39	19,53	29,31	120	0,50	0,89	1,39
6,0	9,64	16,68	25,27	200	0,40	0,54	0,84
8,0	7,35	12,85	19,69	300	0,20	0,35	0,56

$\Delta g$			Dichte 1		
$y \setminus z$ km	6,0 km	7,0 km	$y \setminus z$ km	6,0 km	7,0 km
milligal			milligal		
0,00	125,92	146,90	8	27,73	36,92
0,05	122,05	142,93	10	22,78	30,48
0,1	119,11	139,89	12	19,28	25,91
0,2	114,15	134,73	15	15,63	21,10
0,3	109,90	130,27	17	13,86	18,74
0,4	106,09	126,26	20	11,85	16,05
0,5	102,63	122,59	22	10,80	14,64
0,6	99,43	119,18	25	9,53	12,93
0,7	96,45	116,00	27	8,83	11,99
0,8	93,66	113,01	30	7,96	10,82
1,0	88,56	107,50	35	6,83	9,29
1,2	83,97	102,52	40	5,99	8,14
1,5	77,89	95,84	45	5,33	7,25
1,7	74,26	91,83	50	4,80	6,53
2,0	69,36	86,35	55	4,36	5,94
2,5	62,35	78,43	60	4,00	5,44
3,00	56,49	71,70	65	3,69	5,03
3,5	51,53	65,91	70	3,43	4,67
4,0	47,29	60,89	80	3,00	4,09
4,5	43,62	56,51	90	2,67	3,64
5,0	40,43	52,65	100	2,40	3,28
5,5	37,64	49,24	120	2,00	2,73
6,0	35,17	46,20	200	1,20	1,63
7,0	31,05	41,04	300	0,80	1,09



			$\Delta g$	Dichte 1	
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	8,0 km	9,0 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	8,0 km	9,0 km
milligal			milligal		
0,00	167,89	188,87	7,5	49,33	60,65
0,05	163,83	184,74	8,0	46,90	57,79
0,1	160,70	181,53	9	42,65	52,76
0,2	155,36	176,03	10	39,07	48,48
0,3	150,72	171,23	12	33,60	41,60
0,4	146,53	166,89	15	27,28	34,17
0,5	142,68	162,88	17	24,30	30,49
0,6	139,10	159,14	20	20,84	26,21
0,7	135,74	155,63	22	19,02	23,95
0,8	132,57	152,30	25	16,82	21,20
1,0	126,71	146,13	27	15,61	19,69
1,2	121,38	140,49	30	14,09	17,77
1,5	114,18	132,83	35	12,11	15,30
1,7	109,83	128,18	40	10,62	13,42
2,0	103,85	121,75	45	9,45	11,95
2,5	95,11	112,27	50	8,52	10,76
3,0	87,59	104,04	55	7,74	9,80
3,5	81,06	96,82	60	7,10	8,88
4,0	75,33	90,43	65	6,56	8,30
4,5	70,27	84,74	70	6,10	7,71
5,0	65,77	79,65	80	5,33	6,75
5,5	61,76	75,07	90	4,74	6,00
6,0	58,16	70,93	100	4,27	5,40
6,5	54,92	67,18	120	3,56	4,51
7,0	51,98	63,76	200	2,13	2,71
			300	1,43	1,80

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	10 km	11 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	10 km	11 km
	milligal			milligal	
0,00	209,86	230,84	9	63,62	75,13
0,05	205,65	226,57	10	58,63	69,44
0,1	202,37	223,23	11	54,21	64,49
0,2	196,73	217,46	12	50,55	60,14
0,3	191,80	212,40	13,5	45,73	54,56
0,4	187,31	207,79	15	41,71	49,87
0,5	183,16	203,51	16	39,39	47,13
0,6	179,28	199,51	17	37,29	44,68
0,7	175,63	195,72	18,5	34,53	41,42
0,8	172,16	192,13	20	32,13	38,69
1,0	165,71	185,43	22	29,40	35,34
1,2	159,80	179,26	25	26,05	31,36
1,5	151,72	170,81	27	24,21	29,16
1,7	146,79	165,63	30	21,88	26,37
2,0	139,96	158,43	35	18,83	22,73
2,5	129,81	147,67	40	16,53	19,96
3,0	120,94	138,20	45	14,72	17,79
3,5	113,09	129,77	50	13,27	16,03
4,0	106,10	122,21	55	12,08	14,60
4,5	99,82	115,39	60	11,08	13,40
5,0	94,16	109,20	65	10,23	12,37
5,5	89,04	103,58	70	9,51	11,50
6,0	84,39	98,43	80	8,33	10,07
6,5	80,15	93,72	90	7,41	8,96
7,0	76,26	89,39	100	6,67	8,07
7,5	72,70	85,40	120	5,56	6,72
8,0	69,42	81,71	200	3,34	4,04
			300	2,23	2,69

