

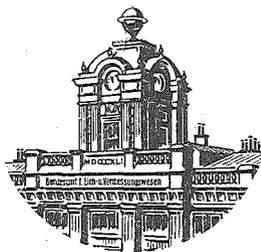
*From Prof Dr H. Rohrer
Manuscript received
K. Ledersteger*

Sonderheft 12
der Österreichischen Zeitschrift
für Vermessungswesen

Die Bestimmung des mittleren
Erdellipsoides und der absoluten
Lage der Landstriangulationen

von

Karl Ledersteger, Wien



Herausgegeben von der Österreichischen Kommission für die
Internationale Erdmessung

Eigentümer und Verleger:
Österreichischer Verein für Vermessungswesen
Wien, VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3

WIEN 1951

Bisher sind folgende Sonderhefte erschienen:

- Sonderheft 1: Festschrift Eduard Dolezal, 198 Seiten, Neuauflage 1948
Preis S 18.—
- Sonderheft 2: Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme, 40 Seiten, 1935
wird neu aufgelegt
- Sonderheft 3: Ledersteger, Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid
140 Seiten, 1948 Preis S 25.—
- Sonderheft 4: Zaar, Zweimedienphotogrammetrie, 40 Seiten, 1948
Preis S 18.—
- Sonderheft 5: Rinner, Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie, 45 Seiten, 1948 Preis S 18.—
- Sonderheft 6: Hauer, Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene, 32 Seiten, 1949 Preis S 15.—
- Sonderheft 7 u. 8: Ledersteger: Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung, 59 Seiten,
Zur Analyse der Laplaceschen Widersprüche, 22 Seiten, 1949
Preis S 25.—
- Sonderheft 9: Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich, I. Teil, Die Entwicklung bis zum ersten Weltkrieg, 56 Seiten, 1949
Preis S 22.—
- Sonderheft 11: Mader, Das Newtonsche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung, 74 Seiten, 1951
Preis S 25.—
- Sonderheft 12: Ledersteger, Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoides und der absoluten Lage der Landestriangulationen, 140 Seiten, 1951
Preis S 35.—

Weitere Publikationen:

- Tachymetrische Hilfstafel für sexagesimale Kreisteilung, 20 Seiten
Normformat A 5 (148×210 mm) Preis S 10.—
- Tabuliert sind die Werte für $\cos^2\alpha$ und $\frac{1}{2}\sin^2\alpha$ auf vier Dezimalstellen von 0° bis 45° von Minute zu Minute. Daher keine Interpolation erforderlich. Infolge des praktischen Taschenformates und der besonders widerstandsfähigen Ausstattung ist die Tafel auch im Gelände verwendbar.

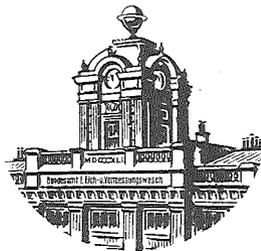
Sämtlich zu beziehen beim
Österr. Verein für Vermessungswesen, Wien, VIII., Friedrich-Schmidtplatz 3

Sonderheft 12
der Österreichischen Zeitschrift
für Vermessungswesen

Die Bestimmung des mittleren
Erdellipsoides und der absoluten
Lage der Landstriangulationen

von

Karl Ledersteger, Wien



Herausgegeben von der Österreichischen Kommission für die
Internationale Erdmessung

Eigentümer und Verleger:
Österreichischer Verein für Vermessungswesen
Wien, VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3

WIEN 1951

Druck: Bundesamt für Eich- u. Vermessungswesen (Landesaufnahme), Wien

Inhalt:

I. Die methodischen Grundlagen	Seite
1. Die exakte Definition des mittleren Erdellipsoides ... 1	
2. Der gegenwärtige Stand in der Frage der Erdabplattung 5	
3. Bestanschließende Ellipsoide und mittleres Erdellipsoid 9	
4. Das Prinzip der Lotabweichungsausgleichung 14	
5. Die absolute Lage und Orientierung geodätischer Netze 20	
6. Die neue Lotabweichungsausgleichung 24	
II. Die Berechnungen für Europa	
7. Das europäische Lotabweichungsmaterial 30	
8. Die repräsentativen Lotabweichungswerte 34	
9. Die Ableitung der gravimetrischen Sollwerte 60	
10. Die absolute Lotabweichungsausgleichung 64	
11. Die absolute Lage des europäischen Fundamentalpunktes Potsdam 72	
12. Die absolute Lage einiger Landesfundamentalepunkte ... 81	
III. Die Verarbeitung des HAYFORDSchen Lotabweichungsmaterials	
13. HAYFORDS Untersuchungen über die Erdfigur und das Internationale Ellipsoid 89	
14. Die Tabelle der Lotabweichungen 92	
15. Die repräsentativen Sollwerte der Lotabweichungen... 106	
16. Die absolute Lotabweichungsausgleichung 109	
17. Die relative Lage Europa - Amerika 115	
18. Zur Frage der Isostasie 117	
Zusammenfassung 121	
Summery 124	
Sommaire 127	
Tafel-Anhang	

I.

DIE METHODISCHEN GRUNDLAGEN

1.

DIE EXAKTE DEFINITION DES MITTLEREN ERDELLIPSOIDES.

Das Problem der Erdfigur hat bekanntlich eine mehr geometrische und eine rein physikalische Seite. Geometrisch gesehen ist eine Fläche von möglichst einfachem mathematischen Bildungsgesetz zu finden, die die mathematische Erdfigur soweit approximiert, daß sie als Referenzfläche für die allen geodätischen Operationen zugrundeliegenden Fundamentaltriangulationen erster Ordnung dienen kann. In physikalischer Hinsicht handelt es sich hingegen um die exakte Bestimmung der mathematischen Erdfigur selbst. Zunächst kann man dabei überhaupt nur von der ganzen Schar der Niveauflächen sprechen, die sich schalenartig umschließen und überall senkrecht zur Richtung der Schwerkraft als der Tangente an die Lotlinie verlaufen. Unter diesen Niveauflächen kann die - etwas ungenau gesprochen - ungefähr in der Höhe der Meeresspiegel verlaufende als das Geoid ausgezeichnet werden.

Sowohl in geometrischer wie auch in physikalischer Auffassung ist die Kugel die erste Annäherung der Erdfigur. Bei der zweiten Approximation scheiden sich aber die Wege. Seit NEWTON und den großen Gradmessungearbeiten des 18. und 19. Jahrhunderts betrachtet man vom geometrischen Standpunkt aus das abgeplattete Rotationsellipsoid als eine für die Zwecke der Landesvermessungen voll ausreichende Annäherung an die wahre Erdfigur. Das abgeplattete Rotationsellipsoid dürfte auch in Zukunft trotz der noch schwebenden Frage nach einer geringen Elliptizität des Äquators wegen seiner wesentlich einfacheren Geometrie dem dreiachsigen Ellipsoid als Referenzfläche vorgezogen werden. Aufgabe der Gradmessungen oder in neuerer Zeit

der Lotabweichungsausgleichungen ist es dann, Achse und Abplattung jenes Rotationsellipsoides zu bestimmen, das in vorläufig noch vager Definition als mittleres Erdellipsoid bezeichnet werden kann. Auf Grund verschiedener Kombinationen der zur Verfügung stehenden Gradmessungsarbeiten oder Lotabweichungssysteme ergeben sich dann für die beiden Parameter Achse und Abplattung mehr oder weniger verschiedene Werte, und es ist innerhalb gewisser Schranken willkürlich, welche dieser Werte dem Referenzellipsoid einer Landesvermessung zugrundegelegt werden.

Ganz anders liegt das Problem der Erdgestalt von rein physikalischem Standpunkt aus. Hier erhält man nach BRUNS eine zweite Approximation, wenn man die Kräftefunktion der Erde, d.h. die Summe aus dem Potential der Massenanziehung und dem Potential der durch die Rotation bewirkten Fliehkraft, in eine nach Kugelfunktionen fortschreitende Reihe entwickelt. Durch geeignete Wahl des Koordinatensystems bringt man die Glieder 1. Ordnung zum Verschwinden, während das Glied nullter Ordnung die Kugel und die Summe aus dem Glied 0. Ordnung und den Gliedern 2. Ordnung das sogenannte BRUNSSche Niveausphäroid, eine Fläche 14. Ordnung, repräsentiert. Wenn wir schlechtweg vom Niveausphäroid sprechen, so meinen wir speziell jenes Niveausphäroid, dessen Potentialwert mit dem Potentialwert des Geoides übereinstimmt. In Wirklichkeit gibt es natürlich zu jeder Niveaufläche, also zu jedem Potentialwert, ein zugehöriges Niveausphäroid. Es läßt sich nun zeigen, daß das Niveausphäroid recht nahe mit dem achsengleichen Rotationsellipsoid übereinstimmt, und zwar so, daß das Ellipsoid vom Niveausphäroid vollständig eingeschlossen wird, wobei der radiale Abstand unter 45° Breite sein Maximum erreicht, das BRUNS mit 19.1 m, HELMERT mit 12.7 m berechnet hat. Selbstverständlich kann dieses Rotationsellipsoid zur Definition des mittleren Erdellipsoides herangezogen werden. Es ist ja dadurch ausgezeichnet, daß sein Mittelpunkt mit

dem Erdschwerpunkt zusammenfällt, das Niveausphäroid selbst dadurch, daß die Abweichungen des Geoides von ihm, die Geoidabstände oder Undulationen des Geoides, bei Integration über die ganze Fläche oder im Mittel verschwinden. Will man das Niveausphäroid als Normalfläche der Erde betrachten, so kann man die weiteren Glieder der Potentialentwicklung in die sogenannte Restfunktion zusammenfassen, die allein von den Unregelmäßigkeiten der Massenverteilung in der Erdkruste abhängt.

In jüngster Zeit weicht man aber immer mehr von dieser Auffassung ab. Den Hauptgrund hierfür hat PREY scharf betont. Das Niveausphäroid ist nämlich eine Funktion der tatsächlichen Hauptträgheitsmomente der Erde und es ist klar, daß auch diese von den Massenunregelmäßigkeiten in der Erdkruste beeinflußt sind. Die rein formale Zerlegung der Potentialentwicklung ist also nicht hinreichend geeignet, die Normalfigur der Erde zu liefern. Man kann aber bei der exakten Definition der Normalfigur oder des Normalsphäroides bereits von der Erkenntnis ausgehen, daß dieses nur unwesentlich von einem achsengleichen Rotationsellipsoid abweicht. So hat kürzlich HAALCK^{*)} eine neue Theorie der normalen Erdgestalt entwickelt, die das Normalsphäroid als Gleichgewichtsfigur der Erde, d.h. als Figur des vollkommenen hydrostatischen Gleichgewichtes, und zwar unabhängig von der Kenntnis der Dichteverteilung im Erdinnern, zu bestimmen versucht. Die Abplattung α der Erde ist bekanntlich annähernd 1:300. Mithin sind nach den bisherigen Erfahrungen sowohl die Undulationen des Geoides wie auch die Abweichungen des mittleren Erdellipsoides vom Normalsphäroid als Größen von der Ordnung des Quadrates der Abplattung ($\alpha^2 a \doteq 70$ m) zu

^{*)}H. HAALCK: Das physikalische Bildungsgesetz der Figur der Erde, Veröff. des Geodät. Institutes Potsdam, Nr. 4, Berlin 1950.

betrachten. HAALCK leitet daher aus der Entwicklung des Radiusvektors des Rotationsellipsoides:

$$r = a (1 - \alpha \sin^2 \Psi - 3/8 \alpha^2 \sin^2 2 \Psi) \quad 1)$$

für den Radiusvektor des Normalsphäroides den Ansatz ab:

$$r = a [1 - \alpha \sin^2 \Psi - (3/8 \alpha^2 + \delta) \sin^2 2 \Psi], \quad 2)$$

worin Ψ die geozentrische Breite und δ den für das Normalsphäroid charakteristischen Parameter bedeutet. Der Kern der HAALCK'schen Theorie ist nun folgender. Aus der Theorie der Gleichgewichtsfiguren sind die beiden Grenzwerte der Abplattung, nämlich 1:232 für eine homogene Erdmasse und 1:581 für den Fall, daß die ganze Erdmasse in ihrem Mittelpunkt kondensiert gedacht werden darf, bekannt. HAALCK umgeht damit das unbekannte Gesetz der Dichteverteilung durch die Annahme, daß der wahre Wert von δ im selben Verhältnis zwischen seinen Grenzwerten liegt, wie der wahre Wert des Quadrates der Abplattung zwischen den entsprechenden Grenzwerten. Hierzu leitet er für den Parameter die Grenzwerte für dieselben beiden Fälle ab:

$$0 < \delta < \frac{3}{32} \left(\frac{\omega^2 a}{\gamma_0} \right)^2. \quad 3)$$

HAALCK'S Normalsphäroid verläuft zum Unterschied vom BRUNSSchen Niveausphäroid ganz innerhalb des achsengleichen Rotationsellipsoides, wobei der maximale Abstand der beiden Flächen unter 45° Breite nur 3.7 m beträgt. Dieses mit dem Normalsphäroid fast vollständig zusammenfallende Rotationsellipsoid darf selbstverständlich als mittleres Erdellipsoid bezeichnet werden.

Vorliegende Arbeit bezweckt in erster Linie die Bestimmung der großen Halbachse a des mittleren Erdellipsoides nach einer neuen Methode, deren Grundgedanken bereits in einer vorläufigen Mitteilung*) dargelegt wurden. Weil diese Methode aber

*) K.LEDERSTEGGER: Die Achse des Normalsphäroides der Erde, Österreich. Zeitschrift f. Vermessungswesen, 38. Jg. Wien 1950, S. 113-129.

der Natur der Sache nach gänzlich ungeeignet ist, auch die Abplattung zu liefern, muß diese vorweggenommen werden.

2.

DER GEGENWÄRTIGE STAND IN DER FRAGE DER ERDABPLATTUNG.

Die Erdabplattung kann sinngemäß nur als Abplattung des Normalsphäroides definiert werden. Will man sie also aus Gradmessungen oder Lotabweichungsausgleichungen bestimmen, so hat man vor allem zu bedenken, daß a priori die sogenannten bestanschließenden Ellipsoide und das mittlere Erdellipsoid scharf auseinanderzuhalten sind. Weil aber die Lotabweichungssysteme auf das Festland beschränkt und bisher vorwiegend in mittleren Breiten gelegen sind, ist diese Unterscheidung für die Abplattung nicht von derselben Wichtigkeit wie für die Achse. Denn wegen der Beziehungen:

$$R = \sqrt{MN} = \frac{a \sqrt{1-e^2}}{1-e^2 \sin^2 \varphi} \quad \text{und} \quad \frac{d}{da} \left(\frac{R}{a} \right) = 2 \sin^2 \varphi - 1 \quad 4)$$

ist in mittleren Breiten die mittlere Krümmung der Ellipsoide weitgehend unabhängig von der Abplattung oder umgekehrt der aus verschiedenen bestanschließenden Ellipsoiden hervorgehende Abplattungswert nicht systematisch verfälscht.

Aus den europäischen Lotabweichungen mit Ausschluß Fenoskandiens und der USSR ergab sich 1948 als bestanschließendes Ellipsoid*)

$$a = 6\,377\,788 \pm 42 \text{ m}, \quad \alpha^{-1} = 296.76 \pm 1.14 \quad 5)$$

*) K. LEDERSTEGGER: Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid, Sonderheft 3 der Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen, Wien 1948.

und nach Einschluß des Ostseeringes^{*)} (1949):

$$a = 6\,377\,879 \pm 37 \text{ m}, \quad \alpha^{-1} = 298.61 \pm 1.07. \quad 6)$$

Demgegenüber fand HAYFORD 1909 das für die USA bestanschließende Ellipsoid:

$$a = 6\,378\,062 \pm 33 \text{ m}, \quad \alpha^{-1} = 298.15 \pm 1.02. \quad 7)$$

Schließlich hat JEFFREYS^{**)} 1948 aus dem westeuropäischen, dem russisch-skandinavischen und dem südafrikanischen Meridian, ferner aus den europäischen Parallelen in 52° und $47^{\circ}5'$ Breite, dem indischen Parallel in 24° Breite und aus dem HAYFORDschen Material - ohne Verwendung der aus den Längengliedern seiner Schwereformel abgeleiteten Korrekturen! - gefunden:

$$a = 6\,378\,097 \pm 31 \text{ m}, \quad \alpha^{-1} = 298.85 \pm 0.81. \quad 8)$$

Ein verlässlicheres Ergebnis für die Abplattung ist selbstverständlich aus dem CLAIRAUTschen Theorem zu erwarten, schon weil die Schweremessungen nicht an das Festland gebunden sind. Die neueren Bestimmungen der Abplattung aus Schweremessungen:

HELMERT	(1915):	$\alpha^{-1} = 296.7 \pm 0.4$	
BOWIE	(1917)	297.4 ± 1.0	9)
HEISKANEN	(1924)	296.7 ± 0.5	

stimmen so gut mit dem Abplattungswert des auf isostatischer Grundlage berechneten Internationalen Ellipsoides 1:297.0 überein, daß man in der Internationalen Schwereformel (CASSINIS und SOMIGLIANA, 1930) neben HEISKANENS Wert für die Schwere am Äquator die HAYFORD'sche Abplattung adoptiert hat.

*) K. LEDERSTEGGER: Der Anschluß des Ostseeringes an das europäische Lotabweichungssystem. Österr. Zeitschr. f. Vermessungswesen, 37. Jg., 1949, Seite 103 - 119.

***) H. JEFFREYS: The Figures of the Earth and Moon, Third Paper, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Geophysical Supplement, Vol 5, No.7, London 1948.

Eine gewichtige Bestätigung erfährt dieser Vorgang durch die jüngsten Untersuchungen von JEFFREYS^{*)}. Betrachtet man das Normalsphäroid der Erde prinzipiell als eine Rotationsfigur, so kann man in JEFFREYS Schwereformel sofort die Längenglieder weglassen:

$$g \text{ (in mgal)} = 979\,771.5 + 3444.4 P_2 + 5.3 P_4 = \quad 10)$$

$$= 978\,051.3 (1 + 0.0052\,859 \sin^2 \varphi - 0.0000\,059 \sin^2 2 \varphi) .$$

Berechnet man dann unter Verwendung der HAYFORDSchen Achse 6 378 388 m das Verhältnis von Fliehkraft zur Schwere am Äquator:

$$\gamma = \frac{\omega^2 a}{g_0} = 0.0034\,678 = 1 : 288.37, \quad 11)$$

so gibt das erweiterte Clairautsche Theorem (HAALCK):

$$\alpha = 5/2 \gamma - \beta - \frac{93}{28} \gamma^2 + \frac{3}{2} \gamma \beta - \frac{2}{49} \beta^2 \quad 12)$$

mit $\beta = 0.0052\,859$ sofort:

$$\alpha = 0.0033\,700 \quad \text{oder} \quad \alpha^{-1} = 296.74 \pm 0.66. \quad 13)$$

Der Wert weicht geringfügig von JEFFREYS' eigener Berechnung ab, der mittlere Fehler hingegen ist von ihm übernommen.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Abplattung liefert bekanntlich die Mondparallaxe, weil der Unterschied zwischen den geozentrischen und topozen-trischen Mondörtern von der Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes und von der Erdabplattung abhängt. In Anlehnung an de SITTER^{**)}, der aus Beobachtungen des Mondkraters Mösting A auf den Sternwarten von Greenwich und Kap der Guten Hoffnung die Abplattung 1:293.4 abgeleitet hat, fin-

*) H. JEFFREYS: The Figures of the Earth and Moon, Third Paper, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Geophysical Supplement, Vol. 5, No. 7, London 1948.

***) Acad. Amsterdam, Proc. 18, 1915 und Bull.Astr.Inst.Neth. 129, 1927.

det JEFFREYS (1948) für den Beobachtungswert:

$$\pi_q = 3422^{\circ}324 + 0.000\ 5070\ \alpha' \pm 0^{\circ}09 \quad 14a)$$

und für den theoretischen Wert:

$$\pi_q = 3422^{\circ}406 + 0.000\ 18\ a' + 0.000\ 0777\ \alpha' \pm 0^{\circ}009, \quad 14b)$$

wobei:

$$a' = 10^3 (a - 6378.000), \quad \alpha' = 10^7 (\alpha - 0.003\ 3523)$$

gesetzt ist. Aus der Differenz folgt die Bedingungsgleichung:

$$0.18\ a' - 0.43\ \alpha' = -82 \pm 124 \quad 14c)$$

und man erkennt, daß dieser Methode schon wegen der Unkenntnis der absoluten Lotabweichung in den Beobachtungsstationen keine allzu große Verlässlichkeit innewohnt. Mit HAYFORDS Achsenwert ($a' = +388\text{ m}$) folgt $\alpha^{-1} = 295.19$.

Wesentlich genauer ist die Ableitung der Abplattung aus der Präzessionskonstanten. Diese liefert nämlich das Verhältnis des polaren und äquatorealen Hauptträgheitsmomentes der Erde $(C - A) : C$, das andererseits aus der Theorie der Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeitsmassen in Funktion der Abplattung, des Parameters γ und des Gesetzes der Dichteverteilung im Erdinnern gegeben ist. De SITTER fand nach dieser Methode zuletzt $\alpha^{-1} = 296.753 \pm 0.086$ (wahrsch.Fehler) und BULLARD*) auf Grund von Neubestimmungen der Mondmasse und der Dichteverteilung $\alpha^{-1} = 297.338 \pm 0.050$ (wahrsch.F.). JEFFREYS betont dagegen, daß die Erde sicher nicht im hydrostatischen Gleichgewicht ist, und versucht, die Methode besser dem tatsächlichen Verhalten des Erdkörpers anzupassen. Er findet:

$$\alpha^{-1} = 297.341 \pm 0.274. \quad 15)$$

*) Monthly Notices of Royal Astr. Soc., Geophys. Suppl. 5, 1948

Trotz des beträchtlichen Anwachsens der Unsicherheit bleibt diese Methode an sich noch immer die verlässlichste. Schließlich leitet JEFFREYS aus der Kombination dieser vier Methoden bei vorausgesetzter Vernachlässigung der Längenglieder seiner Schwereformel das Resultat:

$$a = 6\,378\,097 \pm 116 \text{ m}, \quad \bar{\alpha}^{-1} = 297.28 \pm 0.25 \quad 16)$$

ab. Fast das gleiche Ergebnis für die Abplattung ($\bar{\alpha}^{-1} = 297.05 \pm 0.56$) erhielt er früher^{*)} aus den Ungleichheiten der Mondbewegung vermittelt:

$$\alpha = 3/2 I + 1/2 \gamma, \quad 17)$$

unter I den Parameter:

$$I = \frac{C - A}{a^2 E} = 0.001\,0913 \quad 17a)$$

verstanden, wobei E die Erdmasse bedeutet.

Wir können somit mit gutem Grunde die HAYFORDSche Abplattung 1:297.0 festhalten.

3.

BESTANSCHLIEBENDE ELLIPSOIDE UND MITTLERES ERDELLIPSOID.

Man könnte meinen, daß die mathematische Erdfigur die topographischen Verhältnisse der physischen Erdoberfläche, wenn auch stark verflacht, widerspiegelt. Dies ist aber keineswegs der Fall, weil sich im Geoid natürlich nicht nur die sichtbaren, sondern ebenso die innerkrustalen Massenunregelmäßigkeiten aus-

*) H. JEFFREYS: On the Figures of the Earth and Moon, Second Paper, Monthly Notices of the Royal Astron. Society, Vol 101, London 1941

wirken müssen. Als einziges Beispiel sei bloß erwähnt, daß die ostwestliche Höhenlinie des Geoides über Europa keineswegs in der Breite des Alpenkammes, sondern beträchtlich südlicher verläuft. Schon bei seiner synthetischen Untersuchung des Alpenproblems hatte PREY^{*)} aus der Unsymmetrie der Alpen eine südliche Verlagerung der Kammlinie gefunden. Klarer noch geht diese Verschiebung aus TANNIS Geoidundulationen hervor; wie die späteren Interpolationskurven zeigen, liegt in den Meridianen 10° - 20° die Höhenlinie des Geoides etwa in 43° Breite.

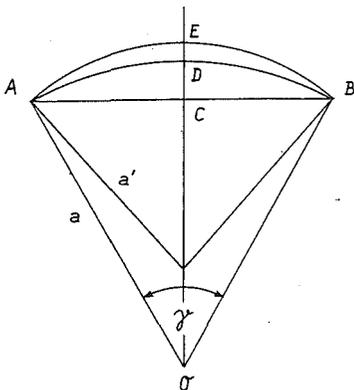
Gänzlich unabhängig von jeder Beziehung zum Normal-sphäroid folgt aber aus potentialtheoretischen Überlegungen leicht, daß das Geoid unter den von den Weltmeeren umspülten Kontinenten nach außen ausweichen muß. Es ist also das Geoid unter den Kontinenten zumindest im großen gesehen stärker gekrümmt als über den Weltmeeren. Dementsprechend werden die aus den Lotabweichungssystemen ganzer Kontinente abgeleiteten bestanschließenden Ellipsoide notwendigerweise eine kleinere Achse aufweisen als das dem Normal-sphäroid zugeordnete mittlere Erdellipsoid. Denn die stärkere Krümmung wird sich wegen 4) fast vollständig in einer Achsenverkürzung auswirken. Für kleinere Gradmessungsbögen oder Lotabweichungssysteme kann aber die Frage nach dem Verhältnis der errechneten Achse zur Achse des Normal-sphäroides der Erde natürlich offen bleiben. Jedes bestanschließende Ellipsoid schmiegt sich ja möglichst enge an einen bestimmten Geoidausschnitt an und für einzelne Länder kann daher obiger Schluß auf eine systematische Achsenverkürzung nicht aufrecht erhalten werden. Sicher aber haben solche Ellipsoide, die aus unmittelbaren, d.h. nicht isostatisch reduzierten Lotabweichungen berechnet werden, ihren wohlbegründe-

*) A.PREY: Untersuchungen über die Isostasie in den Alpen auf Grund der Schwere-messungen in Tirol, Sitz.Ber.d.Akad.d.Wiss. Wien, Bd.121, 1912 und Bd. 123, 1914.

ten physikalischen Sinn.

Sind also die Achsen der bestanschließenden Ellipsoide einzelner Kontinente systematisch zu klein, so wird man natürlich auch durch eine Kombination der Lotabweichungssysteme sämtlicher Kontinente nicht die Achse des mittleren Erdellipsoides finden. Solche in voller Strenge kontinentale Lotabweichungssysteme gibt es bis jetzt allerdings noch nicht. Man kann aber schon aus dieser rein qualitativen Betrachtung mit großer Wahrscheinlichkeit folgern, daß z.B. die von JEFFREYS berechnete Achse 8) zu klein ist. Gerade die modernen Tendenzen nach einer weitgehenden Vereinheitlichung aller Vermessungsunterlagen und weltweiter Triangulierungszusammenschlüsse erwecken aber den Wunsch nach einer einheitlichen Referenzfläche, wozu sich selbstverständlich am besten das mittlere Erdellipsoid eignen würde. Auch aus diesem Grunde ist es praktisch verwerflich, für einzelne Landestriangulierungen eigene bestanschließende Ellipsoide zu berechnen, deren Achse schon bei den geringsten Krümmungsunterschieden um 1-2 km von der Achse des Normalsphäroides differieren kann.

Um auch eine quantitative Abschätzung der aus der kontinentalen Geoidkrümmung folgenden Achsenverkürzung vornehmen zu können, wurde bereits in der früher zitierten vorläufigen Mitteilung an Hand der nebenstehenden Figur auf elementarem Wege eine



kleine Tabelle berechnet, die die Geoidhöhen DE in Funktion des Öffnungswinkels und der Achsenverkürzung $d a = (a - a')$ gibt: Diese Geoidhöhen, für deren Berechnung die Abplattung vernachlässigt und der Ausgang von der mittleren Erdkugel genommen wurde, sind in sehr hohem Maße von einem Fehler in der ange-

nommenen Achse unabhängig und können insoferne als "absolut" bezeichnet werden. Hingegen dürfen sie nicht mit den Undulationen des Geoides bezüglich des Normalsphäroides verwechselt werden. Mithin ersetzt die mittlere Erdkugel trotz ihres eventuellen Achsenfehlers vollends die Meeresoberfläche, die verkleinerte Kugel vom Radius a' aber das bestanschließende Ellipsoid oder das Geoid in dem fraglichen Bereich. Bequemlichkeitshalber wird die Tabelle hier wiedergegeben:

T A B E L L E I :

γ da	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
100 m	0.4 m,	1.6 m,	3.5 m,	6.4 m,	10.4 m,	15.5 m,	22.0 m,	30.5 m
200	0.8	3.2	6.9	12.8	20.7	30.9	44.0	61.1
300	1.1	4.7	10.4	19.2	31.1	46.4	66.1	91.6
400	1.5	6.3	13.9	25.6	41.5	61.9	88.1	122.2
500	1.9	7.9	17.3	32.0	51.8	77.3	110.1	152.7
600	2.3	9.5	20.8	38.5	62.2	92.8	132.1	183.3
700	2.6	11.0	24.3	44.9	72.6	108.3	154.1	213.8
800	3.0	12.6	27.7	51.3	82.9	123.7	176.1	244.3
900	3.4	14.2	31.2	57.7	93.3	139.2	198.2	274.9
1000	3.8	15.8	34.7	64.1	103.7	154.7	220.2	305.4
da : h	263.2	63.3	28.8	15.6	9.6	6.5	4.5	3.3

Man sieht, daß die Achsenverkürzung selbst bei einem Öffnungswinkel von 80° noch immer mehr als dreimal so groß ist wie die Geoidhebung. Bekanntlich wirkt sich nun ein Maßstabfehler des geodätischen Netzes in den HELMERTschen Differentialgleichungen der geodätischen Linie mit entgegengesetzten Vorzeichen aus wie eine Achsenänderung des Referenzellipsoides. Wegen der Untrennbarkeit dieser beiden Elemente kann daher die Reduktion der die Netzdimension bestimmenden Grundlinie auf das Geoid anstatt auf das Normalsphäroid eine Achsenvergrößerung vortäuschen, die genau gleich ist der Geoidhebung im Gebiete der Basis. Eine derartige Achsenvergrößerung wird also durch die aus der stärkeren Krümmung folgenden Achsenverkürzung auf jeden Fall weit überkompensiert. Die-

se Überlegungen beweisen auch sofort die Kleinheit der Undulationen. Denn wenn schon relativ kleine Geoidhebungen Achsenverkürzungen des bestanschließenden Ellipsoides von mehreren 100 m nach sich ziehen, so müßten diese bei großen Undulationen Beträge erreichen, die aller Erfahrung widersprechen.

Hinsichtlich der Abschätzung des Achsenunterschiedes zwischen dem Normalsphäroid und dem bestanschließenden Ellipsoid für Europa darf auf die frühere Arbeit verwiesen werden. Es ergab sich für letzteres eine Achsenverkürzung von etwa 460 m, und daraus mit 6) für das mittlere Erdellipsoid ein Achsenwert, der der Achse des Internationalen Ellipsoides bemerkenswert nahekommt. Ergänzend sei noch folgendes betont. Die Grundlage unserer Abschätzung bildete ein Vergleich der "Geoidhöhen" der Tabelle I mit den von TANNI^{*)} berechneten Geoidundulationen, die gleichfalls als in hohem Maße absolut gelten dürfen, weil sie von einem Fehler in der angenommenen Achse der Normalfigur der Erde weitgehend unabhängig sind. Während aber die Höhen der Tabelle I nur als Hebungen des Geoides gegenüber der unter den Kontinenten fortgesetzt gedachten Meeresoberfläche aufgefaßt werden dürfen, also an den Küsten der Kontinente Null sind, ist dies für TANNIS Undulationen nicht der Fall. Trotzdem bleibt aber die Behauptung, daß der obige Schluß auf eine systematische Achsenverkürzung des bestanschließenden Ellipsoides von der Beziehung zwischen Geoid und Normalsphäroid unabhängig ist, aufrecht. Ja, man kann vielmehr sagen, daß erst jetzt der tiefere Sinn dieser Behauptung klar zutage tritt. Um dies zu zeigen, betrachten wir am besten die Verhältnisse in Indien. Hier haben sowohl TANNI wie vor ihm HIRVONEN^{**)} eine

*) L.TANNI: On the Continental Undulations of the Geoid as Determined from the Present Gravity Material, Veröff.d.Finnischen Geod.Inst. Nr. 18, Helsinki 1948
L.TANNI: The Regional Rise of the Geoid in Central Europe, Veröff. des Finnischen Geod. Inst. Nr. 22, Helsinki 1949

***) R.A.HIRVONEN: The Continental Undulations of the Geoid, Veröff. des Finnischen Geod. Inst. Nr. 19, Helsinki 1934

starke Depression des Geoides gefunden, obwohl man aus dem tibetischen Hochplateau und vor allem aus dem Himalayamassiv viel eher ein Maximum der Geoidhebung erwarten sollte. Es zeigen die berechneten Undulationen auch tatsächlich einen beträchtlichen Geoidanstieg von der Südspitze Indiens bis zum Hochgebirge, nur liegen sie gänzlich im negativen Gebiet, so als ob sie von einer großen negativen Konstanten überlagert wären. Die damit zusammenhängenden noch ungeklärten Fragen, wie die nach den Längengliedern, die in den empirischen Schwereformeln auftreten, nach der Schwerpunktslage des tatsächlichen und normalisierten Erdkörpers und nach der Elliptizität des Erdäquators, dürfen hier aber unerörtert bleiben, weil es bei unserer Abschätzung eben lediglich auf die relativen Geoidan- und abstiege ankommt, die allein die Krümmung des betreffenden Geoidausschnittes bestimmen.

4.

DAS PRINZIP DER LOTABWEICHUNGS AUSGLEICHUNG.

Mit den Definitionen für das mittlere Erdellipsoid als geometrische Approximation des Normalsphäroides und der bestanschließenden Ellipsoide als Approximationen von Geoidausschnitten ist der Weg zur Herleitung ihrer Parameter noch nicht gezeigt. Die bisher für diese Aufgabe entwickelten Lösungswege müssen aber in ihren Grundzügen umrissen werden, um die Grundlagen für die neue Methode zu schaffen und dieser durch eine klare Abgrenzung ihren richtigen logischen Ort zuzuweisen und ihre Vorteile herauszustellen.

Bei den älteren Gradmessungen, aus Bequemlichkeitsgründen zumeist Breiten-, seltener Längengradmessungen, wurden ein-

fach die Unterschiede in den geodätischen und astronomischen Amplituden der Bögen in ihrer Quadratsumme zu einem Minimum gemacht. Rein geometrisch kann man sich das so vorstellen. Man mißt z.B. eine möglichst meridional verlaufende Dreieckskette und leitet aus ihr unter Zugrundelegung einer geeigneten Referenzfläche ausgehend von einer Basis die Länge des Meridianbogens zwischen dem nördlichsten und südlichsten Punkt ab. Wird sodann in diesen beiden Punkten die Polhöhe bestimmt, so liefert deren Differenz die astronomische Amplitude des Bogens. Aus den linearen Längen und den zugehörigen astronomischen Amplituden von zwei derartigen unter möglichst verschiedenen geographischen Breiten gemessenen Bögen können unmittelbar die beiden Parameter Achse und Abplattung des bestanschließenden Ellipsoides berechnet werden. In der Praxis zieht man aber dieser direkten Methode eine Art Differentialmethode vor. Man berechnet aus den ausgeglichenen Dreiecksketten auf der vorgegebenen Referenzfläche durch geodätische Übertragung die geographischen Koordinaten aller Punkte und stellt diesen in möglichst vielen Punkten die rein astronomisch bestimmten Positionen gegenüber. Dabei kann man sich bei Breitengradmessungen natürlich auf die Breiten, bei Parallelkreisketten auf die Längen beschränken. Sodann werden die Verbesserungen von Achse und Abplattung so bestimmt, daß die Differenzen zwischen den astronomischen und geodätischen Koordinaten womöglich verschwinden. Auf die Schwierigkeiten einer sicheren Trennung der beiden Unbekannten, die namentlich bei Längengradmessungen auftreten, brauchen wir nicht einzugehen. Sie werden zumeist so umgangen, daß man zusammengehörige Paare der Unbekannten berechnet und die der Abplattung 1:297 zugehörige Achse als definitiv ansieht.

Damit ist bereits der Übergang zu der moderneren Lotabweichungsausgleichung gegeben. Bei dieser wird man von den Meridian - und Parallelkreisketten unabhängig: an ihre Stelle tritt im allgemeinen ein flächenhaftes geodätisches Netz (Area Method).

Die Lotabweichungen sind nun nicht nur hinsichtlich der Referenzfläche, sondern auch hinsichtlich der Wahl der Ausgangselemente d.h. der angenommenen Breite, Länge und des Azimutes einer Ausgangsseite im sogenannten Triangulierungshauptpunkt relativ. Tatsächlich ergeben sich auf den Differentialformeln der geodätischen Linie die Änderungen der geodätischen Koordinaten eines beliebigen Punktes in Funktion von 6 Größen, nämlich einer Verschiebung $d\varphi_0$ und $d\lambda_0$ im Fundamentalpunkt, einer Verdrehung $d\alpha_0$ des Netzes daselbst, einer Änderung k des Netzmaßstabes und einer Änderung $\frac{da}{a}$ und $d\alpha$ der Parameter der Referenzfläche. Wie man aber aus den HELMERTSchen Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 d\varphi_k &= \frac{M_0}{M_k} \cos l \cdot d\varphi_0 + \varphi_5 \left(k - \frac{da}{a} \right) - \frac{N_0}{M_0} \cos \varphi_0 \sin l \, d\alpha_0 + \left(2b'' \cos^2 \varphi_M - \right. \\
 &\quad \left. - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M \right) d\alpha \\
 d\lambda_k &= d\lambda_0 + \frac{M_0}{N_k} \operatorname{tg} \varphi_k \sin l \, d\varphi_0 + l'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_k \left(k - \frac{da}{a} \right) + \\
 &\quad + \frac{\varphi_5}{\varrho''} \sec \varphi_k \, d\alpha_0 - l'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_k \sin^2 \varphi_0 \, d\alpha \\
 d\alpha_k &= \sin l \sec \varphi_k \, d\varphi_0 + l'' \cos \varphi_0 \operatorname{tg} \varphi_k \left(k - \frac{da}{a} \right) + \cos l \cos \varphi_0 \sec \varphi_k \, d\alpha_0 \\
 &\quad - \left(l'' \cos \varphi_0 \operatorname{tg} \varphi_k \sin^2 \varphi_0 - \frac{lb}{\varrho''} \cos^3 \varphi_M \right) d\alpha
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

sieht, hängen die Achsenverbesserung und der Netzmaßstab wegen ihrer entgegengesetzt gleichen Wirkung enge zusammen, sodaß eigentlich nur die Differenz $\left(\frac{da}{a} - k \right)$ bestimmt werden kann. Es sind also bloß 5 Unbekannte vorhanden, die so zu bestimmen sind, daß sich die neuen geodätischen Koordinaten möglichst enge an die astronomischen Messungsdaten anschließen oder anders ausgedrückt, daß die Quadratsumme der restlichen Lotabweichungen ein Minimum wird. Letzterer Satz enthält die streng mathematische Definition des bestanschließenden Ellipsoides. Je nach der Ausdehnung des Lotabweichungssystems erhält man verschiedene Werte für die Ellipsoidparameter und es ist klar, daß das resultierende bestanschließende Ellipsoid nur dann mit dem mittleren Erdellipsoid zusammen-

fallen würde, wenn das zugrundeliegende Lotabweichungssystem über die ganze Erde ausgebreitet wäre, was wegen der Weltmeere natürlich unmöglich ist.

Es ist keineswegs notwendig, jedoch aus Gründen der Rechenökonomie empfehlenswert, die Lotabweichungsausgleichung in zwei Teile zu spalten. Man hält zunächst die Referenzfläche fest und bestimmt allein die Verschiebung und Verdrehung des Netzes. Hier tritt eine gewisse Schwierigkeit durch den Umstand ein, daß die longitudinale und azimutale Lotabweichungskomponente theoretisch nicht unabhängig voneinander sind. Es besteht bekanntlich die LAPLACEsche Gleichung:

$$(\alpha' - \alpha) = (\lambda' - \lambda) \sin \varphi, \quad 19)$$

die in der astronomisch-geodätischen Ausgleichung von Netzen eine große Rolle spielt. Die Widersprüche dieser theoretischen Beziehung verhindern eine streng einheitliche Behandlung. Denn der von H. WOLF^{*)} beschrittene Weg, heterogene Größen, wie sie die Lotabweichungskomponenten ξ und η einerseits und die LAPLACEschen Widersprüche andererseits darstellen, in einer einzigen Minimumbedingung zu vereinigen und sie bloß "durch entsprechende Gewichtsgrößen auseinanderzuhalten", muß als theoretisch nicht einwandfrei abgelehnt werden. Nebenbei bemerkt, hat übrigens schon HELMERT in seiner astronomisch-geodätischen Ausgleichung die reinen Fehlergrößen scharf von den einer nachträglichen Ausgleichung vorbehaltenen Lotabweichungen als physikalischer Größen getrennt. Auch KNEIBL^{**)} hat jüngst Bedenken gegen WOLFS formalen Lösungsweg geäußert und aus seinem Beispiel geht die notwendige Willkür der WOLFSchen Gewichts-

*) H. WOLF: Über Lotabweichungsausgleichungen, in Bd. 6 der Veröffentlich. des Institutes f. Erdmessung, Bamberg 1949.

***) M. KNEIBL: Kritische Betrachtung neuerer Vorschläge zur Lotabweichungsausgleichung, Zeitschrift f. Vermessungswesen, 75. Jg., Stuttg. 1950.

bestimmung deutlich hervor.

Es bleibt demnach nichts anderes über, als die Aufgabe genähert in zwei Etappen zu lösen oder eine Parallelbehandlung der longitudinalen und azimutalen Lotabweichungskomponenten vorzuziehen, wie sie sinngemäß auch bei der hier darzulegenden neuen Methode Anwendung findet. Solange man im ersteren Falle die LAPLACEschen Punkte von den in der Überzahl befindlichen reinen Lotabweichungspunkten zu unterscheiden hat, in denen nur die Breite und ein Azimut oder seltener die Breite und die Länge astronomisch gemessen sind, kann man z.B. zuerst aus den Breiten- und Azimutgleichungen vermöge der Bedingung:

$$\sum (\xi^2 + \eta_{\alpha}^2) = \min \quad 20a)$$

die Größen $d\varphi_0$ und $d\alpha_0$ bestimmen und findet dann aus der zweiten Bedingung:

$$\sum w^2 = \min \quad 20b)$$

die Längenverschiebung $d\lambda_0$. So darf man vorgehen, weil diese drei Unbekannten ziemlich unabhängig voneinander sind^{*)}. Im zweiten Falle wird man statt 20b) die Minimumbedingung:

$$\sum (\xi^2 + \eta_{\lambda}^2) = \min \quad 20c)$$

verwenden, d.h. aus den Breiten- und Längengleichungen $d\varphi_0$ und $d\lambda_0$ ermitteln. Man kann vorher die Größe $d\alpha_0$ mit dem aus 20a) gefundenen Wert wegen der Kleinheit der Faktoren recht sicher eliminieren.

Nun ist es eine Erfahrungstatsache, daß immer dann, wenn die astronomischen Messungsdaten des Fundamentalpunktes unmittelbar auf das Referenzellipsoid übernommen werden, die LAPLACEschen

*) K.LEDERSTEGGER: Das Lotabweichungssystem der österr.-ungar. Militärtriangulierung, Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst, 19. Jahrg., Berlin 1943

Widersprüche ein mehr oder minder systematisches Verhalten, d.h. einen von Null verschiedenen Mittelwert aufweisen, in dem die astronomischen Beobachtungsfehler im Triangulierungshauptpunkt, allerdings verbunden mit Lotabweichungsgliedern, zum Ausdruck kommen. Wie bereits früher an anderer Stelle *) eingehend erörtert wurde, gilt für den Widerspruch in einem Netzpunkt k im System des Hauptpunktes h die Gleichung:

$$W_{hk} = D_h - D_k - \sin l_{hk} \cos \varphi_k (\Delta \varphi_h - \delta \varphi_h) + (1 - \cos l_{hk} \cos \varphi_h) \sec \varphi_k + \frac{1}{\rho''} \varphi_{hk} \operatorname{tg} \varphi_k (\Delta \alpha_h - \delta \alpha_h) + (\Delta \lambda_h - \delta \lambda_h) (\sin \varphi_k - \sin \varphi_h) \quad (21)$$

worin sich die im Sinne von Korrekturen angesetzten Fehlergrößen $\delta \varphi$, $\delta \lambda$ und $\delta \alpha$ aus den astronomischen Beobachtungsfehlern und den unvermeidlichen Netzfehlern zusammensetzen und die Größen D die Bedeutung:

$$D_k = (\delta \alpha_k - \delta \lambda_k \sin \varphi_k) \quad (21a)$$

haben. Ist die Zahl der astronomischen Stationen des Netzes genügend groß, so darf man mit gutem Grunde annehmen, daß der Mittelwert der D_k verschwindet. Dann aber resultiert für den mittleren LAPLACESchen Widerspruch einfach die Fehlergröße D_h :

$$w_m = D_h, \quad (22)$$

wenn der Hauptpunkt annähernd zentral gelegen ist und dadurch auch die Lotabweichungsglieder von 21) im Mittel ausfallen.

Da es aber bei der Lotabweichungsgleichung natürlich unmittelbar gar nicht auf die Bestimmung der Fehlergröße D_h ankommt, kann man den aus den vorhandenen LAPLACESchen Punkten abgeleiteten mittleren Widerspruch w_m fiktiv dem Schwerpunkt des gesamten Lotabweichungssystems zuordnen und in den Lotabweichungs-

*) K. LEDERSTEGGER: Zur Analyse der LAPLACESchen Widersprüche, Sonderheft 8 der Österr. Zeitschrift f. Verm., Wien 1949

punkten die fehlende Komponente mittels der Gleichung:

$$(\alpha' - \alpha)_k = w_m + (\lambda' - \lambda)_k \sin \varphi_k \quad 23)$$

hypothetisch ergänzen. Dies scheint erlaubt zu sein, wenn nachträglich wieder nur mit den Mittelwerten der drei Lotabweichungskomponenten operiert wird. Bei genügender Punktzahl genügt es dann überhaupt, die so gewonnenen mittleren Lotabweichungskomponenten den Verschiebungsgrößen im Schwerpunkt des Systems gleichzusetzen:

$$(\varphi' - \varphi)_m = d\varphi_s; (\lambda' - \lambda)_m = d\lambda_s; (\alpha' - \alpha)_m = d\alpha_s, \quad 24)$$

womit jegliche weitere Rechnung entfällt und die Lotabweichungsausgleichung auf die denkbar einfachste Form gebracht ist. Das hiermit auf der ursprünglichen Referenzfläche erhaltene Minimal-system der Lotabweichungen kann noch weiter durch den Übergang auf das bestanschließende Ellipsoid verbessert werden. Hierzu dienen die auf zwei Unbekannte reduzierten Gleichungen 18), für deren Anwendung jetzt aber unbedingt der Schwerpunkt des astronomisch-geodätischen Netzes koordinatenmäßig festgehalten werden muß. Eine Variante dieses Vorganges stellt die "Methode der Partialsysteme" dar.

5.

DIE ABSOLUTE LAGE UND ORIENTIERUNG GEODÄTISCHER NETZE.

Man hat bisher mangels besserer Kenntnis die absolute Lage und Orientierung geodätischer Netze auf Grund der Bedingung 20) definiert. Die Bezugsfläche ist dabei nicht wesentlich, wenn nur bei jedem Ellipsoidübergang die "absolute" Schwerpunktslage erhalten bleibt. Nur der Schwerpunkt ist nämlich invariant gegenüber einem Ellipsoidübergang oder anders ausgedrückt: nur die

einmal gefundenen "absoluten" Schwerpunktskoordinaten sind für jedes beliebige Bezugsellipsoid immer die gleichen^{*)}. Aber selbstverständlich ist diese ausgezeichnete Lage und Orientierung des Netzes selbst wieder eine Funktion des zugrundeliegenden Lotabweichungssystemes. Jede Erweiterung des letzteren kann auf eine neue Minimallage des Netzes führen und dieser Prozeß hätte streng genommen erst dann ein Ende, wenn sich der Netzverband über die ganze Erdoberfläche erstrecken würde. Weil dies natürlich nicht möglich ist, sollte man von einer absoluten Lage in diesem Sinne wenigstens nur dann sprechen, wenn das Netz wirklich einen ganzen Kontinent bedeckt.

"Absolute" Lotabweichungen sind somit mittels der Minimumforderung 20) höchstens in allmählicher Annäherung zu erreichen. Denn je kleiner die räumliche Ausdehnung eines Lotabweichungssystemes ist, umso größer ist die Gefahr, daß eine regionalssystematische Abweichung des Geoides vom Normalsphäroid von Null verschiedene, mittlere Lotabweichungskomponenten zur Folge hat, welche das Ergebnis verfälschen. Schon an dieser Stelle scheint es daher plausibel, daß die in den USA erzielten Ergebnisse in dieser Hinsicht ein größeres Vertrauen verdienen als alle bisherigen Untersuchungen in Europa. Denn die Triangulierung der USA erstreckt sich vom Atlantischen bis zum Stillen Ozean, während die europäischen Triangulierungen Stückwerk bleiben, solange sie nicht mit dem modernen Netze der großen Sowjetunion und mit den Dreiecksketten des Survey of India zu einem bereits große Teile des eurasischen Blockes bedeckenden Netzverband zusammengeschlossen sind.

*) K. LEDERSTEGGER: Theoretische und numerische Studien zur Ableitung eines bestanschließenden Ellipsoides für Europa, Sitz. Ber. d.Akad.d.Wiss. Wien 1947, siehe Seite 481.

Haben also die aus dem Minimalsystem der Lotabweichungen abgeleiteten bestanschließenden Ellipsoide einen klaren physikalischen Sinn, so kann man dies von der gleichzeitig erhaltenen Lage und Orientierung des geodätischen Netzes nicht ohne weiteres behaupten. Man gewinnt aber leicht eine physikalisch einwandfreie Definition der absoluten Lage einzelner Netze auf dem mittleren Erdellipsoid, wenn man die aus den Schwerestörungen mit Hilfe der STOKESschen Formel errechneten Geoidundulationen heranzieht. Diese Geoidhöhen liefern nämlich wahrhaft absolute Lotabweichungen, und die Aufgabe besteht lediglich darin, das z.B. mit Hilfe der astronomischen Daten in einem willkürlichen Triangulierungshauptpunkt auf dem mittleren Erdellipsoid ausgebreitete Netz so zu verschieben und zu verdrehen, daß die ursprünglichen Lotabweichungen möglichst vollständig in die gegebenen absoluten Lotabweichungen übergeführt werden. Wie dieses Prinzip auch für die gleichzeitige Überführung eines beliebigen Referenzellipsoides in das mittlere Erdellipsoid verwertet werden kann, soll dem nächsten Abschnitt vorbehalten bleiben.

Hier sei zunächst angenommen, daß man auf Grund einer exakten Geoidkonstruktion bereits die absoluten Lotabweichungen in beliebigen Punkten kennt. Dann könnte nach einem von HEISKANEN*) ausgesprochenen Gedanken die relative Lagebestimmung durch Triangulierung vollständig durch eine absolute Lagebestimmung ersetzt werden. Die astronomische Ortsbestimmung stellt ja bekanntlich eine absolute Richtungsbestimmung dar, weil sie sich bloß auf die Elemente Lotrichtung und Rotationsachse der Erde stützt. Diese Richtungsbestimmung ist aber auch absolut, weil sie in jedem Punkt unabhängig von irgendwelchen Nachbarpunkten und unabhängig von der genauen Kenntnis der wahren Erdfigur ausgeführt

*) W. HEISKANEN: The Practical Significance of the Geoid Determinations, Geofisica pura e applicata, Vol 18, Festschrift Carlo SOMIGLIANA, Milano 1950

werden kann. Liefern dann die Schwerestörungen die absoluten Lotabweichungskomponenten $\xi = \Delta\varphi$ und $\eta = \Delta\lambda \cos\varphi = \Delta\alpha \cotg\varphi$ so kann die Lage jedes Punktes und die Orientierung eines Netzes daselbst vermöge der Gleichungen:

$$\varphi = \varphi' - \xi ; \quad \lambda = \lambda' - \eta \sec\varphi ; \quad \alpha = \alpha' - \eta \operatorname{tg}\varphi \quad 25)$$

unabhängig von der Triangulierung berechnet werden. Damit ist freilich nicht gesagt, daß die Triangulierung in Zukunft vollständig überflüssig wird. Denn schon die absolute Richtungsbestimmung ist trotz gleicher Beobachtungsgenauigkeit gegenüber der relativen Lagebestimmung durch die Triangulierung mit einer wesentlich größeren Lageunsicherheit behaftet. Die Unsicherheit der astronomischen Lagebestimmung ist nämlich ungefähr durch das Verhältnis charakterisiert, in dem der Erdradius zu einer mittleren Dreiecksseite erster Ordnung steht. Nimmt man letztere mit etwa 40 km an, so ist die astronomische Lagebestimmung rund 160 - mal ungenauer als die geodätische Punktbestimmung. Eine Zehntel-Bogensekunde bedingt z.B. bei 40 km Distanz eine Querverschwenkung von 2 cm, in der geographischen Breite hingegen bereits 3.1 m. Dieser Nachteil verschwindet aber, wenn die zu vergleichenden Punkte weit voneinander entfernt sind. Gäbe es keine Lotabweichungen, so würde die astronomische Ortsbestimmung für die relative Festlegung der Fundamentalpunkte großer geodätischer Netze ausreichen.

Die bisherigen Ableitungen der Geoidundulationen gestatten freilich noch keinen sicheren Rückschluß auf die absolute Lotabweichung in bestimmten einzelnen Punkten. Aber aus dem Vergleich von empirischen und absoluten Lotabweichungen, die für größere Gebiete hinreichend repräsentativ sind, kann schon jetzt die absolute Lage kontinentaler Netze auf dem mittleren Erdellipsoid ziemlich sicher abgeleitet werden. Damit gewinnt man z.B. "absolute" Koordinaten für die Zentralpunkte von

Europa und Amerika, Potsdam und Meades Ranch, und es wird von großem Interesse sein, wie weit unser Resultat (17) durch die großzügig geplante geodätische Verbindung Europa-Amerika verifiziert werden wird.

In kleinerem Maßstab wurde ein ähnliches Prinzip bereits von ÖLANDER^{*)} für die absolute Orientierung des Baltischen Ringes verwendet. Er vergleicht zu diesem Zwecke einige Meridian- und Parallelkreisprofile des Geoides, die einerseits aus den TANNISCHEN Undulationen, andererseits aus astronomischen Nivellements gewonnen wurden. Auch hier handelt es sich also um eine Gegenüberstellung astronomisch-geodätischer und gravimetrischer Ergebnisse.

6.

DIE NEUE LOTABWEICHUNGS AUSGLEICHUNG.

Der Kerngedanke der wahrhaft absoluten Lage- und Orientierungsbestimmung von geodätischen Netzen, die bereits auf dem mittleren Erdellipsoid ausgebreitet sind, besteht darin, daß an Stelle des Minimumprinzipes für die restlichen Lotabweichungen, also an Stelle der möglichst engen Anpassung der geodätischen Positionen an die astronomischen Beobachtungsdaten eine Anpassung der astronomisch-geodätischen, ursprünglichen Lotabweichungen an die absoluten, gravimetrisch bestimmten Lotabweichungen tritt. Damit wird man nicht nur den regionalsystematischen An-

*) V.R. ÖLANDER: On the Geoid in the Baltic Area and the Orientation of the Baltic Ring, Veröffent. d. Finnischen Geod. Institutes, Nr. 38, Helsinki 1950

teilen in den Lotabweichungen gerecht, sondern auch bis zu einem gewissen Grade unabhängig von der räumlichen Ausdehnung des Lotabweichungssystems. Es werden also prinzipiell durch eine Verschiebung des Netzes in seine absolute Lage die Differenzen zwischen den resultierenden Lotabweichungen und ihren gravimetrischen "Sollwerten" in ihrer Quadratsumme zu einem Minimum gemacht. Abgesehen von dieser Änderung der Minimumbedingung können alle in § 4 für den ersten Teil der Lotabweichungsausgleichung entwickelten Richtlinien aufrecht erhalten werden.

In Wirklichkeit aber ist das geodätische Netz auf einer beliebigen Referenzfläche und nicht von vornherein auf dem mittleren Erdellipsoid berechnet. Es erhebt sich somit die Frage, inwieweit die neue Minimumbedingung auch für eine parallel laufende Bestimmung des mittleren Erdellipsoides herangezogen werden kann. Dazu müssen wir die Geoidbestimmung nach der STOKESSchen Formel näher ins Auge fassen. Schreibt man diese Formel in der HELMERTschen Form an:

$$N = \frac{R}{G} \int_0^{\sigma} F(\omega) \Delta \eta_{\omega} d\omega \quad 26)$$

in der R den mittleren Radius des Normalsphäroides, G die mittlere Schwerebeschleunigung, F die STOKESSche Funktion und $\Delta \eta_{\omega}$ den Mittelwert der Schwerestörung auf einem Kleinkreis vom sphärischen Radius ω bedeuten, so erkennt man sofort, daß ein Fehler von 1 km in R nur einen Fehler:

$$dN = \frac{N}{6371} \quad 27)$$

in der Undulation nach sich zieht. Für eine Undulation von 50 m macht dies nur rund 8 mm aus. Obwohl also die Undulationen in Bezug auf das Internationale HAYFORDsche Ellipsoid berechnet werden, gelten sie praktisch unverändert auch für das Normalsphäroid oder das mittlere Erdellipsoid, mithin im vollsten Sinne des Wortes absolut. Die Undulationen oder die aus ihnen berechneten

Lotabweichungen können demnach auch für die Ableitung der Achsenverbesserung nach dem obigen Prinzip als Sollwerte herangezogen werden.

Anders liegen die Verhältnisse jedoch für die Abplattung. Den Schwerestörungen, die in das STOKESsche Integral eingeführt werden, liegt die Internationale Schwereformel zugrunde, die mit der HAYFORDschen Abplattung gekoppelt ist. Da somit diese Abplattung vorweggenommen ist, ist auch die Verbesserung der Abplattung für jedes Referenzellipsoid bereits vorgegeben. Man muß die ursprünglichen Lotabweichungen zuerst vom Referenzellipsoid auf ein Ellipsoid der gleichen Achse, jedoch der HAYFORDschen Abplattung umrechnen. Diese Lotabweichungen stellen dann die Ausgangswerte für die Bestimmung von vier Unbekannten, nämlich der drei Verschiebungsgrößen und der Achsenverbesserung dar. Für die Lösung dieser Aufgabe wird das in § 4 skizzierte Verfahren der Parallelbehandlung der longitudinalen und azimutalen Lotabweichungskomponenten eingeschlagen.

Der Vorteil dieser Methode gegenüber der früheren Lotabweichungsausgleichung auf Grund der Minimumforderung für die restlichen Lotabweichungen ist ein vierfacher:

1. Die neue Minimumbedingung gilt für wirklich rein zufällige Fehler und nicht mehr für physikalische Größen, die ein regionalsystematisches Verhalten aufweisen. Der Ausgleich verbürgt demnach eine wirklich absolute Lage und Orientierung der geodätischen Netze.

2. Die Methode liefert unabhängig von verbindenden Triangulationen die gegenseitige Lage größerer Netzverbände. Dies gilt in erster Linie für kontinentale Netze, die durch die Weltmeere voneinander getrennt sind.

3. Sie stellt eine direkte Methode zur Bestimmung der Achse des Normalsphäroides der Erde dar. Denn ohne irgendwelche hypothetische, insbesondere isostatische Reduktion muß sie theo-

retisch innerhalb gewisser Grenzen, vorwiegend also aus den verschiedenen kontinentalen Lotabweichungssystemen immer auf dieselbe Achse, eben die Achse des mittleren Erdellipsoides führen.

4. Gerade durch diese Unabhängigkeit von isostatistischen Voraussetzungen gestattet sie eine Überprüfung des auf isostatischer Grundlage gewonnenen HAYFORDSchen Ellipsoides und damit im weiteren Sinne eine Ablehnung oder Bestätigung der Isostasie selbst.

Die Einzelheiten des Verfahrens gehen aus den folgenden Abschnitten hervor. Hier sei einleitend nochmals darauf hingewiesen, daß die bisherigen Geoidberechnungen aus der STOKESschen Formel noch nicht die Ableitung der absoluten Lotabweichung in einzelnen Punkten erlauben. Man muß daher das vorliegende astronomisch-geodätische Material gebietsweise zu mehr oder minder repräsentativen Mittelwerten zusammenfassen, diese dem zugehörigen Schwerpunkt koordinieren und für letzteren aus den kontinentalen Undulationen des *a k t u e l l e n* Geoides den Sollwert der Lotabweichung interpolieren. Bei den ersten Versuchsrechnungen *) mit dem europäischen Lotabweichungsmaterial wurden die länderweise gebildeten "Partialsysteme" herangezogen und die Interpolation der Sollwerte für die Schwerpunkte linear durchgeführt. Ferner wurde die "absolute" Lage noch nach dem älteren Prinzip berechnet und das neue Verfahren lediglich auf die Ermittlung der Achsenverbesserung beschränkt. Das Ergebnis war, wie nicht anders zu erwarten, noch mit einer großen Unsicherheit behaftet. Es zeigte aber eine beträchtliche Vergrößerung der Achse gegenüber dem bestanschließenden Ellipsoid, die mit der früheren, aus den Krümmungsverhältnissen hergeleiteten

*) K. LEDERSTEGGER: Die Achse des Normalsphäroides der Erde, Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen, 38. Jg., Wien 1950, Seite 113-129.

Abschätzung des Achsenunterschiedes im Einklang stand und damit die HAYFORDSche Achse und die Isostasie zu bestätigen schien.

Auch wurde schon dort betont, daß ein verlässlicheres Resultat mit Teilsystemen zu erreichen sein dürfte, die den 5⁰-Feldern TANNIS entsprechen. Das von TANNI verarbeitete Schwere-material ermöglichte jedoch nur eine rudimentäre Geoidbestimmung, und zwar konnte TANNI die Undulationen nur für 218 Eckpunkte eines geographischen Gitternetzes berechnen, dessen Seiten je 5⁰ in Breite oder Länge betragen. Der Idealfall für derartige Teilsysteme würde dann vorliegen, wenn die astronomischen Stationen gleichmäßig über das ganze Feld verteilt wären und folglich der Schwerpunkt mit dem Feldmittelpunkt zusammenfallen würde. Dieser Idealfall ist aber schon wegen der ungleichen Punktverteilung und Punktdichte höchstens in sehr roher Approximation gegeben. Gänzlich ausgeschlossen ist er dort, wo eine Küstenlinie ein Feld durchzieht, oder an den Grenzen des kontinentalen Netzverbandes. Diesen Schwierigkeiten kann man teils durch die Einführung von Gewichten gemäß der einem Mittel zugrundeliegenden Punktzahl, teils durch eine graphische Interpolation der Sollwerte begegnen.

Besonderes Gewicht ist nochmals auf den Umstand zu legen, daß die Verwendung der unreduzierten Lotabweichungen natürlich eine Gegenüberstellung mit den aus den Undulationen des **a k t u e l l e n** Geoides abgeleiteten gravimetrischen Lotabweichungen erforderlich macht. Denn die Verwendung der isostatisch reduzierten Schwerewerte führt zunächst auf das sogenannte "kompensierte Geoid" oder kurz "Co-Geoid"*) , das durch die mit der Reduktion verbundenen Massenverschiebungen deformiert

*) Diese Bezeichnung wurde von J. de GRAFF-HUNTER in seinem Bericht für die Generalversammlung der IUGG in Oslo, 1948, in Vorschlag gebracht.

ist. Überdies liefert die STOKESsche Formel die Undulationen des Co-Geoids im Vergleich mit einem Ellipsoid - verwendet wird das Internationale Ellipsoid! - von gleicher Schwerpunktslage. Die gedachten Massenverschiebungen verlagern aber auch den Erdschwerpunkt um etwa 5 m, welche Verlagerung gleichfalls rückgängig zu machen ist, wenn der Mittelpunkt der Bezugsfläche mit dem Schwerpunkt des tatsächlichen Erdkörpers zusammenfallen soll. Beide Erscheinungen faßt man als "indirekten Effekt" zusammen, dessen Berücksichtigung nachträglich den Rückgang vom Co-Geoid zum aktuellen Geoid ermöglicht.

Mit diesen allgemeinen Hinweisen dürfen wir die methodische Einführung abschließen. Nähere Einzelheiten werden an Hand der folgenden Berechnungen gegeben, die sich über große Teile Europas einerseits und der Vereinigten Staaten von Nordamerika andererseits erstrecken.

II.

DIE BERECHNUNGEN FÜR EUROPA

DAS EUROPÄISCHE LOTABWEICHUNGSMATERIAL.

Den Grundstock für die Berechnungen in Europa bildet das vor 3 Jahren aufgestellte europäische Lotabweichungssystem *) Demzufolge wurde auch das BESSELSche Ellipsoid als Referenzfläche und die preußische Landesaufnahme als Grundlage für die Bildung des geodätischen Netzverbandes beibehalten. In aller Strenge hat man zwischen der Preußischen Landesaufnahme und dem jüngeren "Reichsdreiecksnetz" zu unterscheiden. Gemeinsam sind beiden nur die Netzteile westlich der Elbe oder der sogenannte "SCHREIBERSche Westen". Östlich davon unterscheiden sich aber beide Netze durch umfangreiche Neubeobachtungen sowie durch den Umstand, daß an Stelle des früheren Zwangsanschlusses im Reichsdreiecksnetz eine zwangsfreie Ausgleichung von Teilnetzen mit nachträglicher Anfelderung nach HELMERT-THILO trat. Selbstverständlich wurde dem ersten Partialsystem in der oben angeführten Arbeit das Reichsdreiecksnetz in seiner jüngsten Gestalt zugrundegelegt, soweit das leider nur teilweise publizierte Material zugänglich war. Wegen des starren Westens hatte es aber trotzdem einen guten Sinn, vom System der Preußischen Landesaufnahme zu sprechen.

Inzwischen wurden die astronomischen Punkte des erweiterten, d.h. des über Polen und die Tschechoslowakei ausgedehnten Reichsdreiecksnetzes in Band 6/2 der "Veröffentlichun-

*) K. LEDERSTEGGER: Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid, Sonderheft 3 der Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen, Wien 1948

gen des Institutes für Erdmessung", Bamberg 1949, als Tabelle 4 publiziert. Dies ermöglichte mancherlei Ergänzungen und Verbesserungen unseres früheren Lotabweichungssystems. Es erübrigt sich, diese Verbesserungen, die naturgemäß in erster Linie die azimutalen Lotabweichungskomponenten betreffen, im einzelnen zu verfolgen, weil ihre Auswirkung auf die Feld-Mittelwerte nur ganz geringfügig ist. Übrigens erstrecken sich die Korrekturen nur auf die westlicheren Teile des neuen Reichsdreiecksnetzes; im Osten treten bekanntlich starke regionalsystematische Verdrehungen verbunden mit einem rapiden Anstieg des Maßstabfehlers auf, die es angezeigt erscheinen ließen, die auf dem Wege astronomisch-geodätischer Untersuchung gefundenen wahrscheinlicheren Netzlagen für Polen und die Slowakei beizubehalten.

Was Polen betrifft, konnte für sämtliche Punkte des vierten Partialsystems in "Sonderheft 3", Seite 30, ein Vergleich mit den in Band 6/2 der Bamberger Reihe für das BESSELsche Ellipsoid gegebenen geodätischen Koordinaten durchgeführt werden. Es ergaben sich folgende, im Sinne einer Korrektur des erweiterten Reichsdreiecksnetzes gebildeten Koordinatendifferenzen:

	$d\varphi$	$d\lambda$		$d\varphi$	$d\lambda$
1. Dzedzinka	- 0!23	- 1!76	;	7. Wolka Brodnicka	+ 0!40 - 1!52
2. Kopciowka	+ 0.13	- 1.37		8. Sobotka	+ 0.32 - 0.79
3. Borkowo	+ 0.05	- 1.15		9. Zubowice	+ 0.43 - 0.96
4. Omylnc	+ 0.29	- 1.63		10. Losien	+ 0.14 - 0.47
5. Skopowka	+ 0.27	- 1.30		11. Jaroszyce	+ 0.52 - 0.82
6. Borowa Gora	+ 0.11	- 0.93			

Hieraus konnten für den Schwerpunkt: $\varphi_0 = 52^{\circ}10'$, $\lambda_0 = 23^{\circ}45'$ die Transformationselemente :

$$\begin{aligned}
 d\varphi_0 &= + 0!225 \\
 d\lambda_0 &= - 1.151 \\
 d\alpha_0 &= - 3.52 \\
 k &= - 3064 \cdot 10^{-8}
 \end{aligned}
 \tag{28)$$

abgeleitet werden, die vor allem die beträchtliche Verdrehung und den zu großen Maßstab des erweiterten Reichsdreiecksnetzes - trotz des bereits zur Kompensation*) durchgeführten Überganges auf das verkleinerte BESSELSche Ellipsoid noch immer 3 cm pro km - bestätigen. Mit den Transformationsgleichungen:

$$\begin{aligned}d \varphi_k &= + 0!225 - 3064 b'' \cdot 10^{-8} + 2!164 \sin l \\d \lambda_k &= - 1!151 - (1879 l'' + 1707 b'') \sec \varphi_k \cdot 10^{-8}\end{aligned}\tag{29}$$

wurden die Punkte Krakau, Mirow, Jerzmanovice und Nemesch aus Band 6/2 in unser System umgerechnet.

Hinsichtlich der besonderen Verhältnisse beim slowakischen Netz darf auf § 3 des Sonderheftes 3 und eine frühere Untersuchung**) verwiesen werden. Weitere Punkteinschaltungen sind hier nicht erfolgt.

In einigen österreichischen Punkten konnten die azimutalen Lotabweichungskomponenten nach Band 6/2, Tafel 4, korrigiert werden. Die Differenzen erklären sich hier aus der verschiedenen Art des Zusammenschlusses. Im erweiterten Reichsdreiecksnetz erfolgte nämlich eine Neuausgleichung und Anfeinerung von Teilnetzen, während in Sonderheft 3 (§ 11, Seite 65/66) eine einheitliche Umrechnung der Landesvermessung oder des Systems der Militärtriangulierung mit Hilfe von zehn, über das Bundesgebiet verteilten Punkten vorgenommen wurde, um eine individuelle Berechnung der Azimute ersparen zu können. Da hierfür natürlich die deutschen Koordinaten dieser Punkte herangezogen wurden, hat diese Umrechnung recht gute, mittlere Trans-

*) K. LEDERSTEGGER: Die Kompensation des Maßstabfehlers des Reichsdreiecksnetzes, Nachr. aus d.Reichsvermessungsdienst, Berlin 1944.

**) K. LEDERSTEGGER: Die Orientierung des Reichsdreiecksnetzes, zweite Teiluntersuchung, Nachr. aus d.Reichsvermessungsdienst, Berlin 1944.

formationselemente geliefert. Die dort gegebenen Transformationsgleichungen wurden verwendet, um noch drei weitere österr. Punkte: Sonnenberg, Rosalienkapelle und Güssing, sowie vier ungarische Punkte: Finkenkogel, Gestenyés, Kandikö und Kamenek anzuschließen, deren astronomische Daten einer ungarischen Veröffentlichung^{*)} entnommen werden konnten. Schließlich sei noch bemerkt, daß die Laplaceschen Punkte bei Wien, Hermannskogel, Laaerberg und Anninger, gänzlich aus Band 6/2 übernommen wurden

Schon beim Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems in Sonderheft 3 war wegen der Mängel des östlichen Reichsdreiecksnetzes darauf verzichtet worden, nach Heft 4 der "Lotabweichungen", Veröff. des Kgl. Preuß. Geod. Inst., Berlin 1909, die Einbeziehung des alten Meridianbogens von STRUVE-TENNER zu versuchen. Dasselbe gilt auch hier für die noch in das Reichsdreiecksnetz einbezogenen Punkte der Baltischen Staaten. Es konnte hierauf umso eher verzichtet werden, weil inzwischen bereits der Anschluß des Ostseeringes durchgeführt worden war.^{**)}

Die astronomischen Stationen des Ostseeringes sind von ÖLANDER^{***)} zusammengestellt worden. Ergänzungen und Verbesserungen finden sich in seiner zweiten, bereits angeführten Arbeit.^{****)}

*) Triang. und astronomische Arbeiten des kgl. Triang. Amtes, Bd.1, Budapest 1915.

***) K. LEDERSTEGGER: Der Anschluß des Ostseeringes an das europäische Lotabweichungssystem, Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen, 37. Jg. 1949, Seite 103-119.

****) VR. ÖLANDER: Adjustment of the Baltic Ring, Baltic Geodetic Commission, Special Publication No. 10, Helsinki 1949.

*****) V.R. ÖLANDER: On the Geoid in the Baltic Area and the Orientation of the Baltic Ring, Veröffentlichung des Finnischen Geodätischen Institutes, Nr. 38, Helsinki 1950.

Diese Lotabweichungen werden zunächst im System des Ostseeringes gegeben und die Umrechnung auf das BESSELSche Ellipsoid und die Preußische Landesaufnahme, die für eine einheitliche Behandlung des gesamten Materials geboten erscheint, auf die vier in Frage kommenden Feldmittelwerte beschränkt.

8.

DIE REPRÄSENTATIVEN LOTABWEICHUNGSWERTE.

Das gesamte Material wurde in der folgenden Tabelle II bereits entsprechend den 5⁰- Feldern TANNIS angeordnet. Die Stationen südlich 40⁰ Breite konnten ebensowenig verwendet werden, wie die nördlich 60⁰ Breite liegenden Stationen des Ostseeringes, weil aus ihnen wegen der geringen Zahl und sporadischen Verteilung keine verlässlichen Feldmittelwerte gebildet werden konnten.

Lassen wir zunächst den Ostseering beiseite, so liegen 178 LAPLACEsche Punkte mit dem mittleren Widerspruch + 2"44 vor. Bei Ausschluß der sieben größten Widersprüche, die zwischen 7"06 und 9"41 liegen, findet man den mittleren Widerspruch + 2"21. Dieser ist fast um eine halbe Sekunde kleiner als der Mittelwert aus dem seinerzeitigen "Partialsystem" Deutschland ($W_m = + 2"675$). Ursache des Widerspruchs sind in erster Linie die astronomischen Fehler im eigentlichen Fundamentpunkt Rauenberg; auf Grund von neueren astronomischen Daten für Länge und Azimut ergibt sich dort eine ursprüngliche Lotabweichung in Länge von + 1"07 und in Azimut von + 3"79, mithin ein Widerspruch von + 2"94. Die weitere Abnahme des mittleren Widerspruchs ist

natürlich durch die Erweiterung des Lotabweichungssystems und die auftretenden Lotabweichungsglieder (siehe Gleichung 21)) hinlänglich erklärbar. Jedenfalls hielten wir den Mittelwert $+ 2''2$ fest und ergänzten damit gemäß 23) die auf den Lotabweichungspunkten fehlenden Komponenten. Erst nach dieser Ergänzung wurden die mittleren longitudinalen und azimutalen Lotabweichungskomponenten und aus diesen nach:

$$(\alpha' - \alpha)_m - (\lambda' - \lambda)_m \sin \varphi_s = w_m \quad 30)$$

der mittlere Widerspruch des jeweiligen Feldes berechnet, dessen Abweichung vom Gesamtmittel $2''2$ lokale Verdrehung als Folge des provisorischen Netzzusammenschlusses andeutet.

Infolge dieser Ergänzung aller Lotabweichungspunkte zu fiktiven LAPLACEschen Punkten konnten im allgemeinen die Schwerpunktskoordinaten jedes Feldes sowie die mittleren Lotabweichungskomponenten als einfache arithmetische Mittel gebildet werden. Jedoch wurden bei der Gewichtssetzung die LAPLACEschen Punkte mit ganzem, die Lotabweichungspunkte dagegen nur mit halbem Gewicht berücksichtigt. Dadurch gehören die ausgewiesenen Gewichte streng nur den beiden Werten für die Ostwest-Komponente:

$$\eta_\lambda = (\lambda' - \lambda)_m \cos \varphi_s ; \eta_\alpha = (\alpha' - \alpha)_m \cotg \varphi_s \quad 31)$$

an, während das Gewicht der meridionalen Komponente $\xi = (\varphi' - \varphi)_m$ zumeist höher ist. Umso berechtigter erscheint daher die spätere Parallelberechnung mit den Minimumbedingungen 20 a) und 20 c). Die hier geschilderte Norm wurde aber nicht bei allen Feldern streng eingehalten. Abweichungen und ihre Begründung sind fallweise aus den "Bemerkungen" zu ersehen.

Eine gesonderte Behandlung beanspruchten die Stationen des Ostseeringes. Hier sind fast durchwegs nur die beiden senkrechten Lotabweichungskomponenten gegeben ohne individuelle

Angabe, ob es sich um LAPLACEsche oder bloß Lotabweichungspunkte handelt. Wo beide η -Werte vorlagen, wurde der Längenwert bevorzugt. Unter der Annahme, daß 50% der Punkte Lotabweichungspunkte sind, wurden die Feldgewichte durch Multiplikation der Punktanzahl mit dem Reduktionsfaktor 0.75 berechnet. Der Ostseering bildet nun die vier ersten Felder der Tabelle, die der Zone $\varphi = 55^\circ - 60^\circ$ angehören. Es kamen demnach lediglich die vier Punkte:

Feld 1:	$\varphi_s = 57^\circ 14' 5$	$\lambda_s = 13^\circ 36' 0$	$\xi_R = -0'' 971$	$\eta_R = +0'' 376$
Feld 2:	58 43.0	17 27.6	+0.125	+3.119
Feld 3:	58 17.4	22 50.1	+0.452	-1.857
Feld 4:	58 13.5	26 19.7	+1.518	-1.059

für die Umrechnung in das System des Reichsdreiecksnetzes in Frage. Die Elemente für diese Umrechnung, in die auch der Übergang vom HAYFORDSchen auf das BESSELSche Ellipsoid einzubeziehen war, konnten einer schon eingangs zitierten Arbeit*) entnommen werden:

$$\begin{aligned}
 d \varphi_0 &= + 6'' 772 & k &= + 1234 \cdot 10^{-8} \\
 d \lambda_0 &= + 5'' 535 & \frac{da}{a} &= - 1 5534 \cdot 10^{-8} & 32) \\
 d \alpha_0 &= + 2'' 50 & d \alpha &= - 2423 \cdot 10^{-8} .
 \end{aligned}$$

Sie beziehen sich auf den Punkt $\varphi_0 = 58^\circ 09' 8$, $\lambda_0 = 20^\circ 18' 2$.

Aus der Breitengleichung und der mit $\cos \varphi_k$ multiplizierten Längengleichung 18) ergaben sich die Verschiebungen:

$$\begin{aligned}
 d \varphi_k &= -6'' 194, -7'' 151, -6'' 769, -6'' 539 \\
 d \lambda_k \cos \varphi_k &= -0.070, +1.611, +4.058, +5.633.
 \end{aligned}$$

*) K. LEDERSTEGGER: Der Anschluß des Ostseerings an das europäische Lotabweichungssystem, Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen, 37. Jg. 1949, Seite 103 - 119.

Mit ihnen wurden gemäß:

$$\xi = \xi_R - d\varphi_k; \quad \eta_\lambda = \eta_R - d\lambda_k \cos \varphi_k \quad 33)$$

die auf das System des Reichsdreiecksnetzes bezogenen Lotabweichungskomponenten gebildet. Die zweite η -Komponente könnte ganz analog mit der Azimutgleichung 18) abgeleitet werden. Die Elemente 32) liefern aber den Ausdruck:

$$d\alpha_0 - d\lambda_0 \sin \varphi_0 = - 2''20, \quad 34)$$

woraus der Rückschluß gezogen werden darf, daß das System des Ostseeringes in hohem Grade widerspruchsfrei ist. Denn die Umrechnung mit diesen Elementen erzeugt ja entgegengesetzt gleiche Widersprüche, die (zufällig sogar vollständig!) mit dem mittleren Widerspruch unseres Systems übereinstimmen. Es genügt also, die bekannte Formel

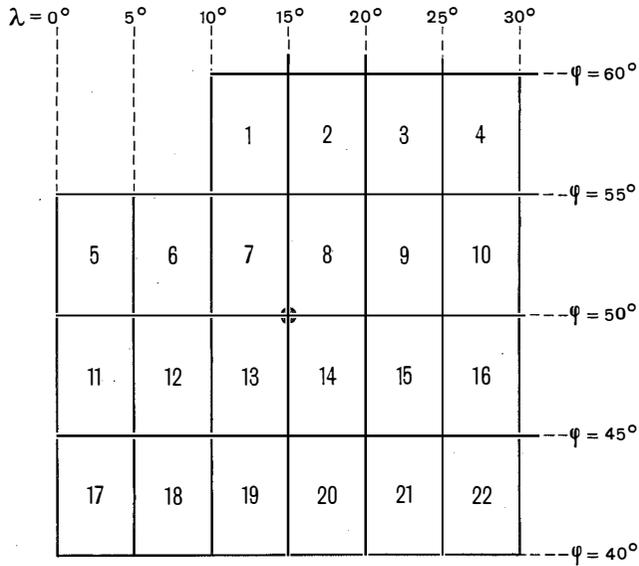
$$\eta_\alpha - \eta_\lambda = w \cotg \varphi \quad 35)$$

zu benutzen, in die sofort der mittlere Widerspruch eingeführt wurde. Alle Endwerte finden sich in der Tabelle II.

Die Feldeinteilung ist aus der folgenden graphischen Übersicht zu ersehen. Die Numerierung erfolgte fortlaufend von Nord nach Süd und in den einzelnen Zonen von West nach Ost. Als Nullpunkt für die Ausgleichung wurde nicht der gemeinsame Schwerpunkt, sondern der in der Mitte gelegene Eckpunkt:

$$\varphi = 50^\circ, \quad \lambda = 15^\circ \text{ Ost} \quad 36)$$

gewählt.



Feld 1:

Zone: $\varphi = 55^{\circ} - 60^{\circ}$; Streifen: $10^{\circ} - 15^{\circ}$ Ost.

(Deutschland, Dänemark, Schweden)

	φ	λ	ξ_R	η_R
Knivsberg	55°08:1	9°26:6	-2:80	-1:22
Buddinge	55 44.4	12 30.1	-1.15	-0.33
Östra Älvhögden	60 00.6	14 48.0	-5.23	+1.28
Tomasboda	59 23.1	14 58.4	-0.19	+5.47
Omberg	58 18.4	14 39.0	+2.33	-2.99
Tomtabacken	57 30.0	14 28.3	+0.14	-0.57
Malensas	56 46.9	14 15.7	+0.52	+2.10
Högekull	56 17.2	12 31.7	-1.82	-1.60
Listerhuvud	56 02.0	14 46.1	-0.54	+1.24
Mittel:	57 14.5	13 36.0	-0.971	+0.376

Im System des Ostseeringes!

$$\xi = -7:165 ; \eta_{\lambda} = +0:446 ; p = 7$$

$$\eta_{\alpha} = +1.862$$

Bemerkung: Die außerhalb des Feldes liegende Station Knivsberg wurde zwecks besserer Verteilung und wegen der geringen Punktzahl mitberücksichtigt.

Feld 2:

Zone: $\varphi = 55^{\circ} - 60^{\circ}$; Streifen: $15^{\circ} - 20^{\circ}$ Ost

(Schweden, Finnland)

	φ	λ	ξ_R	η_R	
Grisslehamn	60 ⁰ 05:5	18 ⁰ 49:1	-1.700	(+8.79)	
Tornberget	60 00.4	16 26.2	-2.33	+5.45	
Lovö	59 20.3	17 49.8	+3.04	+3.34	
Gullängsberget	58 36.8	16 56.0	+1.23	+4.61	Im System des Ostseeringes!
Mistekärr	57 55.9	16 42.5	-2.56	+0.95	
Sandvik	57 04.0	16 50.8	+4.71	+3.87	
Klinta	56 25.0	16 26.0	+2.13	+4.87	
(Bemerkung)	60 16.1	19 40.6	-4.22	+0.93	
Mittel:	58 43.0	17 27.6	+0.125	+3.119	

$$\xi = - 7.026 ; \quad \eta_{\lambda} = + 1.508 ; \quad p = 6$$

$$\eta_{\alpha} = + 2.845$$

Bemerkung: Die 5 knapp nördlich des Feldes liegenden benachbarten finnischen Stationen Signilskär, Sälskär, Marby, Geta und Jomala wurden zwecks Erzielung einer besseren Verteilung durch einfache Mittelung in eine zusammengezogen und dieses Mittel mit dem Gewicht 1 mitberücksichtigt. Ferner wurde für die Mittelbildung die η -Komponente der küstennahen Station Grisslehamn durch die letzte η -Komponente ersetzt.