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	12 km	13 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	12 km	13 km
	milligal			milligal	
0,00	251,83	272,82	9	87,23	99,89
0,05	247,50	268,42	10	80,86	92,82
0,1	244,10	264,98	11	75,28	86,62
0,2	238,22	258,99	12	70,35	81,11
0,3	233,04	253,70	13,5	63,99	73,96
0,4	228,31	248,87	15	58,60	67,90
0,5	223,92	244,37	16	55,46	64,32
0,6	219,80	240,14	17	52,64	61,10
0,7	215,90	236,16	18,5	48,85	56,79
0,8	212,19	232,32	20	45,56	53,02
1,0	205,26	225,18	22	41,78	46,68
1,2	198,86	218,56	25	37,13	43,31
1,5	190,07	209,46	27	34,54	40,33
1,7	184,66	203,84	30	31,26	36,53
2,0	177,11	195,98	35	26,97	31,55
2,5	165,80	184,15	40	23,70	27,74
3,0	155,78	173,61	45	21,13	24,75
3,5	146,81	164,14	50	19,06	22,33
4,0	138,72	155,56	55	17,35	20,34
4,5	131,39	147,76	60	15,93	18,67
5,0	124,71	140,61	65	14,72	17,26
5,5	118,60	134,04	70	13,67	16,03
6,0	112,99	127,99	80	11,98	14,08
6,5	107,83	122,41	90	10,66	12,51
7,0	103,07	117,23	100	9,60	11,26
7,5	98,66	112,42	120	8,01	9,39
8,0	94,57	107,95	200	4,81	5,64
			300	3,21	3,76

$\Delta g$			Dichte 1		
$y \backslash z$	14 km	15 km	$y \backslash z$	14 km	15 km
km	milligal		km	milligal	
0,00	293,80	314,79	9	113,00	126,58
0,05	289,37	310,31	10	105,30	118,22
0,1	285,86	306,76	11	98,47	110,78
0,2	279,78	300,58	12	92,39	104,14
0,3	274,39	295,10	13,5	84,45	95,42
0,4	269,46	290,07	15	77,68	87,94
0,5	264,86	285,39	16	73,69	83,52
0,6	260,53	280,97	17	70,06	79,49
0,7	256,43	276,77	18,5	65,21	74,09
0,8	252,52	272,77	20	60,95	69,33
1,0	245,17	265,24	22	56,04	63,82
1,2	238,36	258,24	25	49,93	56,95
1,5	228,96	248,57	27	46,53	53,11
1,7	223,15	242,57	30	42,19	48,19
2,0	215,00	234,16	35	36,47	41,71
2,5	202,68	221,39	40	32,10	36,74
3,0	191,68	209,94	45	28,65	32,81
3,5	181,74	199,56	50	25,86	29,62
4,0	172,70	190,09	55	23,56	27,01
4,5	164,44	181,41	60	21,63	24,80
5,0	156,85	173,40	65	19,99	22,92
5,5	149,86	166,00	70	18,58	21,31
6,0	143,39	159,14	80	16,29	18,67
6,5	137,40	152,75	90	14,49	16,62
7,0	131,82	146,80	100	13,05	14,98
7,5	126,63	141,24	120	10,89	12,49
8,0	121,79	136,04	200	6,55	7,51
			300	4,36	5,01

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	16 km	17 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	16 km	17 km
	milligal			milligal	
0,00	335,77	356,76	9	140,53	154,85
0,05	331,25	352,20	10	131,54	145,25
0,1	327,66	348,56	11	123,53	136,65
0,2	321,39	342,22	12	116,32	128,91
0,3	315,83	336,57	13,5	106,82	118,65
0,4	310,71	331,38	15	98,65	109,78
0,5	305,94	326,52	16	93,80	104,50
0,6	301,43	321,94	17	89,37	99,66
0,7	297,15	317,57	18,5	83,41	93,14
0,8	293,06	313,40	20	78,14	87,35
1,0	285,36	305,54	22	72,02	79,61
1,2	278,20	298,21	25	64,36	72,16
1,5	268,27	288,04	27	60,07	67,39
1,7	262,10	281,72	30	54,57	61,28
2,0	253,42	272,79	35	47,28	53,17
2,5	240,23	259,21	40	41,68	46,91
3,0	228,37	246,94	45	37,24	41,93
3,5	217,58	235,77	50	33,64	37,89
4,0	207,70	225,51	55	30,66	34,56
4,5	198,61	216,08	60	28,17	31,76
5,0	190,21	207,27	65	26,04	29,36
5,5	182,43	199,11	70	24,21	27,31
6,0	175,18	191,51	80	21,23	23,95
6,5	168,43	184,39	90	18,91	21,32
7,0	162,11	177,75	100	17,03	19,21
7,5	156,20	171,48	120	14,21	16,03
8,0	150,65	165,61	200	8,53	9,63
			300	5,69	6,43