Feld 3:

Zone: $\varphi = 55^{\circ} - 60^{\circ}$; Streifen: $20^{\circ} - 25^{\circ}$ Ost

(Finnland, Estland, Lettland, Litauen, Deutschland)

	φ	λ	ξ_R	η_R	
Nötö	59 ⁰ 57:9	21 ⁰ 45:3	-1.731	-4.704	
Porkkala	59 56.1	24 23.6	-3.06	+2.38	
Kökar	59 55.4	20 55.7	-5.86	-6.43	
Hanko	59 49.5	22 58.3	-2.13	-3.32	
Jussarö	59 49.2	23 34.5	-2.01	+0.57	Im System des Ostseeringes!
Storskär	59 49.0	21 47.7	-2.43	-4.05	
Utö	59 46.9	21 22.2	-3.64	-7.05	

	φ	λ	ξ_R	η_R
Bengtškär	59°43.3	22°30.1	-1.52	-1.59
Naissaar	59°36.3	24 30.8	-0.06	+2.53
Suurupi	59 27.8	24 22.9	+4.68	+1.96
Tallinn	59 26.2	24.44.4	+6.47	-0.67
Pakri	59 23.3	24.02.4	+2.93	+3.26
Keila	59 19.2	24 23.1	+6.99	+1.07
Omusssaare	59 18.2	23 21.8	-0.66	-0.31
Nabala	59 15.6	24.51.7	+6.57	+0.33
Kloostri	59 13.2	24 09.1	+1.28	-1.09
Veskijärve	59 10.7	23 44.4	+4.51	-0.25
Tahkuna	59 05.5	22 35.3	+2.39	-4.80
Vormsi	59 01.7	23 07.1	+1.70	-3.19
Kopu	58 55.1	22 12.1	+0.67	-6.89
Määltse	58 50.8	22 44.7	+0.19	-3.16
Meiuste	58 35.9	22 34.8	-1.65	-3.41
Kaseküla	58 31.0	24 49.2	-2.76	-1.09
Undva	58 29.5	22 00.0	+1.95	-5.66
Ohtja	58 25.7	22 22.1	-2.59	-4.19
Viidumäe	58 18.5	22 04.5	-0.15	-3.56
Abruka	58 08.4	22 30.2	-0.62	-2.70
Sorve	57 54.6	22 03.4	+0.55	-1.17
Ruhnu	57 48.1	23 15.7	-0.13	-0.40
Riga	56 56.9	24 06.6	+5.07	-0.91
Veccepli	56 38.8	23 45.5	+4.94	+0.47
Narvydziai	56 17.1	21.34.2	-2.01	-1.13
Syliai	56 15.7	22 03.1	+0.18	-0.88
Gudeliai	56 08.1	21 50.9	-0.54	-1.88
Anulynas	56 01.1	22 13.4	-1.05	-0.82
Zvirblaiciai	55 58.3	21 50.9	-1.51	-1.79
Zvaginiai	55 44.5	21 41.4	+0.71	-1.93
Sveksna	55 31.0	21 36.8	+0.21	-2.90
Akmeniskiai	55 19.1	21 50.0	+2.12	-3.72
Memel	55 43.7	21 05.8	-0.54	-1.86
Mittel:	56 17.4	22.50.1	+0.452	-1.857

Im System des
Ostseeringes!

$$\xi = -6.317 ; \quad \eta_{\lambda} = -5.915 ; \quad p = 30$$

$$\eta_{\alpha} = -4.556$$

Bemerkung: Die lettischen Stationen ohne meridionale Lotabweichungskomponente blieben natürlich unberücksichtigt.

Feld 4:

Zone: $\varphi = 55^{\circ} - 60^{\circ}$; Streifen: $25^{\circ} - 30^{\circ}$ Ost.

(Estland, Lettland, Litauen, Polen)

	φ	λ	ξ_R	η_R	
Keri	59 ⁰ 41'9	25 ⁰ 01'5	- 1 ⁷ 53	+ 0 ¹ 11	
Jöelähtme	59 26.8	25 07.5	+ 6.08	+ 0.34	
Vaivara	59 22.6	27 51.1	+ 3.05	- 1.16	
Ebavere	59 06.2	26 13.3	+ 2.66	- 0.65	
Emumäe	58 56.3	26 22.5	+ 3.25	- 0.49	
Tartu	58 22.7	26 42.9	+ 2.99	+ 0.16	
Hummuli	57 53.2	26 02.5	+ 0.53	- 4.29	Im System des Ostseeringes!
Antsla	57 48.8	26 30.3	- 1.01	- 2.60	
Essemäe	57 38.3	26 23.8	+ 2.42	- 2.95	
Jekabpils	56 30.1	25 51.5	- 0.57	- 2.28	
Dziedzinka	55 42.2	27 29.9	- 1.13	+ 2.11	
Mittel:	58 13.5	26 19.7	+ 1.518	- 1.059	
$\xi = - 5^{\circ}021$; $\eta\lambda = - 6^{\circ}692$; $p = 8$ $\eta\alpha = - 5^{\circ}329$					

Feld 5:

Zone: $\varphi = 50^{\circ} - 55^{\circ}$; Streifen: $0^{\circ} - 5^{\circ}$ Ost

(England, Frankreich, Niederlande, Belgien)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Greenwich	51 ⁰ 28'44 ⁷ 69	0 ⁰ 00'00 ⁷ 00	-6 ⁷ 39	+6 ⁷ 77	+8 ⁷ 90	+3 ⁷ 60
Dünkirchen	51 02 12.69	2 22 34.60	-3.79	-3.36	(-0.41)	
Rosendael	51 02 46.60	2 24 39.40	-4.77	-0.89	+1.29	+1.98
Schoorl	52 41 57.26	4 41 18.58	-2.43	(+0.21)	+2.37	
Leiden	52 09 22.34	4 29 01.61	-2.56	+0.78	(+2.82)	
Zierikzee	51 39 05.76	3 54 53.34	-2.20	(+0.67)	+2.73	
Lommel	51 10 08.56	4 22 09.51	+0.19	(+0.13)	+2.30	

Nieuport	51°07'54"34	2°45'26"28	-4"33	+0"07	+1"46	+1"41
Brüssel	50 50 39.02	4 22 17.28	-1.72	(-2.84)	0.00	
Mittel:	51 28 06	3 15 49	-3.109	+0.171	+2.384	+2.250

$$\xi = - 3"109 ; \eta\lambda = + 0"107 ; p = 6$$

$$\eta\alpha = + 1.898$$

Feld 6:

Zone: $\varphi = 50^\circ - 55^\circ$; Streifen: $5^\circ - 10^\circ$ Ost

(Niederlande, Deutschland)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Ameland	53°27'32"37	5°46'54"65	-2"12	+2"57	+5"23	+3"17
Brandaris	53 21 42.59	5 12 53.01	-2.59	(+2.68)	+4.35	
Groningen	53 13 15.18	6 34 07.99	-1.43	(-1.35)	+1.12	
Leeuwarden	53 12 16.13	5 47 24.95	-0.85	-0.38	+2.94	+3.24
Sleen	52.46 38.75	6 48 11.77	-0.10	(-2.23)	+0.43	
Urk	52 39 45.23	5 35 33.26	-2.35	(-2.25)	+0.41	
Wolbeg	52 23 29.02	5 55 08.64	-1.44	(-0.38)	+1.90	
Harikerberg	52 14 13.50	6 32 26.28	-0.71	(-4.48)	-1.34	
Utrecht	52 05 31.28	5 07 18.48	-2.84	(+0.66)	+2.72	
Sambeek	51 38 13.47	5 57 54.89	-2.30	(-5.79)	-2.34	
Oirschot	51 30 17.48	5 18 27.58	-0.63	(+2.85)	+4.43	
Ubagsberg	50 50 50.66	5 57 12.78	+2.54	-5.68	-3.92	+0.48
Röst	54 39 49.19	9 53 09.33	-7.17	+0.66	+6.06	+5.52
Helgoland	54 10 55.23	7 53 00.10	-6.43	-3.48	+0.86	+3.69
Kaiserberg	53 55 53.20	9 32 54.66	-5.86	-5.09	(-1.91)	
Neuwerk	53 55 00.38	8 29 48.77	-6.50	(-4.22)	-1.21	
Wangerooge	53 47 27.59	7 51 06.47	-3.45	(-2.64)	+0.07	
Borkum	53 35 21.88	6 40 17.10	-3.98	-2.80	(-0.05)	
Hamburg-Altona	53 32 49.66	9 56 37.54	-4.80	-4.75	+0.28	+4.10
Wilhelmshaven	53 31 57.00	8 08 46.03	-4.75	-0.71	+3.47	+4.04
Varel-Dangast	53 27 08.18	8 07 38.09	-2.23	+2.19	+3.04	+1.28
Netteln	51 57 02.11	7 24 47.23	-1.41	-3.58	(-0.62)	
Göttingen	51 31 47.67	9 56 38.34	+0.53	-5.20	-4.02	+0.05
Meissner	51 13 45.98	9 51 52.37	-0.38	(-2.17)	+0.51	
Knüll	50 55 03.70	9 25 23.30	-0.03	-4.13	+0.52	+3.73
Bonn, Sternwarte	50 43 44.92	7 05 54.90	+0.31	-6.37	-0.05	+4.88
Mittel:	52 42 22	7 20 26	-2.345	-2.157	+0.878	+2.594

$$\xi = - 2"345 ; \eta\lambda = - 1"307 ; p = 18$$

$$\eta\alpha = + 0.669$$

Feld 7:

Zone: $\varphi = 50^{\circ} - 55^{\circ}$; Streifen: $10^{\circ} - 15^{\circ}$ Ost.

(Deutschland, Tschechoslowakei)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\omega' - \alpha)$	w
Arkona	54°40'44.02	13°26'17.16	-3.55	+3.70	+6.64	+3.62
Bakenberg	54 35 57.38	13 07 07.40	-3.74	+2.58	+6.81	+4.71
Puttgarden	54 30 21.71	11 13 07.26	-4.73	+0.09	(+2.27)	
Heinrichsberg	54 25 25.24	11 16 56.39	-4.61	-3.05	(-0.28)	
Rugard	54 25 24.28	13 26 47.77	-3.97	+3.65	+7.69	+4.73
Großenbrode	54 23 11.38	11 06 30.12	-3.57	-0.12	(+2.10)	
Kiel	54 20 35.11	10 08 53.21	-6.95	-1.19	+3.50	+4.46
Hessenstein	54 19 47.50	10.32 49.27	-4.81	-0.32	+5.22	+5.48
Stralsund	54 18 10.80	13 02 19.08	-5.13	+1.88	+6.48	+4.95
Diedrichshagen	54 06 32.14	11 45 55.02	-1.87	(+1.31)	+3.26	
Schwerin	53 37 34.42	11 25 14.51	-3.92	-3.20	(-0.38)	
Granzin	53 27 14.71	10 50 15.07	-3.34	(-2.66)	+0.06	
Unterlöss	52 50 09.33	10 20 36.96	-0.45	-5.43	(-2.13)	
Rauenberg	52 27 12.02	13 22 04.96	+0.04	+1.07	+3.79	+2.94
Götzerberg	52 26 14.13	12 43 43.79	-0.42	-0.33	+0.13	+0.40
Potsdam	52 22 53.95	13 04 01.15	+0.86	+0.51	+1.42	+1.01
Glienick	52 16 11.82	13 22 39.30	+4.30	(+2.80)	+4.41	
Golmberg	52 01 02.54	13 20 40.81	+4.70	-1.48	+0.53	+1.70
Brocken	51 48 01.56	10 37 01.98	+8.76	+2.85	+6.08	+3.84
Petersberg	51 35 49.90	11 57 20.93	-0.07	(+2.40)	+4.08	
Strauch	51 23 09.91	13 34 38.88	-2.11	(-8.61)	-4.53	
Leipzig	51 20 15.60	12 22 26.53	+0.89	+3.15	+0.89	-1.57
Grossenhain	51 18 22.29	13 33 21.39	-2.37	-5.91	-3.95	+0.66
Jauernick	51 05 43.31	14 53 58.12	-0.72	(+2.91)	+4.46	
Dresden	51 03 15.07	13 44 04.29	-1.25	-6.90	(-3.17)	
Freiberg	50 54 09.44	13 19 34.86	+2.06	+2.22	(+3.93)	
Inselsberg	50 51 08.57	10 28 03.95	+2.74	(+0.22)	+2.37	
Lausche	50 51 00.61	14 38 55.50	-0.61	+1.06	+0.54	-0.28
Hoher Schneeberg	50 47 38.87	14 06 36.44	-2.79	(-0.68)	+1.67	
Fichtelberg	50 25 47.10	12 57 19.25	-1.04	(-0.22)	+2.03	
Coburg	50 15 59.59	10 59 38.65	-6.07	(-7.72)	-3.74	
Kapellenberg	50 11 21.07	12 18 07.20	-6.25	(+5.44)	+6.38	
Konnersreuth	50 01 10.89	12 14 07.11	-4.89	+1.82	-0.62	-2.02
Jeschken	50 44 01.95	14 59 12.96	+0.94	(-10.35)	-5.81	
Bernstein	50 34 18.66	13 27 58.84	-3.09	(+11.78)	+11.30	
Donnersberg	50 33 21.50	13 55 59.50	+1.43	(- 5.02)	-1.72	
Bösig	50 32 24.59	14 43 18.52	+0.52	(- 9.75)	-5.33	
Dzban	50 12 17.16	13 45 13.02	+0.44	(- 6.95)	-3.14	

Sadska	50°08'18"52	14°58'38"01	-2"84	(-1"02)	+1"42	
Dablitz (Ladvi)	50 08 13.77	14 27 58.81	-0.15	-1.73	-1.37	- 0.04
Čebon	50 00 54.90	13 00 13.81	-2.18	(+0.44)	+2.54	
Mittel:	52 00 31	12 44 51	-1.457	-0.750	+1.606	+ 2.197

$$\xi = - 1''457 ; \quad \eta_{\lambda} = - 0''462 ; \quad p = 28$$

$$\eta_{\alpha} = + 1''254$$

Feld 8:

Zone: $\varphi = 50^{\circ} - 55^{\circ}$; Streifen: $15^{\circ} - 20^{\circ}$ Ost

(Deutschland, Polen, Tschechoslowakei)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Wittenberg	54°49'03"64	17°56'33"97	-4"87	+3"43	+7"07	+4"27
Revekol	54 39 26.63	17 12 44.78	-6.08	+3.72	+4.98	+1.95
Priernberg	54 25 35.21	17 38 50.25	-4.58	-2.20	+0.97	+2.76
Mellin	54 18 33.65	17 05 46.37	-6.48	-0.19	+2.78	+2.93
Turmberg	54 13 30.21	18 07 33.59	-5.29	(+3.20)	+4.80	
Trunz	54 13 14.15	19 32 11.96	-2.39	(+5.71)	+6.83	
Gollenberg	54 12 30.99	16 13 45.98	-5.20	(+2.18)	+3.97	
Kernsdorf	53 33 07.07	19 56 34.06	-2.02	(-17.38)	-11.78	
Waldau	53 31 21.69	19 13 57.08	-5.81	-14.09	-7.65	+3.68
Kleistberg	53 28 21.10	15 29 33.88	-5.68	-3.26	-1.71	+0.91
Springberg	53 11 07.15	16 37 00.76	-6.21	-1.54	+0.46	+1.69
Turmberg (Tütz)	53 08 37.96	16 05 49.02	-4.67	-4.80	-1.54	+2.31
Bärfelde	53 02 49.68	15 21 07.47	-1.71	+0.45	+3.86	+3.50
Meiseberg	51 55 00.29	15 27 41.56	+1.51	-4.83	-0.89	+2.91
Schellenberg	51 39 54.43	15 51 27.78	+1.34	-1.63	+1.61	+2.89
Totenberg lau	51 31 49.04	16 36 59.87	+1.18	+0.39	+1.67	+1.37
Rosenthal (Bres-	51 08 09.01	17 02 08.90	+1.06	+2.36	(+4.04)	
Breslau	51 06 45.40	17 01 56.08	+1.82	+2.12	+4.41	+2.76
Zobten	50 51 54.84	16 42 34.82	+4.57	-7.91	-7.64	-1.51
Schneekoppe	50 44 12.92	15 44 30.95	+7.21	-2.46	-1.16	+0.75
Glegowitz	50 28 40.36	18 34 16.00	+0.32	-5.20	-3.03	+0.99
Wieschowa	50 23 48.17	18 45 49.51	+0.24	-7.67	-2.77	+3.14
Ostroppa	50 16 32.36	18 35 13.55	-0.98	-7.37	-4.91	+0.76
Annaberg	50 27 27.38	18 10 19.58	-1.71	-7.64	(-3.69)	
Trockenberg	50 24 42.75	18 52 40.09	+1.14	-4.49	-2.49	+0.97
Rudgershagen	50 20 01.29	18 24 56.16	+0.15	-7.14	(-3.30)	
Langenfeld	50 11 34.39	18 08 51.67	+2.75	-2.65	-1.87	+0.17

Jankowitz	50°09'43.95	18°23'54.03	+0.93	-6.49	(-2.78)		
Kowalewo	53 09 27.18	18 54 01.49	-0.96	-8.60	-3.91	+2.97	
Mirow	50 48 35.57	19 11 12.76	+4.73	-0.08	+1.91	+1.97	
Losien	50 21 25.89	19 20 14.62	+1.33	-1.86	+0.67	+2.10	
Krakau	50 03 52.82	19 57 30.33	-0.95	+3.75	+4.77	+1.89	
Jerzmanowice	50 12 04.53	19 46 21.51	-0.53	+2.28	(+3.96)		
Schneeberg	50 12 32.43	16 50 59.20	+2.74	-6.22	-5.16	-0.38	
Bischofskoppe	50 15 30.70	17 25 51.18	+11.45	+0.65	(+2.72)		
Mittel:	51 56 18	17 41 59	-0.502	-2.686	-0.100	+2.015	

$$\xi = - 0.502 ; \quad \eta_{\lambda} = - 1.656 ; \quad p = 30$$

$$\eta_{\alpha} = - 0.078$$

Bemerkung: Für die vier letzten polnischen Punkte wurde das System des Reichsdreiecksnetzes und des Partialsystems Polen gemittelt (siehe Text). Hingegen wurde der Punkt Kowalewo (Schönsee) im System des Reichsdreiecksnetzes beibehalten, weil er im ehemaligen polnischen "Korridor" liegt.

Feld 9:

Zone: $\varphi = 50^{\circ} - 55^{\circ}$; Streifen: $20^{\circ} - 25^{\circ}$ Ost

(Deutschland, Polen, Litauen)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Königsberg	54°42'52.86	20°29'50.48	-2.36	-5.98	-0.85	+3.86
Kucklingsberg	54 27 37.18	21 57 18.93	+0.05	-11.10	-4.96	+4.06
Goldapperberg	54 16 58.42	22 17 45.12	-0.09	-13.05	-9.62	+0.96
Kopciowka	53 33 18.96	23 53 56.79	-4.96	- 7.90	-4.80	+1.55
Borkovo	53 23 22.51	21 58 17.98	-5.54	- 5.63	+2.21	+6.73
Skopowka	52 30 47.03	24 36 02.75	-4.98	- 8.97	-5.59	+1.53
Borowa Gora	52 28 35.63	21 02 13.02	-2.78	- 0.90	+2.46	+3.17
Sobotka	50 46 57.39	21 40 34.37	-0.97	+ 0.22	+2.45	+2.28
Zubowice	50 36 11.67	23 35 14.74	-1.08	- 0.02	+2.46	+2.48
Kaunas	54 53 43.53	23 52 31.32	+0.46	- 8.76	-4.90	+2.24
Mittel:	53 10 03	22 32 23	-2.225	- 6.189	-2.114	+2.840

$$\xi = - 2.225 ; \quad \eta_{\lambda} = - 3.710 ; \quad p = 10$$

$$\eta_{\alpha} = - 1.583$$

Feld 10:

Zone: $\varphi = 50^{\circ} - 55^{\circ}$; Streifen: $25^{\circ} - 30^{\circ}$ Ost.

(Polen)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Dziedzinka	55°42'17".25	27°30'03".42	-5".94	-5".37	-3".21	+1".23
Nemesch	54 39 06.66	25 19 14.68	-2".51	-14.22	(-9.40)	
Omylncz	53 18 04.83	26 42 43.38	-4".51	-1.90	-0.50	+1.02
Skopowka	52 30 47.03	24 36 02.75	-4.98	-8.97	-5.59	+1.53
Wolka Brodnicka	52 19 51.87	27 01 02.61	+0.25	-3.61	-2.23	+0.63
Mittel :	53 42 01	26 13 50	-3.538	-6.814	-4.186	+1.306

$$\xi = -3".538 ; \eta_{\lambda} = -4".034 ; p = 4$$

$$\eta_{\alpha} = -3".075$$

Bemerkung: Infolge der geringen Punktzahl wurden die außerhalb des Feldes liegenden Punkte Dziedzinka und Skopowka noch mitberücksichtigt!

Feld 11:

Zone: $\varphi = 45^{\circ} - 50^{\circ}$; Streifen: $0^{\circ} - 5^{\circ}$ Ost

(Frankreich)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Lihons	49°49'57".43	2°44'43".79	-2".12	(- 0".91)	+1".51	
Mt.Valerien	48 52 29.49	2 12 53.42	-2.15	- 1.96	+7.94	+ 9".41
Pantheon	48 50 49.72	2 20 46.61	-3.20	+ 2.01	+4.50	+ 2.99
Chevry	48 00 32.34	2 37 15.55	-0.72	(+ 3.01)	+4.44	
Saligny le Vif	47 02 39.62	2 45 50.90	+0.38	(+ 1.97)	+3.64	
Arpheuille S.Pri- est	46 13 36.22	2 39 49.62	+3.92	(- 1.83)	+0.88	
La Bosse	46 10 34.24	2 57 13.54	+4.16	(+ 8.55)	+8.37	
Sermur	45 58 38.70	2 25 53.84	+2.75	(- 6.45)	-2.44	
Puy de Dome	45 46 23.29	2 57 52.72	+4.72	+ 3.63	+3.55	+ 0.95
Puy de Gué	45 45 13.12	2 13 21.01	-0.38	(-12.34)	-6.64	
Puy de Sancy	45 31 43.64	2 51 --.--	+5.16	(-11.86)	-6.26	
Puy d'Usson	45 31 08.06	3 09 26.33	+2.44	(+ 8.80)	+8.48	
Puy de Bort	45 23 59.70	2 27 27.65	-4.84	(- 9.45)	-4.53	

Le Luguët	45°20'04"16	2°58'---	-1.46	(+5.81)	+6.33	
Puy d'Aubassin	45 11 04.02	2 08 34.18	-1.37	(+5.29)	+5.95	
Chassericourt	48 31 22.14	4 34 13.--	-2.13	(+0.78)	+2.78	
Cotes Noires	48 37 25.17	4 53 --.--	-1.29	(-1.87)	+0.80	
Mittel:	46 51 38	2 52 47	+0.228	-0.401	+2.312	+2.605

$$\xi = + 0.228 \quad ; \quad \eta_{\lambda} = - 0.274 \quad ; \quad p = 10$$

$$\eta_{\alpha} \quad + 2.167$$

Feld 12:

Zone: $\varphi = 45^{\circ} - 50^{\circ}$; Streifen: $5^{\circ} - 10^{\circ}$ Ost.

(Deutschland, Österreich, Italien, Schweiz, Frankreich)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Mannheim	49°29'15.32	8°27'38.38	-4.36	-2.38	-3.32	-1.51
Straßburg	48 34 58.13	7 45 03.89	-1.82	-3.38	-3.88	-1.34
Offingen	48 09 48.15	9 33 27.04	-3.36	(-1.75)	+0.90	
Feldberg	47 52 28.17	8 00 18.22	-3.99	(-8.12)	-3.82	
Pfänder	47 30 29.61	9 46 52.45	-1.01	-18.79	-15.41	-1.29
Hohentwiel	47 45 56.02	8 49 11.76	-11.19	(+5.90)	+6.57	
Hersberg	47 40 08.94	9 21 02.54	-8.39	(-5.09)	-1.56	
Achenberg	47 35 16.45	8 15 41.94	-12.09	(+3.77)	+4.98	
Basel	47 33 40.94	7 34 53.11	-5.09	-1.59	+1.51	+2.68
Nollen A	47 29 40.10	9 07 24.92	-0.57	(+2.84)	+4.29	
Lägern	47 28 56.55	8 24 05.54	-7.88	(+5.12)	+5.97	
Hohentannen	47 27 15.28	9 18 24.53	+3.75	(-1.55)	+1.06	
Rämel	47 26 46.15	7 25 15.17	-0.81	(+0.14)	+2.30	
Wiesen	47 24 11.86	7 52 57.83	-5.05	(+3.94)	+5.10	
Gäbris	47 22 55.85	9 28 07.79	+4.42	-0.14	-0.14	-0.05
Zürich	47 22 43.80	8 35 06.01	-5.51	-1.72	+0.18	+1.45
Hörnli	47 22 18.38	8 56 34.08	+0.11	(-5.28)	-1.68	
Weissenstein	47 15 12.25	7 30 41.77	-9.43	-0.04	+5.30	+5.33
Säntis	47 15 00.83	9 20 39.52	+6.47	(-6.96)	-2.91	
Chasseral	47 08 01.79	7 03 36.29	-9.04	(+9.17)	+8.92	
Luzern	47 03 38.75	8 19 18.30	+3.90	(+0.95)	+2.89	
Rigi	47 03 27.12	8 29 10.47	+14.21	-4.78	-2.65	+0.85
Tete de Rang	47 03 21.76	6 51 26.28	-8.85	(+11.81)	+10.84	

Lüscherz	47°02'30"19	7°09'47"87	-6.62	(+ 7.37)	+7.59		
Frienisberg	47 01 42.70	7 20 21.46	+0.17	(+ 0.82)	+2.80		
Napf	47 00 15.96	7 56 27.16	+5.19	(- 1.53)	+1.08		
Neuchatel	47 00 04.39	6 57 16.24	-13.78	+10.53	+10.50	+2.80	
Hammetschwand	47 00 04.10	8 23 57.42	+15.54	(+ 3.85)	+5.01		
Bern	46 57 06.82	7 26 21.96	+1.84	+ 0.54	+1.36	+0.97	
Gurten B	46 55 05.15	7 26 40.54	+4.92	- 0.07	+3.88	+3.93	
Portalban	46 54 58.00	6 57 16.25	-3.47	(+ 1.19)	+3.07		
Brienzer Rothorn	46 47 16.45	8 02 52.13	+5.76	(- 4.87)	-1.35		
Suchet	46 46 23.38	6 28 00.91	-7.55	(+12.98)	+11.66		
Middes	46 46 11.19	6 57 14.92	+3.03	(- 3.48)	-0.33		
Gurnigel	46 45 03.29	7 27 41.48	+16.94	(+ 7.81)	+7.89		
Berra	46 40 36.38	7 11 05.17	+9.27	(-15.78)	-9.28		
Moudon	46 40 17.25	6 46 07.08	-0.65	(+ 1.32)	+3.16		
Chalet sur Lausanne	46 33 38.70	6 38 56.80	-4.03	(+ 5.06)	+5.87		
Naye	46 25 57.25	6 58 36.43	+1.15	(-24.54)	-15.58		
Dole	46 25 34.13	6 06 00.96	-8.88	(+ 9.76)	+9.27		
Brieg	46 19 39.55	8 00 18.93	-3.76	- 6.04)	-1.98	+2.39	
Rosswald	46 18 32.59	8 03 18.32	+0.58	(-21.56)	-13.39		
Simplon	46 14 50.75	8 01 46.76	+8.79	(- 7.13)	- 2.95		
Iselle	46 12 27.24	8 12 03.51	-1.48	(+14.71)	+12.82		
Genf	46 12 01.87	6 09 11.21	-2.57	- 3.05	-0.12	+2.08	
Mognone	46 11 46.98	8 57 07.16	-25.11	(+ 6.26)	+ 6.72		
Giubiasco	46 10 01.72	9 00 00.63	-4.48	(-14.18)	- 8.03		
Cadenazzo	46 09 10.95	8 57 50.59	-1.06	(- 5.13)	- 1.50		
Tiglio	46 08 54.59	9 00 33.87	+2.81	(-22.00)	-13.66		
Arpille	46 04 40.27	7 00 26.12	+13.82	(+11.36)	+10.38		
Generoso	45 55 55.15	9 01 15.32	-21.25	(-18.86)	-11.35		
Habay la Neuve	49 43 32.33	5 38 29.65	-7.87	- 8.38	-4.03	+2.36	
Grand	48 22 47.20	5 27 03.13	-3.45	+ 1.54	-1.64	-2.79	
Vaudemont	48 24 33.82	6 04 15.15	-1.81	(+ 0.91)	+2.88		
Ban de Sapt	48 20 54.49	7 00 --.--	+0.09	(- 2.75)	+0.15		
Mittel:	46 59 31	7 52 07	-1.162	+ 0.473	+2.323	+1.977	

$$\xi = - 1.162 ; \quad \eta_{\lambda} = + 0.323 ; \quad p = 38$$

$$\eta_{\alpha} = + 2.167$$

Bemerkung: Die Lotabweichungen in der Schweiz erreichen naturgemäß große absolute Beträge und weisen eine sehr große Spannung auf. Um das Ergebnis in ξ nicht durch außergewöhnliche Einzelwerte zu entstellen, wurden die 5 größten Absolutbeträge ausgeschlossen, weil sie zufällig das gleiche, negative Vorzeichen besitzen. Bei den longitudinalen Lotabweichungskomponenten war eine ähnliche Vorsichtsmaßnahme wegen der besseren Vorzeichenverteilung nicht notwendig.

Feld 13:

Zone: $\varphi = 45^{\circ} - 50^{\circ}$; Streifen: $10^{\circ} - 15^{\circ}$ Ost

(Deutschland, Tschechoslowakei, Österreich, Jugoslawien, Italien)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Bamberg	49 ⁰ 52' 53.97	10 ⁰ 52' 13.06	- 2.37	+ 1.93	+ 3.62	+2.14
Arber	49 06 48.52	13 08 15.28	- 5.52	- 9.07	- 7.15	-0.29
Berletzhof	49 05 08.01	11 42 53.65	- .--	- 1.58	- 1.46	-0.27
Gerolfingen	49 04 10.93	10 31 39.07	- 5.11	+ 2.22	+ 1.91	+0.23
Weissenburg	49 01 33.55	11 00 24.09	+ 0.06	(-18.60)	-11.84	
Kirchheim	48 10 23.19	10 28 30.55	- 3.81	- 1.42	- 0.48	+0.58
München	48 08 22.53	11 34 27.73	- 2.48	+ 2.05	+ 4.59	+3.06
Asten	48 05 56.17	12 43 37.90	- 3.04	- 2.23	- 3.49	-1.82
Hohenpeissenberg	47 48 08.58	11 00 38.17	+ 1.36	(+ 3.00)	+ 4.42	
Änger	47 43 04.85	10 09 39.62	+ 2.38	(-11.26)	- 6.13	
Wendelstein	47 42 15.58	12 00 48.92	+12.05	(+ 1.38)	+ 3.22	
Grünten	47 33 20.90	10 19 16.34	+ 8.09	(-14.88)	- 8.78	
Tillenbergl	49 58 08.53	12 30 15.74	+ 0.28	(- 7.94)	- 3.88	
Pecny	49 54 54.96	14 47 19.99	+ 1.58	(+ 1.92)	+ 3.67	
Brno	49 49 25.37	13 40 20.78	- 0.53	(+ 1.41)	+ 3.28	
Studeny vrch	49 48 22.25	14 05 06.72	+ 1.71	(- 4.92)	- 1.56	
Böhmerwall	49 40 03.63	12 59 09.35	- 1.15	(- 5.50)	- 1.99	
Tok	49 39 24.62	13 50 48.57	- 4.48	(- 1.52)	+ 1.04	
Mezy vrati	49 36 11.16	14 40 22.18	- 1.17	(- 1.00)	+ 1.44	
Rosberg	49 32 29.37	14 14 33.31	- 5.13	(+ 0.30)	+ 2.43	
Doubrava	49 25 59.13	13 12 16.49	- 2.82	(- 4.21)	- 1.00	
Svidnik	49 23 38.29	14 57 40.27	- 3.79	(- 7.97)	- 3.85	
Čerkov	49 23 03.84	12 47 07.08	- 4.79	(- 6.03)	- 2.38	
Volini vrch	49 22 27.81	13 58 46.34	- 3.42	(- 0.09)	+ 2.13	
Kamejk	49 14 01.84	14 17 48.87	- 2.36	(- 4.20)	- 0.98	
Vetrnik	49 01 18.17	14 35 07.72	- 0.75	(- 6.56)	- 2.75	
Kubany	48 59 32.10	13 49 09.28	- 0.63	(+ 2.36)	+ 3.98	
Kohout	48 46 10.57	14 35 03.78	+ 1.82	(- 7.47)	- 3.42	
Viehberg	48 33 40.67	14 37 30.28	- 4.21		+ 2.59	
Mairhofberg	48 22 06.52	13 55 54.98	-12.94		- 6.99	
Hochschachen	48 20 11.50	13 29 53.09	- 7.45		- 5.75	
Kleinmünchen	48 15 41.74	14 19 11.08	- 6.95		- 7.20	
Hofbrunn	48 09 40.11	13 36 45.27	- 0.90		- 7.01	
Steiglberg	48 06 03.13	13 21 35.40	- 0.26		- 1.03	
Kremsmünster	48 03 21.76	14 08 00.50	+ 1.29	- 6.84	- 2.88	+2.22
Spindeleben	47 55 41.87	14 41 51.03	+ 4.71		-11.06	
Hochbuchberg	47 55 04.34	14 17 49.65	+ 7.31		- 8.69	
Haunsberg	47 54 56.59	12 59 52.84	+ 1.26		- 8.38	

Traunstein	47°52'26.57	13°50'29.26	+11.30		- 6.12	
Schafberg	47 46 38.68	13 26 07.10	+12.33		- 8.79	
Voralpe	47 44 50.87	14 44 16.31	+ 3.20		-11.65	
Großer Priel	47 43 04.04	14 03 54.09	+11.33		- 2.18	
Großer Pyrggass	47 39 12.64	14 23 57.48	+ 4.74		- 6.52	
Liezen	47 34 10.68	14 14 17.75	- 4.46		- 4.19	
Lugauer	47 33 21.09	14 43 37.75	+18.88		+ 3.68	
Großwand	47 30 13.57	13 30 54.55	+10.65		- 9.86	
Birnhorn	47 28 32.00	12 44 06.23	-14.55		+ 4.90	
Rofan	47 27 30.56	11 47 40.54	+ 5.90		+15.60	
Bösenstein	47 26 38.99	14 24 19.60	-13.83		+ 0.42	
Hochkönig	47 25 15.92	13 03 50.58	- 6.16		- 0.30	
Ödmar Spitze	47 24 48.03	11 25 32.64	+12.24		- 9.36	
Hochvogel	47 22 52.36	10 26 16.65	+ 8.06		-13.86	
Rettenstein	47 20 02.00	12 17 51.63	+12.15		- 0.31	
Gilfersberg	47 16 07.41	11 44 39.84	+17.76		+14.55	
Muttekopf	47 16 05.80	10 39 10.59	+ 2.09		- 0.70	
Hochgolling	47 16 01.38	13 45 44.33	-11.13		- 5.02	
Birchkogel	47 13 58.05	11 00 00.77	+16.90		-22.28	
Reißbrachkopf	47 13 17.07	12 56 36.74	+ 9.28		+ 7.82	
Mosermundl	47 12 25.35	13 23 50.49	+ 0.43		- 8.87	
Salle	47 11 34.74	11 19 34.73	+15.16		+27.52	
Hütteltalkogel	47 11 07.99	12 12 32.03	+19.28		- 2.29	
Stanskogel	47 10 27.30	10 18 21.74	+ 2.57		+ 1.54	
Großglockner	47 04 31.03	12 41 43.66	+ 0.15		+ 3.77	
Rothbleißkopf	47 04 01.01	10 31 47.57	+ 6.85		- 2.35	
Zirbitzkogel	47 03 51.40	14 34 08.41	- 4.14		- 4.46	
Sonnblick	47 03 17.46	12 57 32.55	+10.90		+ 2.36	
Ankogel	47 03 06.42	13 15 00.03	+ 1.49		- 6.47	
Habicht	47 02 40.79	11 17 27.02	+ 9.41		+18.38	
Hohe Geige	47 00 20.14	10 54 35.63	+ 6.52		- 6.60	
Glockturm	46 53 38.56	10 40 00.13	+ 5.91		-22.47	
Saualpe	46 51 15.80	14 39 10.31	- 4.27		- 3.79	
St. Peter	46 37 29.93	14 19 38.13	- 5.23		- 2.77	
Sigmundskron	46 28 54.39	11 18 12.00	- 5.28		- 3.31	
Golica	46 29 31.71	14 03 22.76	+ 1.37	(- 6.98)	- 2.86	
Blegos	46 09 55.63	14 06 54.72	- 9.80	(- 4.59)	- 1.11	
Krimberg	45 55 44.84	14 28 22.22	+ 2.73	(- 1.85)	+ 0.87	
Opcina	45 40 58.51	13 46 42.39	- 7.24	(-18.03)	-10.70	
Montauro	45 15 04.27	13 43 43.49	- 6.63	(-13.45)	- 7.35	
Triest	45 38 39.94	13 46 35.49	(- 5.03)	-18.64	-11.88	+1.45
Oderzo	45 46 58.18	12 29 40.53	- 9.68	(+ 2.75)	+ 4.17	
Padova	45 24 09.11	11 52 11.85	- 7.91	+ 6.25	+ 7.43	+2.97

Mittel $47^{\circ}59'25''$ $12^{\circ}58'26''$ $+ 0^{\circ}146$ $- 5^{\circ}198$ $- 1^{\circ}838$ $+ 2^{\circ}024$

$\xi = + 0^{\circ}146$; $\eta\lambda = - 3^{\circ}479$; $p = 35$

$\eta\alpha = - 1^{\circ}656$

Bemerkung: Wegen ihrer bisher noch ungünstigen Verteilung wurden die 44 österreichischen Lotabweichungspunkte von vornherein nur mit halbem Gewicht eingeführt. In obiger Tabelle wurden für sie die hypothetischen, longitudinalen Lotabweichungskomponenten nicht ausgewiesen. Die zugehörigen Mittelwerte ($\varphi' - \varphi$) = $+ 3^{\circ}341$ und ($\alpha' - \alpha$) = $- 2^{\circ}670$ erhalten daher das Gewicht 22. Mit dem Sollwert des Laplaceschen Widerspruches folgt ($\lambda' - \lambda$) = $- 6^{\circ}610$. Die obigen Endwerte sind das allgemeine arithmetische Mittel aus diesen und den 37 vollgewichtigen Einzelwerten. Die endgültige Gewichts festsetzung für das Gesamtmitel erfolgte dann so, als ob 59 astronomische Punkte vorhanden wären, unter denen sich 10 Laplacesche Punkte befinden.

Feld 14:

Zone : $\varphi = 45^{\circ} - 50^{\circ}$; Streifen : $15^{\circ} - 20^{\circ}$ Ost

(Tschechoslowakei, Österreich, Ungarn, Jugoslawien)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Vysoka	$49^{\circ}56'36^{\circ}.79$	$15^{\circ}11'25^{\circ}.24$	$+ 3^{\circ}.54$	$(- 2^{\circ}.35)$	$+ 0^{\circ}.40$	
Roy	$49 51 09.58$	$18 35 01.38$	$+ 0.23$	$(- 3.16)$	$- 0.21$	
Spalava	$49 46 44.51$	$15 44 00.39$	$+ 0.59$	$(- 7.70)$	$- 3.68$	
Neretein	$49 35 15.98$	$17 13 08.24$	$- 4.22$	$(- 2.24)$	$+ 0.50$	
Blažkov	$49 29 38.73$	$15 49 53.79$	$+ 0.71$	$(- 8.59)$	$- 4.33$	
Ambrožny	$49 21 34.70$	$16 05 00.46$	$- 3.63$	$(- 1.17)$	$+ 1.31$	
Spitzberg	$49 18 45.58$	$15 30 47.23$	$+ 1.28$	$(- 12.17)$	$- 7.03$	
Rapotič	$49 11 27.70$	$16 16 03.48$	$- 5.50$	$(+ 4.61)$	$+ 5.69$	
Hora	$49 10 17.62$	$15 42 16.81$	$- 1.46$	$(- 2.47)$	$+ 0.33$	
Lopenik	$48 55 03.45$	$17 47 05.72$	$- 2.86$	$(- 9.33)$	$- 4.83$	
Krizna	$48 52 39.66$	$19 04 52.27$	$- 5.80$	$- 4.61$	$- 1.89$	$+ 1.58$
Maydenberg	$48 52 13.42$	$16 39 08.58$	$- 3.70$	$(+ 5.02)$	$+ 5.98$	
Horenovo	$48 47 14.20$	$18 47 14.12$	$- 0.85$	$- 8.50$	$- 8.65$	$- 2.26$
Certez	$48 46 08.01$	$19 27 44.42$	$+ 1.57$	$- 9.20$	$- 5.23$	$+ 1.69$
Velestur	$48 42 43.61$	$19 00 22.20$	$- 5.30$	$- 2.58$	$- 6.87$	$- 4.93$
Trstje	$48 39 07.51$	$19 59 26.22$	$- 5.85$	$- 5.02$	$(- 1.57)$	
Polana	$48 38 15.51$	$19 29 09.47$	$- 3.88$	$- 8.72$	$- 2.22$	$+ 4.32$
Drahe	$48 37 41.16$	$19 12 42.59$	$- 2.80$	$- 8.90$	$- 4.22$	$+ 2.46$
Ptačnik	$48 37 32.10$	$18 38 13.92$	$- 0.66$	$- 6.69$	$+ 2.92$	$+ 7.94$
Jasenina	$48 32 52.56$	$19 44 09.89$	$- 9.52$	$- 2.57$	$+ 3.50$	$+ 5.43$
Stalovo	$48 31 29.40$	$18 56 57.62$	$+ 0.46$	$- 1.97$	$- 0.06$	$+ 1.42$

Priecno	48°26'26.27	19°15'17.91	- 0.45	- 8.25	- 4.90	+1.27
Bradlo	48°25'33.75	19°27'47.28	- 5.85	- 2.87	+ 0.86	+3.01
Velky Inovec	48°24'39.11	18°32'45.55	- 7.64	- 7.57	- 0.78	+4.88
Sitno	48°24'14.93	18°52'46.63	- 4.06	- 4.40	- 0.07	+3.22
Zobor	48°20'50.14	18°06'39.99	- 4.25	-10.83	- 5.60	+2.49
Nagy Buco	48°18'28.10	19°52'30.40	- 3.35	- 7.06	- 4.03	+1.24
Dlha hora	48°03'31.51	18°23'57.00	- 2.35	- 8.50	- 4.52	+1.80
Alsohegy	47°59'39.26	18°43'03.55	- 1.97	-12.51	- 5.40	+3.90
Kaponikai	47°56'01.50	18°07'44.37	0.00	- 6.15	(- 2.37)	
Plesivec	47°50'00.72	18°46'58.25	- 2.36	- 9.06	- 3.26	+3.46
Spittlmais	48°47'21.21	15°56'38.69	- 5.87	(+ 1.58)	+ 3.39	
Buschberg	48°34'40.48	16°23'51.77	- 2.79	(+ 1.37)	+ 3.23	
Jauerling	48°20'25.78	15°20'24.30	- 4.37	(- 3.86)	- 0.68	
Hermannskogel	48°16'16.55	16°17'44.17	- 1.42	+ 5.95	+ 4.31	-0.12
Laaerberg	48°09'31.19	16°23'53.12	+ 1.27	+ 8.55	+ 7.01	+0.65
Hundsheimer	48°07'58.93	16°56'27.19	+ 1.20	(- 7.16)	- 3.13	
Schöpfl	48°05'18.86	15°54'57.97	+ 3.38	(- 0.97)	+ 1.52	
Anninger	48°02'53.98	16°14'52.65	- 3.03	+11.42	+ 8.39	-0.10
Sonnenberg	47°52'34.79	16°28'40.48	- 0.06	(- 2.23)	+ 0.55	
Ötscher	47°51'45.69	15°12'15.75	+ 4.43	(-18.57)	-11.57	
Wr. Neustadt	47°47'30.12	16°12'46.28	+ 3.07	(+ 5.34)	+ 6.15	
Schneeberg	47°46'27.19	15°48'42.67	+ 5.79	(+ 0.65)	+ 2.68	
Rosalienkapelle	47°41'54.10	16°18'31.30	+ 4.74	(+ 4.83)	+ 5.77	
Hochschwab	47°37'08.43	15°08'39.70	+ 1.14	(- 5.93)	- 2.18	
Wechsel	47°31'52.35	15°54'57.04	- 3.70	(+ 1.29)	+ 3.15	
Geschriebenstein	47°21'12.91	16°26'08.75	- 2.80	(+ 2.20)	+ 3.82	
Schöckl	47°11'56.08	15°28'03.20	- 6.09	(- 2.47)	+ 0.39	
Güssing	47°03'27.44	16°19'31.05	- 3.88	(+ 4.96)	+ 5.83	
Hochstraden	46°50'47.01	15°56'01.40	+ 0.43	(- 6.02)	- 2.19	
Czarhalom	47°41'33.58	16°38'09.02	+ 0.53	(+ 3.94)	+ 5.11	
Magoshegy	47°34'44.55	17°39'42.84	+ 2.53	(- 3.40)	- 0.31	
Szechenyhegy	47°29'43.41	18°59'22.94	- 5.89	+ 8.73	+10.79	+4.35
Saghegy	47°13'56.77	17°07'06.04	- 0.05	(+ 0.75)	+ 2.75	
Gestenyes	47°02'30.82	16°48'47.67	- 2.24	(- 2.92)	+ 0.06	
Kandikö	46°48'49.04	16°44'33.89	- 3.25	(+ 3.66)	+ 4.87	
Kamerek	46°46'33.20	16°12'17.79	- 5.63	(+ 1.21)	+ 3.08	
Cserhathegy	46°21'46.88	18°40'36.81	+ 1.98	(- 6.36)	- 2.40	
Bacher	46°29'42.43	15°29'20.41	- 3.43	(+10.88)	+10.09	
Wurmberg	46°28'29.32	15°48'55.37	- 6.57	(- 2.80)	+ 0.17	
Kranichfeld	46°28'15.79	15°41'13.04	- 5.81	(+10.51)	+ 9.82	
Donati	46°15'48.00	15°44'39.36	- 2.44	(- 5.88)	- 2.05	
Ivanšica	46°10'55.32	16°07'45.17	+ 0.79	(+16.08)	+13.80	
Sljemen	45°53'59.28	15°56'58.19	- 2.99	(- 3.35)	- 0.20	
Ivanič	45°44'34.95	16°24'55.90	- 2.13	(-10.84)	- 5.56	
Plješevica	45°44'16.17	15°40'12.89	-11.18	(+ 0.73)	+ 2.72	

Oklinak	45°43'26"04	15°16'39"16	- 4"98	(- 6"33)	- 2"33		
Kozil	45 36 27.41	16 00 24.73	- 2.38	(+ 5.15)	+ 5.88		
Petrovac	45 19 01.00	15 48 24.38	- 0.46	(- 4.64)	- 1.10		
Peterwardein	45 14 30.21	19 52 12.94	+ 2.50	(- 0.24)	+ 2.03		
Dubica	45 12 19.46	16 48 01.80	+ 2.20	(- 6.84)	- 2.65		
Priseka	45 12 15.55	16 17 59.66	- 1.66	(+ 4.41)	+ 5.33		
Hum	45 08 11.13	15 23 31.17	- 1.58	(- 6.11)	- 2.13		
Mittel:	47 44 29	17 04 55	- 1.929	- 2.305	+ 0.466	+2.172	

$$\xi = - 1"929 ; \quad \eta_{\lambda} = - 1"550 ; \quad p = 47$$

$$\eta_{\alpha} = + 0"423$$

Feld 15 :

Zone : $\varphi = 45^{\circ} - 50^{\circ}$; Streifen ; $20^{\circ} - 25^{\circ}$ Ost

(Polen, Tschechoslowakei, Ungarn, Rumänien, Jugoslawien)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Lemberg	49°50'45"36	24°02'58"60	- 0"74	-10"49	(-5"82)	
Jaroszyce	49 14 10.34	23 58 09.19	+ 0.69	- 4.63	-1.24	+2"27
Simonka	48 56 46.34	21 28 11.66	+ 2.21	+ 2.32	+5.03	+3.28
Vihorlat	48 53 31.82	22 06 58.83	+ 0.72	- 8.10	-2.69	+3.41
Polonina runa	48 48 03.27	22 48 43.90	+ 4.20	- 2.32	-3.37	-1.62
Popričný vrch	48 46 20.91	22 21 11.16	+ 0.43	- 2.71	+0.26	+2.30
Makovica	48 39 38.42	22 35 55.53	- 0.07	- 0.02	+2.36	+2.38
Stoj	48 37 20.09	23 11 37.59	+ 1.87	- 5.01	+0.43	+4.19
Kamionka	48 33 31.98	23 37 54.85	+ 5.50	+ 3.74	+5.63	+2.83
Putka chomec	48 32 05.54	22 23 49.91	- 1.97	- 5.12	-1.16	+2.68
Kvelsky vrch	48 30 52.79	20 07 23.07	- 5.30	- 1.65	+1.50	+2.74
Nagyhegy	48 25 14.55	22 45 12.92	- 0.27	- 2.72	-1.54	+0.49
Tubahegy	48 21 09.36	20 04 20.05	- 3.40	- 4.01	+2.43	+5.43
Mencul	48 18 52.60	23 40 58.91	+ 0.81	- 0.44	+2.70	+3.03
Zapsonsky vrch	48 16 55.35	22 28 01.14	- 0.49	- 2.73	-0.49	+1.64
Ostry vrch	48 15 17.90	23 14 18.35	+ 1.93	-10.13	-7.60	-0.04
Beregy nagyhegy	48 11 29.91	22 41 20.08	- 2.11	- 6.58	+0.57	+5.47
Siroky vrch	48 04 24.75	23 17 50.06	+ 3.84	+ 2.43	+4.34	+2.53
Czorna hora	48 02 51.39	24 37 48.80	+ 7.57	+ 6.04	+9.06	+4.57
Straszahalom	48 03 51.23	21 04 27.32	- 3.21	- 2.70	+4.06	+6.07
Szatmar Nemati	47 47 36.78	22 52 44.71	+ 0.23	-10.72	(-5.74)	

Castei	46°33'12"55	24°23'27"17	- 3"43	(- 4"85)	- 1"32
Lugoj	45 41 07.67	21 53 05.66	- 1.63	(+ 2.91)	+ 4.28
Vel.Srediski Vis	45 08 15.13	21 24 54.24	+ 0.79	- 9.54	(- 4.56)
Mittel:	48 11 24	22 37 58	+ 0.341	- 3.210	+ 0.297 +2.690

$$\xi = + 0"341 ; \quad \eta_{\lambda} = - 2"140 ; \quad p = 22$$

$$\eta_{\alpha} = + 0"266.$$

Feld 16 :

Zone: $\varphi = 45^{\circ} - 50^{\circ}$; Streifen : $25^{\circ} - 30^{\circ}$ Ost.

(Rumänien, U S S R)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Czernowitz	48°17'57"54	25°55'34"00	+0"18	-11"25	-5"47	+2"93
Roman	47 02 30.30	26 52 43.24	-0.81	- 6.96	-1.51	+3.58
Kischinew	47 01 35.91	28 50 17.47	-0.54	- 2.24	+0.38	+2.02
Nikolajew	46 58 23.75	31 58 37.06	-2.45	-11.20	-0.72	+7.46
Sarata	46 00 15.57	29 39 32.66	-3.29	- 9.74	-8.26	-1.25
Brasso (Kronstadt)	45 39 06.65	25 35 46.08	+4.03	+ 3.77	+4.59	+1.89
Mittel:	46 49 58	28 08 45	-0.480	- 6.270	-1.832	+2.741

$$\xi = - 0"480 ; \quad \eta_{\lambda} = - 4"289 ; \quad p = 6$$

$$\eta_{\alpha} = - 1.718$$

Bemerkung: Wegen der geringen Punktzahl wurde die Station Nikolajew des Parallels Brest - Astrachan einbezogen, obwohl die Länge 30° überschreitet.

Feld 17 :

Zone: $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen : $0^{\circ} - 5^{\circ}$ Ost

(Spanien, Frankreich)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Carcassone	43°13'20"52	2°21'01"28	- 0"70	- 6"49	- 3"05	+1"39
Rivesaltes	42 45 16.74	2 51 59.62	- 1.96	+ 6.27	+ 5.61	+1.35
Lerida	41 37 02.86	0 37 35.93	- 0.99	+ 1.39	+ 5.41	+4.48
Desierto	40 05 07.09	0 01 51.27	- 4.77	+10.33	+11.20	+4.55
La Bastide	44 50 07.30	2 07 08.39	(- 6.70)	(- 1.59)	+ 1.08	
Montsalvy	44 42 52.96	2 30 14.23	- 2.61	(-11.75)	- 6.07	
Rodez	44 21 23.62	2 34 25.89	- 0.03	- 8.72	- 3.26	+2.84
Mittel:	43 05 02	1 52 02	- 1.576	- 1.509	+ 1.560	+2.591

$$\xi = - 1"576 ; \quad \eta_{\lambda} = - 1"102 ; \quad p = 6$$

$$\eta_{\alpha} = + 1"668$$

Bemerkung: Wegen der geringen Punktzahl wurde der Extremwert in ($\varphi' - \varphi$) in La Bastide (Südabhang der Auvergne!) bei der Mittelbildung ausgeschlossen. Ebenso wurde die meridionale Lotabweichungskomponente von Desierto nur mit halbem Gewicht eingeführt.

Feld 18:

Zone: $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen : $5^{\circ} - 10^{\circ}$ Ost

(Frankreich, Italien)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Nizza, Obs.	43°43'35"36	7°18'02"58	(-18"09)	- 0"68	+ 7"57	+8"04
Marseille, Obs.	43 18 23.20	5 23 45.53	- 5.54	- 7.80	+ 0.93	+6.28
Tortona	44 53 39.05	8 52 19.34	+ 5.46	-11.82	(- 6.14)	
Bric Torniola	44 49 23.82	7 58 35.57	- 0.92	+ 8.71	(+ 8.34)	
Genua, Inst. Mar.	44 25 12.16	8 55 21.83	- 3.94	- 1.82	+ 0.29	+1.56
Mte. d. Teleg. r.	44 19 38.69	9 10 10.94	- 5.37	(-14.16)	- 7.69	
Mte. Settepani	44 14 46.54	8 11 54.85	- 4.43	(+16.35)	+13.61	
Guardia Vecchia	41 13 22.82	9 24 01.49	- 2.22	- 1.99	+ 2.30	+3.61

Mittel: $43^{\circ}52'15''$ $8^{\circ}09'17''$ $- 2''423$ $- 1''651$ $+ 2''401$ $+ 3''545$

$$\xi = - 2''423 ; \eta_{\lambda} = - 1''190 ; p = 6$$

$$\eta_{\alpha} = + 2''498$$

Bemerkung: Zwecks Erzielung einer besseren Verteilung wurden die Punkte Eremo di Cherasco, Mondovi und Capo Noli, sowie der Extremwert in ($\varphi' - \varphi$) in Nizza ausgeschlossen.

Feld 19:

Zone : $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen : $10^{\circ} - 15^{\circ}$ Ost

(Italien, Jugoslawien)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Bertinaro	$44^{\circ}08'32''76$	$12^{\circ}08'25''62$	+12''83	(- 2''81)	+ 0''24	
Monteluro	43 54 33.44	12 46 33.99	+ 9.90	- 3.15	(+ 0.02)	
Mte. Carpegna	43 48 08.83	12 19 17.67	+14.00	(0.00)	+ 2.20	
Mte. Conero	43 33 08.20	13 36 25.68	+ 7.72	- 2.81	(+ 0.26)	
Alta S.Egidio	43 18 41.92	12 00 17.68	+ 5.06	(-10.58)	- 5.06	
Monte Peglia	42 49 06.94	12 12 39.46	+ 2.20	(-10.51)	- 4.95	
Mte. Cimino	42 24 29.00	12 12 09.32	+ 1.81	(-11.00)	- 5.22	
Mte. Soratte	42 14 45.02	12 30 12.45	+ 1.43	(-12.03)	- 5.89	
Termoli	42 00 15.88	14 59 53.15	+ 8.03	- 4.10	(- 0.54)	
Roma, Mte. Mario	41 55 28.67	12 27 12.80	- 3.16	- 4.40	- 3.26	- 0''32
Fiaticino	41 46 17.18	12 13 45.90	- 2.54	(- 5.33)	- 1.35	
Mte. Pisarello	41 28 40.57	12 36 34.48	- 4.46	(- 5.66)	- 1.55	
Mte. Circeo	41 13 49.29	13 04 13.13	- 5.81	(- 5.28)	- 1.28	
Isola Ponza	40 53 04.05	12 57 28.61	- 8.07	(-11.43)	- 5.28	
Bologna	44 29 49.97	11 21 13.83	+ 2.26	- 2.10	+ 1.54	+ 2.69
Firenze	43 46 40.22	11 15 40.21	+ 9.25	- 0.70	+ 0.88	+ 1.36
Arcetri	43 45 03.67	11 15 19.63	+11.20	- 1.08	+ 2.46	+ 3.21
Livorno	43 31 41.35	10 18 32.27	+ 5.95	- 9.64	- 5.88	+ 0.76
Nalopi Cap.	40 51 52.43	14 15 25.51	- 6.73	- 5.85	(- 1.63)	
Pola	44 51 57.86	13 50 51.70	- 9.47	- 7.15	- 1.26	+ 3.78
Mittel:	42 50 18	12 31 07	+ 2.570	- 5.781	- 1.778	+ 2.153

$$\xi = + 1''785 ; \eta_{\lambda} = - 3''680 ; p = 13$$

$$\eta_{\alpha} = - 1''358$$

Bemerkung: Das Feld wird vom ital. "Stiefel" von NW nach SO diagonal durchzogen. Obwohl die küstennahen Stationen am Adriatischen und Tyrrhenischen Meer

ziemlich gut verteilt sind, ist zu beachten, daß die Apenninen näher der adriatischen Küste verlaufen und daher den Einfluß der Adria auf die meridionalen Lotabweichungen verstärken. Zur Kompensation werden bei der Berechnung des ξ -Wertes die ersten drei Beträge ($\varphi' - \varphi$) mit halbem Gewicht eingeführt. Ferner werden die 5 fingierten Längenwerte, die größer als 10" sind, auf halbes Gewicht reduziert, wodurch sich $(\lambda' - \lambda)_m = -5''019$ ergibt. η_α folgt dann aus der Relation: $(\eta_\alpha - \eta_\lambda) = +2''153 \cotg \varphi_m$

Feld 20 :

Zone : $\varphi = 40^\circ - 45^\circ$; Streifen : $15^\circ - 20^\circ$ Ost .

(Italien, Jugoslawien)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Bari delle Puglie	41°08'20".99	16°50'48".84	+ 3".05	(- 4".04)	-0".46	
Mte.Foi di Pic.	40 39 04.21	15 42 34.98	- 4.36	(-12.85)	-6.17	
Base di Lecce, NO	40 14 52.18	18 07 ---	- 6.54	(-10.28)	-4.44	
Gola Plješevica	44 47 42.07	15 45 00.50	- 1.50	- 6.13	-2.54	+1".78
Sarajewo	43 48 11.66	18 19 36.41	+ 3.34	- 2.91	-2.93	-0.92
Sibenica	43 42 53.06	16 39 28.60	(- 9.38)	- 6.99	-2.63	
Mte.Rum, I.Lissa	43 01 49.13	16 06 55.73	- 3.83	(-12.87)	-6.58	
Mittel:	42 28 59	16 47 21	- 1.640	- 8.010	-3.679	+1.731

$$\xi = - 1''640 ; \quad \eta_\lambda = - 5''632 ; \quad p = 4$$

$$\eta_\alpha = - 3''742$$

Bemerkung: Infolge der geringen Punktzahl wurde Ragusa wegen seiner extremen meridionalen Lotabweichung (- 2''39) ausgeschlossen. Ebenso wurde dieselbe Komponente bei Sibenica nicht verwendet, weil sie infolge der Küstennähe zu stark durch den nördlichen Geoidanstieg von der Adria her beeinflusst ist. Ähnlich trägt die Längskomponente von Lissa ein zu starkes lokales Gepräge und wurde daher auf halbes Gewicht reduziert, wodurch die mittlere Längskomponente von - 8''010 auf - 7''637 ansteigt! η_α ist sodann mittels $(\eta_\alpha - \eta_\lambda) = + 1''731 \cotg \varphi$ berechnet.

Feld 21:

Zone : $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen : $20^{\circ} - 25^{\circ}$ Ost

(Jugoslawien, Bulgarien, Rumänien, Griechenland)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Lägerdorf	44°58'49"77	21°18'57"59	+ 1"04	(-16"10)	- 9"18	
Paraćin	43 50 33.37	21 25 02.24	- 1.99	(-14.75)	- 8.02	
Hisar	42 59 10.78	21 56 04.92	+ 1.99	(- 2.42)	+ 0.55	
Lisica	42 44 43.06	21 23 43.49	- 1.21	(-11.21)	- 5.41	
Kozjak	42 18 36.75	21 55 51.16	- 3.49	(-17.78)	- 9.77	
Ramno	42 11 29.33	21 26 52.10	- 5.00	(- 6.66)	- 2.27	
Bogoslovac	41 45 54.29	22 00 51.94	- 2.12	(+ 5.75)	+ 6.03	
Strumica	41 28 24.61	22 44 06.92	- 8.84	-10.68	+ 0.87	+7"94
Mali Konjare	41 20 21.54	21 27 52.13	- 6.63	-18.13	- 7.64	+4.33
Perister	41 00 12.42	21 11 12.08	- 1.82	(-17.44)	- 9.24	
Kajmak Čalan	40 55 50.51	21 47 19.11	- 8.89	(-13.33)	- 6.53	
Tabijeto	43 48 26.31	23 16 21.97	+ 1.40	- 8.17	- 5.28	+0.38
Kavlaka	43 43 58.68	23 37 14.18	+ 0.60	- 6.38	(- 2.21)	
Nadlipačkata	43 23 23.28	24 45 34.95	+ 4.54	- 4.95	- 1.06	+2.34
Borovanska mogila	43 21 55.93	23 44 41.20	+ 6.56	- 4.60	(- 0.96)	
Igina livada	43 20 47.11	24 12 22.53	+ 3.51	-11.13	(- 5.44)	
Sofia	42 41 45.18	23 19 59.00	+ 6.02	- 0.94	(+ 1.56)	
Černi vrch	42 33 50.60	23 16 52.87	+ 4.02	(- 6.49)	- 2.19	
Vojnica	42 24 15.04	24 24 55.21	- 2.10	- 3.61	+ 3.23	+5.66
Kalekoveč	42 13 19.12	24 48 59.90	- 0.21	- 5.15	+ 3.60	+7.06
Moldavica	44 46 30.35	21 43 07.50	- 1.96	-14.46	(- 7.98)	
Antina Livada	44 49 33.12	21 27 14.30	+ 3.47	-17.75	(-10.31)	
Kukujevo	44 32 01.16	22 07 06.23	- 3.68	-12.08	(- 6.27)	
Drama	41 03 53.81	24 03 43.10	- 1.44	- 0.05	+ 5.02	+5.05
Mittel	42 40 34	22 43 23	- 0.672	- 8.590	- 2.842	+2.981

$$\xi = - 0"672 ; \quad \eta_{\lambda} = - 6"315 ; \quad p = 15$$

$$\eta_{\alpha} = - 3"082$$

Bemerkung: Wegen ihrer großen longitudinalen Lotabweichungskomponenten wurden die drei rumänischen Stationen in Anbetracht ihrer Nähe in eine zusammengezogen.

Feld 22:

Zone : $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$: Streifen : $25^{\circ} - 30^{\circ}$ Ost

(Rumänien, Bulgarien)

	φ	λ	$(\varphi' - \varphi)$	$(\lambda' - \lambda)$	$(\alpha' - \alpha)$	w
Balcic	43°25'39"83	28°09'54"34	-6"03	- 1"47	+6"83	+7"84
Tabija	43 49 12.59	25 58 22.86	+6.42	- 7.56	-3.05	+2.18
Kalakoč	43 23 08.33	26 05 37.97	+2.07	- 6.17	-1.39	+2.85
Suhindolski vrch	43 11 59.69	25 09 41.17	+2.88	- 2.17	+3.12	+4.61
Monastir Sv.Peter	43 05 53.46	25 42 00.11	+4.55	- 5.21	+0.67	+4.23
Sakar	43 00 55.49	26 20 42.54	+4.30	- 6.24	-1.85	+2.41
Golemo Stidovo	42 45 19.30	26 32 12.82	-0.33	- 4.27	-2.66	+0.24
Asanow wrech	42 27 00.26	26 40 58.49	+3.88	-10.94	-3.55	+3.83
Nischana	42 25 02.46	26 07 15.01	+1.24	- 7.96	-1.88	+3.49
Kitka	42 19 36.17	25 16 27.90	-1.68	- 8.70	-4.30	+1.56
Korudschiza	41 58 43.51	25 45 12.51	+3.49	- 5.01	+3.72	+7.07
Mittel:	42 53 52	26 09 51	+1.890	- 5.973	-0.395	+3.671

$$\xi = + 1"890 ; \quad \eta_{\lambda} = - 4"376 ; \quad p = 11$$

$$\eta_{\alpha} = - 0"425$$

DIE ABLEITUNG DER GRAVIMETRISCHEN SOLLWERTE.

Für die Ableitung der "Sollwerte" für die Lotabweichungskomponenten benötigen wir zuerst die Undulationen des aktuellen Geoides in den in Frage kommenden Eckpunkten der Felderteilung. Wir stellen sie aus den beiden Arbeiten TANNIS in der kleinen Tabelle III zusammen:

	- 10°	- 5°	0°	+ 5°	+ 10°	+ 15°	+ 20°	+ 25°	+ 30°
60°					+ 20.9	+ 14.2	+ 7.9	+ 6.8	+ 6
55°			+ 30	+ 28	+ 27.0	+ 23.4	+ 18.6	+ 16.4	+ 13
50°	+ 34	+ 31	+ 31.6	+ 32.6	+ 32.6	+ 32.6	+ 30.2	+ 25.4	+ 20
45°	+ 27	+ 18	+ 34.7	+ 40.7	+ 39.3	+ 39	+ 37	+ 32	+ 24
40°	+ 38	+ 41	+ 42	+ 36	+ 40	+ 39	+ 36	+ 31	+ 32
35°	+ 32	+ 44	+ 46	+ 43	+ 42	+ 35	+ 19	+ 24	+ 19

(Einheit : Meter)

Spezialisiert man die bekannte Formel des astronomischen Nivellements:

$$d N = \varepsilon \cdot d s = (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha) d s, \quad 37)$$

die die Erhebungen des Geoides liefert, wenn man in der der ε -Komponente der Lotabweichung abgewendeten Richtung vorwärtsschreitet, für die beiden Hauptrichtungen des Meridians und Parallels ($\alpha = 0^\circ$ und 90°) und sucht man das mittlere lineare Geoidgefälle jeweils für eine Distanz von 5° in Breite oder Länge, so folgen aus den Relationen:

$$d N = - \frac{\xi''}{\rho''} ds_m ; \quad d N = - \frac{\eta''}{\rho''} ds_p \quad 38)$$

für die Sollwerte der repräsentativen Lotabweichungskomponenten die Ausdrücke:

$$\xi'' = - m \cdot dN \quad ; \quad \eta'' = - p \cdot dN \quad 39)$$

mit:

$$m = \frac{206\,265''}{d \, s} \quad ; \quad p = \frac{206\,265''}{\left(\frac{N \cos \varphi}{\rho''}\right) \cdot 18000''} \quad .$$

Entnimmt man den Tafeln für das Internationale Ellipsoid für die sechs gebrauchten Breitenwerte die Meridianbogenlängen B und die linearen Beträge der Sekundenbögen der Parallelkreise, so findet man leicht die zugehörigen Koeffizienten m und p in Tabelle IV:

	B_m	ds_m	m	$\left(\frac{N \cos \varphi}{\rho''}\right)$	p
60°	6 654 228			15.500 776	0.7393
		556 865	0.3704		
55°	6 097 363			17.777 012	0.6446
		556 404	0.3707		
50°	5 540 959			19.916 441	0.5754
		555 922	0.3710		
45°	4 985 037			21.902 914	0.5232
		555 432	0.3714		
40°	4 429 605			23.721 590	0.4831
		554 951	0.3717		
35°	3 874 654			25.358 939	0.4519

Diese Tafel würde vollkommen ausreichen, wenn wir uns, wie in der vorläufigen Mitteilung, mit einfacher linearer Interpolation begnügen wollten. Es zeigte sich aber, daß mit einer Interpolation aus graphischen Geoidprofilen bessere Ergebnisse, d.h. kleinere mittlere Fehler für die Unbekannten zu erzielen sind.

Der hier gewählte Interpolationsvorgang ist folgender: Zunächst wurden auf Grund der TANNISchen Undulationen für die Meridiane und Parallelkreise seines Gitternetzes aus freier Hand Geoidprofile gezeichnet. In jenen Fällen, wo die astronomi-

schen Stationen genügend über ein ganzes Feld verteilt sind, können an diesen Kurven für die Breite und Länge des Schwerpunktes die Geoidhöhen in den vier Randlinien des Feldes abgelesen werden. Bildet man hieraus die Geoidanstiege im Sinne (Nord-Süd) und (Ost-West), so liefern die Formeln 39) bereits die gesuchten Sollwerte. Man kann hierzu die Koeffizienten m unmittelbar obiger Tabelle entnehmen, während für die Koeffizienten p , die natürlich für die Schwerpunktsbreite erforderlich sind, lineare Interpolation aus den Tabellenwerten hinreicht. Auf diese Weise wurden für 14 der 22 Felder die Sollwerte der Lotabweichungen gefunden:

Tabelle V

F.	N	-	S	=	dN_m ;	O	-	W	=	dN_p ;	p	ξ	η
1.	16.1	-	24.5	=	- 8.4;	19.2	-	24.3	=	- 5.1;	0.6871;	+	3.111, + 3.504
2.	10.9	-	20.9	-	10.0;	10.7	-	16.6	-	5.9;	0.7150;	+	3.704 + 4.219
3.	6.6	-	17.0	-	10.4;	10.0	-	11.5	-	1.5;	0.7069;	+	3.852 + 1.060
6.	27.9	-	32.6	-	4.7;	29.5	-	29.7	-	0.2;	0.6129;	+	1.742 + 0.123
7.	25.1	-	32.6	-	7.5;	28.9	-	30.3	-	1.4;	0.6032;	+	2.780 + 0.844
8.	20.7	-	31.8	-	11.1;	25.5	-	29.0	-	3.5;	0.6022;	+	4.115 + 2.108
9.	17.1	-	28.0	-	10.9;	19.6	-	22.8	-	3.2;	0.6192;	+	4.041 + 1.981
12.	32.7	-	40.1	-	7.4;	37.2	-	37.3	-	0.1;	0.5440;	+	2.745 + 0.054
13.	32.6	-	39.0	-	6.4;	35.8	-	35.5	+	0.3;	0.5544;	+	2.374 - 0.166
14.	32.0	-	38.5	-	6.5;	34.2	-	36.1	-	1.9;	0.5518;	+	2.412 + 1.048
15.	27.8	-	34.5	-	6.7;	28.3	-	33.7	-	5.4;	0.5565;	+	2.486 + 3.005
18.	40.0	-	38.6	+	1.4;	39.8	-	40.7	-	0.9;	0.5141;	-	0.520 + 0.463
19.	38.9	-	39.8	-	0.9;	39.9	-	40.0	-	0.1;	0.5059;	+	0.334 + 0.051
21.	34.5	-	33.1	+	1.4;	32.6	-	37.6	-	5.0;	0.5046;	-	0.520 + 2.523

Bei den restlichen acht Feldern ist eine Genauigkeitssteigerung zu erwarten, wenn man das mittlere Geoidgefälle in den beiden Richtungen aus jenem Teilbereich ableitet, in dem die astronomischen Stationen gelegen sind. Das einzuhaltende Verfahren ergibt sich sinngemäß aus dem vorhergehenden. Es sei am Beispiel des Partialsystems 4 erörtert, das in seinem Felde westlich des Meridians 28° liegt. Mit den Schwerpunktskoordinaten konnten hier

die Geoidhöhen in der nördlichen, südlichen und westlichen Randlinie wie bisher abgelesen werden. Hingegen mußte jetzt aus den sämtlichen Ostwest-Profilen zuerst das Meridianprofil 28° abgeleitet werden, das für die Schwerpunktsbreite den Hilfspunkt $O_{28} = 9.5$ ergab. Das mit $W = 10.1$ folgende lineare Geoidgefälle liefert dann bei Extrapolation in der östlichen Randlinie des Feldes $\lambda = 30^{\circ}$ die fiktive Höhe 9.1 an Stelle der wahren Höhe 8.4, die für ein das ganze Feld erfüllendes Partialsystem gelten würde. Auf ähnliche Weise wurden die übrigen Partialsysteme behandelt. Dabei hat:

Partialsystem	5 die nördliche Randlinie	$\varphi = 53^{\circ}$,
"	11 die westliche Randlinie	$\lambda = 2^{\circ}$,
"	16 die nördliche Randlinie	$\varphi = 48^{\circ}$,
"	17 die östliche Randlinie	$\lambda = 3^{\circ}$ und
"	20 die östliche Randlinie	$\lambda = 18^{\circ}$.

Eine weitere Beschränkung tritt bei den kleinen Partialsystemen 10 und 22 auf. Das Partialsystem 10 liegt in der Nordwestecke seines Feldes und ist im Süden durch den Parallel 52° und im Osten durch den Meridian 27° begrenzt. Das Partialsystem 22 ist von den Parallelkreisen 42° und 44° sowie von den Meridianen 25° und 28° eingeschlossen.

Die Fortsetzung der Tabelle V lautet sodann:

F.	N	- S =	dN_m	O	- W =	dN_p	p	ξ	η
4.	6.8	- 15.8	= - 9.0;	9.1	- 10.1	= - 1.0;	0.7057;	+ 3.334	+ 0.706
5.	28.4	- 32.4	- 4.0;	31.0	- 30.9	+ 0.1;	0.5957;	+ 1.483	- 0.060
10.	15.8	- 23.8	- 8.0;	15.2	- 18.9	- 3.7;	0.6266;	+ 2.966	+ 2.318
11.	32.3	- 39.1	- 6.8;	37.6	- 34.4	+ 3.2;	0.5426;	+ 2.522	- 1.736
16.	22.7	- 27.4	- 4.7;	23.0	- 30.2	- 7.2;	0.5423;	+ 1.744	+ 3.905
17.	38.0	- 39.0	- 1.0;	40.6	- 37.0	+ 3.6;	0.5078;	+ 0.371	- 1.828
20.	38.7	- 38.2	+ 0.5;	38.6	- 39.8	- 1.2;	0.5030;	- 0.186	+ 0.604
22.	($dN =$	- 0.7)	- 1.75;	26.7	- 32.7	- 6.0;	0.5063;	+ 0.650	+ 3.038

Bemerkung: Für Partialsystem 22 ist das meridionale Gefälle für 2 Breitengrade in Klammer gesetzt!

Die Interpolationskurven finden sich im Anhang!

DIE ABSOLUTE LOTABWEICHUNGS-AUSGLEICHUNG.

Wie schon erwähnt, wurde für die Berechnung der Punkt $\varphi = 50^\circ$, $\lambda = 15^\circ$ östl. Greenwich zum Ursprung gewählt. Vor allem war der Übergang von der BESSELSchen auf die HAYFORDSche Abplattung erforderlich, um die repräsentativen Lotabweichungskomponenten der 22 Partialsysteme den Sollwerten gegenüberstellen zu können. Versieht man die ursprünglichen Lotabweichungskomponenten der Tabelle II zur deutlichen Unterscheidung mit dem Index B, so gelten die neuen, mit dem Index H gekennzeichneten Werte für ein Ellipsoid von der BESSELSchen Achse und der HAYFORDSchen Abplattung. Die Transformationsgleichungen ergeben sich leicht aus 18), wenn man bedenkt, daß $d\mu = + 2423 \cdot 10^{-8}$ zu setzen ist:

$$\begin{aligned} \xi_H &= \xi_B - (2b'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) 2423 \cdot 10^{-8} \\ \eta_{\lambda,H} &= \eta_{\lambda,B} + l'' \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 \cdot 2423 \cdot 10^{-8} = \\ &= \eta_{\lambda,B} + 914 l'' \cdot 10^{-8} \quad 40) \\ \eta_{\alpha,H} &= \eta_{\alpha,B} + (l'' \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 - \frac{l'' b''}{g''} \cos^3 \varphi_M \cotg \varphi_K) d\alpha \\ &= \eta_{\alpha,B} + 914 l'' \cdot 10^{-8} - l'' \cdot b'' \cdot 262 \cdot 10^{-13}. \end{aligned}$$

Der besseren Übersicht halber werden die Ausgangs- und Endwerte dieser Transformation in der folgenden Tabelle VI zusammengestellt:

Tabelle VI:

Feld:	ξ_B	ξ_H	$\eta_{\lambda,B}$	$\eta_{\lambda,H}$	$\eta_{\alpha,B}$	$\eta_{\alpha,H}$
1.	- 7.165	- 7.200;	+ 0.466	+ 0.400;	+ 1.862	+ 1.819
2.	- 7.026	- 7.042;	+ 1.508	+ 1.589;	+ 2.845	+ 2.919
3.	- 6.317	- 6.353;	- 5.915	- 5.657;	- 4.556	- 4.343

4. - 5!021 - 5!074; - 6!692 - 6!319; - 5!329 - 4!988
5. - 3.109 - 3.166 + 0.107 - 0.279 + 1.898 + 1.518
6. - 2.345 - 2.398 - 1.307 - 1.559 + 0.669 + 0.424
7. - 1.457 - 1.491 - 0.462 - 0.536 + 1.254 + 1.182
8. - 0.502 - 0.536 - 1.656 - 1.567 - 0.078 + 0.009
9. - 2.225 - 2.282 - 3.710 - 3.462 - 1.583 - 1.343
10. - 3.538 - 3.614 - 4.034 - 3.664 - 3.075 - 2.719
11. + 0.228 + 0.285 - 0.274 - 0.673 + 2.167 + 1.755
12. - 1.162 - 1.090 + 0.323 + 0.088 + 2.167 + 1.925
13. + 0.146 + 0.196 - 3.479 - 3.546 - 1.656 - 1.724
14. - 1.929 - 1.871 - 1.550 - 1.481 + 0.423 + 0.494
15. + 0.341 + 0.374 - 2.140 - 1.889 + 0.266 + 0.522
16. - 0.480 - 0.428 - 4.289 - 3.856 - 1.718 - 1.271
17. - 1.576 - 1.358 - 1.102 - 1.534 + 1.668 + 1.205
18. - 2.423 - 2.219 - 1.190 - 1.415 + 2.498 + 2.259
19. + 1.785 + 2.050 - 3.680 - 3.762 - 1.358 - 1.446
20. - 1.640 - 1.355 - 5.632 - 5.573 - 3.742 - 3.678
21. - 0.672 - 0.409 - 6.315 - 6.061 - 3.082 - 2.809
22. + 1.890 + 2.128 - 4.376 - 4.009 - 0.425 - 0.031

Der weitere Übergang auf das mittlere Erdellipsoid und in die absolute Lage führt auf die Fehlergleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \xi_H - d\varphi_K &= \xi_{\text{soll}} - v\varphi \\ \eta_{\lambda,H} - d\lambda_K \cos \varphi_K &= \eta_{\text{soll}} - v\lambda \\ \eta_{\alpha,H} - d\alpha_K \cotg \varphi_K &= \eta_{\text{soll}} - v\alpha \end{aligned} \right\} 41)$$

Dabei sind jetzt die Differentialausdrücke linker Hand nur mehr Funktionen von vier Unbekannten, nämlich der beiden Verschiebungsgrößen $d\varphi_0$ und $d\lambda_0$, der Verdrehung $d\alpha_0$ und schließlich der Achsenverbesserung oder strenger von $(k - \frac{da}{a})$:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{M_0}{M_K} \cos l \cdot d\varphi_0 - \frac{N_0}{M_0} \cos \varphi_0 \sin l \, d\alpha_0 + \varphi_5 \left(K - \frac{da}{a} \right) + (\xi_{\text{soll}} - \xi_H) &= v_\varphi \\
 \frac{M_0}{N_0} \sin \varphi_K \sin l \, d\varphi_0 + d\lambda_0 \cos \varphi_K + \frac{\varphi_5}{Q_{II}} d\alpha_0 + l'' \cos \varphi_0 \left(K - \frac{da}{a} \right) + (\eta_{\text{soll}} - \eta_{\lambda,H}) &= v_\lambda \\
 \sin l \operatorname{cosec} \varphi_K d\varphi_0 + \cos l \cos \varphi_0 \operatorname{cosec} \varphi_K d\alpha_0 + l \cos \varphi_0 \left(K - \frac{da}{a} \right) + (\eta_{\text{soll}} - \eta_{\alpha,H}) &= v_\alpha
 \end{aligned} \right\} 42)$$

Die Berechnung der Absolutglieder der Fehlergleichungen wird in Tabelle VII übersichtlich angeordnet:

Tabelle VII

F.	ξ_{soll}	-	ξ_H	$(\xi_{\text{soll}} - \xi_H)$	-	$\eta_{\lambda,H}$	η_{soll}	-	$\eta_{\alpha,H}$	$(\eta_{\text{soll}} - \eta_{\lambda,H})$	$(\eta_{\text{soll}} - \eta_{\alpha,H})$
1.	+ 3!111	+ 7!200	+ 10!311;	- 0!400	+ 3!504	- 1!819;	+ 3!104	+ 1!685			
2.	+ 3.704	+ 7.042	+ 10.746	- 1.589	+ 4.219	- 2.919	+ 2.630	+ 1.300			
3.	+ 3.852	+ 6.353	+ 10.205	+ 5.657	+ 1.060	+ 4.343	+ 6.717	+ 5.403			
4.	+ 3.334	+ 5.074	+ 8.408	+ 6.319	+ 0.706	+ 4.988	+ 7.025	+ 5.694			
5.	+ 1.483	+ 3.166	+ 4.649	+ 0.279	- 0.060	- 1.518	+ 0.219	- 1.578			
6.	+ 1.742	+ 2.398	+ 4.140	+ 1.559	+ 0.123	- 0.424	+ 1.682	- 0.301			
7.	+ 2.780	+ 1.491	+ 4.271	+ 0.536	+ 0.844	- 1.182	+ 1.380	- 0.338			
8.	+ 4.115	+ 0.536	+ 4.651	+ 1.567	+ 2.108	- 0.009	+ 3.675	+ 2.099			
9.	+ 4.041	+ 2.282	+ 6.323	+ 3.462	+ 1.981	+ 1.343	+ 5.443	+ 3.324			
10.	+ 2.966	+ 3.614	+ 6.580	+ 3.664	+ 2.318	+ 2.719	+ 5.982	+ 5.037			
11.	+ 2.522	- 0.285	+ 2.237	+ 0.673	- 1.736	- 1.755	- 1.063	- 3.491			
12.	+ 2.745	+ 1.090	+ 3.835	- 0.088	+ 0.054	- 1.925	- 0.034	- 1.871			
13.	+ 2.374	- 0.196	+ 2.178	+ 3.546	- 0.166	+ 1.724	+ 3.380	+ 1.558			
14.	+ 2.412	+ 1.871	+ 4.283	+ 1.481	+ 1.048	- 0.494	+ 2.529	+ 0.554			
15.	+ 2.486	- 0.374	+ 2.112	+ 1.889	+ 3.005	- 0.522	+ 4.894	+ 2.483			
16.	+ 1.744	+ 0.428	+ 2.172	+ 3.856	+ 3.905	+ 1.271	+ 7.761	+ 5.176			
17.	+ 0.371	+ 1.358	+ 1.729	+ 1.534	- 1.828	- 1.205	- 0.294	- 3.033			
18.	- 0.520	+ 2.219	+ 1.699	+ 1.415	+ 0.463	- 2.259	+ 1.878	- 1.796			
19.	+ 0.334	- 2.050	- 1.716	+ 3.762	+ 0.051	+ 1.446	+ 3.813	+ 1.497			
20.	- 0.186	+ 1.355	+ 1.169	+ 5.573	+ 0.604	+ 3.678	+ 6.177	+ 4.282			
21.	- 0.520	+ 0.409	- 0.111	+ 6.061	+ 2.523	+ 2.809	+ 8.584	+ 5.332			
22.	+ 0.650	- 2.128	- 1.478;	+ 4.009	+ 3.038	+ 0.031;	+ 7.047	+ 3.069			

Nunmehr sind wir in der Lage, die Fehlergleichungen aufzustellen. Sie zerfallen nach den Breiten- Längen- und Azimutgleichungen in drei Gruppen. An Stelle von $(k - \frac{da}{a})$ wird der 10 000-fache Wert als vierte Unbekannte eingeführt. Die Koeffizienten der Unbekannten werden auf drei Dezimalen, die Absolutglieder jedoch nur auf zwei Dezimalen gegeben, weil natürlich die dritte Dezimale nur als reine Rechengröße zu betrachten ist.