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	18 km	19 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	18 km	19 km
milligal			milligal		
0,00	377,75	398,73	9	169,48	184,42
0,05	373,15	394,09	10	159,30	173,69
0,1	369,47	390,38	11	150,13	163,96
0,2	363,05	383,89	12	141,86	155,16
0,3	357,33	378,09	13,5	130,86	143,43
0,4	352,06	372,76	15	121,30	133,17
0,5	347,13	367,74	16	115,58	127,05
0,6	342,46	363,02	17	110,35	122,40
0,7	338,02	358,50	18,5	103,26	113,75
0,8	333,78	354,19	20	96,96	106,93
1,0	325,76	346,02	22	89,59	98,93
1,2	318,28	338,40	25	80,31	88,82
1,5	307,88	327,79	27	75,07	83,10
1,7	301,40	321,17	30	68,34	75,72
2,0	292,26	311,82	35	59,37	65,87
2,5	278,30	297,49	40	52,41	58,20
3,0	265,67	284,50	45	46,89	52,10
3,5	254,12	272,61	50	42,39	47,13
4,0	243,49	261,63	55	38,68	43,01
4,5	233,67	251,47	60	35,54	39,54
5,0	224,53	244,10	65	32,88	36,59
5,5	216,03	233,16	70	30,59	34,04
6,0	208,08	224,87	80	26,82	29,87
6,5	200,64	217,11	90	23,89	26,66
7,0	193,64	209,79	100	21,53	23,97
7,5	187,06	202,90	120	17,97	20,00
8,0	180,87	196,40	200	10,80	11,87
			300	7,21	8,03

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \end{array}$	20 km	21 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \end{array}$	20 km	21 km
km	milligal		km	milligal	
0,00	419,72	440,70	9	199,63	215,08
0,05	415,05	435,99	10	188,32	203,25
0,1	411,30	432,22	11	178,07	192,48
0,2	404,74	425,59	12	168,77	182,68
0,3	398,88	419,66	13,5	156,32	169,52
0,4	393,47	414,19	15	145,40	157,94
0,5	388,39	409,05	16	138,86	150,98
0,6	383,59	404,19	17	132,81	144,54
0,7	379,01	399,54	18,5	124,59	135,77
0,8	374,62	395,09	20	117,25	127,90
1,0	366,33	386,66	22	108,62	118,63
1,2	358,57	378,78	25	97,67	106,84
1,5	347,75	367,75	27	91,47	100,12
1,7	340,99	360,87	30	83,42	91,42
2,0	331,43	351,11	35	72,65	79,73
2,5	316,78	336,11	40	64,26	70,58
3,0	303,45	322,49	45	57,56	63,29
3,5	291,22	309,94	50	52,10	57,29
4,0	279,92	298,32	55	47,56	52,30
4,5	269,42	287,52	60	43,75	48,13
5,0	259,63	277,41	65	40,49	44,56
5,5	250,47	267,95	70	37,67	41,46
6,0	241,87	259,05	80	33,06	36,40
6,5	233,79	250,67	90	29,45	32,44
7,0	226,17	242,76	100	26,54	29,24
7,5	218,98	235,27	120	22,16	24,42
8,0	212,18	228,19	200	12,33	14,70
			300	8,90	9,83

$\Delta g$				Dichte 1			
$\begin{array}{l} z \\ \backslash \\ y \end{array}$	22 km	23 km	24 km	$\begin{array}{l} z \\ \backslash \\ y \end{array}$	22 km	23 km	24 km
km	milligal			km	milligal		
0,00	461,7	482,7	503,7	9	230,8	246,7	262,8
0,05	457,0	477,9	498,9	10	218,4	233,8	249,4
0,1	453,1	474,1	495,0	11	207,2	222,1	237,2
0,2	446,5	467,3	488,2	12	196,9	211,3	226,0
0,3	440,5	461,3	482,1	13,5	183,0	196,8	210,8
0,4	434,9	455,7	476,4	15	170,8	183,9	197,3
0,5	429,7	450,4	471,1	16	163,4	176,1	189,2
0,6	424,8	445,4	466,1	17	156,6	168,9	181,5
0,7	420,1	440,7	461,2	18,5	147,3	159,1	171,1
0,8	415,6	436,1	456,6	20	138,9	150,2	161,7
1,0	407,0	427,4	447,8	22	129,0	139,6	150,6
1,2	399,0	419,3	439,6	25	116,3	126,1	136,2
1,5	387,8	407,9	428,1	27	109,1	118,4	128,0
1,7	380,8	400,8	420,8	30	99,7	108,3	117,2
2,0	370,9	390,7	410,6	35	87,1	94,7	102,6
2,5	355,6	375,1	394,7	40	77,2	84,0	91,1
3,0	341,6	360,8	380,1	45	69,2	75,4	81,8
3,5	328,8	347,7	366,7	50	62,7	68,4	74,2
4,0	316,9	335,5	354,2	55	57,3	62,5	67,9
4,5	305,8	324,1	342,6	60	52,7	57,4	62,5
5,0	295,3	313,4	331,6	65	48,8	53,3	57,9
5,5	285,6	303,4	321,3	70	45,5	49,6	53,8
6,0	276,4	293,9	311,5	80	39,9	43,6	47,4
6,5	267,7	285,0	302,3	90	35,6	38,9	42,3
7,0	259,5	276,5	293,6	100	32,1	35,0	38,1
7,5	251,8	268,5	285,3	120	26,8	29,3	31,8
8,0	244,4	260,8	277,4	200	16,1	17,6	19,2
				300	10,8	11,8	12,8