Tabelle VIII: Fehlergleichungen.

a) Breitengleichungen :

	$d\varphi_0$	$d\lambda_0$	$d\omega_0 \cdot 10^4(k - \frac{da}{a})$			p	v
1.	+ 0.998	+ 0.000	+ 0.016	+ 2.605	+ 10.31	7	+ 2.25
2.	+ 0.998		- 0.028	+ 3.129	+ 10.75	6	+ 2.00
3.	+ 0.989		- 0.088	+ 2.893	+ 10.21	30	+ 1.91
4.	+ 0.979		- 0.127	+ 2.770	+ 8.41	8	+ 0.38
5.	+ 0.979		+ 0.131	+ 0.317	+ 4.65	6	- 0.18
6.	+ 0.991		+ 0.086	+ 0.884	+ 4.14	18	- 1.50
7.	+ 0.999		+ 0.025	+ 0.715	+ 4.27	28	- 1.08
8.	+ 0.999		- 0.030	+ 0.687	+ 4.65	30	- 0.59
9.	+ 0.991		- 0.085	+ 1.053	+ 6.32	10	+ 0.66
10.	+ 0.980		- 0.126	+ 1.139	+ 6.58	4	+ 0.89
11.	+ 0.978		+ 0.135	- 1.359	+ 2.24	10	- 0.18
12.	+ 0.993		+ 0.080	- 1.162	+ 3.84	38	+ 1.14
13.	+ 1.000		+ 0.023	- 0.730	+ 2.18	35	- 1.09
14.	+ 1.000		- 0.023	- 0.820	+ 4.28	47	+ 1.19
15.	+ 0.991		- 0.086	- 0.742	+ 2.11	22	- 0.97
16.	+ 0.974		- 0.147	- 1.410	+ 2.17	6	+ 0.20
17.	+ 0.975		+ 0.147	- 2.760	+ 1.73	6	+ 1.33
18.	+ 0.994		+ 0.077	- 2.281	+ 1.70	6	+ 0.61
19.	+ 1.000		+ 0.028	- 2.588	- 1.72	13	- 2.33
20.	+ 1.001		- 0.020	- 2.711	+ 1.17	4	+ 0.80
21.	+ 0.992		- 0.087	- 2.730	- 0.11	15	- 0.33
22.	+ 0.982		- 0.125	- 2.752	- 1.48	11	- 1.58

b) Längengleichungen

1.	- 0.021 + 0.541 + 0.126 - 0.324 + 3.10	7	+ 0.85
2.	+ 0.037 + 0.519 + 0.152 + 0.569 + 2.63	6	- 1.08
3.	+ 0.116 + 0.526 + 0.140 + 1.813 + 6.72	30	+ 0.86
4.	+ 0.166 + 0.527 + 0.134 + 2.621 + 7.03	8	- 0.20
5.	- 0.159 + 0.623 + 0.015 - 2.716 + 0.22	6	+ 1.75
6.	- 0.106 + 0.606 + 0.043 - 1.772 + 1.68	18	+ 1.67
7.	- 0.031 + 0.616 + 0.035 - 0.521 + 1.38	28	- 0.79
8.	+ 0.037 + 0.617 + 0.033 + 0.625 + 3.68	30	- 0.43
9.	+ 0.105 + 0.599 + 0.051 + 1.745 + 5.44	10	- 0.51
10.	+ 0.157 + 0.592 + 0.055 + 2.599 + 5.98	4	- 1.40
11.	- 0.153 + 0.684 - 0.066 - 2.805 - 1.06	10	+ 0.37
12.	- 0.091 + 0.682 - 0.056 - 1.650 - 0.03	38	- 0.53
13.	- 0.026 + 0.669 - 0.035 - 0.469 + 3.38	35	+ 0.94
14.	+ 0.027 + 0.672 - 0.040 + 0.482 + 2.53	47	- 1.51
15.	+ 0.099 + 0.667 - 0.036 + 1.766 + 4.89	22	- 1.29
16.	+ 0.165 + 0.684 - 0.068 + 3.042 + 7.76	6	- 0.58
17.	- 0.155 + 0.730 - 0.134 - 3.039 - 0.29	6	+ 1.35
18.	- 0.082 + 0.721 - 0.111 - 1.584 + 1.88	6	+ 1.13
19.	- 0.029 + 0.733 - 0.126 - 0.574 + 3.81	13	+ 1.34
20.	+ 0.021 + 0.737 - 0.131 + 0.414 + 6.18	4	+ 2.06
21.	+ 0.091 + 0.735 - 0.132 + 1.787 + 8.58	15	+ 2.19
22.	+ 0.131 + 0.733 - 0.133 + 2.583 + 7.05	11	- 0.64

c) Azimutgleichungen:

1.	- 0.029 + 0.000 + 0.764 - 0.324 + 1.69	7	+ 1.31
2.	+ 0.050 + 0.751 + 0.569 + 1.30	6	- 0.69
3.	+ 0.160 + 0.749 + 1.813 + 5.40	30	+ 1.15
4.	+ 0.231 + 0.741 + 2.621 + 5.69	8	- 0.02
5.	- 0.260 + 0.805 - 2.716 - 1.58	6	+ 2.42
6.	- 0.168 + 0.801 - 1.772 - 0.30	18	+ 1.95
7.	- 0.050 + 0.815 - 0.521 - 0.34	28	- 0.41
8.	+ 0.060 + 0.816 + 0.625 + 2.10	30	- 0.10
9.	+ 0.164 + 0.796 + 1.745 + 3.32	10	- 0.91
10.	+ 0.242 + 0.782 + 2.599 + 5.04	4	- 0.73
11.	- 0.288 + 0.861 - 2.805 - 3.49	10	+ 0.69
12.	- 0.170 + 0.872 - 1.650 - 1.87	38	+ 0.12
13.	- 0.048 + 0.865 - 0.469 + 1.56	35	+ 1.34
14.	+ 0.049 + 0.868 + 0.482 + 0.55	47	- 1.46
15.	+ 0.178 + 0.855 + 1.766 + 2.48	22	- 1.91
16.	+ 0.312 + 0.858 + 3.042 + 5.18	6	- 1.63
17.	- 0.333 + 0.916 - 3.039 - 3.03	6	+ 1.60
18.	- 0.172 + 0.921 - 1.584 - 1.80	6	+ 0.04
19.	- 0.064 + 0.944 - 0.574 + 1.50	13	+ 1.40
20.	+ 0.046 + 0.951 + 0.414 + 4.28	4	+ 2.27
21.	+ 0.198 + 0.940 + 1.787 + 5.33	15	+ 0.71
22.	+ 0.284 + 0.926 + 2.583 + 3.07	11	- 3.05

Eine erste Teillösung auf Grund der Breiten- und Längengleichungen und der Minimumbedingung:

$$\sum p (v_{\varphi}^2 + v_{\lambda}^2) = \min \quad 43)$$

liefert strenge genommen nur die drei Unbekannten $d\varphi_0$, $d\lambda_0$ und $(k - \frac{da}{a})$. Man müßte also für die vierte Unbekannte $d\alpha_0$ eine gute Näherung einführen, am besten natürlich das Resultat aus der späteren zweiten Teillösung. Im Hinblick auf die definitive Vereinigung der beiden Normalgleichungssysteme wurde aber $d\alpha_0$ auch hier als Unbekannte beibehalten; man hat sich nur vor Augen zu halten, daß der resultierende Wert für diese Unbekannte keinerlei reelle Bedeutung hat, was ja schon aus den kleinen Koeffizienten hervorgeht. Unter diesen Vorbehalten erhalten wir die Normalgleichungen:

$d\varphi_0$	$d\lambda_0$	$d\alpha_0$	$10^4(k - \frac{da}{a})$	
358.0368 +	1.7468 -	1.9554 -	24.1999 +	1523.0395
	151.4859 -	4.0807 +	26.7212 +	780.8734
		4.3782 +	0.0082 -	27.9657
			1866.1278 +	2811.6289
				15579.8961

44)

und die Lösungen:

$$d\varphi_0 = - 4.332$$

$$d\lambda_0 = - 4.836 \quad 45)$$

$$(k - \frac{da}{a}) = - (1\,4941 \pm 1159) \cdot 10^{-8}, \text{ womit}$$

bei Unterdrückung von k und ausgehend von der BESSELSchen Achse:

$$da = + 952.8 \text{ m} \pm 73,9 \text{ m}$$

oder schließlich:

$$a = 6\,378\,350 \text{ m} \pm 74 \text{ m} \quad 46)$$

folgt. Gegenüber einer ersten Lösung mit Sollwerten, die ebenso wie in der vorläufigen Mitteilung durch einfache lineare Inter-

polution berechnet waren:

$$a = 6\,378\,393 \text{ m} \pm 80 \text{ m}$$

ist der Achsenwert um rund 40 m und der mittlere Fehler um 8% gesunken. Das Ergebnis für das Azimut: $d\alpha_0 = -0!10 \pm 2!42$, dessen Unsicherheit durch den großen mittleren Fehler dokumentiert ist, sei nur am Rande vermerkt.

Eine zweite Teillösung ergibt sich mit den Breiten- und Azimutgleichungen auf Grund der Minimumbedingung:

$$\sum p (v_{\varphi}^2 + v_{\alpha}^2) = \min. \quad (47)$$

Hier tritt natürlich die Unbekannte $d\lambda_0$ überhaupt nicht in Erscheinung. Man findet die Normalgleichungen:

$d\varphi_0$	$d\alpha_0$	$10^4(k - \frac{da}{a})$	
363.8675 +	0.8211 +	12.8347 +	1568.1808
	259.9121 +	30.0279 +	383.0470
		1866.1278 +	2678.0520
			+ 12041.5381

(48)

und die Lösungen:

$$\begin{aligned}
 d\varphi_0 &= -4!258 \\
 d\alpha_0 &= -1.300 \\
 (k - \frac{da}{a}) &= -(1\,3849 \pm 1231) \cdot 10^{-8}
 \end{aligned}
 \quad (49)$$

oder:

$$d a = + 883.2 \text{ m} \pm 78.5 \text{ m}$$

und damit:

$$a = 6\,378\,280 \text{ m} \pm 79 \text{ m}. \quad (50)$$

Die beiden Achsenwerte 46) und 50) stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein.

Das definitive Ergebnis wird aber aus der Vereinigung der beiden Normalgleichungssysteme 44) und 48) abgeleitet, was der Minimumbedingung:

$$\sum p (2 v_{\varphi}^2 + v_{\lambda}^2 + v_{\alpha}^2) = \min \quad 51)$$

entspricht, Wir erhalten:

$d\varphi_0$	$d\lambda_0$	$d\alpha_0$	$10^4(k - \frac{da}{a})$	
721.9043 +	1.7468 -	1.1343 -	11.3652 +	3091.2203
	151.4859 -	4.0807 +	26.7212 +	780.8734
		264.2903 +	30.0361 +	355.0813
			3732.2556 +	5489.6809
				27621.4342

52)

und damit endlich:

$$\begin{aligned} d\varphi_0 &= - 4''295 \pm 0.189 \\ d\lambda_0 &= - 4.886 \pm 0.414 \\ d\alpha_0 &= - 1.274 \pm 0.313 \\ (k - \frac{da}{a}) &= - (1\ 4387 \pm 835) \cdot 10^{-8}. \end{aligned} \quad 53)$$

Diese Lösung tilgt, wie es sein muß, annähernd den mittleren LAPLACEschen Widerspruch:

$$d\alpha_0 - d\lambda_0 \sin 50^\circ = - 2''47 . \quad 54)$$

Die Reste sind in der letzten Kolonne der Tabelle VIII eingetragen. Von diesen 66 v - Größen liegen 32 unter 1", 26 zwischen 1" und 2"; 7 Werte sind größer als 2" und der letzte Azimutfehler übersteigt sogar 3". Gerade an diesem Beispiel erkennt man deutlich den Einfluß einer Fehlorientierung innerhalb des Netzverbandes. Das Partialsystem 22 zeigt nämlich den großen mittleren LAPLACEschen Widerspruch + 3''67. Mit $w = + 2''2$ würde nach Formel 35) $\eta_{\alpha} = - 2''008$ statt $- 0''425$ resultieren und das restliche v wäre im Absolutbetrag um 1''58 kleiner!

Lassen wir die drei Lagegrößen zunächst beiseite, so liefert also das europäische Lotabweichungsmaterial gegenüber dem BESSELSchen Ellipsoid eine Achsenvergrößerung:

$$d a = + 917.5 \text{ m } \pm 53.2 \text{ m}$$

oder für die Achse des Normalsphäroides der Erde oder des mittleren Erdellipsoides den Endwert:

$$a = 6\,378\,315 \text{ m} \pm 53 \text{ m} . \quad 55)$$

Die Achse scheint somit etwas kleiner zu sein als die aus isostatisch reduzierten Lotabweichungen ermittelte Achse des Internationalen oder HAYFORDSchen Ellipsoides.

11.

DIE ABSOLUTE LAGE DES EUROPÄISCHEN FUNDAMENTALPUNKTES

POTSDAM (HELMERTTURM).

Wie bereits in § 5 ausgeführt wurde, gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten, die absolute Lage der Fundamentalpunkte der verschiedenen Landestriangulationen zu bestimmen. Sind die Undulationen des Geoides gegenüber dem Normalsphäroid soweit bekannt, daß man in jedem beliebigen Punkt einen genügend sicheren Wert für den Richtungsunterschied der beiden Flächennormalen oder für die absolute Lotabweichung angeben kann, so führen die Formeln 25) ohne Triangulation zum Ziele. Da aber die genannte Voraussetzung derzeit noch bei weitem nicht erfüllt ist, bleibt nichts anderes über, als einen genügend großen trigonometrischen Netzverband nach dem Verfahren der absoluten Lotabweichungsausgleichung entsprechend in die absolute Lage und Orientierung zu bringen. Diese Aufgabe ist für unseren Netzverband mit den Elementen 53) gelöst. Genügte aber dieser provisorische Netzverband vollkommen für die Herleitung der allgemeinen Transformationse-

lemente, so ist dies für die hier gestellte Aufgabe nicht mehr der Fall. Vielmehr werden sich die geodätischen Fehler in den einzelnen Landesfundamentalpunkten mit vollem Betrag auf das gesuchte Resultat auswirken.

Diese Bedenken sind aber für den Fundamentalpunkt Potsdam, resp. den alten deutschen Fundamentalpunkt Rauenberg natürlich hinfällig. Wir übertragen also die Elemente 53), zu denen noch $d\alpha = + 2423 \cdot 10^{-8}$ tritt, vom Ursprung $\varphi = 50^\circ$, $\lambda = 15^\circ$ vermöge der Gleichungen 18) auf diese beiden Punkte. Die Formeln werden allgemein:

$$\begin{aligned}
 d\varphi_K &= - 4''295 \frac{M_0}{M_K} \cos l + 0''8212 \sin l - 14387 \varphi_s \cdot 10^{-8} + \\
 &\quad + (2b'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_s \sin^2 \varphi_M) 2423 \cdot 10^{-8} \\
 d\lambda_K &= - 4''886 - 4''295 \cdot \frac{M_0}{N_K} \operatorname{tg} \varphi_K \sin l - 618 \varphi_s \sec \varphi_K \cdot 10^{-8} \\
 &\quad - 10 \ 162 \cdot l'' \sec \varphi_K \cdot 10^{-8} \qquad \qquad \qquad 56) \\
 d\alpha_K &= - 4''295 \sin l \sec \varphi_K - 0''8189 \cos l \sec \varphi_K - \\
 &\quad - 10 \ 162 \cdot l'' \operatorname{tg} \varphi_K \cdot 10^{-8} + l''b'' \cos^3 \varphi_M \cdot 1175 \cdot 10^{-13}
 \end{aligned}$$

Man findet:

Potsdam:		Rauenberg:
$d\varphi = - 5''5059$;	$- 5''5428$
$d\lambda = - 3''6264$		$- 3''8367$ 57)
$d\alpha = - 0''187$		$- 0''368$

Die kleine Azimutkorrektion beweist, daß die Orientierung des Reichsdreiecksnetzes ganz vorzüglich ist. Mit den aus Band 6/2 der "Veröffentlichungen des Institutes für Erdmessung" (Bamberg, 1949) entnommenen Daten im Reichsdreiecksnetz auf dem BESSEL-schen Ellipsoid:

Potsdam:		Rauenberg:
$\varphi = 52^\circ 22' 53''9540$;	$52^\circ 27' 12''0170$
$\lambda = 13 \ 04 \ 01.1527$		$13 \ 22 \ 04.9615$

Potsdam:		Rauenberg:	
$\alpha = 154^{\circ} 47' 32''.19$;	$21^{\circ} 01' 58''.914$	58)
(Richtung: Golmberg)		(Berlin-Mitte, Rathaus)	

folgen somit die absoluten geodätischen Koordinaten:

$(\varphi + d\varphi) = 52^{\circ} 22' 48''.448$	$52^{\circ} 27' 06''.474$	
$(\lambda + d\lambda) = 13 03 57.526$	$13 22 01.125$	59)
$(\alpha + d\alpha) = 154 47 32.00$	$21 01 58.55$	

Stellt man diesen schließlich die astronomischen Beobachtungswerte gegenüber:

$\varphi' = 52^{\circ} 22' 54''.81$	$52^{\circ} 27' 12''.19$	
$\lambda' = 13 04 01.66$	$13 22 06.03$	60)
$\alpha' = 154 47 33.61$	$21 02 02.70$,

so resultieren die absoluten Lotabweichungskomponenten:

$\Delta \varphi = + 6''.36$	$+ 5''.72$	
$\Delta \lambda = + 4.13$	$+ 4.90$	61)
$\Delta \alpha = + 1.61$	$+ 4.15$	
$w = - 1.66$	$+ 0.26$	

Man sieht sofort, daß durch die Tilgung des mittleren LAPLACEschen Widerspruchs in der vorhergehenden absoluten Lotabweichungsausgleichung auch der ursprüngliche Widerspruch im eigentlichen Fundamentalpunkt Rauenberg fast restlos beseitigt wurde. Der Widerspruch in Potsdam ist schon von früheren Berechnungen her bekannt.

Von ganz besonderem Interesse ist aber ein Vergleich dieser absoluten Lotabweichungen mit den älteren, auf Grund des Minimumprinzipes für die restlichen Lotabweichungen gefundenen Werten. Zunächst seien für beide Punkte einige auf das BESSELsche Ellipsoid bezogene Resultate wiedergegeben:

	Potsdam:		Rauenberg:	
	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$
BERROTH ^{*)} : aus Längengradmessung in 52° u. "Lotabw. V"			+2"40	+3"22
KOHLSCHÜTTER ^{**)} :	+3"08	+2"58		
LEDERSTEGER ^{***)} : aus Militär- Triang.Österreich-Ungarn			+2.10	+4.22
LEDERSTEGER ^{****)} : Partialsystem Deutschland	+2.44	+2.66	+1.75	+3.24
LEDERSTEGER ^{****)} : Europäisches Lotabweichungssystem (§ 21)	+3.01	+2.36	+2.33	+2.97
	($\Delta\alpha = +0"06$)		($\Delta\alpha = +2"49$)	

Die Unterschiede dieser Werte erklären sich selbstverständlich aus den verschiedenen zugrundeliegenden astronomisch-geodätischen Netzen, und zwar weniger aus der ungleichen Punktdichte als vielmehr aus der verschiedenen räumlichen Ausdehnung. Sie können nicht mit den Werten 61) verglichen werden. Dies wäre nur möglich, wenn der Fundamentalpunkt jeweils mit dem Schwerpunkt des astronomisch-geodätischen Netzes zusammenfällt, weil nur der Schwerpunkt eines Minimalsystems von Lotabweichungen invariant ist gegenüber jedem beliebigen Ellipsoidübergang.

*) A. BERROTH: Die gebräuchlichen Ellipsoide und die Lotabweichungen, Veröffentl. des Preuss.Geod.Inst., Neue Folge 86, Berlin 1922

***) E. KOHLSCHÜTTER: Die Koordinaten des Zentralpunktes der deutschen Triangulationen, Zeitschrift f.Vermessungswesen, 53. Band, Stuttgart 1924

****) K. LEDERSTEGER: Das Lotabweichungssystem der österr.-ungar. Militärtriangulierung, Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst, 19. Jg., Berlin 1943

*****) K. LEDERSTEGER: Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid. Sonderheft 3 der Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen, Wien 1948.

Wir transformieren die Werte der letzten Zeile obiger Tabelle mit den Gleichungen:

$$\begin{aligned}\overline{\Delta\varphi} &= \Delta\varphi + \varphi_5 \frac{da}{a} - (2b'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) d\alpha \\ \overline{\Delta\lambda} &= \Delta\lambda + l'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_K \left(\frac{da}{a} + \sin^2 \varphi_0 d\alpha \right) \\ \overline{\Delta\alpha} &= \Delta\alpha + l'' \cos \varphi_0 \operatorname{tg} \varphi_K \left(\frac{da}{a} + \sin^2 \varphi_0 d\alpha \right) - \frac{l'' l''''}{g''} \cos^3 \varphi_M \cdot d\alpha\end{aligned}\quad 62a)$$

oder:

$$\begin{aligned}\overline{\Delta\varphi} &= \Delta\varphi + 14387 \varphi_5 \cdot 10^{-8} - (2b'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) 2423 \cdot 10^{-8} \\ \overline{\Delta\lambda} &= \Delta\lambda + 10568 \cdot l'' \cdot \sec \varphi_K \cdot 10^{-8} \\ \overline{\Delta\alpha} &= \Delta\alpha + 10568 \cdot l'' \operatorname{tg} \varphi_K \cdot 10^{-8} - 357 l'' b'' \cdot 10^{-13},\end{aligned}\quad 62 b)$$

in denen die Breiten- und Längendifferenzen in Bezug auf den Schwerpunkt $\varphi_0 = 47^\circ 44' 10''$, $\lambda_0 = 15^\circ 35' 22''$ des damaligen europ. Lotabweichungssystems zu bilden sind, vom BESSELSchen auf das mittlere Erdellipsoid und finden:

Potsdam:	Rauenberg:	
$\Delta\varphi = + 5^{\circ}30$	$+ 4^{\circ}66$	
$\Delta\lambda = + 0.97$	$+ 1.55$	63)
$\Delta\alpha = - 1.18$	$+ 1.36$	
$w = - 1.81$	$+ 0.13$	

Schließlich ist im erweiterten Reichsdreiecksnetz, aus dem das "Zentraleuropäische Netz" hervorgegangen ist, auf dem HAYFORDSchen Ellipsoid nach der ersten Lotabweichungsausgleichung,*⁾ die wir am besten zum Vergleich heranziehen, erhalten worden:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= + 3^{\circ}19 && + 2^{\circ}54 \\ \Delta\lambda &= + 2^{\circ}69 && + 3^{\circ}43.\end{aligned}\quad 64)$$

*) H. WOLF: Die Lotabweichungsausgleichung für das Zentraleuropäische Netz, in Band 6/1 der Veröff. d. Inst. f. Erdmessung, Bamberg 1949.

Die azimutalen Lotabweichungen werden nicht berücksichtigt, weil sie durch die bekannten starken Verdrehungen^{*)} in den angefelderten polnischen und slowakischen Netzen entstellt sind. Ferner sind die von WOLF eingeführten Verteilungsgewichte unberücksichtigt geblieben, um möglichst gleiche Voraussetzungen zu schaffen.

Da das HAYFORDSche Ellipsoid hinreichend mit unserem mittleren Erdellipsoid übereinstimmt, dürfen die Lotabweichungen 61), 63) und 64) einander gegenübergestellt werden. Vorerst ergibt sich die auffallende Erscheinung, daß die neue Minimumbedingung die Lotabweichungskomponenten um:

$$\delta(\Delta\varphi) = + 1''06, \quad \delta(\Delta\lambda) = + 3''34, \quad \delta(\Delta\alpha) = + 2''79 \quad 65)$$

vergrößert hat. Die Ursache hierfür kann nur in einem systematischen Neigungsunterschied zwischen Normalsphäroid und Geoid im europäischen Raum gesucht werden. Selbstverständlich ist der mittlere Neigungsunterschied eine Funktion der räumlichen Ausdehnung des Untersuchungsgebietes. Da ferner die absolute Lotabweichungsausgleichung in viel höherem Maße von der Ausdehnung des Netzes unabhängig ist als die frühere, muß der systematische Anteil für das System des "Sonderheftes 3" gesucht werden. Dieses System deckt sich räumlich annähernd mit dem vorliegenden Material bei Ausschluß des Ostseeringes, beruht aber nur auf einer Auswahl von 112 LAPLACEschen Punkten. Nun zieht die Mißachtung des regionalsystematischen Charakters der Lotabweichungen bei Verwendung der Minimumforderung für die restlichen Lotabweichungen eine Verfälschung der absoluten Lage des Netzes nach sich, die am besten abgeschätzt werden kann, wenn die re-

*)K. LEDERSTEGGER: Die Orientierung des Reichsdreiecksnetzes, zweite Teiluntersuchung, Nachr. aus dem Reichsvermessungsdienst, Berlin 1944.

präsentativen Sollwerte der Lotabweichungen in diesen 112 Punkten berechnet und gemittelt werden. Tatsächlich verlangt ja das ältere Prinzip eine möglichst gute Anpassung der geodätischen Positionen an die astronomischen Daten. Positive systematische Lotabweichungskomponenten verschieben daher das Netz zwangsläufig nach Norden und Osten; es rutscht gleichsam in der Falllinie des Geoides ab.

Für die Berechnung dieser Verschiebungen genügt natürlich genäherte lineare Interpolation der repräsentativen "Sollwerte" vollkommen. Die mittleren Lotabweichungen in den Randlinien der 5° - Felder ergeben sich nach Tabelle III und IV wie folgt:

Tabelle IX:

a) Meridionale repräsentative Lotabweichungen (ξ):

$\lambda \backslash \varphi$	- 5°	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
$55^\circ-60^\circ$				+ 2!259	+ 3!408	+ 3!963	+ 3!556	+ 2!593
$50^\circ-55^\circ$		+ 0!593	+ 1!705	+ 2.076	+ 3.410	+ 4.300	+ 3.336	+ 2.595
$45^\circ-50^\circ$	- 4!823	+ 1!150	+ 3.005	+ 2.486	+ 2.374	+ 2.523	+ 2.449	+ 1.484
$40^\circ-45^\circ$	+ 8.542	+ 2.711	- 1.746	+ 0.260	0.000	- 0.371	- 0.371	+ 2.971
$35^\circ-40^\circ$	+ 1.115	+ 1.487	+ 2.602	+ 0.743	- 1.487	- 6.319	- 2.602	- 4.832

b) Ostwestliche repräsentative Lotabweichungen (η):

$\lambda \backslash \varphi$	- $5^\circ-0^\circ$	$0^\circ-5^\circ$	$5^\circ-10^\circ$	$10^\circ-15^\circ$	$15^\circ-20^\circ$	$20^\circ-25^\circ$	$25^\circ-30^\circ$
60°				+ 4!953	+ 4!658	+ 0!813	+ 0!591
55°		+ 1!289	+ 0!645	+ 2.321	+ 3.094	+ 1.418	+ 2.192
50°	- 0!345	- 0.575	0.000	0.000	+ 1.381	+ 2.762	+ 3.107
45°	- 8.737	- 3.139	+ 0.732	+ 0.157	+ 1.046	+ 2.616	+ 4.186
40°	- 0.483	+ 2.899	- 1.932	+ 0.483	+ 1.449	+ 2.416	- 0.483
35°	- 0.904	+ 1.356	+ 0.452	+ 3.163	+ 7.230	- 2.260	+ 2.260

Damit findet man den regionalsystematischen Einfluß auf die Lotabweichungen zu:

$$\xi = + 1!7, \quad \eta = + 1!4, \quad \Delta\lambda = \eta \cdot \sec \varphi_P = + 2!3,$$

was in Anbetracht der verschiedenen Ausdehnung der Netze die

Differenzen 65) genügend erklärt.

Es bleibt noch die verhältnismäßig große Differenz der nach derselben Minimumbedingung abgeleiteten Lotabweichungskomponenten 63) und 64) zu erörtern. Wie schon in § 3 erwähnt, liegt die Höhenlinie des Geoides zwischen 10° und 20° östl. Greenwich etwa in der Breite 43° . Bedenkt man daher, daß sich das Lotabweichungssystem von "Sonderheft 3" bis zur Mittelmeerküste erstreckt, während das erweiterte Reichsdreiecksnetz oder das Zentraleuropäische Netz zwischen den Breiten $47^{\circ}30'$ und $57^{\circ}0'$, mithin gänzlich am nördlichen Geoidhang liegt, so ist es begreiflich, daß dieses Netz weiter nach Norden abrutschen muß, als das wesentlich ausgedehntere "europäische" Netz. Daher sind seine geodätischen Breiten um rund 2" zu groß. Gerade der umgekehrte Fall liegt bei den Längen vor. Hier wird die Einbeziehung von Südosteuropa bei dem aus TANNIS Undulationen ersichtlichen Geoidabfall nach Osten eine stärkere Ostverschiebung des größeren Netzes zur Folge haben. Man kann geradezu die Differenz der Längenwerte 63) und 64) auch umgekehrt als eine Bestätigung des auf gravimetrischem Wege gefundenen Geoidabfalls auffassen.

Um schließlich die Lotabweichungen 64) mit den entsprechenden Größen für das BESSELSche Ellipsoid vergleichen zu können, transformieren wir sie mit den Formeln 62a), in welche die Längen- und Breitendifferenzen gegen den Schwerpunkt des Zentraleuropäischen Netzes $\varphi = 51^{\circ}34'14"$, $\lambda = 15^{\circ}30'48"$ einzuführen sind, vom HAYFORDSchen auf das BESSELSche Ellipsoid und finden:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_B &= + 3^{\circ}19' - 0^{\circ}44' = + 2^{\circ}75' \\ \Delta\lambda_B &= + 2.69 + 1.53 = + 4.22\end{aligned}\tag{64a)}$$

Der Breitenwert paßt recht gut zu der früheren Tabelle, dank des geringen Breitenunterschiedes zwischen Potsdam und dem Schwer-

punkt. Hingegen bedingt die beträchtliche östliche Ausdehnung auf dem zu kleinen Ellipsoid eine negative Korrektur der geodätischen Längen, die die Ostverschiebung infolge des Geoidgefälles überkompensiert. Sind doch die geodätischen Längenunterschiede in der Nullpunktsbreite pro Längengrad bereits um 0!38 zu groß!

Besonders soll noch hervorgehoben werden, daß die geodätischen Ausgangswerte für Potsdam im neuen Zentraleuropäischen Netz:

$$\varphi = 52^{\circ}22'51!4456, \quad \lambda = 13^{\circ}03'58!9283 \quad 66)$$

gegenüber den absoluten geodätischen Koordinaten 59) um 2!998 und 1!402 zu groß sind. Für die Länge wäre sogar ein stärkerer systematischer Unterschied zu erwarten gewesen, wie denn auch die zweite Lotabweichungsgleichung^{*)} diese Länge um eine weitere halbe Sekunde vergrößert hat. Jedenfalls ist die nachgewiesene Differenz von allergrößter Bedeutung, weil derzeit der trigonometrische Zusammenschluß von Westeuropa im Anschluß an das ZEN durchgeführt wird und somit gleichfalls auf den Ausgangswerten 66) beruht.

Zusammenfassend dürfen wir feststellen: Man hat bisher gehofft, daß die Lotabweichungsgleichung nach dem Minimumprinzip für die restlichen Lotabweichungen die absolute Lage eines Netzes umso sicherer liefert, je ausgedehnter dieses Netz ist, und daß man bei kontinentaler Ausdehnung die Wahrheit erreichen kann. Weil aber sowohl die Längenglieder der empirischen Schwereformel wie auch die aus dem STOKESschen Integral berechneten Geoidhöhen zeigen, daß das Geoid in großen Wellen konti-

*) H. WOLF: in Band 6/1 der Veröffentlichungen des Institutes für Erdmessung, Bamberg 1949.

mentalen Ausmaßes verläuft, die sich keineswegs mit dem Bilde decken, das man aus der Verteilung von Land und Meer erwarten sollte, ist der letzte Schluß nicht berechtigt. Die ältere Methode der Lotabweichungsausgleichung vermag also zwar die bestanschließenden Ellipsoide zu liefern, niemals aber hinreichende Ergebnisse für die absolute Lage der trigonometrischen Netze.

12.

DIE ABSOLUTE LAGE EINIGER LANDESFUNDAMENTALPUNKTE.

Die Bestimmung der absoluten Lage willkürlicher Punkte unseres Netzverbandes auf Grund der Elemente 53) hat eine genügende Sicherheit der relativen Lage der Netzpunkte zur Voraussetzung. Der provisorische Netzverband, der durch wiederholte Anwendung des Verfahrens von HELMERT-THILO unter Einbeziehung astronomisch-geodätischer Kontrollen entstanden ist, reichte nun wohl für Lotabweichungsuntersuchungen im Großen aus, ist jedoch für das vorliegende Problem wegen der vielfach mangelhaften geodätischen Unterlagen nur sehr bedingt verwertbar. Wir müssen uns also auf jene Fundamentalpunkte beschränken, die noch dem Kern des Netzverbandes angehören und mittels der Koordinaten kontrolliert werden können, die inzwischen in Band 6/2 der Bamberger Veröffentlichungen im System des erweiterten Reichsdreiecksnetzes ausgewiesen wurden.

Für den österreichischen Fundamentalpunkt Hermannskogel liegen folgende astronomische und geodätische Koordinaten im Reichsdreiecksnetz vor:

$$\begin{aligned}
 \varphi' &= 48^{\circ} 16' 15.13 & , & & \varphi &= 16.5541 \\
 \lambda' &= 16 17 50.11 & & & \lambda &= 44.1714 \\
 \alpha' &= 107 31 41.70 & & & \alpha &= 37.95
 \end{aligned}
 \tag{67}$$

(Richtung: Hundsheimer-Berg)

Mit 56) ergeben sich die absoluten geodätischen Koordinaten und die absoluten Lotabweichungskomponenten:

$$\begin{aligned}
 \varphi &= 48^{\circ} 16' 13.134 & \Delta \varphi &= + 2.00 \\
 \lambda &= 16 17 38.523 & \Delta \lambda &= +11.59 \\
 \alpha &= 107 31 36.04 & \Delta \alpha &= + 5.66 \\
 w &= - 2.99.
 \end{aligned}
 \tag{68}$$

Demgegenüber fanden sich im Minimalsystem der Lotabweichungen auf dem BESSELSchen Ellipsoid aus der österreichisch-ungarischen Militärtriangulierung^{*)} und aus der einheitlichen Bearbeitung von 112 europäischen LAPLACESchen Punkten (Sonderheft 3, § 21) - im letzteren Falle nach entsprechender Abänderung des Ausgangswertes für die azimutale Lotabweichung - die Beträge:

MT	§ 21:
$\Delta \varphi = + 0.48$	$+ 0.78$
$\Delta \lambda = + 9.66$	$+ 8.09$
$\Delta \alpha = + 7.19$	$+ 2.69 \quad (+ 4.45)$
$w = - 0.02$	$- 3.35 \quad (- 1.59)$

Wie hier nicht näher ausgeführt sein soll, beruht der auffallende Unterschied im restlichen Widerspruch vermutlich wenigstens teilweise auf Netzverdrehungen bei der partiellen Anfeinerung des österreichischen Netzes an das Reichsdreiecksnetz.

*) K. LEDERSTEGGER: Das Lotabweichungssystem der österr.-ungar. Militärtriangulierung, Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst, 19. Jg., Berlin 1943

Um den möglichen Fehler aufzuzeigen, sind jene Werte für die azimutale Lotabweichung und den Widerspruch in Klammern beigesetzt, die sich in § 21 ergeben hätten, wenn die geodätische Ausgangsorientierung allein aus dem Partialsystem Österreich entnommen worden wäre. Jedenfalls erfordert demnach die absolute geodätische Orientierung (68) noch eine eingehende Überprüfung.

Der Hermannskogel liegt ziemlich nahe dem Schwerpunkt des "europäischen" Systems, so daß die Umrechnung der Lotabweichungen von Sonderheft 3 nach 62b) nur geringe Änderungen ergibt:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= + 1^{\circ}04 & \Delta\alpha &= + 2^{\circ}99 \\ \Delta\lambda &= + 8.49 & w &= - 3.35 . \end{aligned} \quad 70)$$

Vergleich mit den absoluten Lotabweichungskomponenten (68) führt auf ähnliche Differenzen wie Potsdam (65)), die wieder die Verfälschung der absoluten Lage durch die ältere Minimumforderung gepaart mit dem Einfluß der Netzverschiedenheiten zum Ausdruck bringen.

Vorbehaltlich der erwähnten notwendigen Orientierungsüberprüfung zeigt ein Vergleich der absoluten Koordinaten mit den Ausgangswerten der österreichischen Landesvermessung:

$$\begin{aligned} \varphi &= 48^{\circ}16'15^{\circ}2900 \\ \lambda &= 33\ 57\ 41.0600 \text{ östl. Ferro} = 16^{\circ}17'55^{\circ}04 \text{ östl. Gr.} \\ \alpha &= 107\ 31\ 41.70, \end{aligned} \quad 71)$$

daß namentlich die Länge eine negative Korrektur von 16[°]5 erfordert, die in die Umrechnungskonstante für die Ferrolängen einbezogen werden kann. Mit der bekannten ALBRECHT'schen Zahl findet man für den Übergang von Ferro auf Greenwich:

$$- 17^{\circ} 39' 46^{\circ}02 - 16^{\circ}52 = - 17^{\circ} 40' 02^{\circ}54. \quad 72)$$

Doch muß gleich hier eine prinzipielle Bemerkung eingeschaltet

werden. Soll ein Landesnetz nicht auf dem mittleren Endellipsoid, sondern z.B. auf dem BESSELSchen Ellipsoid in seine absolute Lage gebracht werden, so müssen selbstverständlich gemäß den Formeln 56) die absoluten Koordinaten des Landesmittelpunktes berechnet und die so gewonnenen Transformationselemente auf den Triangulierungshauptpunkt übertragen werden.

Als nächsten betrachten wir den tschechischen Fundamentalpunkt Dabltitz (Ladvi) bei Prag. Entnimmt man Band 6/2 die astronomischen und geodätischen Ausgangswerte:

$$\begin{array}{lll} \varphi' = 50^{\circ}08'13''62, & \varphi = 13''7709 & \text{(System des Reichs-} \\ \lambda' = 14\ 27\ 57.08 & \lambda = 58.8135 & \text{dreiecksnetzes auf} \\ \alpha' = 21\ 59\ 03.32 & \alpha = 04.692, & \text{BESSELS Ellipsoid) 73)} \end{array}$$

(Richtung: Bösig)

so zeigt sich auch hier sofort wieder eine Vergrößerung des geodätischen Azimutes um 2''46 gegenüber dem Partialsystem Böhmen (Sonderheft 3, Seite 19). Mit 56) finden sich hieraus die absoluten geodätischen Koordinaten und die absoluten Lotabweichungskomponenten:

$$\begin{array}{ll} \varphi = 50^{\circ}08'09''400 & ; \quad \Delta\varphi = + 4''22 \\ \lambda = 14\ 27\ 54.267 & \quad \Delta\lambda = + 2.81 \\ \alpha = 21\ 59\ 03.71 & \quad \Delta\alpha = - 0.39 \quad 74) \\ & w = - 2.55. \end{array}$$

Wie im Falle Hermannskogel scheint der restliche LAPLACEsche Widerspruch eher die Orientierung in Sonderheft 3 zu rechtfertigen. Vergleichsweise seien noch die geodätischen Ausgangswerte in der tschechischen Fundamentaltriangulierung auf dem BESSELSchen Ellipsoid angegeben:

$$\begin{array}{ll} \varphi = 50^{\circ}08'12''5967 & \\ \lambda = 32\ 07\ 56.1077 \text{ östl. Ferro} & 75) \\ \alpha = 21\ 59\ 42.569 & . \\ & \text{(Richtung: Bösig)} \end{array}$$

Für den ungarischen Fundamentalpunkt Gellerthegey wurden die geodätischen Ausgangswerte durch geodätische Übertragung der astronomischen Daten von Szechenyihegy gewonnen. Wir dürfen demnach diesen als eigentlichen Hauptpunkt betrachten und stellen seine astronomischen und die geodätischen Koordinaten im Reichsdreiecksnetz nebeneinander:

$$\begin{aligned}\varphi' &= 47^{\circ} 29' 37''.52, & \varphi &= 43.409 \\ \lambda' &= 18 59 31.67, & \lambda &= 22.944 & 76) \\ \alpha' &= 18 06 35.37, & \alpha &= 26.37.\end{aligned}$$

(Richtung: Nagyszal)

Dazu ist zu bemerken, daß wegen der schon wiederholt erwähnten Fehler des erweiterten Reichsdreiecksnetzes den geodätischen Koordinaten des Partialsystems Ungarn (Sonderheft 3, Seite 36) vor den Werten aus Band 6/2 der Bamberger Veröffentlichungen der Vorzug gegeben wurde. Dem Umstand, daß in letzterem namentlich das geod. Azimut um 5''5 größer ist, wurde insofern Rechnung getragen, als die ursprüngliche azimutale Lotabweichung im Partialsystem Ungarn um 1''78 verringert wurde, wodurch der Restwiderspruch im "europäischen" Lotabweichungssystem (§ 21) verschwindet. In den mit 56) folgenden absoluten geodätischen Koordinaten und Lotabweichungen:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 29' 40''.450, & \Delta\varphi &= - 2''.93 \\ \lambda &= 18 59 15.657, & \Delta\lambda &= +16.01 & 77) \\ \alpha &= 18 06 23.12, & \Delta\alpha &= +12.25 \\ & & w &= + 0.45\end{aligned}$$

ist demnach in erster Linie wieder das Azimut mit Vorsicht zu betrachten. Die Änderung der Landeskoordinaten ergibt sich aus dem Vergleich der absoluten mit den astronomischen Koordinaten. Die Umrechnung der Ferrollängen auf Greenwich würde mit einer Zahl erfolgen, die im Absolutbetrag eine halbe Sekunde kleiner

ist als der für Wien geltende Wert 72).