$\Delta g$				Dichte 1			
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	25 km	26 km	27 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	25 km	26 km	27 km
milligal				milligal			
0,00	524,6	545,6	566,6	9	279,1	295,5	312,1
0,05	519,8	540,8	561,8	10	265,2	281,2	297,4
0,1	515,9	536,9	557,8	11	252,5	268,1	283,8
0,2	509,1	530,0	550,8	12	240,9	256,0	271,3
0,3	502,9	523,7	544,6	13,5	225,1	239,6	254,2
0,4	497,2	518,0	538,8	15	211,0	224,8	239,0
0,5	491,8	512,6	533,3	16	202,4	215,9	229,6
0,6	486,7	507,4	528,1	17	194,4	207,6	220,9
0,7	481,9	502,5	523,1	18,5	183,5	196,1	208,9
0,8	477,2	497,7	518,3	20	173,6	185,7	198,0
1,0	468,3	488,7	509,2	22	161,8	173,2	185,0
1,2	459,9	480,3	500,7	25	146,6	157,2	168,1
1,5	448,2	468,4	488,7	27	137,8	147,9	158,3
1,7	440,9	461,0	481,1	30	126,4	135,8	145,5
2,0	430,4	450,3	470,3	35	110,8	119,2	127,9
2,5	414,3	434,0	453,7	40	98,5	106,0	113,9
3,0	399,5	418,9	438,4	45	88,5	95,4	102,5
3,5	385,8	405,0	424,2	50	80,3	86,6	93,1
4,0	373,1	392,0	410,9	55	73,5	79,3	85,3
4,5	361,1	379,8	398,5	60	67,7	73,1	78,6
5,0	349,9	368,3	386,8	65	62,7	67,7	72,9
5,5	339,3	357,5	375,7	70	58,4	63,1	67,9
6,0	329,3	347,2	365,2	80	51,4	55,5	59,8
6,5	319,9	337,5	355,3	90	45,8	49,5	53,3
7,0	310,9	328,3	345,8	100	41,3	44,7	48,1
7,5	302,3	319,5	336,8	120	34,6	37,3	40,3
8,0	294,2	311,1	328,2	200	20,8	22,5	24,3
				300	13,9	15,0	16,2

$\Delta g$				Dichte 1			
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	28 km	29 km	30 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	28 km	29 km	30 km
milligal				milligal			
0,00	587,6	608,6	629,6	9	328,9	345,8	362,8
0,05	582,7	603,7	624,6	10	313,7	330,2	346,8
0,1	578,7	599,7	620,6	11	299,7	315,8	332,0
0,2	571,7	592,6	613,5	12	286,8	302,4	318,3
0,3	565,4	586,3	607,1	13,5	269,1	284,2	299,5
0,4	559,6	580,4	601,2	15	253,3	267,8	282,5
0,5	554,0	574,8	595,5	16	243,6	257,7	272,1
0,6	548,8	569,5	590,2	17	234,5	248,3	262,3
0,7	543,8	564,4	585,1	18,5	222,0	235,3	248,8
0,8	538,9	559,5	580,1	20	210,6	223,4	236,4
1,0	529,7	550,2	570,8	22	196,9	209,2	221,6
1,2	521,1	541,5	561,9	25	179,2	190,6	202,2
1,5	508,9	529,2	549,5	27	168,9	179,8	190,8
1,7	501,3	521,4	541,7	30	155,4	165,5	175,9
2,0	490,3	510,4	530,5	35	136,7	145,9	155,2
2,5	473,5	493,3	513,1	40	121,9	130,2	138,7
3,0	457,9	477,5	497,1	45	109,8	117,4	125,1
3,5	443,5	462,8	482,2	50	99,9	106,8	113,9
4,0	430,0	449,1	468,3	55	91,5	97,9	104,4
4,5	417,3	436,2	455,2	60	84,4	90,3	96,4
5,0	405,4	424,0	442,8	65	78,3	83,8	89,5
5,5	394,1	412,5	431,0	70	72,9	78,1	83,4
6,0	383,4	401,6	419,9	80	64,2	68,8	73,5
6,5	373,2	391,2	409,3	90	57,3	61,4	65,6
7,0	363,5	381,2	399,1	100	51,7	55,4	59,2
7,5	354,2	371,8	389,4	120	43,3	46,4	49,6
8,0	345,4	362,7	380,2	200	26,1	28,0	29,8
				300	17,4	18,7	20,0

$\Delta$  g

Dichte 1

y km	z		
	32,5 km	35 km	37,5 km
milligal			

y km	z		
	32,5 km	35 km	37,5 km
milligal			

0,00	682,0	734,5	787,0
0,05	677,0	729,5	781,9
0,1	673,0	725,3	777,7
0,2	665,8	718,0	770,3
0,3	659,3	711,4	763,6
0,4	653,2	705,3	757,4
0,5	647,5	699,4	751,5
0,6	642,0	693,9	745,8
0,7	636,8	688,6	740,4
0,8	631,8	683,4	735,1
1,0	622,2	673,6	725,2
1,2	613,1	664,4	715,8
1,5	600,4	651,3	702,4
1,7	592,3	643,1	694,0
2,0	580,8	631,3	681,9
2,5	562,9	612,9	663,1
3,0	546,4	595,9	645,6
3,5	531,0	580,0	629,2
4,0	516,5	565,0	613,8
4,5	502,9	550,9	599,2
5,0	489,9	537,5	585,4
5,5	477,7	524,7	572,2
6,0	466,0	512,6	559,6
6,5	454,9	501,0	547,5
7,0	444,2	489,9	535,9
7,5	434,0	479,2	524,9
8,0	424,3	469,0	514,2

9	405,9	449,7	494,0
10	388,9	431,8	475,2
11	373,2	415,1	457,7
12	358,5	399,5	441,3
13,5	338,3	378,0	418,6
15	320,0	358,5	397,8
16	308,7	346,4	385,0
17	298,1	335,0	372,8
18,5	283,4	319,1	355,8
20	269,9	304,5	340,1
22	253,5	286,7	320,9
25	232,1	263,3	295,5
27	219,5	249,4	280,5
30	202,8	231,0	260,4
35	179,6	205,2	232,0
40	160,8	184,2	208,8
45	145,4	166,9	189,6
50	132,6	152,4	173,3
55	121,7	140,1	159,6
60	112,4	129,5	147,7
65	104,4	120,4	137,4
70	97,5	112,5	128,4
80	85,9	99,3	113,5
90	76,8	88,8	101,5
100	69,4	80,2	91,9
120	58,1	67,3	77,0
200	35,1	40,7	46,7
300	23,5	27,2	31,2

$\Delta g$				Dichte 1			
$\begin{array}{l} z \\ y \\ \backslash \\ km \end{array}$	40 km	42,5 km	45 km	$\begin{array}{l} z \\ y \\ \backslash \\ km \end{array}$	40 km	42,5 km	45 km
milligal				milligal			
0,00	839,4	891,9	944,4	9	538,8	584,1	629,8
0,05	834,3	886,7	939,2	10	519,3	563,8	608,7
0,1	830,1	882,5	934,9	11	500,1	544,7	588,9
0,2	822,6	874,9	927,2	12	483,7	526,8	570,3
0,3	815,8	868,0	920,3	13,5	459,9	501,8	544,2
0,4	809,5	861,6	913,8	15	438,0	478,8	520,2
0,5	803,5	855,5	907,6	16	424,4	464,5	505,2
0,6	797,8	849,7	901,7	17	411,5	450,9	491,0
0,7	792,2	844,2	896,1	18,5	393,4	431,8	470,9
0,8	786,9	838,8	890,6	20	376,6	414,0	452,2
1,0	776,8	828,4	880,2	22	356,2	392,3	429,2
1,2	767,2	818,7	870,2	25	328,9	363,1	398,3
1,5	753,6	804,8	856,2	27	312,6	345,7	379,7
1,7	745,0	796,1	847,2	30	290,8	322,3	354,6
2,0	732,6	783,5	834,4	35	259,9	288,9	318,8
2,5	713,4	763,9	814,4	40	234,5	261,3	289,0
3,0	695,5	745,5	795,7	45	213,3	238,1	263,8
3,5	678,7	728,3	778,1	50	195,3	218,4	242,4
4,0	662,8	712,1	761,5	55	180,0	201,5	224,0
4,5	647,8	696,7	745,7	60	166,8	187,0	208,0
5,0	633,5	682,0	730,7	65	155,4	174,3	194,0
5,5	619,8	667,9	716,2	70	145,3	163,1	181,7
6,0	606,9	654,5	702,4	80	128,5	144,4	161,1
6,5	594,4	641,7	689,2	90	115,1	129,5	144,6
7,0	582,4	629,3	676,4	100	104,2	117,3	131,0
7,5	570,9	617,4	664,2	120	87,5	98,6	110,2
8,0	559,8	605,9	652,3	200	53,1	59,9	67,1
				300	35,5	40,1	44,9