Für den bayrischen Fundamentalpunkt, den nördlichen Frauenturm in München, entnehmen wir Band 6/2 die Daten:

$$\begin{aligned}\varphi' &= 48^{\circ} 08' 20.05, & \varphi &= 22.5290 \\ \lambda' &= 11 34 29.78, & \lambda &= 27.7335 \\ \alpha' &= 3 33 20.76, & \alpha &= 16.171\end{aligned}\quad 78)$$

(Richtung: Schweitenkirchen)

Wie bisher folgen die absoluten geodätischen Koordinaten und Lotabweichungen:

$$\begin{aligned}\varphi &= 48^{\circ} 08' 19.137, & \Delta\varphi &= + 0.91 \\ \lambda &= 11 34 25.075, & \Delta\lambda &= + 4.71 \\ \alpha &= 3 33 16.73, & \Delta\alpha &= + 4.03 \\ w &= + 0.52\end{aligned}\quad 79)$$

Trotz der leider nur aus 4 benachbarten Punkten abgeleiteten Anfelderung der Schweiz an das Reichsdreiecksnetz (Partialsystem Schweiz, Sonderheft 3, § 13) soll die Bestimmung der absoluten Lage des Fundamentalpunktes Bern versucht werden. Für diesen Punkt ergab sich in dem genannten Partialsystem:

$$\begin{aligned}\varphi' &= 46^{\circ} 57' 08.66, & \varphi &= 06.816 \\ \lambda' &= 7 26 20.00, & \lambda &= 21.964 \\ \alpha' &= 305 11 33.23, & \alpha &= 31.87\end{aligned}\quad 80)$$

(Richtung: Chasseral)

Dabei ist dem aus dem gesamten Schweizer Längennetz abgeleiteten Längenwert der Vorzug vor der späteren direkten Einlegung von Bern in dieses Netz gegeben worden, deren Resultat um 2.5 größer ist. Der Grund dafür ist loco citato, Seite 79, angeführt. Die Transformation nach 56) liefert die absoluten geodätischen Koordinaten und Lotabweichungen:

$$\begin{aligned}\varphi &= 46^{\circ} 57' 04''.072, & \Delta\varphi &= + 4''.59 \\ \lambda &= 7 26 21.843, & \Delta\lambda &= - 1.84 \\ \alpha &= 305 11 34.48, & \Delta\alpha &= - 1.25 \\ w &= + 0.09.\end{aligned}\tag{81}$$

Die geodätischen Ausgangswerte der Schweizer Landesvermessung sind mit obigen astronomischen Daten identisch bis auf den Umstand, daß Bern selbst Nullpunkt der Längenzählung ist.

Da der Triangulierungshauptpunkt der Niederlande, der Turm der Liebfrauenkirche von Amersfort, selbst nicht LAPLACEscher Punkt ist, ziehen wir statt dessen den etwa 1° westlich gelegenen Punkt Leiden heran:

$$\begin{aligned}\varphi' &= 52^{\circ} 09' 19''.96, & \varphi &= 22''.3388 \\ \lambda' &= 4 29 02.24, & \lambda &= 02.6113 \\ \alpha' &= 208 05 52.34, & \alpha &= 51.079 \\ & & & \text{(Richtung: Delft)}\end{aligned}\tag{82}$$

Im absoluten System finden wir dagegen:

$$\begin{aligned}\varphi &= 52^{\circ} 09' 17''.155, & \Delta\varphi &= + 2''.80 \\ \lambda &= 4 29 04.941, & \Delta\lambda &= - 2.70 \\ \alpha &= 208 05 55.987, & \Delta\alpha &= - 3.65 \\ w &= - 1.52\end{aligned}\tag{83}$$

Schließlich verwenden wir als belgischen Vergleichspunkt den LAPLACEschen Punkt Habay-la-Neuve der neuen Triangulation, dessen Daten sich in Band 6/2 finden:

$$\begin{aligned}\varphi' &= 49^{\circ} 43' 24''.46, & \varphi &= 32''.3335 \\ \lambda' &= 5 38 21.27, & \lambda &= 29.6484 \\ \alpha' &= 318 31 25.95, & \alpha &= 29.984 \\ & & & \text{(Richtung: Rulles)}\end{aligned}\tag{84}$$

Im absoluten System folgt daraus:

$$\begin{array}{rcl} \varphi = 49^{\circ} 43' 28.313 & , & \Delta\varphi = - 3.85 \\ \lambda = 5 \ 38 \ 30.903 & , & \Delta\lambda = - 9.63 \\ \alpha = 318 \ 31 \ 33.856 & , & \Delta\alpha = - 7.91 \\ & & w = - 0.56 \end{array} \quad 85)$$

Diese Beispiele mögen genügen. Bessere Ergebnisse werden sich nach dieser Methode erst erzielen lassen, bis die definitiven Resultate des Europa-Zusammenschlusses vorliegen werden.

III.

DIE VERARBEITUNG DES HAYFORDSCHEN
LOTABWEICHUNGSMATERIALS

HAYFORD's UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE ERDFIGUR
UND DAS INTERNATIONALE ELLIPSOID:

HAYFORD legte seinen berühmten Untersuchungen über die Erdfigur und die Isostasie*) bekanntlich das Lotabweichungsmaterial der Vereinigten Staaten von Nordamerika zugrunde, soweit es seinerzeit bereits auf das 1901 festgesetzte "Unites States Standard Datum" bezogen war. Dieses Datum betrifft die Wahl von Meades Ranch in Kansas zum Triangulierungshauptpunkt mit den Ausgangswerten:

$$\begin{aligned}\varphi &= 39^{\circ} 13' 26.686 \\ \lambda &= 98 \quad 32 \quad 30.506 \text{ westl. Greenwich} \quad 86) \\ \alpha &= 75 \quad 28 \quad 14.52 \quad (\text{Richtung: Waldo}).\end{aligned}$$

Als Referenzfläche dient das CLARKEsche Ellipsoid von 1866:

$$\begin{aligned}a &= 6 \quad 378 \quad 206.4 \text{ m} \\ \alpha &= \quad \quad \quad 0.0033 \quad 9007 \quad 6 \quad 87) \\ 1 : \alpha &= \quad \quad \quad 294.979 \quad .\end{aligned}$$

Die erste Untersuchung aus dem Jahre 1906 stützte sich der Hauptsache nach auf die transkontinentale Triangulation von New Jersey nach Kalifornien, den westlichen schiefen Bogen von Kalifornien, den östlichen schiefen Bogen von Maine nach Louisiana und die Triangulation des "Lake Survey", und umfaßte 267 Breiten- und 246 Längen- oder Azimutstationen. Der zweiten Untersuchung aus dem Jahre 1909 konnten bereits 383 meridionale und 391 azimutale oder longitudinale Lotabweichungskomponenten zugrundegelegt werden. HAYFORD berechnete, ausgehend von dem Punkt Parkersburg, Illinois,

*) John F. HAYFORD: The Figure of the Earth and Isostasy from Measurements in the United States, Washington 1909 und: Supplementary Investigation in 1909 of the Figure of the Earth and Isostasy, Washington 1910.

über alle 32 LAPLACEsche Punkte die LAPLACEschen Korrekturen, um so nachträglicher die LAPLACEsche Kontrollgleichung auszunützen. So entstand ein astronomisch-geodätisches Netz, das näherungsweise den modernen Anforderungen bei Verwendung der LAPLACEschen Azimute entspricht. Es entfällt daher die sonst nötige Unterscheidung der beiden η - Komponenten. Die maximale Azimutkorrektur betrug $- 9''29$ im Punkte Austin, Texas; 37% der Korrekturen lagen unter $2''$. Die Längen - und Breitenkorrekturen sind naturgemäß wesentlich kleiner, erreichten jedoch im Maximum auch beinahe $- 1''5$.

HAYFORD führte fünf Lotabweichungsausgleichungen durch, die sich nicht durch die Methode - es ist immer die in § 4 skizzierte "Area method" mit 5 Unbekannten auf Grund der Minimumforderung für die restlichen Lotabweichungen -, sondern in den Ausgangswerten unterscheiden. Bei der Lösung A geht HAYFORD wie üblich von den unmittelbaren Lotabweichungen aus und findet somit das bestanschließende Ellipsoid. Es ist dies der Fall völliger Unabhängigkeit der Lotabweichungen von den sichtbaren Massenunregelmäßigkeiten oder der "Topographie"; vom Standpunkt der Isostasie ist es der Fall der Ausgleichstiefe Null. Die Lösung B entspricht der Annahme, daß überhaupt keine isostatische Kompensation existiert, oder daß die Ausgleichstiefe unendlich ist. Es werden aus den sichtbaren Massenunregelmäßigkeiten die "topographischen" Lotabweichungen berechnet und von den Beobachtungswerten abgezogen. Diese Differenzen müßten verschwinden, wenn nicht innerkrustale Massenunregelmäßigkeiten den Einfluß der "Topographie" weitgehend kompensierten. Tatsächlich liefern diese Ausgangswerte auch ganz unmögliche Ergebnisse. Den drei übrigen Lösungen HAYFORD's liegen isostatisch reduzierte Lotabweichungen zugrunde, die auf Grund der Vorstellungen PRATTS berechnet wurden. Sie unterscheiden sich lediglich durch die Annahme der Aus-

gleichstiefe, die bei der Lösung E 162.2 km, bei der Lösung H 120.9 km und bei der Lösung G 113.7 km beträgt. Eine Entscheidung hinsichtlich dieser drei Annahmen fällt HAYFORD aus den übrigbleibenden Resten. Er nahm an, daß die Quadratsumme der restlichen Lotabweichungskomponenten in Funktion des Logarithmus der Ausgleichstiefe eine Parabel darstellt und fand so die wahrscheinlichste Ausgleichstiefe mit 122.2 km.

Wir lassen demnach die Lösungen E und G beiseite und stellen die Ergebnisse der drei anderen Lösungen zusammen:

	$d\varphi_0$	$d\lambda_0$	$d\alpha_0$	a	1: α	Mittleres Restquadrat
Lösung A:	- 0!98,	+ 0!73,	- 1!20,	6 378 062,	298.2,	25.77
Lösung B:	+19.65,	-15.53,	+ 9.06,	6 383 042,	255.1,	146.50
Lösung H:	- 0.15,	- 0.86,	+ 0.17,	6 378 388,	297.0,	13.73

Es zeigt sich, wie schon erwähnt, daß die Lösung B, der Fall extremer "rigidity", sicher ausscheidet. Die Achse des bestanschließenden Ellipsoides: 6 378 062 m ist um 326 m kleiner als die des isostatischen Ellipsoides. Der Unterschied ist kleiner als in Europa, was mit den kleineren und flacher verlaufenden Undulationen des aktuellen Geoides über Amerika nach TANNI im Einklang steht.

Das Ellipsoid der Lösung H:

$$a = 6\,378\,388 \pm 53 \text{ m} \quad 88)$$

$$\alpha = 1 : (297.0 \pm 1.2) ,$$

dessen mittlere Fehler von HELMERT neu berechnet wurden, wurde bekanntlich auf der Generalversammlung der I.U.G.G. in Madrid 1924 zum "Internationalen Ellipsoid" erklärt und als allgemeine Referenzfläche empfohlen.

DIE TABELLE DER LOTABWEICHUNGEN.

Der vorliegenden Arbeit liegt das HAYFORDSche Material zugrunde, teils weil neueres Material schwer zugänglich ist, teils aber auch, weil es von besonderem Interesse ist, die neue Lotabweichungsausgleichung auf das gleiche Material zu stützen, um ein klares Urteil über die aus der Verschiedenheit der Methoden entstehenden Differenzen zu gewinnen. Wie bei Europa wurde das Material wieder in Partialsysteme zerlegt, die den 5° - Feldern TANNIS entsprechen. Dabei zeigte es sich bedauerlicherweise, daß die Partialsysteme nördlich 45° und westlich 115° mangels der Geoidhöhen und damit der repräsentativen Sollwerte nicht verwendet werden konnten. Für die übrigbleibenden 19 Partialsysteme liegen überdies die Verhältnisse vielfach insoferne recht ungünstig, als die Punkte auf einen kleineren Ausschnitt der betreffenden Felder zusammengedrängt sind und ihre Zahl gering ist. Daher erschien es wiederholt geboten, Mittelungen von benachbarten Punkten vorzunehmen und extreme Lotabweichungskomponenten zu streichen. Derartige detaillierte Angaben sind in der Tabelle X jeweils als "Bemerkungen" verzeichnet. Diesen Nachteilen gegenüber dem europäischen Lotabweichungssystem steht der Vorteil einer fast doppelten Längenausdehnung des amerikanischen Systems bei gleicher Breitenerstreckung gegenüber.

Im Gegensatz zum europäischen Lotabweichungssystem sind hier die Längen und die η - Komponenten positiv nach West gezählt. Weil gleichzeitig die Azimute im Uhrzeigersinn gezählt werden, treten an Stelle der Ausdrücke 31) die Definitionsgleichungen:

$$\eta_{\lambda} = (\lambda' - \lambda)_k \cos \varphi_k ; \quad \eta_{\alpha} = - (\alpha' - \alpha) \cotg \varphi_k . \quad 89)$$

Ebenso werden die Partialsysteme von Ost nach West und von Nord nach Süd durchlaufend numeriert. Wegen der Berücksichtigung der LAPLACEschen Korrekturen brauchen bei der Mittelbildung die beiden η - Komponenten nicht unterschieden zu werden; es werden alle Komponenten gemittelt, wodurch die LAPLACEschen Punkte höheres Gewicht erhalten.

Ferner wurden gleichfalls im Gegensatz zu Europa auch die Punkte berücksichtigt, auf denen nur eine Lotabweichungskomponente beobachtet wurde. Die Bestimmung der Schwerpunktskoordinaten erfolgt entsprechend durch allgemeine arithmetische Mittel, wobei das Gewicht jedes Punktes durch die Zahl der beobachteten Komponenten festgesetzt wurde.

Als Nullpunkt für die Ausgleichung wurde der Eckpunkt:

$$\varphi = 35^{\circ}, \quad \lambda = 90^{\circ} \quad 90)$$

gewählt. Wie aus der folgenden graphischen Übersicht hervorgeht, liegt er in der Mitte des Gebietes, ist aber vom gemeinsamen Schwerpunkt verschieden, schon weil von den 40 Feldern 21 gänzlich ausfallen.

$\lambda = 115^{\circ}$	110°	105°	100°	95°	90°	85°	80°	75°	70°	$\lambda = 65^{\circ}$
7			6		5	4	3	2	1	$\varphi = 45^{\circ}$
14	13		12	11	10	9	8			40°
			17		16	15				35°
			19			18				30°
										$\varphi = 25^{\circ}$

Feld 1 :

Zone: $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen: $65^{\circ} - 70^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Cooper	44°59'13"45	67°28'02"57	- 0.94		+ 2"94
Humpback	44 51 50.90	68 06 37.63	- 3.75		+ 0.53
Bangor	44 48 16.14	68 47 00.15	- 3.25	+ 1"74	
Mount Harris	44 39 54.77	69 08 55.12	+ 0.02		+ 0.66
Howard	44 37 46.86	67 23 45.76	+ 2.03		+ 2.94
Mount Desert	44 21 06.17	68 13 36.91	- 0.59		+ 4.37
Ragged Mountain	44 12 45.18	69 09 05.08	- 2.05		+ 1.97
Cape Small	43 46 43.33	69 50 44.38	+ 0.27		+ 1.46
Mittel:	44 32 12	, 68 30 58	; $\xi = - 1"032$,	$\eta = + 2"076$	
					p = 8

Feld 2 :

Zone: $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen: $70^{\circ} - 75^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Hollinback	44°59'55"54	74°33'21"40	+ 3"56		
Dannemora	44 44 30.04	73 42 57.59			-10"22
Mount Blue	44 43 41.44	70 20 33.16			+ 1.11
Farmington	44 40 22.77	70 09 17.37	- 3.42		
Mount Mansfield	44 31 35.27	72 48 56.10			+ 3.04
Burlington	44 28 09.05	73 12 34.13	+ 0.30		
Sabattus	44 08 37.90	70 04 43.49	- 0.31		+ 2.39
Cheever	44 04 54.06	73 27 02.85	- 0.76		(-11.95)
Mount Pleasant	44 01 36.66	70 49 22.07	- 0.40		+ 1.06
Mt.Independence	43 45 33.77	70 19 14.70	+ 0.78		+ 5.27
Killington	43 36 17.50	72 49 14.28	+ 0.62		+ 3.11
Gunstock	43 31 03.65	71 22 11.13	+ 0.73		- 1.07
Prospect	43 25 17.95	73 46 04.57	- 5.47		- 7.82
Agamenticus	43 13 24.63	70 41 32.91	+ 0.29		+ 6.04
Isles of Shoals	42 59 14.98	70 36 50.28	- 1.99		
Unconoonuc	42 58 59.86	71 35 19.38	- 0.52		+ 1.53
Rensselaer A.St.	42 43 49.60	73 41 06.36	+ 0.97		
Dudley Obs.	42 39 51.84	73 44 60.66		- 1"18	
Thompson	42 36 41.92	70 43 49.16	- 3.94		+ 4.11
Wachusett	42 29 20.31	71 53 13.10	- 3.82		- 4.40

Cambridge +)	42°22'49".48	71°07'31".04	- 5".38	+ 1".39	+ 1".39
Mount Tom	42 14 30.35	72 38 55.33	- 2.37		- 2.06
Mount Merino	42 14 05.06	73 49 03.54	- 0.40		- 2.62
Blue Hill	42 12 43.94	71 06 52.64			+ 5.57
Provincetown	42 03 09.37	70 11 19.06	- 5.22	- 1.34	
Duxbury	42 02 55.18	70 40 10.96		+ 1.42	
Beaconpole	41 59 42.47	71 27 01.26			+ 6.10
Manomet	41 55 38.70	70 35 28.13	- 3.29		
Copcut	41 43 17.24	71 03 36.64			+ 3.12
Shootflying	41 41 07.33	70 20 49.74			+ 0.58
Spencer	41 40 43.26	71 29 40.68			+ 6.74
Kit	41 30 12.36	73 58 59.12	+ 0.53	+ 5.18	
Sandfort	41 27 43.00	72 56 59.57	- 2.74		- 6.70
Indian	41 25 46.74	70 40 40.70			+ 9.59
High Point	41 19 15.22	74 39 42.80	- 4.14		+ 3.05
Folger	41 17 16.94	70 06 16.56	- 2.95		
Gardiners Island	41 06 05.68	72 06 22.31	- 3.99		- 2.66
West Hills	40 48 55.27	73 25 32.52	- 5.55		- 0.14
New York	40 43 51.24	73 59 13.82	- 3.10		
Chapel Hill	40 23 52.34	74 03 48.02			+ 2.56
Beacon Hill	40 22 26.55	74 13 41.88	+ 1.26		+ 4.35
Mount Rose	40 22 03.41	74 43 25.80	+ 1.78		+ 8.09

Mittel: 42 29 24 , 72 10 11 , $\xi = - 1".631$, $\eta = + 1".370$
 $p = 32$

Bemerkung: Im Punkt Cambridge wurden 2 benachbarte Stationen (Cloverden Obs. und Harvard Obs.) zusammengezogen.

Feld 3:

Zone: $\varphi = 40^\circ - 45^\circ$; Streifen: $75^\circ - 80^\circ$ West

	φ	λ	ξ	η_λ	η_α
Ogdensburg Light-H.	44°41'52".44	75°30'14".25	+ 0".67	+ 2".62	+ 2".62
Watertown Court-H.	43 58 32.31	75 54 52.96	+ 0.46	+ 5.99	
Mannsville	43 42 54.48	76 03 13.50		(+ 9.13)	(+ 9.13)
Sandy Creek N.-Base	43 40 43.67	76 12 00.92	- 2.27		+ 1.40
Oswego	43 26 37.31	76 30 49.28	+ 2.12	+ 2.62	
Rochester City Hall	43 09 18.05	77 36 49.60	+ 4.24	+ 0.54	
Tonawanda	43 00 03.73	78 53 20.88	+ 3.95	- 0.29	- 0.29
Howlett	42 59 55.31	76 17 23.35	+ 1.79		+ 2.76
Tassel	42 56 22.45	75 18 58.66	+ 3.48		+ 0.38
Buffalo	42 52 40.98	78 52 13.25	+ 3.51	+ 3.00	

Feld 5 :

Zone: $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen: $85^{\circ} - 90^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Bruce	44°31'39.49	87°53'57.29			+ 1.50
Fort Howard	44 30 30.40	88 02 33.21	- 0.15	+ 0.13	
Minnesota Junction	43 28 28.54	88 43 46.78	+ 3.24		+ 4.10
Somers	42 37 10.09	87 52 32.84	+ 0.99		+ 5.01
Chicago +)	41 53 34.69	87 37 07.20	+ 2.21	- 1.66	
Sherman	41 50 47.50	85 27 10.89	- 1.19		+ 0.94
Willow Springs	41 43 36.90	87 51 05.63	+ 1.70	+ 0.40	+ 0.40
Carlisle	41 40 04.69	86 29 37.05	- 0.66		+ 5.55
St. Anne	41 01 19.44	87 43 15.50	+ 0.72		+ 1.76
University of Illinois	40 06 18.84	88 13 33.48	+ 1.26	- 4.04	
Fairmount	40 01 35.72	87 50 48.10	+ 0.95		
Mittel :	42 05 44 ,	87 36 04 ;	$\xi = + 0.907$,	$\eta = + 1.281$	
				$p = 11$	

Bemerkung: Im Punkt Chicago sind die beiden Stationen Light House und 1891 vereinigt, während die Breitenstation Chicago 1883 unberücksichtigt blieb.

Feld 6 :

Zone: $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen: $95^{\circ} - 100^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Franklin	44°53'52.50	96°56'18.86	+ 0.65		+ 0.70
Howard	44 00 54.96	97 31 36.46	- 2.98	- 0.55	
Freeman	43 18 47.71	97 27 06.86	+ 0.90		+ 6.14
Page Southwest Base	42 25 25.47	98 25 59.80	+ 3.78	- 5.86	- 5.86
Daily	41 35 45.24	98 38 55.52	- 1.34		- 1.66
Shelton East Base	40 46 38.40	98 44 39.33	- 2.85		- 5.90
Mittel:	42 48 20 ,	97 59 38 ;	$\xi = - 0.307$,	$\eta = - 1.856$	
				$p = 6$	

Feld 7 :

Zone: $\varphi = 40^{\circ} - 45^{\circ}$; Streifen: $110^{\circ} - 115^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Promontory	41°17'53.68	112°25'09.63	- 4.95		- 5.61
Ogden +)	41 03 48.56	111 55 19.54	- 3.97	(+12.72)	+12.72
Pilot Peak	41 01 17.21	114 04 36.02	(- 8.34)		- 1.43
Antelope	40 57 44.20	112 12 55.60	- 2.92		+ 4.75
Deseret	40 27 35.15	112 37 32.66	- 2.76		+ 8.35
Ibepah	39 49 38.81	111 45 56.62	- 2.70		+ 1.79
Mittel :	40 44 58 ,	112 21 39; $\xi = - 3.460$,		$\eta = + 3.428$	
				$p = 5$	

Bemerkung: "Ogden" ist das arithmetische Mittel der drei benachbarten Stationen:

Ogden Observatory	41 13 12.54	111 59 37.97	- 3.25	+13.13	+13.13
Ogden Peak	41 12 00.77	111 52 53.35	- 0.60		+ 9.77
Salt Lake City	40 46 12.38	111 53 27.30	- 8.06	+15.27	+15.27

Wegen der geringen Punktzahl wurde ferner der Punkt Ibepah, obwohl etwas außerhalb des Feldes gelegen, in das Partialsystem einbezogen und der Extremwert in ξ gestrichen. Auch wurde aus demselben Grunde die η -Komponente des LAPLACEschen Punktes Ogden nur einmal gezählt.

Feld 8:

Zone: $\varphi = 35^{\circ} - 40^{\circ}$; Streifen: $75^{\circ} - 80^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Yard	39°58'24.80	75°23'13.76	+ 4.48		+ 3.07
Principio	39 35 36.69	76 00 16.25	- 4.05		- 6.05
Maryland Heights	39 20 28.06	77 42 59.72	+ 3.66		+ 4.94
Pooles Island	39 17 15.66	76 15 44.06	+ 1.75		
Sugar Loaf	39 15 45.16	77 23 36.90	+ 3.65		+ 7.36
Dover	39 09 20.75	75 31 23.93	- 7.39	- 4.23	
Webb	39 05 26.44	76 40 28.43	- 1.06		- 7.18
Soper	39 05 11.89	76 57 00.40	- 1.43		- 5.70
Rockville	39 05 11.21	77 09 36.65	- 0.89		
Mount Weather	39 03 49.02	77 53 16.43	+ 2.83	+ 3.28	+ 3.28
Taylor	38 59 48.49	76 27 55.91	- 2.52		
Strasburg	38 59 29.94	78 21 39.11	+ 1.52	- 2.57	
Washington +)	38 54 26.65	77 03 01.33	- 3.73	- 4.10	- 3.71

Hill	38°53'54".64	76°52'49".85	(- 2".12)	(- 7".67)
Bull Run	38 52 53.90	77 42 12.50	+ 2.41	+3.31
Marriott	38 52 27.70	76 36 35.42	- 2.88	-9.33
Cape Henlopen	38 46 46.84	75 05 03.00	- 2.17	+2.29
Calvert	38 21 34.30	76 23 34.92	- 2.70	-9.07
Gantt	38 20 28.68	75 06 22.92	- 2.90	+2.76
Clark	38 18 41.22	78 00 11.16	- 1.85	+1.62
Elliott Knob	38 09 59.47	79 18 51.35	- 2.53	-2.40
Staunton	38 08 46.51	79 04 19.09	+ 4.19	- 2".24
Charlottesville	38 01 58.03	78 31 20.62	+ 3.06	- 0.41
Tangier Island	37 47 57.71	75 59 15.03	- 1.26	-3.07
Wolftrab	37 24 04.76	76 14 43.01	- 2.85	+4.64
Long Mountain	37 17 27.60	79 05 10.19	+ 1.13	+5.80
Roslyn	37 14 28.35	77 23 51.15	- 2.97	- 3.57
Cape Henry, Light-H.	36 55 32.78	76 00 30.41	- 2.60	+2.97
North End Knott Isl.	36 33 57.61	75 55 23.68	- 2.34	-4.03
Knott Island	36 32 60.86	75 55 40.90	(- 2.75)	
Mittel:	38 31 06,	77 00 42;	$\xi = - 0".694$,	$\eta = -0".827$ $p = 28$

Bemerkung: "Washington" ist das Mittel aus den 4 Breitenstationen 94-97 und den vier Längen- und Azimutstationen 97 - 101. Die Station Hill wird ausgeschlossen, weil sie zu nahe an Washington liegt. Ähnliches gilt für die Breitenstation Knott Island.

Feld 9 :

Zone: $\varphi = 35^\circ - 40^\circ$; Streifen: $80^\circ - 85^\circ$ West

	φ	λ	ξ	η_λ	η_α
Cincinnati (Lookout)	39°08'21".78	84°25'21".93	- 1".26	- 0".31	
Minerva	38 42 31.16	83 55 06.81	- 0.27		+ 5".39
Gould	38 38 28.57	82 49 56.72	+ 0.21		- 3.61
Piney	38 26 39.81	82 03 29.00	+ 1.37		+ 0.81
Charleston	38 21 02.29	81 37 59.19	+ 4.66	+ 2.16	
Keeney	37 46 25.21	80 42 19.16	- 2.52		- 2.67
Cahas	37 07 01.86	80 00 56.64	- 1.76		- 5.09
White Rock	36 39 54.17	83 27 05.07	- 4.72		+ 1.50
Big Knob	36 39 52.64	82 30 21.44	- 4.18		+ 0.81
Rogers	36 39 36.03	81 32 41.88	+ 2.40		+ 0.83
Moore	36 23 53.50	80 16 59.19	+ 1.43		- 0.11
Roan High Bluff	36 05 35.23	82 08 44.14	+ 2.26		+ 6.65
Knoxville	35 57 24.76	83 55 33.07	+ 1.36	+ 0.99	

Luper	35°57'16.07	84°47'20.12	- 4.18		- 4.11
Statesville	35 46 56.41	80 53 39.91		(+ 1.14)	
Young	35 44 14.35	80 38 50.37	+ 7.25		- 3.28
King	35 12 19.68	81 18 50.95	+ 1.77		+ 1.12
Bean	35 11 31.47	84 33 29.64	+ 5.47		+ 8.34
Mittel:	36 58 57,	82 23 50;	$\xi = + 0.546,$	$\eta = + 0.554$	
				$p = 17$	

Feld 10:

Zone: $\varphi = 35^\circ - 40^\circ$; Streifen: $85^\circ - 90^\circ$ West

	φ	λ	ξ	η_λ	η_α
Weed Patch	39°10'00.64	86°13'01.26	+ 0.04		- 1.03
Reizin	39 02 53.85	85 08 23.90	- 0.08		+ 2.16
Newton	38 55 28.59	88 09 50.64	+ 2.51		- 0.76
Olney West Base	38 51 38.57	88 06 08.38	(+ 2.71)		
Osborn	38 51 23.46	86 52 35.79			(- 1.29)
Vincennes	38 40 35.70	87 31 35.05	+ 1.10	- 3.83	
Bording	38 36 45.30	89 20 25.38	+ 5.63		- 2.02
Parkersburg	38 34 51.52	88 01 49.00	+ 1.53	- 0.55	- 0.55
Lebanon North Base	36 12 46.89	86 18 24.56	+ 2.75		- 1.68
Nashville	36 09 57.57	86 47 00.25	+ 3.78	+ 0.80	
Mount Lore	35 54 54.43	85 32 26.86	+ 2.88		+ 3.18
Mittel:	37 57 26,	87 03 34;	$\xi = + 2.238,$	$\eta = - 0.428$	
				$p = 9$	

Bemerkung: Olney West Base wird ausgeschlossen, weil diese Station zu nahe dem Punkt Newton liegt. Der Ausschluß der Azimutstation Osborn beeinflußt das Mittel nur geringfügig.

Feld 11:

Zone: $\varphi = 35^\circ - 40^\circ$; Streifen: $90^\circ - 95^\circ$ West

	φ	λ	ξ	η_λ	η_α
Kansas City	39°05'50.40	94°35'22.16	+ 0.62	- 0.85	
Knob Noster	38 46 35.46	93 33 07.09		+ 0.77	+ 0.77

St.Louis University	38°37'58"48	90°12'16"97	(+ 4"41)	+ 1"09		
Berger	38 35 58.46	91 17 28.21	+ 3.32	+ 2.00	+ 2"00	
Jefferson City	38 33 41.16	92 09 45.55	+ 2.68		+ 0.70	
Kleinschmidt	38 30 19.82	90 19 29.66			+ 1.26	
Hunter	38 25 45.21	92 46 24.50	+ 2.68		+ 4.94	
University of Illin.	40 06 18.84	88 13 33.48	+ 1.26	- 4.04		
Adams	39 02 41.00	96 04 24.15	+ 0.67		- 4.56	
Mittel:	38 56 21,	92 18 12 ;	$\xi = +1"872$,	$\eta = + 0"371$	
					$p = 6$	

Bemerkung: Wegen der Kleinheit des Partialsystems und seiner geringen räumlichen Ausdehnung wurden die zwei letzten Punkte, die annähernd symmetrisch außerhalb des Feldes im Osten und Westen liegen, einbezogen. Zur Gewichtsfestsetzung wurden jedoch nur die Lotabweichungskomponenten der Punkte innerhalb des Feldes verwendet.

Feld 12:

Zone: $\varphi = 35^{\circ} - 40^{\circ}$; Streifen: $95^{\circ} - 100^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Brown	39°46'37"16	98°42'16"68	- 2"01		- 1"96
Adams	39 02 41.00	96 04 24.15	+ 0.67		- 4.56
Russell SE-Base	38 51 22.30	98 47 07.94	+ 0.43		- 0.09
Salina West Base	38 51 07.73	97 36 10.76	- 4.25	- 1"14	- 1.14
Ellsworth	38 43 48.76	98 13 44.98	- 1.27	(- 6"72)	
Sunflower	37 51 40.28	97 51 28.04	- 2.40		- 3.37
Quarry	37 14 28.32	97 58 19.84	- 0.27		- 3.23
Pond Creek	36 40 07.58	97 47 51.63	+ 0.34	- 1.82	
Wingard	35 56 47.43	97 29 20.13	+ 1.88		- 2.37
Carson	35 16 24.85	97 57 32.76	+ 1.72		- 3.32
Mittel:	37 49 52,	97 48 57; $\xi = - 0"516,$		$\eta = - 2"300$	
				$p = 10$	

Feld 13:

Zone: $\varphi = 35^{\circ} - 40^{\circ}$; Streifen: $105^{\circ} - 110^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Tavaputs	39°32'24"26	109°00'19"26	- 6"68		- 1"90
Grand Junction	39 03 55.22	108. 33 53.40	+ 4.56	+ 0"48	+ 0.26
Treasury Mountain	39 00 51.53	107 05 54.44	- 3.21		+ 6.62
Pikes Peak	38 50 26.32	105 02 37.45	+ 1.44		(-17.80)
Gunnison, Colo	38 32 47.09	106 55 26.73	- 2.06	+ 3.14	+ 3.14
Mount Waas	38 32 21.03	109 13 38.17	(+ 9.20)		+ 8.02
Mount Curay	38 25 22.53	106 13 27.27	- 4.28		- 7.24
Uncampangre	38 04 18.27	107 27 41.52	- 1.72		+ 0.08
Mittel:	38 46 10,	107 31 11;	$\xi = -1"707,$	$\eta =$	+ 1"400
				$p =$	8

Bemerkung: Wegen der Kleinheit des Partialsystems wurden die beiden Extremwerte in Breite und Azimut ausgeschlossen!

Feld 14:

Zone: $\varphi = 35^{\circ} - 40^{\circ}$; Streifen: $110^{\circ} - 115^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Ibepah	39°49'42"57	113°55'09"35	- 2"70		+ 1"79
Mount Nebo	39 48 38.81	111 45 56.62	- 5.26		(+14.60)
Patmos Head	39 30 09.47	110 18 57.74	(-12.66)		+ 4.84
Oasis	39 17 38.00	112 37 44.41	- 1.73	+ 8"54	
Gunnison, Utah	39 09 31.04	111 49 13.66	- 4.62		
Wasatch	39 06 55.90	111 27 10.35	- 2.67		+ 3.00
Green River	38 59 30.28	110 09 55.70	- 5.80	- 2.02	
Beaver	38 16 25.62	112 38 27.26	- 1.74		
Mount Ellen	38 07 16.89	110 48 50.69	+ 8.41		- 1.41
Pioche	37 59 11.04	114 03 05.00	- 3.36		+ 2.31
Mittel:	38 57 50,	112 02 17;	$\xi = - 2"163,$	$\eta =$	+ 2"436
				$p =$	8

Bemerkung: Wegen der geringen Punktzahl wurden die Extremwerte in ξ und η_{α} von der Mittelbildung ausgeschlossen!

Feld 15:

Zone: $\varphi = 30^{\circ} - 35^{\circ}$, Streifen: $80^{\circ} - 85^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Paris	34°56'29.50	82°24'40.65	+ 2.11		- 1.82
Currahee	34 31 41.78	83 22 29.16	- 0.94		- 6.15
Sawnee	34 14 08.40	84 09 39.86	- 0.92		+ 0.19
Rose Hill	34 05 01.42	82 45 33.17	+ 5.39		+ 2.88
Atlanta Middle Base	33 54 21.31	84 16 36.88	+ 0.51	+ 0.71	+ 0.70
Atlanta	33 44 58.07	84 23 18.95	+ 1.25	+ 0.96	
Augusta	33 28 23.93	81 58 09.45	- 3.41	(-10.26)	
Allendale	33 00 31.30	81 18 40.66	- 2.41	- 5.51	
Port Royal	32 17 45.41	80 38 40.16	- 0.56		
Savannah	32 04 51.30	81 05 27.52	+ 1.69	- 5.16	
Darien	31 22 05.67	81 25 57.63		- 4.14	
Butler	31 17 39.12	81 20 48.88	+ 7.91		
Fernandina	30 40 15.62	81 27 46.30	+ 0.38	- 1.93	
St. Marks	30 06 56.46	84 11 32.96	+ 0.03	+ 0.27	
Mittel:	32 59 57,	82 44 28,	$\xi = + 0.849,$	$\eta = - 1.583$	
				$p = 12$	

Bemerkung: In Anbetracht der geringen Punktzahl wird der negative Extremwert in η auf Augusta von der Mittelbildung ausgeschlossen.

Feld 16:

Zone: $\varphi = 30^{\circ} - 35^{\circ}$; Streifen: $85^{\circ} - 90^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Tanyard	34°39'11.28	87°23'01.65	+ 2.23		+ 3.01
Lavender	34 19 18.62	85 17 23.93	- 2.25		- 2.11
Aurora	34 08 47.35	86 11 00.66	+ 0.41		- 2.06
Kahatchee	33 13 38.08	86 21 36.35	+ 1.86		- 1.27
Perry	32 45 33.28	86 57 21.16	+ 1.65		- 4.48
Montgomery	32 22 39.34	86 18 00.41	+ 5.90	- 1.03	
Ethridge	32 04 45.89	87 03 29.07			- 1.31
Lower Peach Tree	31 50 20.45	87 32 42.84	+ 0.55	- 1.55	
Coon	31 14 50.32	88 05 43.59	- 2.58		
Mobile	30 41 30.88	88 02 33.38	+ 2.65	+ 3.54	
Barkley Point 2	30 24 31.20	87 12 26.81	+ 1.50	+ 5.14	
Pensacola	30 24 31.45	87 12 49.57	(+ 1.64)		

East Pascaguola	30°20'35"52	88°32'45"21	+ 5"39		- 3"01
Fort Morgan	30 13 42.35	88 01 23.32	+ 5.66	+ 2"42	+ 2.42
Davis Point 2	30 07 14.32	85 41 10.72	+ 2.49		
New Orleans	29 57 06.67	90 04 18.15	+ 5.42	- 0.04	
Mittel:	31 54 48,	87 18 36;	$\xi = + 2"206;$	$\eta = - 0"024$	
				$p = 14$	

Bemerkung: Die Breitenstation Pensacola wurde, weil fast identisch mit Barkley Point 2, weggelassen. Der Punkt New Orleans wurde, obwohl etwas außerhalb des Feldes gelegen, in das Partialsystem einbezogen.

Feld 17:

Zone: $\varphi = 30^\circ - 35^\circ$; Streifen: $95^\circ - 100^\circ$ West

	φ	λ	ξ	η_λ	η_α
Marlow	34°38'50"54	97°57'38"48	+ 1"99	+ 2"21	
Bowie NW-Base	33 37 21.70	98 00 14.44	- 1.13	+ 5.16	+ 5"16
Gilbert	32 48 11.04	97 53 38.98	- 0.71		+ 6.27
Pilot	32 15 38.09	98 08 20.10	+ 6.96		- 1.66
Chamliiss	31 39 23.36	98 07 29.30	+ 2.17		- 6.60
Bachelor	30 59 39.96	98 05 52.06	+ 6.04		-11.05
Austin	30 16 26.18	97 44 22.75	- 1.10	- 2.99	- 2.99
Mittel:	32 16 33,	97 58 44;	$\xi = + 2"032$,	$\eta = - 0"721$	
				$p = 8$	

Feld 18:

Zone: $\varphi = 25^\circ - 30^\circ$; Streifen: $80^\circ - 85^\circ$ West

	φ	λ	ξ	η_λ
St. Augustine	29°53'32"78	81°17'59"89	- 1"07	- 4"82
Apalachicola	29 43 12.95	84 59 08.46	+ 0.48	+ 1.81
Gainesville	29 39 08.08	82 19 25.69	+ 0.41	- 2.72
Esperanza	29 22 15.57	81 05.38.20	+ 2.00	
Daytona	29 12 36.03	81 00 58.79		- 1.14
Cedar Keys	29 07 51.04	83 01 51.56	+ 2.95	+ 2.16

Titusville	28°36'39".42	80°48'24".66	- 0".56		
Clearwater Harbor	27 56 35.37	82 48 41.65	+ 3.88	- 3".80	
Sebastian	27 49 01.47	80 28 13.28	+ 3.45	- 5.20	
Jupiter Inlet	26 56 53.68	80 04 54.75	+ 7.78	(-10.98)	
Punta Rasa	26 29 12.82	82 00 46.72	+ 3.37	- 2.25	
Miami	25 46 29.01	80 11 42.97		- 8.59	
Cape Florida	25 39 55.23	80 09 22.00	- 2.92		
Cape Sable	25 06 59.58	81 05 13.39	+ 2.00		
Mittel:	28 02 48,	81 49 27;	$\xi = + 1.815$;	$\eta = - 2".728$	
				(p = 10)	

Bemerkung: Wegen der geringen Punktzahl wird die η - Komponente von Jupiter Inlet Lighthouse ausgeschlossen!

Feld 19 :

Zone: $\varphi = 25^{\circ} - 30^{\circ}$; Streifen: $95^{\circ} - 100^{\circ}$ West

	φ	λ	ξ	η_{λ}	η_{α}
Mission	29°42'52".76	98°09'52".90	- 4".01		-11".35
Karnes	28 52 38.64	97 54 48.05	- 0.51		- 8.05
Miller	28 18 06.75	97 48 22.62	- 0.55		- 2.75
Alice	27 44 33.01	98 04 30.72	+ 1.55	- 0".99	- 0.99
Laguna Madre	27 40 10.56	97 16 20.35	+ 5.09		+11.67
Venado	27 08 11.51	97 22 30.38			+ 4.20
Topo	26 45 18.19	97 28 19.48	+ 5.35		
Fronton	26 04 41.08	97 12 25.54		+ 2.24	+ 2.24
Rio Grande Obs.	25 57 17.20	97 08 49.15	+ 4.44		
Brownsville	25 53 52.91	97 29 31.20	+ 5.54		+ 3.57
Mittel:	27°33'51"	97°39'46";	$\xi = + 2".112$,	$\eta = - 0".021$	
				p = 6	

Bemerkung: Trotz der großen Spannung in η können alle Werte zur Mittelbildung herangezogen werden, weil sich die beiden Extremwerte in der Summe aufheben. Da überdies das Partialsystem auf einen nur 1° breiten Streifen beschränkt ist, wird das Gewicht von 9 auf 6 herabgesetzt.

15.

DIE REPRÄSENTATIVEN SOLLWERTE DER LOTABWEICHUNGEN.

Die Undulationen des aktuellen Geoides über Nordamerika werden wieder TANNIS Arbeit entnommen. Es ergibt sich folgende kleine Tabelle XI:

	115°	110°	105°	100°	95°	90°	85°	80°	75°	70°	65°
45°	+ 5	+15	+12	+ 7	+ 3	0	- 3	- 6	- 5	- 1	+ 5
40°	+ 3	+ 7	+10	+ 2	0	- 3	- 4	- 4	- 3	- 2	- 6
35°		- 1	+ 1	- 2	- 3	- 3	- 2	- 4	- 9	-10	- 4
30°		- 3	- 1	- 2	0	+ 2	+ 2	- 2	-13	- 8	+ 1
25°				+ 2	- 4	+ 5	+ 4	+ 3	-10	- 8	
20°							+ 7	+ 8	+ 6	+ 4	
15°								+22	+11	+ 5	

(Einheit : Meter)

Wegen der westlichen Zählung der Längen lautet die Formel für das astronomische Nivellement:

$$d N = - (\xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha) d s, \quad 37a)$$

sodaß bei Wanderung nach Nord und West ($\alpha = 0^\circ$ und 270°) die Ausdrücke 38) unverändert bleiben.