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \end{array}$	47,5 km	50 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \end{array}$	47,5 km	50 km
km	milligal		km	milligal	
0,00	996,8	1049,3	9	675,9	722,2
0,05	991,6	1044,0	10	654,1	699,8
0,1	987,3	1039,7	11	633,6	678,6
0,2	979,5	1031,9	12	614,3	658,7
0,3	972,5	1024,8	13,5	587,2	630,6
0,4	966,0	1018,1	15	562,2	604,7
0,5	959,7	1011,9	16	546,6	588,4
0,6	953,8	1005,8	17	531,7	572,9
0,7	948,0	1000,0	18,5	510,6	551,0
0,8	942,5	994,4	20	491,0	530,5
1,0	931,9	983,7	22	466,8	505,1
1,2	921,8	973,5	25	434,2	470,8
1,5	907,6	959,0	27	414,6	450,1
1,7	898,5	949,8	30	387,9	421,9
2,0	885,5	936,6	35	349,7	381,3
2,5	865,1	915,9	40	317,6	347,1
3,0	846,0	896,4	45	290,5	318,1
3,5	828,1	878,1	50	267,3	293,1
4,0	811,1	860,8	55	247,3	271,6
4,5	794,9	844,3	60	229,9	252,7
5,0	779,5	828,6	65	214,7	236,2
5,5	764,8	813,5	70	201,2	221,6
6,0	750,6	799,0	80	178,6	196,9
6,5	737,0	785,0	90	160,5	177,0
7,0	723,9	771,6	100	145,5	160,6
7,5	711,3	758,6	120	122,5	135,4
8,0	699,1	746,1	200	74,7	82,7
			300	50,0	55,4

$\Delta g$			Dichte 1		
$y \backslash z$	55 km	60 km	$y \backslash z$	55 km	60 km
km	milligal		km	milligal	
0,00	1154,2	1259,1	9	815,8	910,4
0,05	1148,9	1253,7	10	792,1	885,6
0,1	1144,5	1249,3	11	769,8	862,1
0,2	1136,5	1241,2	12	748,6	839,7
0,3	1129,3	1233,9	13,5	718,7	808,2
0,4	1122,6	1227,0	15	691,0	778,9
0,5	1116,1	1220,5	16	673,6	760,4
0,6	1110,0	1214,2	17	656,9	742,6
0,7	1104,1	1208,2	18,5	633,2	717,4
0,8	1098,3	1202,3	20	611,1	693,6
1,0	1087,3	1191,1	22	583,5	664,0
1,2	1076,9	1180,4	25	546,0	623,5
1,5	1062,0	1165,2	27	523,3	598,9
1,7	1052,5	1155,5	30	492,2	565,0
2,0	1038,9	1141,5	35	446,9	515,3
2,5	1017,6	1119,6	40	408,6	472,9
3,0	997,5	1099,0	45	375,7	436,2
3,5	978,6	1079,5	50	347,2	404,3
4,0	960,7	1060,9	55	322,4	376,4
4,5	943,5	1043,3	60	300,7	351,8
5,0	927,1	1026,3	65	281,6	329,9
5,5	911,4	1010,0	70	264,5	310,5
6,0	896,3	994,3	80	235,7	277,3
6,5	881,7	979,1	90	212,3	250,3
7,0	867,7	964,5	100	192,9	227,8
7,5	854,1	950,3	120	162,9	192,8
8,0	840,9	936,6	200	99,8	118,5
			300	67,0	79,6

$\Delta g$			Dichte 1		
$y \backslash z$	65 km	70 km	$y \backslash z$	65 km	70 km
km	milligal		km	milligal	
0,00	1364,1	1469,0	9	1005,7	1101,8
0,05	1358,6	1463,5	10	979,9	1075,0
0,1	1354,1	1458,9	11	955,4	1049,5
0,2	1346,0	1450,7	12	932,0	1025,2
0,3	1338,5	1443,1	13,5	899,0	990,7
0,4	1331,5	1436,1	15	868,1	958,4
0,5	1324,9	1429,3	16	848,5	937,9
0,6	1318,5	1422,8	17	829,8	918,3
0,7	1312,4	1416,6	18,5	803,1	890,1
0,8	1306,4	1410,5	20	777,8	863,5
1,0	1295,0	1398,9	22	746,3	830,2
1,2	1284,0	1387,8	25	703,0	784,3
1,5	1268,5	1372,0	27	676,6	756,1
1,7	1258,6	1361,9	30	640,0	717,0
2,0	1244,3	1347,3	35	586,1	659,1
2,5	1221,9	1324,3	40	539,8	608,9
3,0	1200,7	1302,7	45	499,5	565,1
3,5	1180,7	1282,1	50	464,1	526,5
4,0	1161,6	1262,6	55	433,1	492,4
4,5	1143,4	1243,8	60	405,6	462,0
5,0	1125,9	1225,9	65	381,1	434,8
5,5	1109,0	1208,5	70	359,1	410,4
6,0	1092,8	1191,8	80	321,6	368,5
6,5	1077,1	1175,6	90	290,8	333,8
7,0	1062,0	1160,0	100	265,1	304,8
7,5	1047,3	1144,8	120	224,8	259,1
8,0	1033,0	1130,1	200	138,7	160,5
			300	93,3	108,2

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{matrix} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{matrix}$	75 km	80 km	$\begin{matrix} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{matrix}$	75 km	80 km
	milligal			milligal	
0,00	1573,9	1678,9	9	1198,5	1295,7
0,05	1568,4	1673,3	10	1170,7	1267,1
0,1	1563,8	1668,6	11	1144,3	1239,9
0,2	1555,4	1660,2	12	1119,1	1213,8
0,3	1547,8	1652,5	13,5	1083,3	1176,7
0,4	1540,6	1645,2	15	1049,7	1141,8
0,5	1533,8	1638,3	16	1028,3	1119,7
0,6	1527,2	1631,6	17	1007,8	1098,3
0,7	1520,9	1625,2	18,5	978,4	1067,6
0,8	1514,7	1619,0	20	950,5	1038,5
1,0	1502,9	1607,0	22	915,4	1001,9
1,2	1491,6	1595,5	25	867,0	951,1
1,5	1475,5	1579,1	27	837,2	919,7
1,7	1465,2	1568,7	30	795,7	875,9
2,0	1450,4	1553,6	35	734,0	810,6
2,5	1426,9	1529,7	40	680,2	753,3
3,0	1404,8	1507,2	45	632,9	702,7
3,5	1383,9	1485,8	50	591,1	657,7
4,0	1363,8	1465,3	55	553,9	617,6
4,5	1344,6	1445,7	60	520,7	581,6
5,0	1326,2	1426,8	65	490,9	549,2
5,5	1308,4	1408,6	70	464,0	519,9
6,0	1291,2	1391,0	80	417,6	469,0
6,5	1274,6	1374,0	90	379,1	426,6
7,0	1258,5	1357,4	100	346,7	390,7
7,5	1242,9	1341,3	120	295,4	333,7
8,0	1227,7	1325,7	200	183,7	208,4
			300	124,0	140,9



$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \end{array}$	85 km	90 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \end{array}$	85 km	90 km
km	milligal		km	milligal	
0,00	1783,8	1887,3	9	1393,3	1491,4
0,05	1778,2	1883,1	10	1364,0	1461,3
0,1	1773,5	1878,3	11	1335,9	1432,5
0,2	1765,0	1869,7	12	1309,1	1404,9
0,3	1757,2	1861,9	13,5	1270,8	1365,5
0,4	1749,8	1854,4	15	1234,8	1328,3
0,5	1742,8	1847,4	16	1211,8	1304,6
0,6	1736,1	1840,5	17	1189,6	1281,8
0,7	1729,6	1834,0	18,5	1157,8	1248,8
0,8	1723,2	1827,6	20	1127,5	1217,5
1,0	1711,1	1815,3	22	1089,4	1177,9
1,2	1699,5	1803,5	25	1036,4	1122,7
1,5	1682,8	1786,6	27	1003,5	1088,4
1,7	1672,2	1775,9	30	957,6	1040,4
2,0	1656,9	1760,3	35	888,7	968,2
2,5	1632,6	1735,6	40	828,0	904,3
3,0	1609,7	1712,3	45	774,2	847,4
3,5	1587,9	1690,1	50	726,3	796,5
4,0	1567,0	1668,9	55	683,2	750,7
4,5	1547,0	1648,5	60	644,5	709,3
5,0	1527,7	1628,8	65	609,6	671,8
5,5	1509,1	1609,8	70	577,8	637,6
6,0	1491,1	1591,4	80	522,5	578,0
6,5	1473,6	1573,6	90	476,1	527,6
7,0	1456,7	1556,3	100	436,8	484,8
7,5	1440,2	1539,4	120	373,9	416,0
8,0	1424,2	1523,0	200	243,5	262,1
			300	158,8	177,7

$\Delta g$			Dichte 1		
$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	95 km	100 km	$\begin{array}{l} z \\ \diagdown \\ y \\ \text{km} \end{array}$	95 km	100 km
	milligal			milligal	
0,00	1993,7	2098,6	9	1589,9	1688,6
0,05	1987,9	2092,8	10	1559,0	1657,1
0,1	1983,2	2088,0	11	1529,5	1626,9
0,2	1974,5	2079,3	12	1501,2	1598,0
0,3	1966,6	2071,3	13,5	1460,8	1556,5
0,4	1959,1	2063,7	15	1422,5	1517,2
0,5	1951,9	2056,5	16	1398,1	1492,2
0,6	1945,0	2049,6	17	1374,6	1467,9
0,7	1938,4	2042,8	18,5	1340,6	1433,0
0,8	1931,9	2036,3	20	1308,2	1399,6
1,0	1919,5	2023,7	22	1267,2	1357,3
1,2	1907,5	2011,6	25	1210,0	1298,1
1,5	1890,5	1994,4	27	1174,4	1261,3
1,7	1879,6	1983,3	30	1124,4	1209,4
2,0	1863,8	1967,3	35	1049,0	1130,9
2,5	1838,8	1942,0	40	982,0	1060,9
3,0	1815,1	1917,9	45	922,1	998,1
3,5	1792,5	1895,1	50	868,3	941,6
4,0	1770,9	1873,1	55	819,8	890,4
4,5	1750,2	1852,0	60	775,8	843,8
5,0	1730,1	1831,6	65	735,8	801,4
5,5	1710,8	1811,9	70	699,3	762,6
6,0	1692,0	1792,8	80	635,2	694,3
6,5	1673,8	1774,3	90	581,0	636,1
7,0	1656,2	1756,3	100	534,6	586,3
7,5	1638,9	1738,7	120	459,9	505,4
8,0	1622,1	1721,6	200	291,0	321,3
			300	197,7	218,7

# Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

6 Hefte, je 32 Seiten. Jahresabonnement S 72.—.

## Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen

- Sonderheft 1: Festschrift Eduard Doležal. Zum 70. Geburtstag. 198 Seiten, Neuauflage, 1948 Preis S 18.—. (Vergriffen)
- Sonderheft 2: Lego (Herausgeber), Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme. 40 Seiten, 1935. Preis S 24.—. (Vergr.)
- Sonderheft 3: Ledersteger, Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid. 140 Seiten, 1948. Preis S 25.—.
- Sonderheft 4: Zaar, Zweimedienphotogrammetrie. 40 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 5: Rinner, Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie. 45 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 6: Hauer, Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene. 31 Seiten, 1949. Preis S 15.—. (Vergriffen)
- Sonderheft 7/8: Ledersteger, Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung. Zur Analyse der Laplace'schen Widersprüche. 59 + 22 Seiten, 1949. Preis S 25.—.
- Sonderheft 9: Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich. 56 Seiten, 1949. Preis S 22.—.
- Sonderheft 11: Mader, Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung. 74 Seiten, 1951. Preis S 25.—.
- Sonderheft 12: Ledersteger, Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoids und der absoluten Lage der Landestriangulationen. 140 Seiten, 1951. Preis S 35.—.
- Sonderheft 13: Hubeny, Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoids. 208 Seiten, 1953. Preis S 60.—.
- Sonderheft 14: Festschrift Eduard Doležal. Zum 90. Geburtstag. 764 Seiten und viele Abbildungen. 1952. Preis S 120.—.
- Sonderheft 15: Mader, Die orthometrische Schwerekorrektion des Präzisions-Nivellements in den Hohen Tauern. 26 Seiten und 12 Tabellen. 1954. Preis S 28.—.
- Sonderheft 16: Theodor Scheimpflug — Festschrift. Zum 150jährigen Bestand des staatlichen Vermessungswesens in Österreich. 90 Seiten mit 46 Abbildungen und XIV Tafeln, 1956. Preis S 60.—.
- Sonderheft 17: Ulbrich, Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Staumauern und Großbauwerken. 72 Seiten mit 40 Abbildungen und einer Luftbildkarten-Beilage, 1956. Preis S 48.—.
- Sonderheft 18: Brandstätter, Exakte Schichtlinien und topographische Geländedarstellung. 94 Seiten mit 49 Abbildungen und Karten und 2 Kartenbeilagen. 1957. Preis S 80.— (DM 14.—).
- Sonderheft 19: Vorträge aus Anlaß der 150-Jahr-Feier des staatlichen Vermessungswesens in Österreich, 4.—9. Juni 1956
- Teil 1: Über das staatliche Vermessungswesen, 24 Seiten, 1957. Preis S 28.—.
- Teil 2: Über Höhere Geodäsie. 28 Seiten, 1957. Preis S 34.—.
- Teil 3: Vermessungsarbeiten anderer Behörden. 24 Seiten, 1957. Preis S 28.—.
- Teil 4: Der Sachverständige. - Das k. u. k. Militärgeographische Institut. 18 Seiten, 1958. Preis S 20.—.
- Teil 5: Über besondere photogrammetrische Arbeiten. 38 Seiten, 1958. Preis S 40.—.
- Teil 6: Markscheidewesen und Probleme der Angewandten Geodäsie. 42 Seiten, 1958. Preis S 42.—.
- Sonderheft 20: Jerie, Weitere Analogien zwischen Aufgaben der Mechanik und der Ausgleichsrechnung. 24 Seiten mit 14 Abbildungen. Preis S 32.—.
- Sonderheft 21: Mader, Die zweiten Ableitungen des Newton'schen Potentials eines Kugel-segments. - Topographisch berechnete partielle Geoidhebungen. - Tabellen zur Berechnung der Gravitation unendlicher, plattenförmiger prismatischer Körper. 36 Seiten mit 11 Abbildungen. Preis S 42.—.

Sämtliche Publikationen zu beziehen durch den

Österreichischen Verein für Vermessungswesen

Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
LIBRARY