Der Berechnung der Koeffizienten m und p in Tabelle XII sollten strenge genommen die Meridianbogenlängen und die linearen Beträge der Sekundenbögen der Parallelkreise des CLARKEschen Ellipsoides zugrundegelegt werden. Mangels geeigneter Tafeln genügt aber vollkommen die Verwendung der entsprechenden Größen des Internationalen Ellipsoides:

	B_m	ds_m	m	$(\frac{N \cos \varphi}{Q''})$	p
45°	4 985 037			21.902 914	0.5232
		555 432	0.3714		
40°	4 429 605			23.721 590	0.4831
		554 951	0.3717		
35°	3 874 654			25.358 939	0.4519
		554 492	0.3720		
30°	3 320 162			26.802 894	0.4275
		554 071	0.3723		
25°	2 766 091			28.042 861	0.4086

Die Geoidprofile für den in § 9 beschriebenen Interpolationsvorgang befinden sich im Anhang. Für die Partialsysteme 2, 3, 5, 8, 9, 10, 15, 16 und 18 konnte unmittelbar jeweils das ganze Feld herangezogen werden. Für das Partialsystem 11, das sich nur über einen Breitengrad erstreckt, und die Teilsysteme 17 und 19, deren Längenausdehnung kaum 1° beträgt, wäre eine Extrapolation natürlich unsicherer als die Verwendung des ganzen Feldes. Schließlich konnte auch für das Partialsystem 12 das Gesamtfeld verwendet werden, weil es trotz seiner Beschränkung auf drei Längengrade genügend symmetrisch zur meridionalen Mittelachse des Feldes liegt. Die Berechnung der Sollwerte ist in Tabelle XIII übersichtlich zusammengestellt:

F	N - S =	dN_m ;	W - O =	dN_p ;	p	ξ_{soll}	η_{soll}
2.	- 2.9 + 2.2 =	- 0.7;	- 2.9 + 1.0 =	- 1.9;	0.5020;	+ 0.260,	+ 0.954
3.	- 5.9 + 3.4	- 2.5;	- 5.1 + 3.2	- 1.9;	0.5074;	+ 0.929,	+ 0.964
5.	- 1.6 + 3.6	+ 2.0;	- 2.1 + 3.7	+ 1.6;	0.4988;	- 0.743,	- 0.798
8.	- 3.6 + 6.7	+ 3.1;	- 3.8 + 4.6	+ 0.8;	0.4729;	- 1.152,	- 0.378
9.	- 4.3 + 2.3	- 2.0;	- 3.2 + 4.2	+ 1.0;	0.4631;	+ 0.743,	- 0.463
10.	- 4.0 + 2.0	- 2.0;	- 3.6 + 3.7	+ 0.1;	0.4693;	+ 0.743,	- 0.047
11.	- 1.6 + 3.2	+ 1.6;	- 0.8 + 3.4	+ 2.6;	0.4753;	- 0.595,	- 1.236
12.	+ 1.0 + 2.5	+ 3.5;	0.0 + 1.5	+ 1.5;	0.4685;	- 1.301,	- 0.703
15.	- 2.2 - 0.7	- 2.9;	+ 0.2 + 3.6	+ 3.8;	0.4415;	+ 1.079,	- 1.678
16.	- 2.3 - 2.4	- 4.7;	0.0 - 0.9	- 0.9;	0.4361;	+ 1.748,	+ 0.392
17.	- 2.5 + 1.6	- 0.9;	- 2.8 + 1.4	- 1.4;	0.4380;	+ 0.335,	+ 0.613
18.	+ 0.3 - 3.2	- 2.9;	+ 1.9 + 0.2	+ 2.1;	0.4195;	+ 1.080,	- 0.881
19.	- 1.6 + 3.0	+ 1.4;	+ 0.2 + 1.1	+ 1.3;	0.4176;	- 0.381,	- 0.543

Bei den restlichen sechs Partialsystemen wurde zur Genauigkeitssteigerung das mittlere Geoidgefälle jeweils aus dem engeren Teilbereich abgeleitet und in beiden Richtungen auf 5° Erstreckung extrapoliert. Das Verfahren ist wieder genau dasselbe wie in § 9. Dabei wurde angenommen, daß sich die Partialsysteme 4, 13 und 14 über die ganze Feldbreite ausdehnen und zwischen den Parallelkreisen:

Partialsystem 4 : Nord: $\varphi = 43^\circ$, Süd: $\varphi = 41^\circ 30'$
 " 13 : Nord: $= 40^\circ$, Süd: $= 38^\circ$
 " 14 : Nord: $= 40^\circ$, Süd: $= 38^\circ$

liegen. Das Partialsystem 6 liegt in seinem Felde im Streifen zwischen den Längen 97° und 99° . Das Partialsystem 1 liegt in der Nortwestecke seines Feldes und ist im Osten und Süden durch $\lambda = 67^\circ 30'$ und $\varphi = 44^\circ$ begrenzt. Schließlich ist das kleine Partialsystem 7 von den Meridianen 112° und 114° und von den Parallelen 40° und 41° eingeschlossen. Wo die Grenzen des Teilsystems nicht mit den Feldgrenzen zusammenfallen, ist an Stelle der Kurvenablesungen die aus dem engeren Bereich gewonnene Höhendifferenz unmittelbar in Klammern angegeben. So ergibt sich folgende Ergänzung zu Tabelle XIII:

F	N	-	S	=	dN _m ;	W	-	O	=	dN _p ;	p	ξ soll.	η soll	
1.	(dN = + 0.6)	+	3.0;	(dN = - 1.4)	-	2.8;	0.5188;	-	1.114,	+	1.453			
4.	(dN = - 0.5)	-	1.7;	-	3.7	+	4.6=	+	0.9;	0.4982;	+	0.631,	-	0.448
6.	+ 5.0	-	1.3=	+	3.7;	(dN = + 1.1)	+	2.75	0.5051;	-	1.374,	-	1.389	
7.	(dN = + 1.3)	+	6.5;	(dN = - 2.2)	-	5.5;	0.4887;	-	2.414,	+	2.688			
13.	(dN = + 1.8)	+	4.5;	+	4.9	-	8.8=	-	3.9;	0.4747;	-	1.673,	+	1.851
14.	(dN = + 2.5)	+	6.25;	+	2.5	-	5.4=	-	2.9;	0.4758;	-	2.323,	+	1.380

DIE ABSOLUTE LOTABWEICHUNGS AUSGLEICHUNG.

Die Umkehr der Längenzählung bedingt zunächst einige Vorzeichenwechsel in den grundlegenden Differentialformeln 18):

$$\begin{aligned}
 d\varphi_K &= \frac{M_0}{M_K} \cos l \, d\varphi_0 + \varphi_5 \left(k - \frac{da}{a}\right) + \frac{N_0}{M_0} \cos \varphi_0 \sin l \, d\alpha_0 + (2b'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) d\alpha \\
 d\lambda_K \cos \varphi_K &= d\lambda_0 \cos \varphi_K + \frac{M_0}{N_K} \sin \varphi_K \sin l \, d\varphi_0 + l'' \cos \varphi_0 \left(k - \frac{da}{a}\right) - \\
 &\quad - \frac{\varphi_5}{Q''} d\alpha_0 - l'' \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 \, d\alpha \\
 d\alpha_K \cotg \varphi_K &= -\sin l \operatorname{cosec} \varphi_K \, d\varphi_0 - l'' \cos \varphi_0 \left(k - \frac{da}{a}\right) + \cos l \cos \varphi_0 \operatorname{cosec} \varphi_K \, d\alpha_0 + \\
 &\quad + \left(l'' \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 - \frac{lb}{Q''} \cos^3 \varphi_M \cotg \varphi_K\right) d\alpha
 \end{aligned}
 \tag{18a)$$

Unsere erste Aufgabe besteht in dem Übergang von der CLARKE-
schen auf die HAYFORDsche Abplattung, wozu im Hinblick auf
89) die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \xi_H &= \xi_{Cl} - d\varphi_K = \xi_{Cl} - (2b'' \cos^2 \varphi_M - \varphi_5 \sin^2 \varphi_M) d\alpha \\
 \eta_{\lambda, H} &= \eta_{\lambda, Cl} - d\lambda_K \cos \varphi_K = \eta_{\lambda, Cl} + l'' \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 \, d\alpha \\
 \eta_{\alpha, H} &= \eta_{\alpha, Cl} + d\alpha_K \cotg \varphi_K = \eta_{\alpha, Cl} + \left(l'' \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 - \frac{lb}{Q''} \cos^3 \varphi_M \cotg \varphi_K\right) d\alpha
 \end{aligned}
 \tag{91)$$

dienen. Weil es ferner wegen der nachträglichen Berücksichtigung der LAPLACESchen Korrekturen durch HAYFORD nicht angeht, die beiden η -Komponenten auseinanderzuhalten, haben wir das Mittel zu bilden:

$$\eta_H = \eta_{Cl} + \left(l'' \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 - \frac{lb}{2Q''} \cos^3 \varphi_M \cotg \varphi_K\right) d\alpha. \tag{92)$$

In diese Formeln sind die Längen- und Breitendifferenzen gegenüber dem gewählten Ursprung 90) einzuführen und wegen 87) und

88) $d\alpha = -2307 \cdot 10^{-8}$ zu setzen. Damit gehen die der Tabelle X zu entnehmenden repräsentativen Lotabweichungskomponenten der 19 Partialsysteme in die Größen ξ_H und η_H über, die sich auf ein Ellipsoid von der CLARKEschen Achse und der HAYFORDschen Abplattung beziehen.

Für den weiteren Übergang auf das mittlere Erdellipsoid und in die absolute Lage gelten die 41) analogen Fehlergleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \xi_H - d\varphi_K &= \xi_{\text{Soll}} - v_\varphi \\ \eta_{\lambda,H} - d\lambda_K \cos \varphi_K &= \eta_{\text{Soll}} - v_\lambda \\ \eta_{\alpha,H} + d\alpha_K \cotg \varphi_K &= \eta_{\text{Soll}} - v_\alpha \end{aligned} \right\} 93)$$

die sofort in die Form:

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_0}{M_K} \cos l \, d\varphi_0 + \varphi_5 \left(k - \frac{da}{a} \right) + \frac{N_0}{M_0} \cos \varphi_0 \sin l \, d\alpha_0 + (\xi_{\text{Soll}} - \xi_H) &= v_\varphi \\ d\lambda_0 \cos \varphi_K + \frac{M_0}{N_K} \sin \varphi_K \sin l \, d\varphi_0 + l'' \cos \varphi_0 \left(k - \frac{da}{a} \right) - \frac{\varphi_5}{\varphi''} d\alpha_0 + (\eta_{\text{Soll}} - \eta_{\lambda,H}) &= v_\lambda \\ \sin l \operatorname{cosec} \varphi_K \, d\varphi_0 + l'' \cos \varphi_0 \left(k - \frac{da}{a} \right) - \cos l \cos \varphi_0 \operatorname{cosec} \varphi_K \, d\alpha_0 + (\eta_{\text{Soll}} - \eta_{\alpha,H}) &= v_\alpha \end{aligned} \right\} 94)$$

gebracht werden können. Ausgangs- und Endwerte der Transformation 91) und 92) sowie die Berechnung der Absolutglieder der Fehlergleichungen 94) sind aus der folgenden Tabelle XIV ersichtlich:

Tabelle XIV:

F.	ξ_{cl}	ξ_H	ξ_{Soll}	$(\xi_{\text{Soll}} - \xi_H);$	η_{cl}	η_H	η_{Soll}	$(\eta_{\text{Soll}} - \eta_H)$
1.	- 1.032	- 0.353	- 1.114	- 0.761;	+ 2.076	+ 2.488	+ 1.453	- 1.035
2.	- 1.631	- 1.074	+ 0.260	+ 1.334;	+ 1.370	+ 1.719	+ 0.954	- 0.765
3.	+ 1.883	+ 2.456	+ 0.929	- 1.527;	+ 2.152	+ 2.408	+ 0.964	- 1.444
4.	+ 0.820	+ 1.316	+ 0.631	- 0.685;	- 1.090	- 0.946	- 0.448	+ 0.498
5.	+ 0.907	+ 1.400	- 0.743	- 2.143;	+ 1.281	+ 1.328	- 0.798	- 2.126
6.	- 0.307	+ 0.232	- 1.374	- 1.606;	- 1.856	- 2.012	- 1.389	+ 0.623
7.	- 3.460	- 2.979	- 2.414	+ 0.565;	+ 3.428	+ 2.981	+ 2.688	- 0.293
8.	- 0.694	- 0.402	- 1.152	- 0.750;	- 0.827	- 0.558	- 0.378	+ 0.180
9.	+ 0.546	+ 0.712	+ 0.743	+ 0.031;	+ 0.544	+ 0.717	- 0.463	- 1.180

- 10. + 2.238 + 2.470 + 0.743 - 1.727; - 0.428 - 0.366 - 0.047 + 0.319
- 11. + 1.872 + 2.172 - 0.595 - 2.767; + 0.371 + 0.324 - 1.236 - 1.560
- 12. - 0.516 - 0.287 - 1.301 - 1.014; - 2.300 - 2.464 - 0.703 + 1.761
- 13. - 1.707 - 1.381 - 1.673 - 0.292; + 1.400 + 1.038 + 1.851 + 0.813
- 14. - 2.163 - 1.801 - 2.323 - 0.522; + 2.436 + 1.983 + 1.380 - 0.603
- 15. + 0.849 + 0.678 + 1.079 + 0.401; - 1.583 - 1.411 - 1.678 - 0.267
- 16. + 2.206 + 1.928 + 1.748 - 0.180; - 0.024 + 0.042 + 0.392 + 0.350
- 17. + 2.032 + 1.794 + 0.335 - 1.459; - 0.721 - 0.914 + 0.613 + 1.527
- 18. + 1.815 + 1.139 + 1.080 - 0.059; - 2.728 - 2.497 - 0.881 + 1.616
- 19. + 2.112 + 1.382 - 0.381 - 1.763; - 0.021 - 0.242 - 0.543 - 0.301

Mit dem Wegfall der Unterscheidung zwischen den beiden η -Komponenten lassen sich jetzt aber überhaupt die Längen- und Azimutgleichungen sinngemäß in mittlere η -Gleichungen zusammenziehen. Es braucht kaum betont zu werden, daß dieser Vorgang vollkommen der Minimumbedingung 51) entspricht. Der Ausfall der LAPLACEschen Widersprüche hat aber darüber hinaus noch logischerweise die Beziehung:

$$d\alpha_0 = -d\lambda_0 \sin\varphi_0 \quad 95)$$

zur Folge, wodurch sich die Zahl der Unbekannten auf drei reduziert. Die endgültigen Fehlergleichungen lauten demnach:

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_0}{M_K} \cos l \, d\varphi_0 - \frac{N_0}{M_0} \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 \sin l \, d\lambda_0 + \varphi_5 \left(k - \frac{da}{a} \right) + (\xi_{S_{011}} - \xi_H) &= v_\xi \\ \frac{1}{2} \sin l \left(\frac{M_0}{N_K} \sin \varphi_K + \operatorname{cosec} \varphi_K \right) d\varphi_0 + \frac{1}{2} \left(\cos \varphi_K + \frac{\varphi_5}{Q_H} \sin \varphi_0 + \right. & \\ \left. + \cos l \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 \operatorname{cosec} \varphi_K \right) d\lambda_0 + l'' \cos \varphi_0 \left(k - \frac{da}{a} \right) + (\eta_{S_{011}} - \eta_H) &= v_\eta \end{aligned} \right\} 96)$$

Die Frage der Brauchbarkeit der HELMERTschen Differentialformeln bei kontinentalen Lotabweichungssystemen wurde bereits in "Sonderheft 3", § 19, diskutiert. Es zeigte sich, daß die größten Fehler mit dem Koeffizienten φ_5 verbunden sind, weil HELMERT den ursprünglich abgeleiteten, aber wegen des Auftretens des Gegenazimutes recht unbequemen Ausdruck rein

sphärisch transformiert hat. Die Fehler liegen aber derzeit sicher noch innerhalb der Unsicherheit der repräsentativen mittleren Lotabweichungskomponenten und auch der gravimetrischen Sollwerte. Bei einer späteren Neubearbeitung auf Grund eines verlässlicheren Materials wird man leicht genauere Formeln verwenden können.

Die nach 96) gewonnenen Fehlergleichungen sind in Tabelle XV gegeben. Die vorletzte Rubrik enthält die Gewichte und die letzte die restlichen Widersprüche. Die Koeffizienten der Unbekannten sind wieder auf drei Dezimalen, die Absolutglieder jedoch nur auf zwei Dezimalen gegeben. Ferner ist wie üblich die dritte Unbekannte durch ihren 10 000-fachen Wert ersetzt:

$$\left(k - \frac{da}{a} \right)' = 10^4 \cdot \left(k - \frac{da}{a} \right) .$$

Tabelle XV :

a) Breiten - oder ξ - Gleichungen:

Nr.					p	v
1.	+ 0.929 $d\varphi_0$	+ 0.173 $d\lambda_0$	+ 2.720 $\left(k - \frac{da}{a} \right)'$	- 0.76;	8	- 0.52
2.	+ 0.951	+ 0.145	+ 2.209	+ 1.33	32	+ 1.65
3.	+ 0.972	+ 0.108	+ 2.677	- 1.53	11	- 1.26
4.	+ 0.991	+ 0.060	+ 2.449	- 0.69	9	- 0.38
5.	+ 0.998	+ 0.020	+ 2.546	- 2.14	11	- 1.84
6.	+ 0.989	- 0.066	+ 2.712	- 1.61	6	- 1.33
7.	+ 0.924	- 0.180	+ 1.309	+ 0.57	5	+ 0.97
8.	+ 0.974	+ 0.106	+ 1.013	- 0.75	28	- 0.28
9.	+ 0.991	+ 0.062	+ 0.627	+ 0.03	17	+ 0.55
10.	+ 0.997	+ 0.024	+ 1.052	- 1.73	9	- 1.25
11.	+ 0.998	- 0.019	+ 1.410	- 2.77	6	- 2.33
12.	+ 0.990	- 0.064	+ 0.927	- 1.01	10	- 0.52
13.	+ 0.953	- 0.142	+ 0.894	- 0.29	8	+ 0.18
14.	+ 0.927	- 0.177	+ 0.694	- 0.52	8	- 0.04
15.	+ 0.992	+ 0.060	- 0.797	+ 0.40	12	+ 1.09
16.	+ 0.999	+ 0.022	- 1.122	- 0.18	14	+ 0.55
17.	+ 0.991	- 0.066	- 1.073	- 1.46	8	- 0.74
18.	+ 0.991	+ 0.067	- 2.597	- 0.06	10	+ 0.84
19.	+ 0.992	- 0.063	- 2.759	- 1.76	6	- 0.84

b) η -Gleichungen:

				p	v				
1.	- 0.389	$d\varphi_0$	+ 0.706	$d\lambda_0$	- 6.336	$(k - \frac{da}{a})'$	- 1.04;	8	- 0.53
2.	- 0.330		+ 0.731		- 5.258		- 0.77	32	- 0.35
3.	- 0.244		+ 0.736		- 3.883		- 1.44	11	- 1.13
4.	- 0.137		+ 0.754		- 2.157		+ 0.50	9	+ 0.67
5.	- 0.045		+ 0.757		- 0.707		- 2.13	11	- 2.07
6.	+ 0.149		+ 0.747		+ 2.357		+ 0.62	6	+ 0.44
7.	+ 0.415		+ 0.730		+ 6.594		- 0.29	5	- 0.80
8.	- 0.250		+ 0.773		- 3.830		+ 0.18	28	+ 0.48
9.	- 0.150		+ 0.795		- 2.242		- 1.18	17	- 1.00
10.	- 0.057		+ 0.790		- 0.867		+ 0.32	9	+ 0.39
11.	+ 0.045		+ 0.782		+ 0.679		- 1.56	6	- 1.61
12.	+ 0.152		+ 0.787		+ 2.305		+ 1.76	10	+ 1.59
13.	+ 0.334		+ 0.760		+ 5.167		+ 0.81	8	+ 0.42
14.	+ 0.416		+ 0.745		+ 6.499		- 0.60	8	- 1.10
15.	- 0.150		+ 0.836		- 2.141		- 0.27	12	- 0.11
16.	- 0.057		+ 0.853		- 0.793		+ 0.35	14	+ 0.41
17.	+ 0.167		+ 0.844		+ 2.353		+ 1.53	8	+ 1.36
18.	- 0.185		+ 0.900		- 2.411		+ 1.62	10	+ 1.80
19.	+ 0.175		+ 0.908		+ 2.260		- 0.30	6	- 0.45

Die Normalgleichungen:

$$\begin{array}{r}
 d\varphi_0 \quad \quad \quad d\lambda_0 \quad \quad \quad 10^4(k - \frac{da}{a}) \\
 219.9367 \quad - \quad 6.5289 \quad + \quad 380.3834 \quad - \quad 88.0575 \\
 \quad \quad \quad 136.0724 \quad - \quad 211.5261 \quad - \quad 21.6448 \quad \quad \quad 97) \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 3672.8772 \quad + \quad 200.1961 \\
 \quad 531.2619
 \end{array}$$

führen auf die Lösungen:

$$\begin{array}{l}
 d\varphi_0 = + 0.602 \quad \pm \quad 0.270 \\
 d\lambda_0 = + 0.007 \quad \pm \quad 0.325 \quad \quad \quad 98) \\
 (k - \frac{da}{a}) = - (1165 \quad \pm \quad 691) \cdot 10^{-8},
 \end{array}$$

wozu noch vermöge 95):

$$d\alpha_0 = - 0.004 \quad \pm \quad 0.186$$

tritt. Ausgehend von der CLARKEschen Achse 6378 206.4 m und bei

Unterdrückung des Fehlers k des Netzmaßstabes finden wir daraus:

$$d a = + 74.3 \text{ m } \pm 44.1 \text{ m}$$

und damit für die Achse des Normalsphäroides der Erde oder des mittleren Erdellipsoides den Wert:

$$a = 6\,378\,281 \text{ m } \pm 44 \text{ m.} \quad 99)$$

Dieser Achsenwert weicht von dem europäischen Ergebnis nur um 34 m ab. Die getrennten Lotabweichungssysteme von Europa und Amerika führen somit innerhalb der Fehlergrenzen auf das gleiche Ergebnis. Der Mittelwert:

$$a = 6\,378\,298 \text{ m } \pm 34 \text{ m,} \quad 100)$$

den wir als Endwert der vorliegenden Untersuchung betrachten dürfen, ist um 90 m kleiner als die Achse des internationalen Ellipsoides. Diese verhältnismäßig kleine Differenz läßt es angezeigt erscheinen, am HAYFORDSchen Ellipsoid festzuhalten, bis auf Grund der Weltschwerevermessung im Sinne de GRAFF-HUNTERS und der im Gange befindlichen kontinentalen Netzzusammenschlüsse eine definitive Überprüfung obigen Ergebnisses möglich sein wird.

Die Übereinstimmung zwischen dem europäischen und amerikanischen Resultat wird übrigens eine fast vollständige, wenn man noch die Maßstabkorrektur heranzieht. Wie schon in § 3 erwähnt, resultiert nämlich aus dem Umstand, daß die Grundlinien auf das Geoid und nicht auf das Normalsphäroid reduziert werden, ein systematischer Achsenfehler, der genau gleich ist der Geoidhebung. Dieser Einfluß beträgt in Europa, wie der Mittelwert der Undulationen in Tabelle III zeigt, etwa + 29 m und in Amerika analog - 1 m. Demnach wäre das Ergebnis für

$$\begin{array}{l} \text{Europa: } a = 6\,378\,286 \text{ m} \\ \text{Amerika: } a = 6\,378\,282 \text{ m} \end{array}$$

und das Mittel: $a = 6\,378\,284$ m um 104 m kleiner als die HAYFORDSche Achse. Selbstverständlich kann eine so weitgehende Übereinstimmung in Anbetracht der Unsicherheit der Absolutglieder der Fehlergleichungen nur als Zufall gewertet werden. Derzeit erscheint es am zweckmäßigsten, die Achse des Normalsphäroides der Erde mit $6\,378\,300$ m anzunehmen.

17.

DIE RELATIVE LAGE EUROPA-AMERIKA.

Hinsichtlich der absoluten Lage der Triangulierungen der USA bestätigt das Resultat 98) im wesentlichen das ältere Ergebnis HAYFORDS, demzufolge die Ausgangskordinaten der Fundamentalpunkte Meades Ranch ganz vorzüglich sind. Überträgt man die Elemente 98) mittels der Gleichungen 18a) nach Meades Ranch, so findet man daselbst:

$$d\varphi = + 0''102$$

$$d\lambda = - 0''052 \quad 101)$$

$$d\alpha = - 0''010 .$$

Diese Werte stimmen innerhalb einer Sekunde mit den entsprechenden Größen der HAYFORDSchen Lösung H überein. Zusammen mit 86) ergeben sich die absoluten Koordinaten von Meades Ranch, denen wir die mittleren Fehler von 98) zuerkennen dürfen:

$$\varphi = 39^{\circ} 13' 26''788 \pm 0''270$$

$$\lambda = 98 32 30.454 \pm 0.325 \quad 102)$$

$$\alpha = 75 28 14.51 \pm 0.19$$

Stellt man diesen die absoluten Koordinaten des europäischen Fundamentalpunktes Potsdam-HELMERT-Turm gegenüber:

$$\begin{aligned}\varphi &= 52^{\circ} 22' 48''.448 \pm 0''.189 \\ \lambda &= 13 \ 03 \ 57.526 \pm 0.414 ,\end{aligned}\quad 59)$$

denen ähnlich die mittleren Fehler von 53) zugewiesen werden, so ist die Breiten - und Längendifferenz der beiden Hauptpunkte mit den mittleren Fehlern $0''.33$, resp. $0''.53$ behaftet. Linear entsprechen diesen Fehlern rund 10 m in meridionaler und 11 m in ost-westlicher Richtung. In der Längendifferenz bedeutet dies eine Genauigkeit von $13 \cdot 10^{-7}$, die durch eine Verbindungstriangulierung Europa - Amerika kaum erreicht werden kann.

Diese Überlegung ist von hoher prinzipieller Bedeutung. Sie zeigt, daß die gravimetrische Methode zur Bestimmung der Erdfigur mit Hilfe des STOKESschen Integrales nicht allein theoretischen, sondern auch einen großen praktischen Wert besitzt, weil sie die gegenseitige Lage der durch die Weltmeere getrennten Kontinente mit einer Sicherheit zu bestimmen gestattet, die selbst bei Vorhandensein von Landbrücken die Triangulierungsgenauigkeit übertrifft. In diesem Sinne beansprucht das Projekt der geodätischen Überbrückung des Nordatlantik über die Inselbrücke Norwegen - Shetlands - Färoer - Island - Grönland - Baffinland großes Interesse. BERROTH*) hat dieses Projekt 1940 ausgearbeitet und hofft, daß mittels der Hochzieltriangulation und der aus der LAPLACESchen Gleichung abgeleiteten "KNICKKORREKTION" die Überbrückung der 3600 km langen Strecke Norwegen - Canada (Baffinland) mit einem mittleren Fehler von ± 17 m oder 1:200 000 möglich sein wird.

*) A. BERROTH: Die Bedeutung der geodätischen Astronomie für die Überbrückung der Ozeane, Geofisica pura e applicata, Band 18 (Festschrift SOMIGLIANA), Mailand 1950.

Wie schon in § 5 eingehender auseinandergesetzt wurde, darf man aber aus obiger Betrachtung natürlich nicht den Schluß ziehen, daß einmal die Triangulierung gänzlich überflüssig werden wird. Denn für Einzelpunkte bleibt der grundsätzliche Nachteil der absoluten astronomischen Richtungsbestimmung gegenüber der relativen geodätischen Lagebestimmung selbstverständlich bestehen. Es soll in diesem Zusammenhang nochmals auf die lichtvollen Ausführungen HEISKANENS^{*)} verwiesen werden, der die Genauigkeit der Einzelpunktbestimmung mit Hilfe der absoluten Lotabweichungskomponenten gemäß 25) auf ± 30 m abschätzt. Die relative Punktlage ist dadurch also nur bei beträchtlicher gegenseitiger Entfernung mit der nötigen Genauigkeit verbürgt.

18.

ZUR FRAGE DER ISOSTASIE.

Die Diskussion über das Problem der Isostasie ist bekanntlich noch immer nicht abgeschlossen. Schon lange gilt es als erwiesen, daß beträchtliche Abweichungen von der idealen Isostasie möglich sind. Namentlich TANNIS Geoid zeigt ausgedehnte systematische Undulationen, die die Dreiachsigkeit der Erdfigur zu bestätigen scheinen, im übrigen aber noch ihrer einwandfreien Erklärung harren. Tatsächlich gibt es hier noch manche schwer-

*) W. HEISKANEN: The Practical Significance of the Geoid Determinations, Geofisica pura e applicata, Vol. 18, Festschrift C. SOMIGLIANA, Milano 1950.

wiegende Bedenken. Aber eine Erörterung dieser Fragen gehört nicht in diesen Zusammenhang. Außerdem hat erst jüngst HEISKANEN*) eine eingehende Schilderung des ganzen Fragenkomplexes und eine kritische Zusammenfassung seines gegenwärtigen Standes gegeben. Hier sei nur die Frage gestreift, inwieweit durch die Verwendung unreduzierter Lotabweichungen und der Undulationen des a k t u e l l e n Geoides die angestrebte Unabhängigkeit von isostatischen Voraussetzungen gewährleistet ist. Der Einfluß der isostatischen Reduktion der beobachteten Schwerewerte scheint nun vollständig eliminiert, weil der sogenannte "indirekte Effekt" (siehe § 6) und damit der Rückgang vom Co-Geoid zum aktuellen Geoid mit genügender Sicherheit in Rechnung gesetzt werden kann. Nebenbei bemerkt müßte das Co-Geoid bei idealer Isostasie in der Erdkruste und idealer hydrostatischer Lagerung des Erdkernes bezüglich des Massemittelpunktes des tatsächlichen Erdkörpers mit dem Normalsphäroid zusammenfallen.

Trotzdem kann die angenommene Unabhängigkeit der vorliegenden Methode von isostatischen Voraussetzungen erst nach Klärung einiger Fragen mit voller Sicherheit behauptet werden. Diese Fragen hängen mit der Schwerpunktslage des Erdkörpers, mit der Genesis der Erdkruste und der Hypothese der Mondabtrennung, allgemein gesprochen mit dem Wechselspiel zwischen den Gleichgewichtsstörungen und den isostatischen Kräften zusammen. Daher ist die überraschend gute Übereinstimmung unseres Resultates für Europa und Amerika im Sinne der Isostasie zu werten. Denn die Methode beruht ja allein auf dem Vergleich repräsentativer Lotabweichungen auf einer willkürlichen Referenzfläche

*) HEISKANEN W: On the Isostatic Structure of the Earth's Crust, Veröffentlichungen des Isostatischen Institutes Nr. 24, Helsinki 1950.

mit repräsentativen Sollwerten, d.h. mit mittleren, absoluten Lotabweichungen. Erstere hängen bloß von der Punktdichte und der Verteilung der astronomischen Stationen der einzelnen Partialssysteme über das zugehörige Feld ab, während letztere an die Verlässlichkeit in der Geoidbestimmung gebunden sind. Wäre also TANNIS Geoid mit einer großen Unsicherheit behaftet, so müßte die erwähnte Übereinstimmung als ein sehr unwahrscheinlicher Zufall gewertet werden. Sicher aber ist die vorliegende Methode - wenn schon nicht die Ergebnisse der Berechnungen - in theoretischer Hinsicht vollständig unabhängig von der endgültigen Entscheidung der noch strittigen Probleme.

Obwohl also unsere Berechnungen auf einen Achsenwert geführt haben, der um 90 bis 100 m kleiner ist als der HAYFORDsche Wert, darf doch bis auf weiteres die frühere Schlußfolgerung aufrecht gehalten werden*):

"Es gibt also prinzipiell zwei Methoden zur Bestimmung des Normalsphäroides: einmal die Ausgleichung isostatisch reduzierter Lotabweichungen, die gegenüber der Verwendung unreduzierter Werte immer eine Achsenvergrößerung ergeben muß, welche auch den Betrag von 500 m erreichen oder sogar übersteigen kann. Je besser dabei die gemachten Annahmen der tatsächlichen Massenlagerung in der Erdkruste entsprechen, umso eher müssen verschiedene Kontinente fast denselben Achsenwert liefern.

Sodann die hier vorgeschlagene direkte Methode. Diese vermeidet bewußt die isostatische Reduktion und operiert dementsprechend mit den kontinentalen Undulationen des a k t u e l l e n Geoides. Gerade durch diese Unabhängigkeit von isostati-

*) K. LEDERSTEGGER: Die Achse des Normalsphäroides der Erde, Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen 1950, siehe Seite 129.

schen Voraussetzungen kann sie ein weiteres Glied in der Beweiskette für das tatsächliche Bestehen des genäherten Massenausgleiches in der Erdkruste bilden."

Einen bündigen Schluß für die Kleinheit der Geoid- undulationen und damit einen klaren Hinweis auf das Bestehen der Isostasie ergab auch die Abschätzung des Einflusses der Schwankungen der Geoidkrümmung auf die Achse des jeweils bestanschließenden Ellipsoides zusammen mit den Erfahrungen über die möglichen Abweichungen dieser Achsen.

Abschließend sei nochmals betont, daß unsere Ergebnisse auch abgesehen von obigen noch ungeklärten Fragen noch keinerlei definitiven Charakter haben. Einen derartigen Anspruch könnten weder die bisherigen Lotabweichungssysteme noch TANNIS Undulationen rechtfertigen. Doch dürfte die Arbeit den Nachweis erbracht haben, daß die Kombination der astronomisch-geodätischen und gravimetrischen Lotabweichungen beide aufgeworfenen Probleme, nämlich die Bestimmung der Achse des Normalsphäroides der Erde und der absoluten Lage der Landestriangulationen, befriedigend zu lösen gestattet.

Zusammenfassung:

Die übliche Lotabweichungsausgleichung nach dem Minimumprinzip für die restlichen Lotabweichungen liefert sogenannte bestanschließende Ellipsoide, die einen bestimmten Geoidausschnitt approximieren und deren Achse bei genügender Ausdehnung des Lotabweichungssystems im allgemeinen um einige 100 m kleiner ist als die Achse des Normalsphäroides der Erde. Die weitgehende Unabhängigkeit der aus dem STOKESSchen Integral berechneten Geoidundulationen von einem Fehler in der Achse der zugrunde liegenden Bezugsfläche eröffnet die Möglichkeit einer neuen Lotabweichungsausgleichung, deren Prinzip in einer Anpassung der astronomisch-geodätisch bestimmten Lotabweichungen an die absoluten gravimetrischen Lotabweichungen besteht. Um in beiderlei Hinsicht genügend repräsentative Daten zu gewinnen, wird das über einen ganzen Kontinent ausgedehnte trigonometrische Netz nach den 5° -Feldern TANNIS in Partialsysteme zerlegt, deren mittlere Lotabweichungskomponenten auf den zugehörigen Schwerpunkt bezogen und den absoluten "Sollwerten" gegenübergestellt werden. Zur Ableitung der Sollwerte werden auf Grund der Undulationen des aktuellen Geoides aus freier Hand meridionale und ostwestliche Geoidprofile gezeichnet und aus diesen für die jeweiligen Schwerpunktskoordinaten für je 5° Ausdehnung in den beiden Hauptrichtungen das mittlere Geoidgefälle bestimmt, aus dem nach der Formel des astronomischen Nivellements die absoluten Lotabweichungskomponenten berechnet werden können. Werden sodann die Differenzen zwischen den resultierenden Lotabweichungen und ihren gravimetrischen Sollwerten in ihrer Quadratsumme zu einem Minimum gemacht, so ist damit dem regionalsystematischen Charakter der empirischen Lotabweichungen weitgehend Rechnung getragen und die Ausgleichung tatsächlich auf zufällige Fehler beschränkt. Die Methode kann als direkte Methode zur Bestimmung

des mittleren Erdellipsoides bezeichnet werden, weil sie unabhängig von jeder hypothetischen Voraussetzung, insbesondere von der isostatischen Reduktion ist. Sie muß theoretisch aus verschiedenen kontinentalen Lotabweichungssystemen immer auf denselben Achsenwert führen.

Den Berechnungen liegt einerseits das europäische Lotabweichungsmaterial (ohne die USSR) bezogen auf den früheren Netzverband im System des Reichsdreiecksnetzes auf dem BESSELSchen Ellipsoid, andererseits das HAYFORDSche Material der USA zugrunde, letzteres auf dem CLARKEschen Ellipsoid mit nachträglicher Berücksichtigung der LAPLACEschen Korrekturen. Eine besondere Eigenart der Methode besteht darin, daß sie nur die Achse, nicht aber auch die Abplattung des mittleren Erdellipsoides zu bestimmen gestattet, weil diese (1 : 297) bereits in der Internationalen Schwereformel und in den das STOKESsche Integral einzuführenden Schwerestörungen vorweggenommen ist. Eine weitere Besonderheit liegt in der Behandlung der beiden η -Komponenten und im Falle Europas in der Berücksichtigung des mittleren LAPLACEschen Widerspruches. Die Ergebnisse:

$$\text{Europa: } a = 6\,378\,315 \text{ m } \pm 53 \text{ m}$$

$$\text{Amerika: } a = 6\,378\,281 \text{ m } \pm 44 \text{ m}$$

stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein. Das Gesamtmittel:

$$a = 6\,378\,298 \text{ m } \pm 34 \text{ m}$$

ist um 90 m kleiner als die HAYFORDSche Achse. Fast vollständig wird die Übereinstimmung, wenn man der systematischen Achsenänderung Rechnung trägt, die aus der bisher unterbliebenen Reduktion der Grundlinien vom Geoid auf das Normalsphäroid folgt.

Trotzdem erscheint es nicht nur im Hinblick auf die gegenwärtigen Mängel in den Unterlagen, die teils in den rohen Netzzusammenschlüssen, teils in der noch rudimentären Geoidbe-

stimmung nach der STOKESschen Formel gelegen sind, sondern auch prinzipiell berechtigt, die älteren Ergebnisse HAYFORDs und HEISKANENS als gleichwertig zu betrachten. Es gibt somit zwei Methoden zur Ableitung des Normalsphäroides der Erde, nämlich die Ausgleichung isostatisch reduzierter Lotabweichungen nach dem älteren Minimumprinzip oder die Kombination der astronomisch-geodätischen und gravimetrischen Lotabweichungen. In der Unabhängigkeit der letzteren Methode von der isostatischen Reduktion darf man mit gewissen Vorbehalten einen neuen Beweis für das tatsächliche Bestehen eines genäherten Massenausgleiches in der Erdkruste erblicken.

Gleichzeitig mit den Verbesserungen der Erdelemente liefert jede Lotabweichungsausgleichung auch die drei Elemente der Verschiebung und Verdrehung des zugrundeliegenden geodätischen Netzes. Wegen des regionalsystematischen Verhaltens der Lotabweichungen und der Geoidwellen von kontinentalem Ausmaße kann aber das frühere Minimumprinzip niemals eine wahrhaft absolute Lage und Orientierung liefern, während die neue Lotabweichungsausgleichung auch dieses Problem eindeutig löst. So zeigt sich, daß die noch nach dem älteren Prinzip im neuen zentraleuropäischen Netz ermittelten Ausgangswerte für Potsdam in Breite um + 3"0 und in Länge um + 1"4 zu groß sind! Auch konnte die absolute Lage für einige weitere europäische Landesfundamentalepunkte abgeleitet werden, soweit ihre relative geodätische Lage gegenüber Potsdam verlässlich ist. In den Vereinigten Staaten erwiesen sich die Ausgangskoordinaten von Meades Ranch als fast fehlerfrei. Da den beiden Hauptfundamentalepunkten von Europa und Amerika die mittleren Fehler der abgeleiteten Elemente zugeteilt werden können, ist ihre gegenseitige Lage bis auf eine mittlere Unsicherheit von 10 m in Breite und von 11 m in Länge verbürgt. Letzteres stellt eine Genauigkeit von mehr als 1 : 1 000 000 dar.

Summary:

The usual adjustment of the deflections of the vertical according to the minimum principle for the remaining deflections provides so-called bestfitting ellipsoids, which approximate a certain part of the geoid, the axes of them being generally some 100 m shorter than the axis of the normal spheroid of the earth when using a sufficient extension of the system of deflections of the vertical. The ample independence of the undulations of the geoid computed with STOKES' integral of an error in the axis of the basic ellipsoid of reference gives the possibility for a new adjustment of the deflections of the vertical the principle being an adaptation of the deflections computed astronomically - geodetically to the absolute gravimetrically derived deflections. In order to get sufficient representative data in both respects, the trigonometrical net covering a whole continent is divided into partial systems according to the 5° - fields of TANNI. The mean components of the deflections of the vertical are put in relation to the respective center of gravity and compared with the absolute gravimetrically determined values. For the deduction of these values we draw free hand meridian and east-west profiles based on the undulations of the actual geoid and then determine the mean geoid gradient to an extent of five degrees in the two principal directions for the coordinates of the respective centres of gravity. From it the absolute components of the deflections of the vertical can be computed with the formula of the astronomical leveling. If the sums of the square differences between the resulting deflections of the vertical and their gravimetric available values are brought to a minimum, the regional systematic character of empiric deflections has been widely taken into account and the adjustment really is limited to random errors. This method

may be called a direct one for the determination of the mean ellipsoid of the earth, because it is independent of any hypothetical supposition and especially of the isostatic reduction. Starting from different continental systems of deflections of the vertical it must lead theoretically to the same length of the axis.

The calculations are based on one hand on the European material of the deflections of the vertical (except URRS) in reference to the network on BESSEL's ellipsoid in the system of the Reichsdreiecksnetz, and on other hand on HAYFORD's material of USA on CLARKE's ellipsoid with subsequent regards as to LAPLACE corrections. A special peculiarity of this method is that it allows only a determination of the axis and not of the flattening of the mean ellipsoid of the earth, because this one (1:297) appears already in the international formula of gravity and in the disturbances of gravity being inserted into STOKES' integral. Another peculiarity consists in the treatment of both of the η -components and for Europe in the consideration of the mean LAPLACE discrepancy. The results:

Europe: $a = 6\ 378\ 315\ \text{m} \pm 53\ \text{m}$

America: $a = 6\ 378\ 281\ \text{m} \pm 44\ \text{m}$

agree within the limits of errors. The total mean:

$a = 6\ 378\ 298\ \text{m} \pm 34\ \text{m}$

is 90 m shorter than HAYFORD's axis. There is an almost perfect harmony, when considering the systematic alteration of the axis based on the hitherto neglected reduction of the bases from the geoid to the normal spheroid. After all it is not only on principle justified to regard the older results of HAYFORD and HEISKANEN equivalent but also in consideration of the present deficiencies of the fundamentals, partly based on not quite elaborated net adjustments and partly on the still rudimentary determination of the geoid according to STOKES' formula. Consequently

there are two methods for the determination of the normal spheroid of the earth, the adjustment of isostatic reduced deflections of the vertical according to the older minimum principle or the combination of astronomic-geodetic and gravimetric deflections of the vertical. The independence of the latter method of the isostatic reduction gives proof with certain reservations for the actual existence of an approximative mass adjustment in the crust of the earth.

Each adjustment of deflections of the vertical provides together with the corrections of the elements of the earth the three elements of the shifting and twisting of the fundamental geodetic net. The older minimum principle can never give a veracious absolute position and orientation because of the regional systematic character of the deflections of the vertical and the geoid undulations of continental proportions, whereas the new adjustment of the deflections of the vertical provides an unequivocal solution of this problem. It shows, that the fundamentals for Potsdam derived from the older method in the central European net are too large by + 3"0 in latitude and + 1"4 in longitude. Besides it was possible to deduct the absolute position of some other fundamental points in European countries, as far as their relative geodetic position in relation to Potsdam is reliable. The fundamental coordinates of Meades Ranch in USA proved to be almost without errors. Since we can allot to the chief fundamental points of Europa and America the mean errors of the deducted elements their relative positions are warranted with a mean uncertainty of 10 m in latitude and 11 m in longitude. This represents an accuracy of more than 1:1 000 000.

Sommaire.

La compensation d'usage des déviations de la verticale suivant le principe minimum adoptée pour les déviations restantes, fournit des ellipsoïdes s'adaptant le mieux à un secteur déterminé du geoïde, et dont les axes, en élargissant suffisamment le système des déviations de la verticale, sont en général de quelques centaines de mètres plus petits que l'axe du sphéroïde terrestre normal. Les ondulations du geoïde calculées en partant de l'intégrale de STOKES sont, dans une forte mesure, indépendantes d'une erreur dont est affectée l'axe de la surface de référence adoptée. Cette circonstance crée la possibilité d'une nouvelle compensation des déviations de la verticale. Le principe de cette compensation est constitué par une adaptation des déviations déterminées par les procédés de l'astronomie géodésique aux déviations absolues gravimétriques. Afin d'obtenir des données suffisamment représentatives des deux genres de déviations, on décompose le réseau trigonométrique étendu sur tout un continent en systèmes partiels selon les aires de 5° de TANNI, dont les composantes moyennes de déviations sont rapportées au centre de gravité correspondant et confrontées avec les valeurs gravimétriques absolues. Aux fins de déduction des valeurs gravimétriques on dessine à main levée, en se basant sur les ondulations du geoïds actuel, des profils du geoïde dans le sens du méridien et perpendiculairement à celui-ci; en s'appuyant sur ceux-ci, on détermine pour les coordonnées des centres de gravité intéressés et à raison de 5° d'extension dans les deux directions principales, la pente moyenne du geoïde. A partir de celle-ci et d'après la formule du nivellement astronomique, on peut calculer les composantes absolues des déviations de la verticale. Ensuite les différences

entre les déviations résultantes et leurs valeurs gravimétriques prises dans leurs sommes des carrés sont réduites à un minimum. Par là on aura tenu un compte assez large du caractère régional systématique des déviations de la verticale empiriques, et la compensation se limite de fait à des erreurs accidentelles. La méthode peut être désignée comme méthode directe pour servir à la détermination de l'ellipsoïde terrestre moyen, car elle est indépendante de toute supposition hypothétique, en particulier de la réduction isostatique. Théoriquement elle doit toujours aboutir, bien qu'issue de différents systèmes continentaux de déviations de la verticale, à la même valeur de l'axe.

Les calculs sont basés: d'une part sur le matériel de déviation de la verticale européen (à l'exclusion de l'U. R.S.S.), rapporté au bloc ancien des réseaux établi dans le système du Reichsdreiecksnetz sur l'ellipsoïde de BESSEL, d'autre part sur le matériel des Etats-Unis de HAYFORD, ce dernier sur l'ellipsoïde de CLARKE, en tenant compte ultérieurement des corrections de LAPLACE. Une particularité spéciale de cette méthode consiste à ne permettre que la détermination de l'axe, non pas aussi l'aplatissement de l'ellipsoïde terrestre moyen, celui-ci (1:297) étant déjà anticipé dans la formule gravimétrique internationale et dans les anomalies gravimétriques à introduire dans l'intégrale de STOKES. Une particularité supplémentaire réside dans le traitement des deux composantes η et, dans le cas de l'Europe, du compte qui y est tenu de la contradiction moyenne de LAPLACE. Les résultats:

Europe : $a = 6\ 378\ 315\ \text{m} \pm 53\ \text{m}$

Amérique : $a = 6\ 378\ 281\ \text{m} \pm 44\ \text{m}$

sont concordants à l'intérieur des limites d'erreur. La moyenne totale:

$$a = 6\,378\,298 \text{ m} \pm 34 \text{ m}$$

est de 90 m plus petite que l'axe de HAYFORD. La concordance devient quasi totale, lorsqu'on tient compte du changement systématique de l'axe, résultant de la réduction des bases du géoïde au sphéroïde normal, réduction qui n'a point été entreprise jusqu'ici.

Malgré cela, il semble légitime de considérer les anciens résultats de HAYFORD et de HEISKANEN comme équivalents, non seulement en raison des déficiences actuelles de la documentation, résidant partie dans les rattachements sommaires des réseaux, partie dans la détermination encore rudimentaire du géoïde selon la formule de STOKES, mais encore en principe. Il y a par conséquent deux méthodes pour déduire le sphéroïde normal de la Terre, soit la compensation des déviations de la verticale réduites isostatiquement selon le principe minimum ancien, soit la combinaison des déviations de la verticale astronomo-géodésiques et gravimétriques. Avec certaines réserves on est autorisé à voir dans l'indépendance de cette dernière méthode de la réduction isostatique une preuve nouvelle de l'existence effective d'une compensation des masses dans la croûte terrestre.

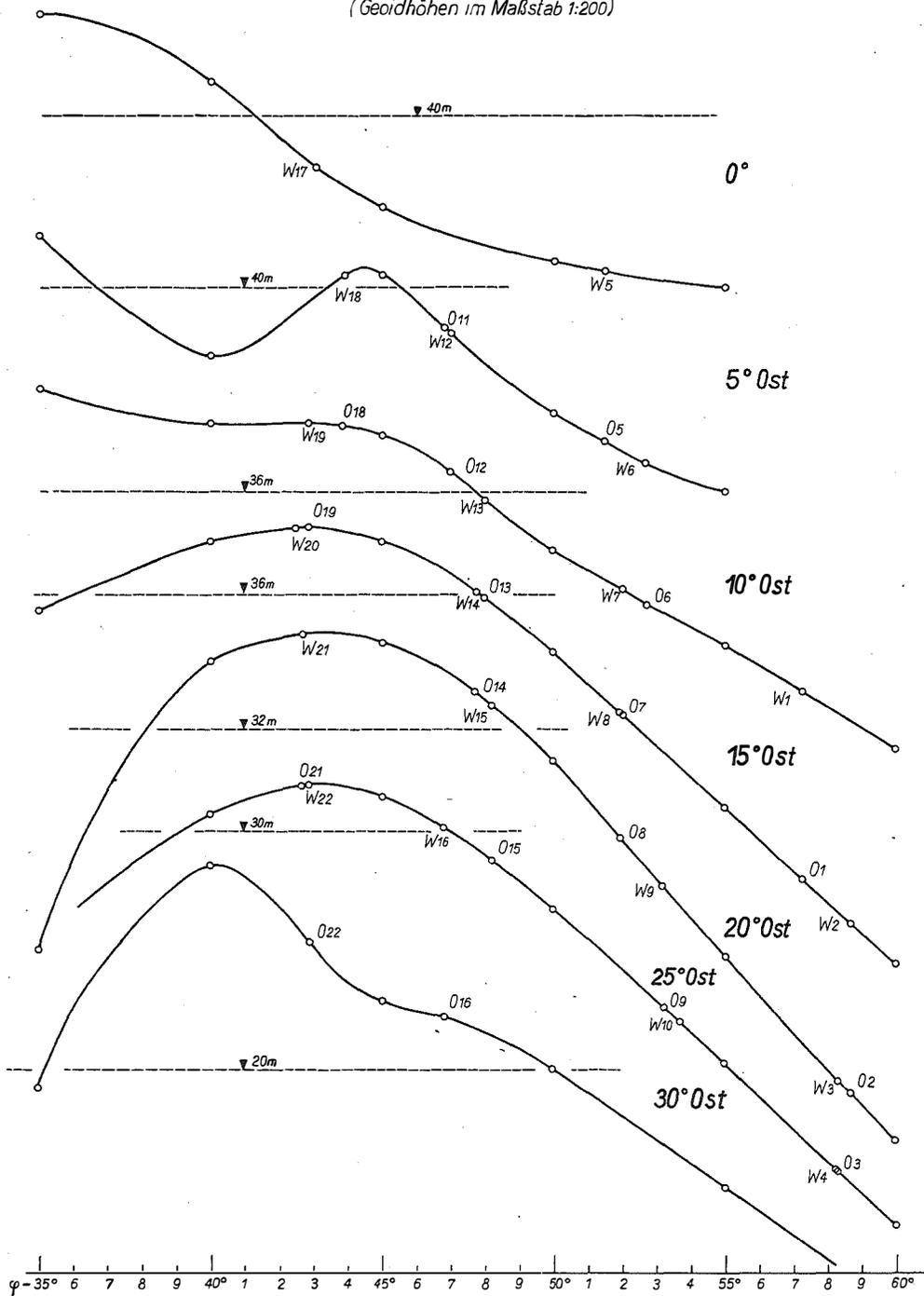
En même temps que les corrections à appliquer aux éléments de l'ellipsoïde, toute compensation de déviations de la verticale fournit aussi les trois éléments de déplacement et de déviation angulaire du réseau géodésique fondamental. Cependant, en raison du comportement régional systématique des déviations de la verticale et des ondulations du géoïde de proportions continentales, le principe minimum ancien ne saurait jamais fournir une situation et un orientement vraiment absolus, alors que la nouvelle compensation des déviations de la verticale résoud ce problème encore de façon péremptoire. Il apparaît

ainsi que les valeurs de départ obtenues pour Potsdam dans le nouveau réseau d'Europe centrale selon l'ancien principe, sont trop grandes de 3"0 en latitude et de 1"4 en longitude! De même, la position absolue de quelque autres points fondamentaux nationaux d'Europe a pu être déduite, autant que leur situation géodésique relative par rapport à Potsdam est suffisamment exacte. Aux Etats-Unis, les coordonnées de départ des Meades Ranch se sont révélées comme presque exemptes d'erreur. Comme on peut attribuer aux deux points fondamentaux principaux d'Europe et d'Amérique les erreurs moyennes des éléments dérivés, leur situation respective est garantie sauf une incertitude moyenne de 10 m en latitude et de 11 m en longitude. Cette dernière représente une précision supérieure à un 1 000 000^e.

T A F E L - A N H A N G

Meridianprofile des Geoids in Europa I.

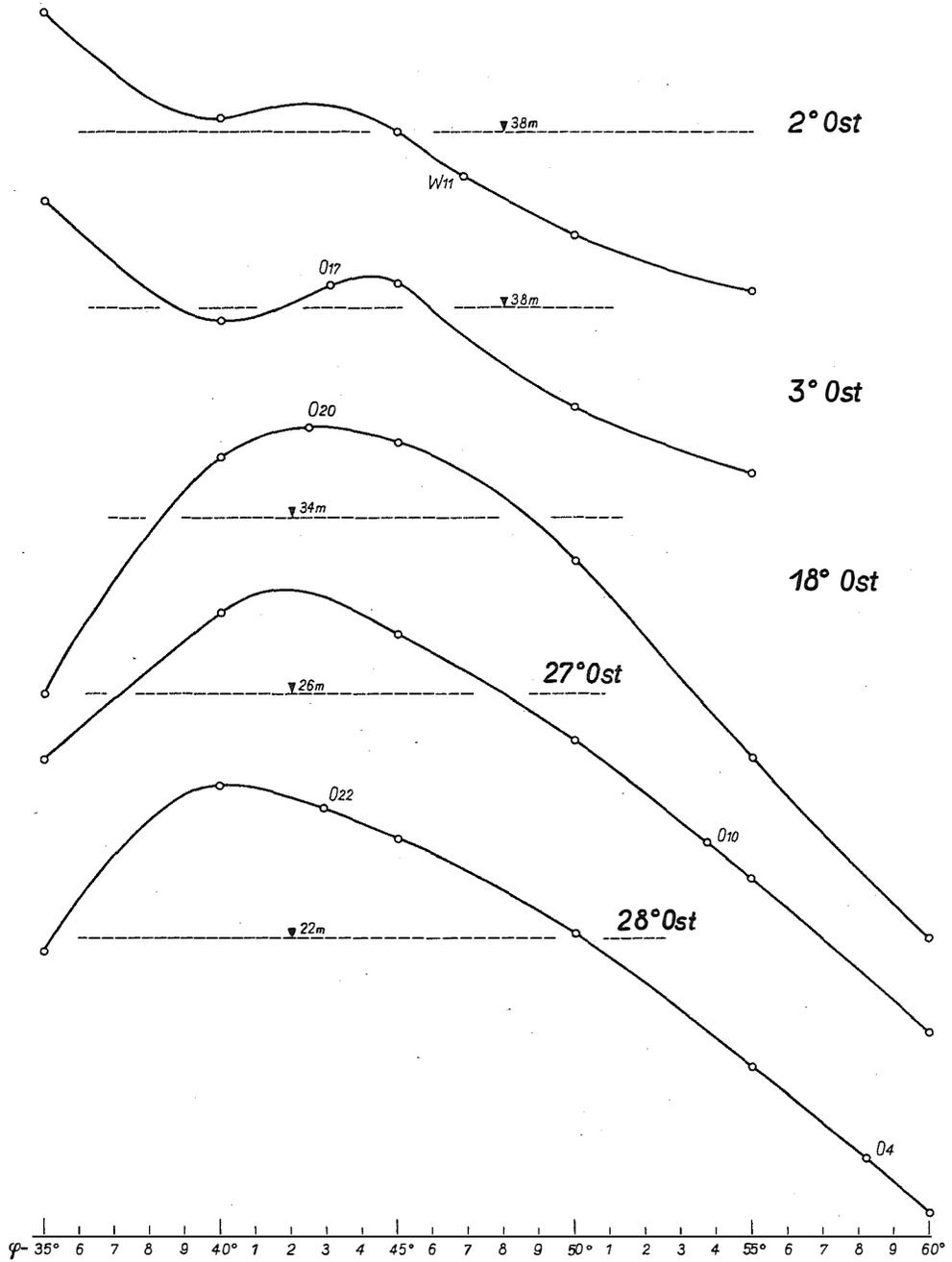
(Geoidhöhen im Maßstab 1:200)

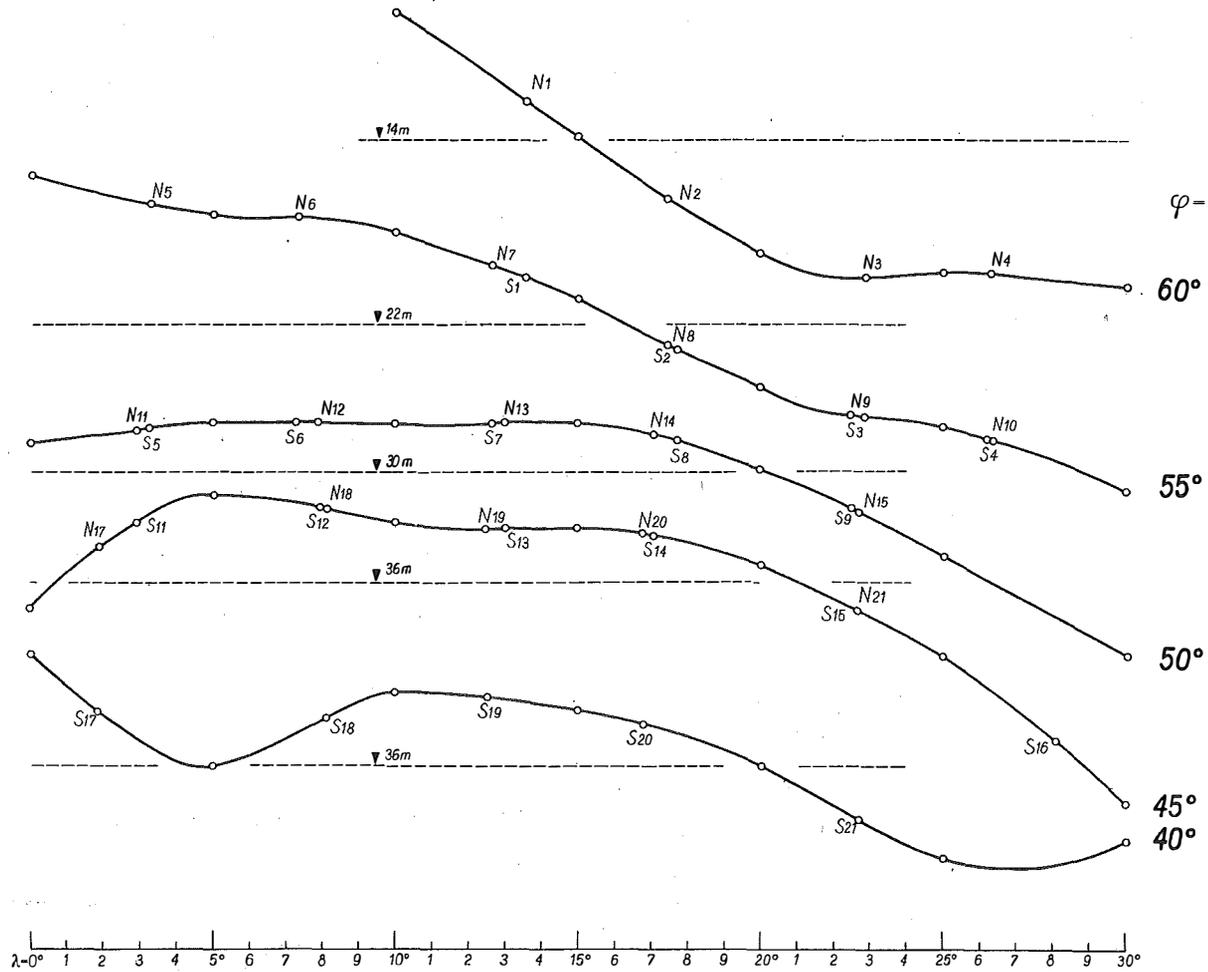


Meridianprofile des Geoids in Europa II:

Interpolationskurven

(Geoidhöhen im Maßstab 1:200)



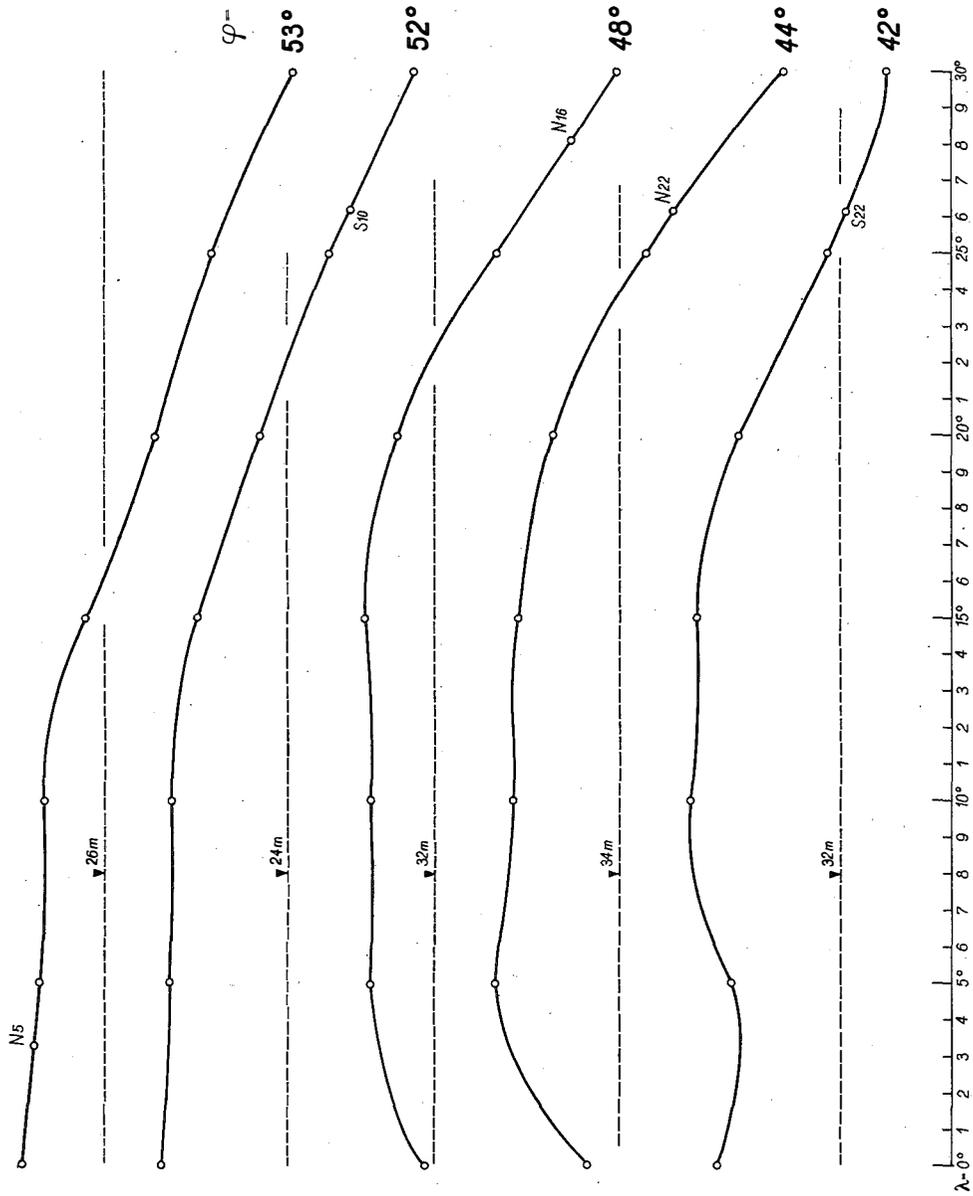


Ost-West-Profile des Geoids in Europa I.
 (Geoidhöhen im Maßstab 1:200)

Ost-West-Profile des Geoids in Europa II.

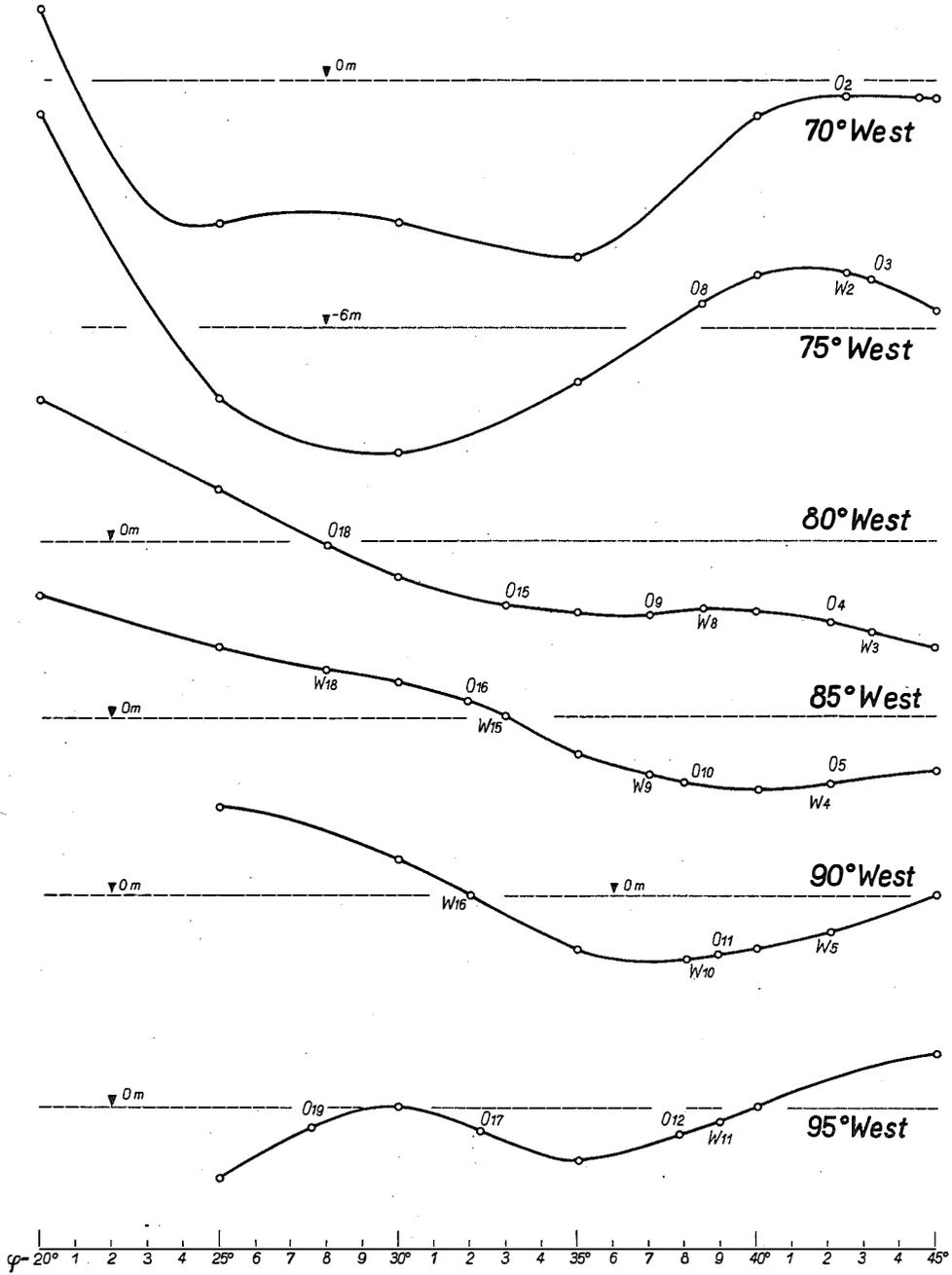
Interpolationskurven

(Geoidhöhen im Maßstab 1:200)



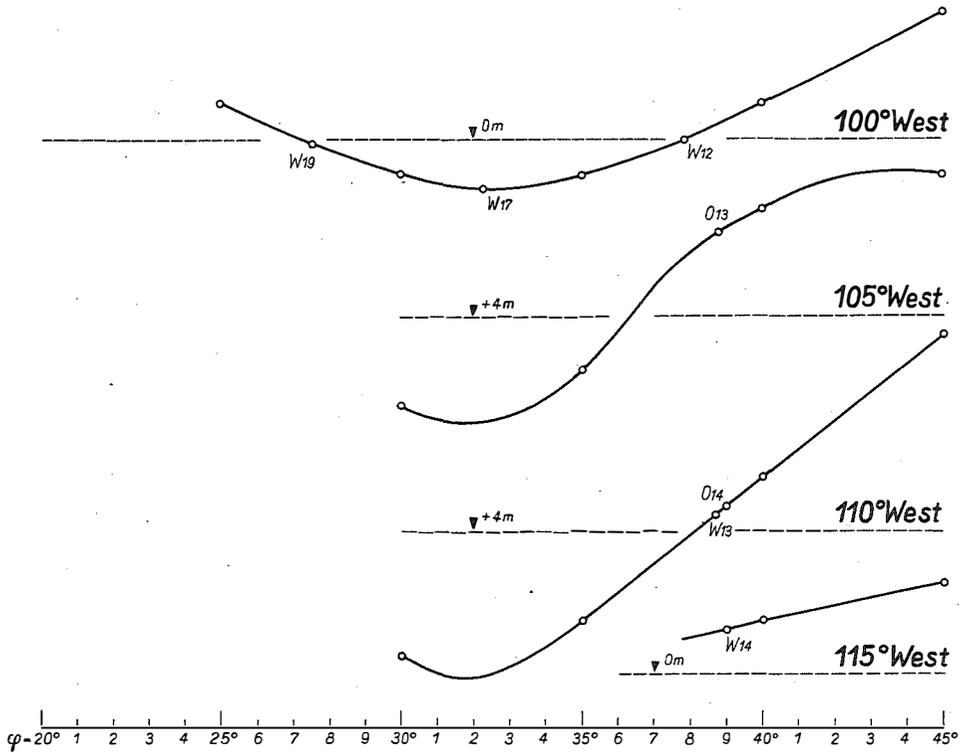
Meridianprofile des Geoids in Amerika I.

(Geoidhöhen im Maßstab 1:200)

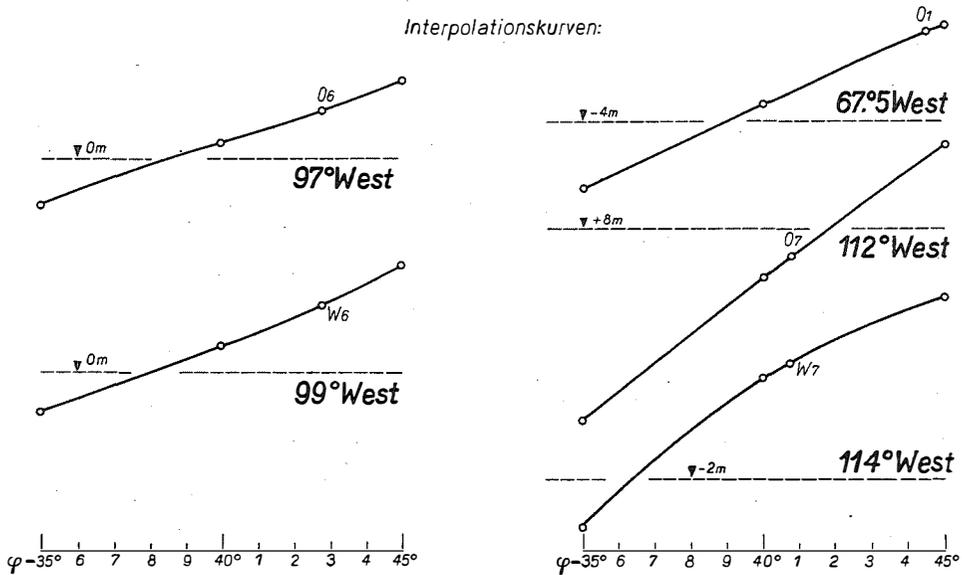


Meridianprofile des Geoids in Amerika II.

(Geoidhöhen im Maßstab 1:200)

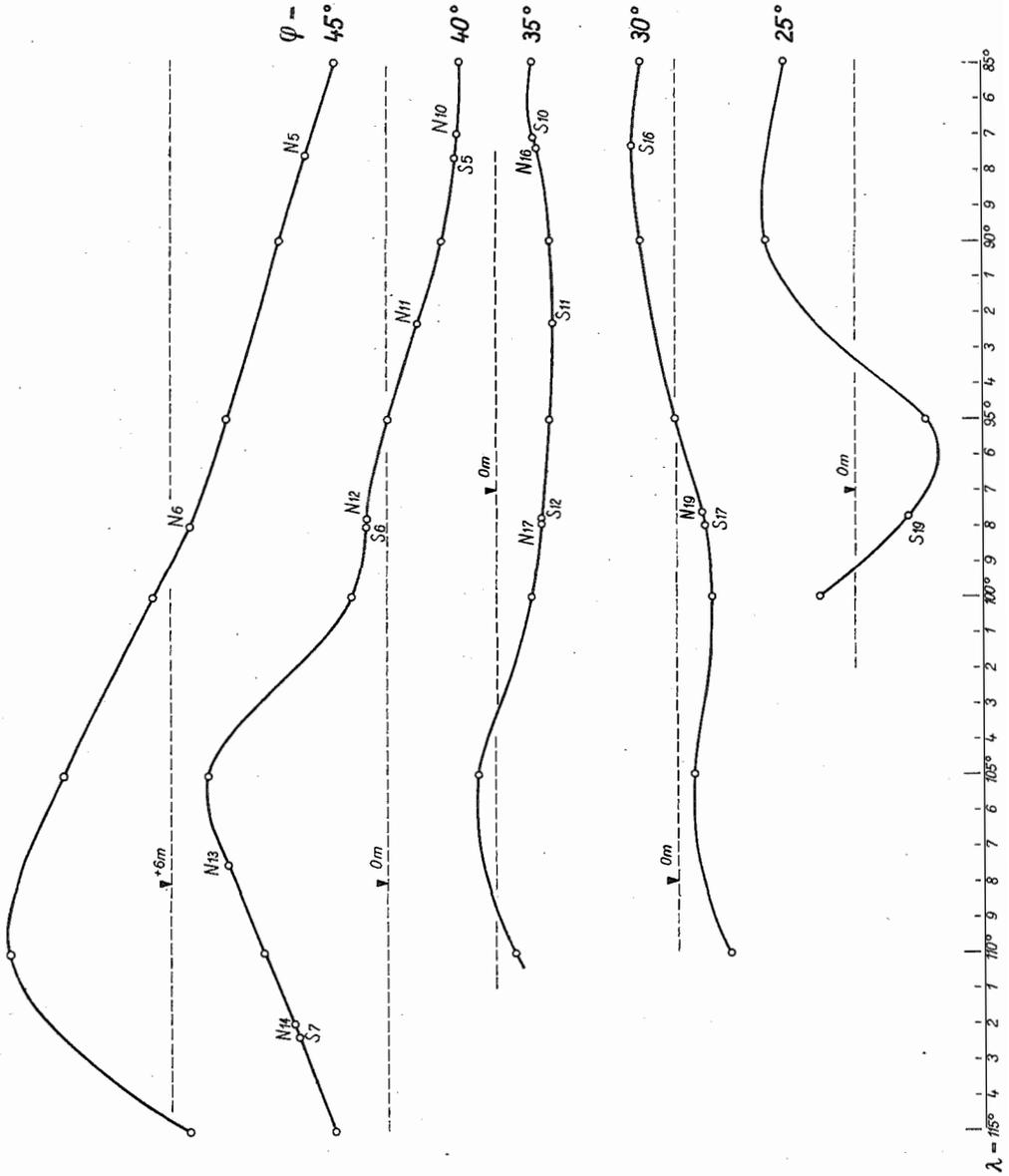


Interpolationskurven:



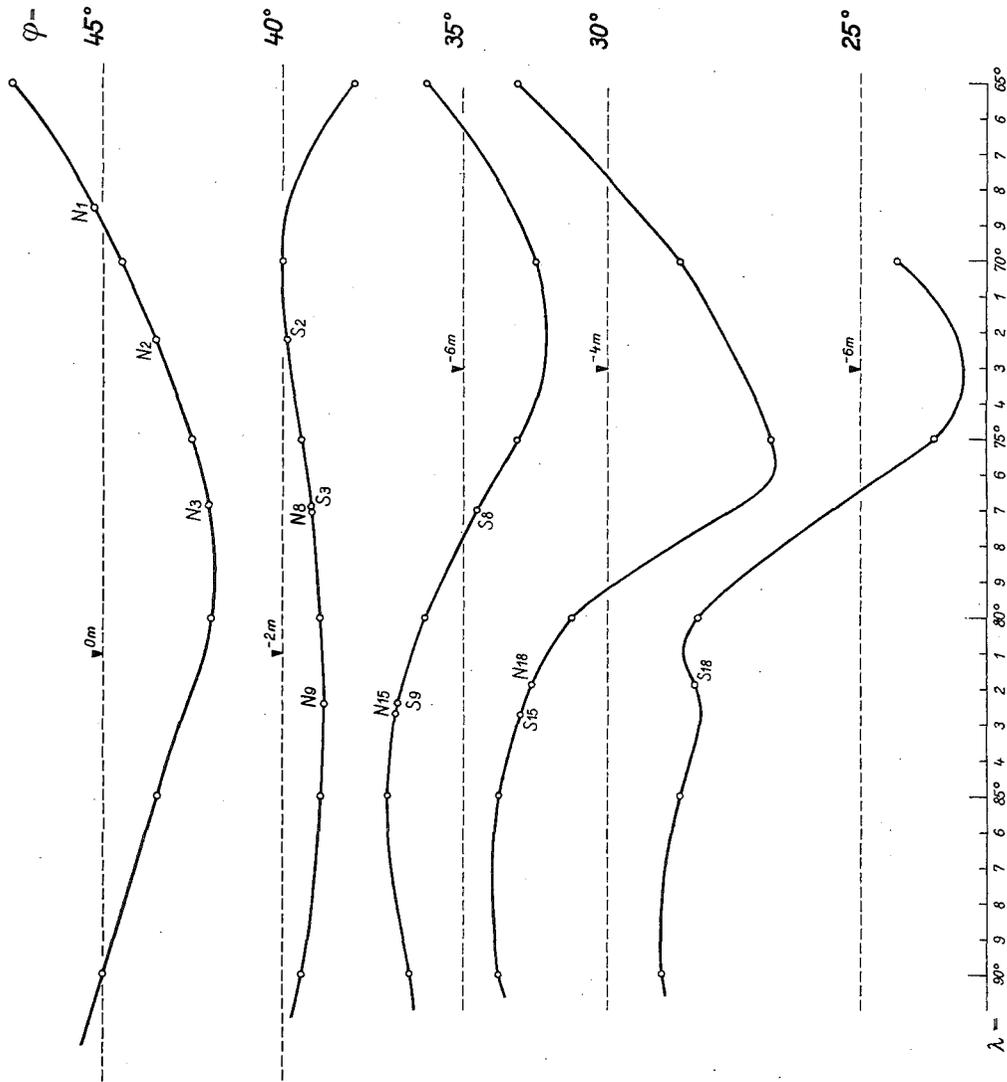
Ost-West-Profile des Geoids in Amerika I.

(Geoidhöhen im Maßstab 1:200)



Ost-West-Profile des Geoids in Amerika II.

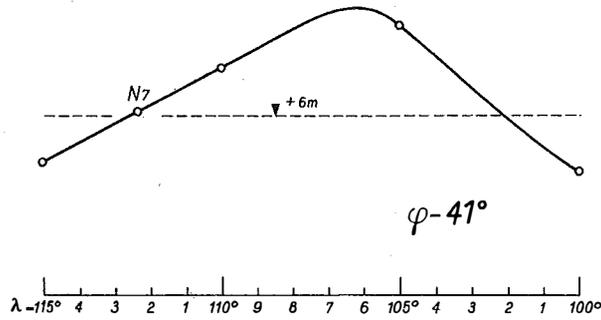
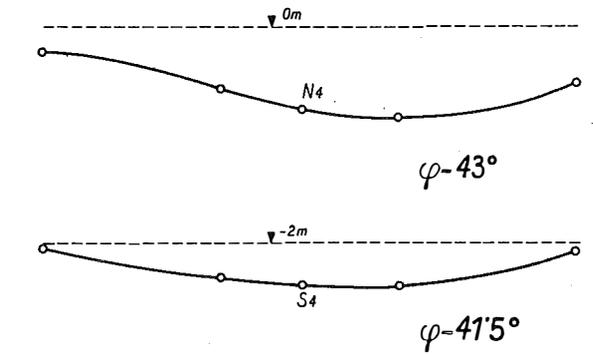
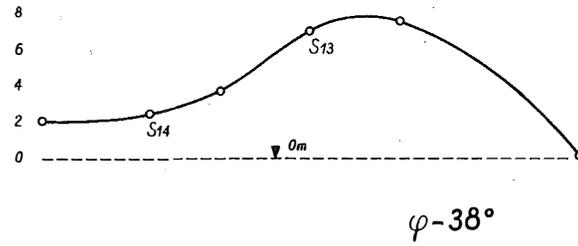
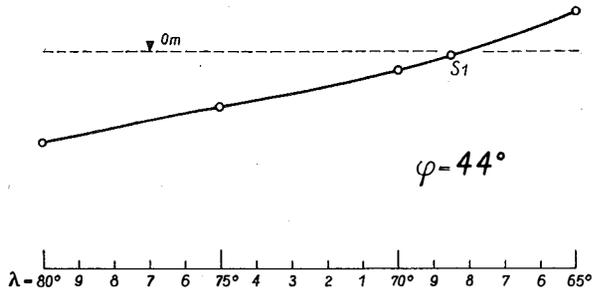
(Geoidhöhen im Maßstab 1:200)



Ost-West-Profile des Geoids in Amerika III.

9

Interpolationskurven
(Geoidhöhen im Maßstab 1:200)



Weitere Publikationen:

I. Der Österreichische Grundkataster, 66 Seiten, 1948 Preis S 10.—
zu beziehen im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen,
Wien, VIII., Krotenthallergasse 3

II. Behelf zur Prüfung für den höheren technischen Vermessungsdienst:

Heft 1: Fortführung 1. Teil, 55 Seiten, 1949 Preis S 10.—
Heft 2: Fortführung 2. Teil, Bodenschätzung, 46 Seiten, 1949 Preis S 10.—
Heft 3: Höhere Geodäsie, 81 Seiten, 1949 Preis S 10.—
Heft 4: Triangulierung, 46 Seiten, 1949 Preis S 7.—
Heft 5: Neuvermessung, Nivellement und topographische Landesaufnahme,
104 Seiten, 1949 Preis S 16.—
Heft 6: Photogrammetrie und Kartographie Preis S 10.—

III. Dienstvorschriften des Bundesvermessungsdienstes:

Heft 1: Benennungen, Zeichen und Abkürzungen im Österr. Vermessungs-
dienst, 38 Seiten, Prov. Ausg. 1947 Preis S 5.—
Heft 2: Allg. Bestimmungen über Dienstvorschriften, Rechentafeln, Muster
und sonstige Drucksorten, 50 Seiten, Prov. Ausg. 1947 Preis S 6.50
Heft 8: Die österreichischen Meridianstreifen, 62 Seiten, 3. Aufl. 1949
Preis S 8.—
Heft 14: Fehlergrenzen und Hilfstabellen für Neuvermessungen, 16 Seiten,
2. Aufl. 1937 Preis S 2.50
Heft 15: Hilfstabellen für Neuvermessungen, 36 Seiten, 1. Aufl. 1949
Preis S 5.—
Heft 48: Behelfe für die Anlage von Oleaten bei der Neuaufnahme und
Kartenrevision, 17 Seiten, 4. Aufl. 1948 Preis S 12.—

II. und III. zu beziehen in der Amtsbücherei des
Bundesamtes für Eich- u. Vermessungswesen, Wien, I., Hohenstaufengasse 17